

Agujeros negros acelerados Accelerating black holes

Sergio Ángel Ortega,

Supervisors: Luis J. Garay,^{1,2} and José A. R. Cembranos^{1,2}

¹*Departamento de Física Teórica, Universidad Complutense de Madrid, 28040 Madrid, España*

²*Instituto de Estructura de la Materia (IEM-CSIC), Serrano 121, 28006 Madrid, Spain*

Los agujeros negros son objetos exóticos descritos por la teoría de la relatividad de Einstein. Entre ellos se encuentran los agujeros negros acelerados, que poseen un espaciotiempo descrito por la denominada C-métrica. En este trabajo vamos a estudiar las propiedades de la esta métrica. Una de estas propiedades es una singularidad cónica asociada a la presencia de una cuerda cósmica responsable de la aceleración. Otra de estas propiedades es un factor conforme que delimita el final del espaciotiempo. Una vez estudiada la métrica, analizaremos la estructura causal de los agujeros negros mediante geodésicas nulas, construyendo los diagramas de Penrose relevantes. Además del caso habitualmente estudiado en la literatura de aceleración pequeña en que $2mA < 1$, analizaremos el caso $2mA > 1$ en el que aparece una singularidad adicional. Además, consideraremos el agujero negro acelerado con masa negativa, que demostramos equivale a la misma estructura geométrica situada más allá del infinito conforme. Estos resultados los compararemos con el agujero negro de Schwarzschild para facilitar su comprensión y remarcar el interés de las nuevas propiedades encontradas.

CONTENTS

I. Introducción	1
II. C-métrica	2
III. Estructura del espaciotiempo	4
IV. Estructura causal de los agujeros negros acelerados	7
V. Conclusiones	9
Agradecimientos	10
References	10

I. INTRODUCCIÓN

La relatividad general de Einstein describe la interacción gravitatoria geoméricamente. La métrica espaciotemporal es solución de las ecuaciones de Einstein¹:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}, \quad (1)$$

donde el tensor de Einstein $G_{\mu\nu}$ codifica la información de la curvatura del espacio, $g_{\mu\nu}$ es la métrica, $T_{\mu\nu}$ es

el tensor energía momento que codifica todo tipo de energía y materia presente en el sistema, y Λ es la constante cosmológica. La métrica dicta el movimiento a través de geodésicas temporales para partículas con masa o geodésicas nulas para la luz, y las ecuaciones de Einstein nos dicen que la materia afecta a la evolución del espaciotiempo y viceversa. Así, la materia curva el espaciotiempo, y esto provoca un efecto gravitatorio sobre la materia.

Ejemplos importantes de espaciotiempos son el universo en expansión, lo cual ha permitido el desarrollo de la Cosmología en las últimas décadas, o el relativo a estrellas de neutrones relativistas. Sin embargo, las estructuras más exóticas y fascinantes que se han estudiado son sin duda los agujeros negros, los cuales han dado mucho que hablar durante las últimas décadas debido a su interesante termodinámica [1, 2] y a la radiación de Hawking [3, 4]. El teorema de no pelo dice que los agujeros negros se caracterizan únicamente por tres parámetros: su masa M , su carga Q y su momento angular J . Esto se aplica para agujeros negros estacionarios asintóticamente planos, es decir, aquellos en los que lejos del agujero negro el espaciotiempo se parece al espaciotiempo plano de Minkowski [5].

Los agujeros negros acelerados son un tipo de agujeros negros menos conocidos, cuyo interés ha ido en auge en los últimos años. El espaciotiempo viene descrito por la C-métrica, que es una solución a las ecuaciones de Einstein descubierta por Levi-Civita en 1918. Sin embargo, no fue hasta 1970 que Kinnersley y Walker interpretaron que la C-métrica describe un par de agujeros negros uniformemente acelerados en direcciones opuestas [6]. Posteriormente, Plebánski y Demiański, obtuvieron una C-

¹ En el presente trabajo utilizaremos unidades geométricas, de modo que $c = G = 1$. Por otra parte, emplearemos la signatura $(-, +, +, +)$ de la métrica espaciotemporal.

métrica generalizada con carga y en rotación que incluye la métrica de Kerr-Newman [7]. En los últimos años se han realizado varios trabajos con este tipo de agujeros negros, tanto en el estudio de su estructura [8] como de su termodinámica [9, 10]. Una propiedad especial de estos agujeros negros es que poseen una singularidad cónica asociada a una cuerda cósmica responsable de la aceleración.

En nuestro trabajo estamos interesados en el estudio de la estructura causal de los agujeros negros acelerados. Con este objetivo, estudiaremos las geodésicas nulas para construir los diagramas de Penrose. Estos diagramas tienen los conos de luz siempre a 45 grados, y el infinito del espaciotiempo se representa con valor finito de las coordenadas. Así, permiten representar de manera global todo el espaciotiempo [5].

Como ejemplo de estructura causal vamos a presentar la del agujero negro más simple, el de Schwarzschild, que es esféricamente simétrico, sin carga ni rotación. La métrica es solución a las ecuaciones de Einstein en vacío sin constante cosmológica, y viene dada como:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2m}{r}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (2)$$

donde $\{r, \theta, \varphi\}$ son las coordenadas esféricas habituales y t es la coordenada temporal. Dado que los coeficientes de la métrica no dependen del tiempo, existe un vector de Killing asociado que será ∂_t . Esto implica que la métrica es estacionaria, y como además hay ausencia de rotación al no haber componentes en la métrica que mezclen la coordenada temporal con las angulares, la métrica se dice que es estática.

La métrica de Schwarzschild así escrita describe el espaciotiempo fuera del agujero negro, cuyo horizonte de eventos está situado en $r = 2m$. Justamente para este valor de r vemos que una de las componentes de la métrica diverge, lo que da una singularidad aparente. Sin embargo, se puede demostrar mediante cambios de coordenadas adecuados que la singularidad no es genuina, y se puede cruzar el horizonte de eventos sin ningún problema. Por otra parte, vemos que al cruzarlo, cuando $r < 2m$, la signatura de las componentes temporal y radial se invierten, de manera que t pasa a ser una coordenada de tipo espacio y r de tipo tiempo. Por tanto, un observador que cae dentro del agujero negro está obligado a moverse en la coordenada r , avanzando hacia otra singularidad en $r = 0$. Esta singularidad sí es genuina como comprobaremos posteriormente.

En la figura 1 mostramos el diagrama de Penrose para la métrica de Schwarzschild. En estos diagramas $i^\pm$ representa el infinito temporal futuro o pasado, es decir, donde acaban o empiezan las geodésicas temporales, respectivamente. Por otro lado, $\mathcal{I}^\pm$ representa el infinito nulo futuro o pasado, es decir, donde acaban o empiezan las geodésicas nulas. Además i^0 , representa el infinito espacial. Finalmente, $\mathcal{H}^\pm$ representa el horizonte futuro o pasado.

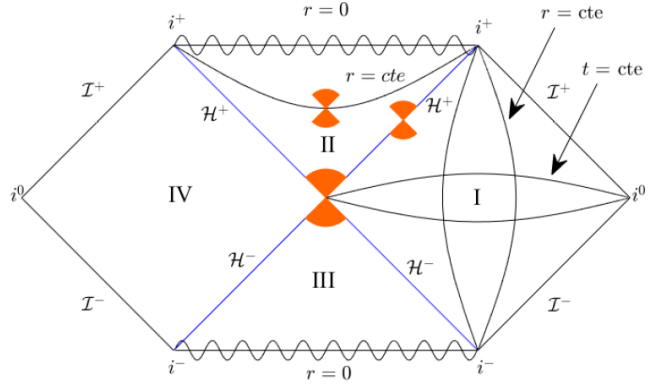


Figure 1. Diagrama de Penrose del agujero negro de Schwarzschild. Se observa que la singularidad $r = 0$ es inevitable una vez cruzado el horizonte futuro. Además, aparece una estructura de agujero blanco por debajo del horizonte pasado. Cada punto interior del diagrama se corresponde con una 2-esfera parametrizada por θ y φ .

Si representamos las geodésicas nulas se obtienen los conos de luz. Éstos apuntan hacia el futuro (puntos del espaciotiempo accesibles) y el pasado (puntos del espaciotiempo de los que puede provenir) de un observador situado en el centro del cono. En el diagrama, la región I corresponde al espaciotiempo habitual fuera del agujero negro, es decir $r > 2m$. Hacia el futuro se puede cruzar el horizonte de eventos futuro en $r = 2m$ hacia la región II, que se corresponde con el agujero negro, en la cual vemos gracias al cono de luz representado que ninguna geodésica causal es capaz de escapar, y el movimiento es obligado hacia r decrecientes, llegando a la singularidad. Por otra parte, en el pasado vemos otra singularidad con $r = 0$ en la región III, y observamos que se puede salir de esta región pero no entrar a través del horizonte de eventos pasado, también en $r = 2m$. Esta región describe entonces un agujero blanco. Finalmente, la región IV es otra región similar a la región I. Estas dos regiones inesperadas aparecen tras realizar la extensión analítica máxima de la métrica, y son resultado de considerar la métrica de Schwarzschild de forma global. En un caso más realista el agujero negro se forma por el colapso gravitacional de una estrella en un tiempo determinado, de modo que la métrica no se puede extender hacia el interior de la estrella y no aparecen estas regiones.

II. C-MÉTRICA

Para poder estudiar la estructura causal de los agujeros negros acelerados, primero vamos a analizar las propiedades de la C-métrica. A partir de la parametrización de Hong-Teo [11] es posible expresar la C-métrica en unas coordenadas pseudoesféricas similares a la de la métrica de Schwarzschild. Vamos a estudiar los agujeros acelerados estáticos no cargados en vacío, cuya métrica viene descrita por [12]:

$$ds^2 = \frac{1}{\Omega(r, \theta)^2} \left\{ -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 \left(\frac{d\theta^2}{g(\theta)} + g(\theta) \sin^2(\theta) \frac{d\varphi^2}{K^2} \right) \right\} \quad (3)$$

donde $t \in (-\infty, \infty)$, $\theta \in [0, \pi]$, $\varphi \in [0, 2\pi)$, $r \in [0, \infty)$,

$$f(r) = (1 - A^2 r^2)(1 - 2m/r), \quad (4)$$

$$\Omega(r, \theta) = 1 + Ar \cos \theta, \quad (5)$$

$$g(\theta) = 1 + 2mA \cos \theta, \quad (6)$$

donde m es un parámetro relacionado con la masa, e está asociado con la carga eléctrica, y A es la aceleración [10]. Veremos posteriormente que la coordenada r se puede extender más allá del valor infinito, hasta llegar al infinito conforme marcado por Ω . El parámetro K está relacionado con una singularidad cónica que estudiaremos posteriormente. Aunque hemos dicho previamente que esta métrica describe dos agujeros negros, hablaremos de ella como si sólo hubiera uno, dada la similitud con el agujero negro de Schwarzschild en estas coordenadas.

Podemos ver que esta métrica carece de simetría esférica debido a la presencia de la función $g(\theta) \neq 1$ en las componentes angulares, así como por el factor conforme $\Omega(r, \theta)$. Sin embargo, si tomamos el parámetro $A = 0$, entonces el factor conforme $\Omega(r, \theta)$ y la función $g(\theta)$ valen la unidad, recuperándose el espaciotiempo del agujero negro de Schwarzschild que discutimos en la introducción.

Hemos mencionado que A es la aceleración del agujero negro. Para darle esta interpretación recurrimos al límite de masa nula $m \rightarrow 0$, de modo que realizando el siguiente cambio de coordenadas:

$$\xi = \frac{\sqrt{\frac{1}{A^2 r^2} - 1}}{\cos \theta + \frac{1}{Ar}}, \quad \rho = \frac{1}{A} \frac{\sqrt{1 - x^2}}{\cos \theta + \frac{1}{Ar}}, \quad t = \tau, \quad \phi = \frac{\varphi}{K}, \quad (7)$$

la métrica se convierte en la métrica de Rindler en coordenadas cilíndricas:

$$ds^2 = -\xi^2 d\tau^2 + A^{-2} d\xi^2 + d\rho^2 + \rho^2 d\phi^2. \quad (8)$$

El espaciotiempo de Rindler está asociado a un observador uniformemente acelerado, de modo que tiene una aceleración propia A cuando se encuentra en la coordenada $\xi = 1$, lo cual se corresponde con el origen de coordenadas $r = 0$ de nuestra métrica. Es por ello que se interpreta que el agujero negro, que está centrado en el origen, tiene una aceleración propia A .

A. Singularidad cónica

La C-métrica presenta una singularidad cónica en los polos (el polo norte con $\theta_+ = 0$, y el polo sur con $\theta_- = \pi$) que se asocia a la presencia de una cuerda cósmica con una tensión $\mu = \delta/8\pi$, donde δ es el déficit cónico [13–15]. Para calcular el déficit cónico, expandimos la métrica cerca de los polos $\theta = \theta_{\pm}$, de modo que definiendo $\tilde{\theta} = \theta$ en el polo norte, y $\tilde{\theta} = \pi - \theta$ en el polo sur, la parte angular de la métrica resulta:

$$ds_{\text{angular}}^2 \simeq \frac{r^2}{\Omega^2 g(\theta_{\pm})} \left[d\tilde{\theta}^2 + \frac{g^2(\theta_{\pm}) \tilde{\theta}^2}{K^2} d\varphi^2 \right]. \quad (9)$$

Ignorando el factor conforme, si realizamos el cambio de variable $\Phi = K^{-1} g(\theta_{\pm}) \varphi$, obtendríamos la métrica de la 2-esfera si $\Phi \in [0, 2\pi)$, pero debido a que $\varphi \in [0, 2\pi)$, entonces Φ sólo recorre desde 0 hasta un valor $\Delta\Phi = 2\pi g(\theta_{\pm})/K$. El déficit cónico es $\delta = 2\pi - \Delta\Phi$, de modo que la tensión de la cuerda en los polos resulta:

$$\mu_{\pm} = [1 - g(\theta_{\pm})/K] / 4 = [1 - (1 \pm 2mA)/K] / 4. \quad (10)$$

El parámetro K se puede fijar arbitrariamente, de modo que es posible regularizar uno de los dos polos, pero no ambos a la vez. Es por ello que siempre existe un defecto (o exceso) cónico en uno de los polos, que se corresponde con una cuerda cósmica que tira (o empuja) del agujero negro, provocando la aceleración. En la literatura se suele fijar $K = 1 + 2mA$, de modo que se elimina la singularidad cónica en el polo norte, y queda un déficit cónico en el polo sur. Esto se hace así ya que en el polo norte la tensión de la cuerda, proporcional a la densidad de energía, sería negativa, es decir, proporcionaría una presión [8, 9]. En nuestro caso estamos interesados únicamente en estudiar la estructura de conos de luz, por lo que no necesitamos regularizar ninguno de los polos, y tomaremos $K = 1$ por simplicidad.

Antes de acabar esta sección, es importante mencionar que en 1976 Ernst consiguió eliminar la singularidad cónica en la C-métrica cargada acoplándola con un campo eléctrico, de manera que este campo fuera el responsable de la aceleración del agujero negro [16]. Posteriormente, realizó un trabajo similar para la C-métrica no cargada acoplándola a un campo gravitatorio que provocase la aceleración. Tras estos dos trabajos, Ernst conjeturó finalmente que la singularidad cónica se debe a la ausencia de un origen físico para la aceleración en la C-métrica [17].

B. Horizonte de eventos y horizonte de aceleración

Esta métrica tiene unos horizontes cuando la función $f(r)$ de la ecuación (4) se anula, dando lugar a unas singularidades de coordenadas. Esto ocurre para la hipersuperficie con $r = 2m$, que dará el horizonte de eventos

de manera similar a la métrica de Schwarzschild, pero también se anula para $r = 1/A$, que es un horizonte de aceleración. Éste está relacionado con el hecho de que un observador uniformemente acelerado asintóticamente alcanza la velocidad de la luz, y por tanto no puede ver nada más allá de este cono de luz asintótico [9]. La presencia de este nuevo horizonte se podría eliminar introduciendo una constante cosmológica negativa, lo cual hacen por ejemplo en [9, 10] para estudiar la termodinámica, ya que la presencia de dos horizontes implicaría tener dos temperaturas diferentes dificultando el tratamiento. Nosotros vamos a estudiar la estructura del espaciotiempo en presencia de ambos horizontes.

La C-métrica tiene el vector de Killing $K = \partial_t$, por lo que es estacionaria, y además es estática al no tener componentes que mezclen el tiempo con los ángulos. El vector de Killing tiene norma nula sobre las hipersuperficies de los horizontes, y por tanto, se dice que éstos son horizontes de Killing. A partir de este vector, podemos calcular la gravedad superficial en los horizontes como [5]:

$$\kappa = \sqrt{-(\nabla_\mu K_\nu \nabla^\mu K^\nu)/2}, \quad (11)$$

donde ∇ es la conexión de Levi-Civita. En el caso de un agujero negro estático, la gravedad de superficie representa la aceleración de un observador estático cerca del horizonte, medida por un observador estático en el infinito. Consideraremos que esta cantidad es siempre positiva, de modo que las gravedades superficiales de los horizontes de eventos y aceleración respectivamente son:

$$\kappa_E = |1 - 4A^2 m^2|/(4m), \quad \kappa_A = A|1 - 2Am|. \quad (12)$$

Como veremos posteriormente, estos parámetros nos servirán para obtener unas coordenadas en las que la métrica sea explícitamente regular en los horizontes y poder construir los diagramas de Penrose.

C. Singularidad del origen y del factor conforme

Antes de pasar a estudiar la estructura de estos agujeros negros, observemos que en $r = 0$ hay una singularidad de curvatura. Para verlo calculamos el escalar de Kretschmann a partir del tensor de Riemann:

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta}R^{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{48m^2(1 + Ar \cos \theta)^6}{r^6} = \frac{48m^2\Omega^6}{r^6}. \quad (13)$$

Este invariante diverge para $r = 0$, por lo que la singularidad no se puede eliminar mediante cambios de coordenadas. Por otra parte, si $A = 0$ se recupera el valor de este escalar para el espaciotiempo de Schwarzschild.

La métrica también es singular cuando $\Omega = 0$. Como veremos, en realidad $\Omega = 0$ se corresponde con el fin del espaciotiempo, que ocurre para $r = -1/(A \cos \theta)$. Esta zona asintótica se alcanza para un valor finito de r en el

hemisferio sur ($\pi/2 < \theta \leq \pi$). Sin embargo en el hemisferio norte ($0 \leq \theta \leq \pi/2$) la coordenada r llega a infinito antes. Posteriormente veremos que el espaciotiempo se puede extender más allá.

III. ESTRUCTURA DEL ESPACIOTIEMPO

Hemos hablado del parámetro A como la aceleración del agujero negro. Sin embargo, todavía no hemos visto qué valores puede tomar la aceleración. Si observamos la ecuación de la métrica (3) vemos que puede haber otra singularidad cuando la función $g(\theta) = 0$. Observando la ecuación (6) vemos que $g(\theta)$ puede anularse para algún valor de θ si $2mA > 1$. Es por ello que de forma habitual en la literatura se suele trabajar con $2mA < 1$, de modo que la coordenada θ recorre desde 0 hasta π [8]. En este caso, puesto que el horizonte de eventos está situado en $r_E = 2m$ y el de aceleración en $r_A = 1/A$, tenemos $r_E < r_A$, por lo que el horizonte de aceleración está más lejos del origen que el de eventos. En la figura 2(a) mostramos este caso. En ella hemos representado en el eje de ordenadas $r \cos \theta$, mientras que en el eje de abscisas representamos $r \sin \theta$, es decir, es la sección transversal de una 2-esfera parametrizada por $\{r, \theta, \phi\}$, y por tanto la gráfica posee una simetría de revolución. Además, hemos representado la zona en la que $\Omega(r, \theta) = 0$ mediante una línea morada. En la región entre horizontes la función $f(r) > 0$, de modo que tendríamos una situación similar al exterior del agujero de Schwarzschild. Sin embargo, para $r < r_E$ o $r > r_A$, la función $f(r) < 0$, de modo que la coordenada r toma un carácter temporal y el espaciotiempo se vuelve dinámico, es decir, es imposible estar en reposo, tal como pasaba en el interior del agujero de Schwarzschild.

Nosotros estamos interesados en generalizar la C-métrica para todo valor de aceleración. Si tomamos $2mA = 1$ (Figura 2(b)), los horizontes de eventos y aceleración se sitúan en la misma posición. Además, en este caso, para el eje $\theta = \pi$ aparece una singularidad asociada a $g(\theta) = 0$, que representamos con una línea naranja. Por otra parte, la función $f(r) < 0$ tanto dentro como fuera del horizonte, por lo que un observador nunca podría estar en reposo. Finalmente, para el caso $2mA > 1$ (Figura 2(c)) el horizonte de aceleración queda dentro del de eventos, al revés que en el caso habitual. Sin embargo, de nuevo la función $f(r) > 0$ entre los horizontes, y $f(r) < 0$ en el resto de lados. Además, la singularidad asociada a $g(\theta) = 0$ se obtiene ahora para un valor $\pi/2 < \theta_0 < \pi$, dependiente del valor de $2mA$, dando lugar a una zona singular representada por la línea naranja, que al tener simetría de revolución, origina un cono.

Una vez identificadas las diferentes singularidades de la métrica que aparecen, vamos a proceder a analizarlas para comprobar si son esenciales o representan simplemente la frontera de una carta coordenada.

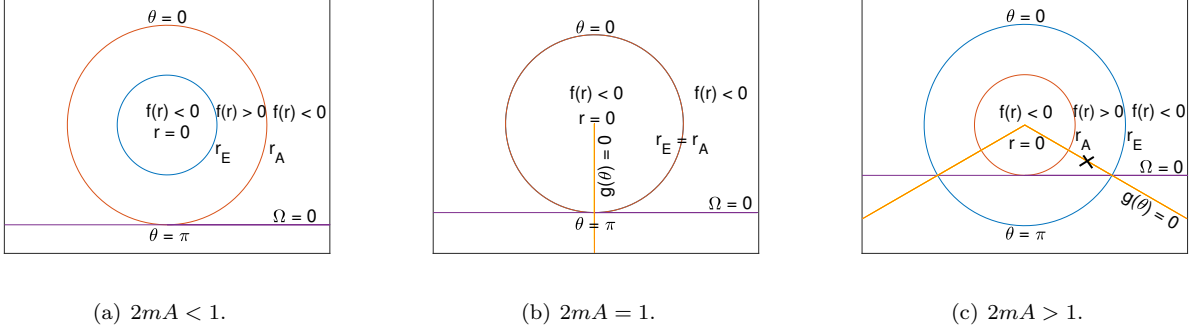


Figure 2. Diferentes estructuras para los agujeros negros acelerados en función de la aceleración. Representamos las coordenadas espaciales como si fuesen esféricas, mostrando una sección transversal de la 2-esfera. La línea morada se corresponde con la zona en que $\Omega = 0$, la naranja con la zona en que $g(\theta) = 0$, y las circunferencias azul y roja son los horizontes de eventos y aceleración respectivamente.

A. Fin del espaciotiempo, $\Omega = 0$

Podemos ver que para $\pi/2 < \theta \leq \pi$ la posible singularidad $\Omega = 0$ se alcanza con un valor finito de $r > 0$, mientras que para $\theta \leq \pi/2$ la coordenada r llega hasta $r = \infty$. Veamos por tanto en primer lugar qué ocurre para $\pi/2 < \theta \leq \pi$. Tomando unos ángulos constantes tal que $g(\theta) \neq 0$, podemos eliminar la parte angular de la métrica (3). Por otra parte, podemos sacar $f(r)$ como factor común definiendo la coordenada tortuga r^* tal que $dr/f(r) = dr^*$. Además, expandimos en torno a un valor r_0 tal que $\Omega(r_0, \theta) = 0$ y $f(r_0) \neq 0$, de modo que definiendo $r = r_0 - x$, con $x \ll r_0$, tenemos la singularidad en $x = 0$. Con esta definición, $\Omega^2 = x^2/r_0^2$, la función $f(r) \simeq f_0 = \text{cte}$ a orden más bajo, $dr^* = dx/f_0$, y tras reabsorber factores constantes en x la parte radial de la métrica resulta:

$$ds^2 = \frac{r_0^2}{f_0} \frac{1}{x^2} (-dt^2 + dx^2), \quad (14)$$

Ahora definimos las coordenadas nulas $u = t - x$ y $v = t + x$, de modo que la métrica queda:

$$ds^2 = \frac{-4r_0^2}{f_0(u-v)^2} du dv. \quad (15)$$

Las geodésicas nulas se obtienen tomando $u = \text{cte}$ o $v = \text{cte}$. Si calculamos las ecuaciones geodésicas y tomamos por ejemplo $v = \text{cte}$ se llega a la ecuación:

$$\ddot{u} - 2\dot{u}^2/(u-v) = 0, \quad (16)$$

donde el punto indica la derivada con respecto a un parámetro afín λ . La solución a la ecuación es:

$$u(\lambda) = v + 1/(a + b\lambda), \quad (17)$$

donde a y b son constantes arbitrarias. Puesto que $x = 0$ equivale a $u = v$, este punto se alcanza para un valor in-

finito del parámetro afín λ , indicando que se corresponde con el final del espaciotiempo. Por tanto, para estos valores de θ , cuando $r = r_0$ se alcanza el infinito conforme.

Veamos ahora qué pasa para $\theta = \pi/2$. En este caso el factor conforme $\Omega = 1$. Para ver qué ocurre cuando r llega a infinito, expandimos la métrica para valores grandes de r , eliminando de nuevo la parte angular al tomar unos ángulos constantes. La función $f(r) \simeq -A^2 r^2$, y absorbiendo la constante A dentro de las coordenadas, tenemos la parte radial de la métrica:

$$ds^2 = r^2 dt^2 - r^{-2} dr^2 = r^2 (dt^2 - r^{-4} dr^2). \quad (18)$$

Definimos una coordenada x tal que $dr^2/r^4 = dx^2$, de modo que $x = 1/r$ y la métrica resulta:

$$ds^2 = \frac{1}{x^2} (dt^2 - dx^2), \quad (19)$$

por lo otra vez se obtiene que para $x = 0$, que equivale a $r = \infty$, se llega al infinito conforme.

Finalmente, veamos el caso para $0 \leq \theta < \pi/2$. Como ya mencionamos previamente, no hay un valor de $r > 0$ en el que el factor conforme se anule, y por tanto r puede llegar hasta infinito. Expandimos de nuevo la métrica para r grande y ángulos constantes, de modo que ignorando factores constantes positivos que se pueden reabsorber en las coordenadas, el factor conforme $\Omega^2 \simeq r^2$ y $f(r) \simeq r^2$. La parte radial de la métrica resulta:

$$ds^2 = dt^2 - r^{-4} dr^2. \quad (20)$$

Definimos ahora una coordenada x tal que $dr/r^2 = dx$, por lo que $x = -1/r$ y tenemos la métrica bidimensional de Minkowski:

$$ds^2 = dt^2 - dx^2. \quad (21)$$

El punto $r = +\infty$ corresponde a $x = 0^-$. Pero dada la forma de la métrica, este punto se alcanza con un parámetro afín finito y ésta es regular, de modo que se

puede continuar desde $x = 0^+$ hasta $x = +\infty$. El punto $x = 0^+$ ya no es accesible a la coordenada r que habíamos definido para la métrica (3). Podemos definir otra coordenada a la que seguimos llamando r por simplicidad, tal que cuando $x = 0^+$ toma el valor $r = -\infty$, y avanza hacia $r = 0^-$ cuando $x = +\infty$. Asumiendo que esta nueva región del espaciotiempo de la métrica sigue siendo la C-métrica, debemos tener en cuenta que si $|r|$ se hace de nuevo pequeño, la aproximación para r grandes deja de ser válida, y se recupera el factor conforme que puede anularse para $r < 0$. Por tanto, r sólo llega hasta un valor concreto $r_0 < 0$ donde $\Omega(r_0, \theta) = 0$ y se vuelve a alcanzar el infinito conforme, es decir, el final del espaciotiempo.

B. Singularidad angular $g(\theta) = 0$

Pasamos ahora a estudiar la singularidad que aparece cuando $2mA > 1$, de modo que existe un θ_0 tal que $g(\theta_0) = 0$. Para ello realizamos el cambio de coordenada $x = \cos\theta$, de modo que la métrica que utilizamos es:

$$ds^2 = \frac{1}{\Omega(r, \theta)^2} \left\{ -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\tilde{\Omega}^2 \right\}, \quad (22)$$

$$d\tilde{\Omega}^2 = \frac{dx^2}{G(x)} + G(x)d\varphi^2, \quad (23)$$

$$G(x) = (1 - x^2)(1 + 2mA x + e^2 A^2 x^2), \quad (24)$$

La función $G(x)$ tiene como raíces la misma que $g(\theta(x))$, así como $x^2 = 1$. Por simplicidad vamos a estudiar el caso en que $\theta_0 < \pi \Rightarrow x^2 \neq 1$, de modo que la función $G(x)$ tenga $x_0 = \cos\theta_0$ como raíz simple. Entonces estamos en el caso de la figura 2(c). Vamos a expandir la métrica en torno a la singularidad $x = x_0$ a un valor de la coordenada radial $r = r_0$ tal que $f(r_0) > 0$ (este punto aparece marcado en la figura con una X). Vamos a expandir a cada lado de la singularidad, de modo que $x = x_0 \pm \xi$, con $0 \leq \xi \ll 1$, por lo que el signo positivo se coge para expandir en la región $\theta < \theta_0$, y el signo negativo para la región $\theta > \theta_0$. La función $G(x_0 \pm \xi) \simeq \pm C\xi$, ya que $G(x_0) = 0$, y donde C es una constante positiva. Por otra parte, para sacar como factor común la función $G(x)$ definimos la coordenada x^* tal que:

$$dx^* = dx/G(x) \simeq d\xi/(C\xi) \Rightarrow \xi = e^{Cx^*}, \quad (25)$$

de modo que el factor angular se convierte en:

$$d\tilde{\Omega}^2 = \pm C e^{Cx^*} (dx^{*2} + d\varphi^2). \quad (26)$$

Realizamos un segundo cambio de variable definiendo $\zeta^2 = \xi$ de manera que

$$d\tilde{\Omega}^2 = \pm (K_1 d\zeta^2 + K_2 \zeta^2 d\varphi^2), \quad (27)$$

donde K_1 y K_2 son dos constantes positivas construidas a partir de la constante C , cuya forma es irrelevante para nuestra discusión.

En cuanto a la coordenada r , ésta se expande en torno al valor r_0 de modo que $r = r_0 + \rho$. La función $f(r) \simeq f_0 = cte > 0$ a orden más bajo en ρ , de modo que puede reabsorberse en los diferenciales de t y ρ . Por otra parte, el factor $\Omega^2(r_0, \theta_0) = cte \neq 0$, de modo que puede absorberse también dentro de los diferenciales. En cuanto al factor r^2 que multiplica a $d\tilde{\Omega}^2$, lo tomamos como r_0 . Entonces, tanto esta constante como el factor Ω constante se pueden reabsorber en las constantes K_1 y K_2 . Finalmente, la constante K_1 es positiva y la reabsorbemos en el diferencial de ζ .

$$ds^2 = -dt^2 + d\rho^2 \pm d\zeta^2 \pm r^2 \zeta^2 K_2 d\varphi^2. \quad (28)$$

Hemos dejado la coordenada $r(\rho)$ sin aproximar junto con el diferencial de φ , así como la constante K_2 que lleva todas las constantes positivas que han ido apareciendo, de modo que pudiéramos preservar la coordenada φ sin alterar, y por tanto siga recorriendo de 0 a 2π . Esto nos permite ver unas singularidades cónicas. Si tomamos $\zeta = cte$, tenemos una singularidad cónica en el sector $\{\rho, \phi\}$, que se corresponde con la singularidad cónica que estudiamos anteriormente. Sin embargo, si tomamos $r = cte$, aparece una nueva singularidad cónica en el sector $\{\zeta, \varphi\}$, asociada al eje $\zeta = 0$, es decir, $\theta = \theta_0$, donde ocurre la singularidad que estamos estudiando en esta sección.

Finalmente, podemos analizar las geodésicas nulas cerca de la singularidad tomando ρ y φ constantes. La métrica antes de la singularidad $\theta < \theta_0$ queda simplemente como la métrica de Minkowski en dos dimensiones $ds^2 = -dt^2 + d\xi^2$, por lo que las geodésicas nulas llegan a la singularidad en $\xi = 0$ con un parámetro afín finito. Sin embargo, no es posible continuar las geodésicas debido al cambio de signatura en las coordenadas angulares, por lo que esta singularidad se trata de una singularidad esencial.

C. Geodésicas radiales

Una vez obtenida la estructura estática del espacio tiempo de la C-métrica, queremos estudiar cómo se comportan las geodésicas para estudiar su estructura causal. En el caso del agujero negro de Schwarzschild, la simetría esférica permitía estudiar geodésicas radiales para unos valores de θ y φ constantes. Sin embargo, en nuestro caso no tenemos una simetría esférica, de manera que debemos calcular las ecuaciones geodésicas para ver si existe tal posibilidad. Si calculamos la ecuación para θ y tomamos θ y φ constantes, llegamos a:

$$f(r)\dot{t}^2 = \dot{r}^2/f(r). \quad (29)$$

Esta ecuación da las geodésicas nula radiales, de manera que para tener geodésicas puramente radiales, éstas necesariamente tienen que ser de género luz.

IV. ESTRUCTURA CAUSAL DE LOS AGUJEROS NEGROS ACELERADOS

Una vez obtenidos los resultados anteriores, estamos en disposición de determinar la estructura causal del espacio-tiempo de los agujeros negros acelerados, y construir su diagrama de Penrose. En primer lugar vamos a reobtener el diagrama de Penrose del caso $2mA < 1$ que se encuentra en la literatura [8]. Posteriormente, obtendremos el diagrama para $2mA > 1$ y los compararemos. Además, también estudiaremos un caso sencillo con $m < 0$.

De forma general, para obtener estos diagramas de Penrose, debemos encontrar unas coordenadas en las que las geodésicas nulas estén a 45 grados, donde la métrica sea regular en los horizontes, y el infinito conforme se traiga a un valor finito de las coordenadas. Para ello empezamos definiendo de nuevo la coordenada tortuga r^* tal que $dr^* = dr/fr$, obteniendo:

$$r^* = \frac{1}{2\kappa_0} \log |1+Ar| \mp \frac{1}{2\kappa_A} \log |1-Ar| \pm \frac{1}{2\kappa_E} \log |r-2m|, \quad (30)$$

donde el signo superior corresponde al caso $2mA < 1$ y el inferior a $2mA > 1$, $\kappa_A, \kappa_E > 0$ son las gravedades superficiales en los horizontes, y

$$\kappa_0 = A(1 + 2Am). \quad (31)$$

A partir de la coordenada tortuga definimos las coordenadas nulas de Eddington-Finkelstein u y v , que avanzan siempre hacia el futuro [5]:

$$u = t - r^*, \quad v = t + r^*. \quad (32)$$

En términos de estas coordenadas la métrica resulta:

$$ds^2 = \frac{1}{\Omega(r, \theta)^2} \left\{ -f(r) du dv + r^2 d\tilde{\Omega}^2 \right\}, \quad (33)$$

donde r está relacionada con u y v a través de (30) y (32), y $d\tilde{\Omega}^2$ es la parte angular de la métrica. A partir de este punto, debemos encontrar coordenadas nulas en las que la métrica sea regular en los horizontes. Esto debemos hacerlo para cada horizonte por separado, de modo que obtendremos un diagrama para cada horizonte, que se podrán unir en uno solo al final. Los diagramas se corresponderán a secciones $\theta, \varphi = \text{cte}$, que aunque no son totalmente geodésicos, sí son válidos para geodésicas nulas. En lo que sigue sólo escribiremos la parte radial de la métrica.

A. Agujero negro subacelerado, $2mA < 1$

Empezaremos regularizando el horizonte de eventos del caso $2mA < 1$. Para ello utilizamos unas coordenadas similares a las de Kruskal-Szeckeres que se utilizan para el agujero de Schwarzschild [5]. Nos situamos en $r_E < r < r_A$, donde $f(r) > 0$ y definimos unas coordenadas

nulas u' y v' de la siguiente forma para este caso:

$$u'_E = -\kappa_E^{-1} e^{-u\kappa_E} \quad v'_E = \kappa_E^{-1} e^{v\kappa_E}, \quad (34)$$

donde la elección de signos en el exponente es tal que se anulen en el horizonte, y el signo de la coordenada se escoge para que crezcan hacia el futuro. Como ejemplo de que la métrica radial queda regular en el horizonte, mostramos como queda explícitamente en este caso:

$$ds^2 = \frac{-h(r)}{r^2 \Omega(r, \theta)^2} du'_E dv'_E, \quad (35)$$

$$h(r) = (1 - A^2 r^2) (1 - Ar)^{\frac{1}{4}(\frac{1}{Am} + 2)} (Ar + 1)^{\frac{1}{2} - \frac{1}{4Am}}, \quad (36)$$

de modo que es perfectamente regular en el horizonte de eventos $r_E = 2m$ (pero no en $r_A = 1/A$ pues no es el que estamos tratando). Fuera de este horizonte tenemos $u'_E < 0$ y $v'_E > 0$. Por otra parte, las geodésicas nulas radiales parametrizadas por u'_E o v'_E acaban su recorrido para un parámetro afín finito. Por tanto podemos realizar una extensión de u'_E y v'_E desde $-\infty$ hasta $+\infty$, de modo que tendremos cuatro regiones. Estas regiones están asociadas con las regiones I, II, III, y IV que veremos en el diagrama de Penrose de la figura 3.

A partir de u'_E y v'_E podemos definir las coordenadas r y t en las cuatro zonas mencionadas como:

$$u'_E v'_E = -(\kappa_E)^{-2} e^{2\kappa_E r^*(r)}, \quad (37)$$

$$t = (2\kappa_E)^{-1} \log |v'_E / u'_E|. \quad (38)$$

Con ellas podremos ver en el diagrama las curvas a $r = \text{cte}$ o $t = \text{cte}$. Puesto que tenemos coordenadas nulas, las geodésicas quedan a 45 grados. Falta traer el infinito a un valor finito de las coordenadas. Para ello utilizamos las coordenadas:

$$\tilde{u}_E = \arctan(\kappa_E u'_E), \quad \tilde{v}_E = \arctan(\kappa_E v'_E). \quad (39)$$

A partir de estas coordenadas y las definiciones anteriores de r y t , podemos representar finalmente el diagrama. Los conos de luz vienen dados por las geodésicas nulas $\tilde{u}_E = \text{cte}$ y $\tilde{v}_E = \text{cte}$. En la figura 3 tenemos en azul los ejes para estas dos coordenadas. Tal como se han obtenido están orientadas hacia el futuro, de modo que existe una coordenada global (en estas regiones, es decir, para $r < r_A$) de tipo tiempo $T = \frac{1}{2}(\tilde{u} + \tilde{v})$ representada por el eje de ordenadas, y una coordenada global de tipo espacio $R = \frac{1}{2}(\tilde{v} - \tilde{u})$ en el eje de abscisas. Para obtener las otras partes del diagrama debemos repetir el proceso en el horizonte de aceleración.

Para el horizonte de aceleración definimos las coordenadas de tipo Kruskal-Szeckeres como:

$$u'_A = \kappa_A^{-1} e^{u\kappa_A}, \quad v'_A = -\kappa_A^{-1} e^{-v\kappa_A}, \quad (40)$$

y para traer el infinito a un valor finito utilizamos unas coordenadas $\tilde{u}_A$ y $\tilde{v}_A$ definidas de forma análoga a (39).

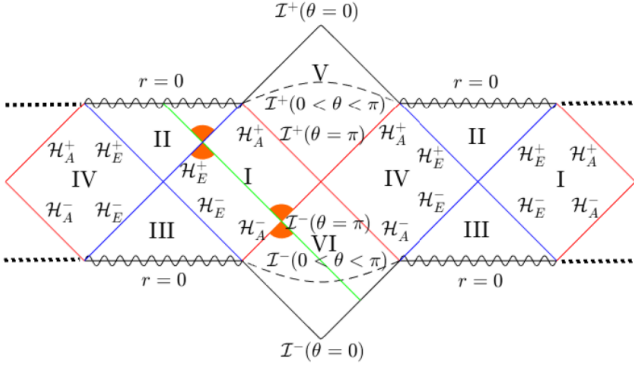


Figure 3. Diagrama de Penrose del agujero negro acelerado con $2mA < 1$, para unas coordenadas angulares constantes. El infinito conforme depende de θ , pero el diagrama es invariante respecto a φ .

Los ejes de las coordenadas nulas para este caso son las representadas por líneas rojas. Por otra parte, definimos las coordenadas r y t como:

$$u'_A v'_A = -(\kappa_A)^{-2} e^{-2\kappa_A r^*(r)}, \quad (41)$$

$$t = (2k_A)^{-1} \log |u'_A/v'_A|, \quad (42)$$

que son expresiones válidas en las regiones I, IV, V y VI. La región I que se obtiene en este caso coincide con la región I para el horizonte de eventos, por lo que los dos diagramas se deben solapar en esta zona. Además, la región IV también se corresponde con la IV del caso anterior. Es por ello que se pueden concatenar de forma infinita, tal como hemos representado en la figura 3.

Hemos comentado que estos diagramas los realizamos para valores constantes de los ángulos. El infinito conforme se alcanza para $r = -(A \cos \theta)^{-1}$, por lo que depende de θ . Para $\theta = \pi$ se alcanza justo en el horizonte de aceleración, de modo que no habría regiones V y VI. Para $0 < \theta < \pi$ se alcanza para un valor de $r_A < r \leq \infty$ ó $-\infty < r < -r_A$, ya que vimos previamente que la coordenada r se podía extender a valores negativos. En este caso se obtiene una curva para el infinito conforme que cierra las regiones V y VI antes de formar la estructura de diamante. Finalmente, para $\theta = 0$, el infinito conforme se sitúa en $r = -r_A$, cerrando con forma de diamante.

En el diagrama hemos representado una geodésica nula en verde que parte del infinito conforme en el pasado, cruza el horizonte de aceleración pasado y el horizonte de eventos futuro, y termina en la singularidad $r = 0$. Puesto que las líneas que representan los horizontes están inclinadas 45 grados, los conos de luz nos muestran que una vez que se cruzan no se puede volver atrás. En la región VI dada la forma de las líneas $r = \text{cte}$ vemos que un observador estaría obligado a moverse hacia el horizonte de aceleración y cruzarlo. En la región I $f(r) > 0$, y por tanto la coordenada r es de tipo espacio, y un observador podría permanecer entre ambos horizontes de manera similar a la región exterior al agujero negro de

Schwarzschild. En la región II, dentro del agujero negro tras cruzar el horizonte de eventos ocurre lo mismo que en el caso del espaciotiempo de Schwarzschild, y por tanto todo observador estaría obligado a moverse hacia la singularidad en $r = 0$. Sin embargo, esta discusión debemos tomarla con cuidado, pues hemos visto que los observadores de tipo tiempo no pueden ser geodésicos para $\theta, \varphi = \text{cte}$, y por tanto su movimiento podría salirse del diagrama hacia otras secciones de ángulos constantes. En [8] pueden encontrarse diagramas de Penrose 3D que permiten estudiar la dependencia con el ángulo θ . Tenemos también un agujero blanco en III, y la zona V en la que las geodésicas nulas salen a través del horizonte de aceleración para llegar obligatoriamente al infinito conforme. La región IV es similar a la región I.

Como ya comentamos en la introducción, muchas de estas zonas aparecen debido a que no estamos considerando la formación del agujero negro por colapso. Para entender mejor la física de estos objetos, será necesario estudiar en trabajos posteriores la estructura causal de agujeros negros acelerados formados por colapso gravitacional de estrellas. Entonces deberíamos poder ver si las regiones de mayor relevancia física son la II y la V, que se encuentran en el futuro de la región I. Así, un observador en la región I puede o bien entrar dentro del agujero negro hasta la singularidad, o cruzar el horizonte de aceleración y alejarse infinitamente del agujero negro, sin poder volver a mandar una señal hacia un observador que no ha cruzado tal horizonte, como ocurre cuando tenemos un observador acelerado.

B. Agujero negro superacelerado, $2mA > 1$

Para este caso, realizamos un proceso similar al anterior. Empezamos de nuevo en la zona entre horizontes, $r_A < r < r_E$, y regularizamos el horizonte de dentro, en este caso el de aceleración, mediante las coordenadas $u'_A = -\kappa_A^{-1} \exp(-u\kappa_A)$ y $v'_A = \kappa_A^{-1} \exp(v\kappa_A)$. Por otra parte, el horizonte de eventos se regulariza con $u'_E = \kappa_E^{-1} \exp(u\kappa_E)$ y $v'_E = -\kappa_E^{-1} \exp(-v\kappa_E)$. Extendiendo las coordenadas a toda la recta real y llevando a cabo una compactificación conforme con unos cambios de coordenadas similares a (39), obtenemos los diagramas para cada horizonte, y concatenándolos, obtenemos el diagrama de Penrose de la figura 4.

Para ver las curvas de r y t constantes, definimos estas coordenadas a partir de u' y v' . Para las regiones circundantes al horizonte de aceleración tenemos:

$$u'_A v'_A = -(\kappa_A)^{-2} e^{2\kappa_A r^*(r)}, \quad (43)$$

$$t = (2k_A)^{-1} \log |v'_A/u'_A|, \quad (44)$$

mientras que cerca del horizonte de eventos:

$$u'_E v'_E = -(\kappa_E)^{-2} e^{-2\kappa_E r^*(r)}, \quad (45)$$

$$t = (2k_E)^{-1} \log |u'_E/v'_E|. \quad (46)$$

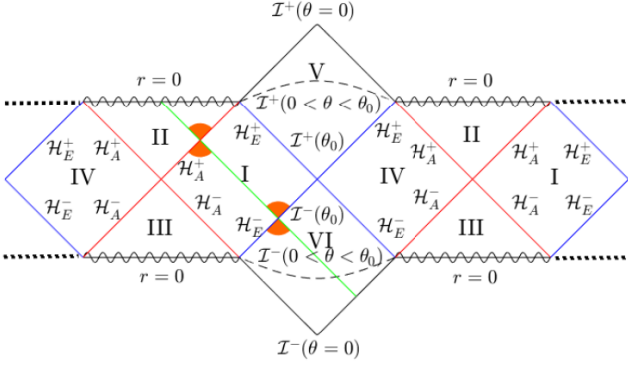


Figure 4. Diagrama de Penrose del agujero negro acelerado con $2mA > 1$, para unas coordenadas angulares constantes. El infinito conforme depende de θ , pero el diagrama es invariante respecto a φ .

Podemos ver que el diagrama es similar al del caso subacelerado con $2mA < 1$. La diferencia está en que el horizonte de eventos (línea azul) se intercambia el papel con el horizonte de aceleración (línea roja), y que mientras que antes para $\theta = \pi$ se alcanzaba el infinito conforme en el horizonte de aceleración, ahora el valor máximo de θ es el θ_0 que hace singular la métrica, situando el infinito conforme en el horizonte de eventos como se podía ver en la figura 2(c). Ambos horizontes juegan el papel de punto de no retorno como en el caso anterior, y aunque se intercambien, la discusión para la estructura causal en cada una de las zonas es la misma. Además, puesto que $f(r) \neq 0$ para $r = -r_E$, de nuevo para $\theta = 0$ se alcanza el infinito conforme en $r = -r_A$.

Puesto que estamos representando secciones con $\theta = \text{cte}$ no se observa la presencia de la singularidad desnuda en $\theta = \theta_0$. Sin embargo, debemos tenerla en cuenta, pues puede afectar a la predictibilidad de los eventos en el espaciotiempo, y por tanto el espaciotiempo no sería globalmente hiperbólico.

C. Agujero negro acelerado con $m < 0$

En el agujero negro de Schwarzschild tener $m < 0$ hace desaparecer el horizonte de eventos, de modo que la singularidad queda desnuda, afectando a la predictibilidad en todo el espaciotiempo. En este apartado queremos ver cómo al acelerar el agujero negro se protege la singularidad, de manera que tengamos regiones globalmente hiperbólicas en la que los eventos sean totalmente predecibles a partir de unas condiciones iniciales.

Vamos a tomar $2mA < 1$ por simplicidad, de modo que no aparezca la singularidad de $g(\theta) = 0$. Al tener $m < 0$, desaparece el horizonte de eventos, de modo que sólo tenemos el horizonte de aceleración. Para obtener el diagrama de Penrose, simplemente es necesario cambiar m por $-|m|$ en los cálculos para el horizonte de aceleración con $2mA < 1$. Así, obtenemos el diagrama de la figura 5. Vemos que el infinito conforme en este caso de-

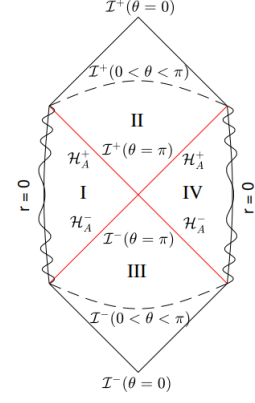


Figure 5. Diagrama de Penrose del agujero negro acelerado con $2mA < 1$ y $m < 0$, para unas coordenadas angulares constantes. El infinito conforme depende de θ , pero el diagrama es invariante respecto a φ .

pende de nuevo de θ_0 de la misma forma que el diagrama de la figura 3.

Podemos ver que en este caso la singularidad $r = 0$ es temporal (se representa por una línea vertical en lugar de horizontal), por lo que un observador en la zona I o IV dentro del agujero negro no está obligado a ir hacia ella (la coordenada r es de tipo espacio). Esta singularidad está desprotegida en las regiones I y IV, por lo que afecta a la predictibilidad, pues cualquier punto en esta zona se verá afectado por la información que provenga de la singularidad. Por otro lado, las regiones II y III están protegidas por el horizonte de aceleración. Por tanto, en este horizonte tenemos también un horizonte de Cauchy, de modo que a partir de él todo punto del espaciotiempo está completamente determinado por las condiciones iniciales que se den sobre una hipersuperficie que cubra el espacio, ya sea hacia el futuro o hacia el pasado. Entonces, para $r > r_A$ tenemos hiperbolicidad global, y la estructura causal es igual que en el caso $m > 0$.

Finalmente, queremos mencionar que el espaciotiempo del agujero negro acelerado con masa negativa es equivalente al espaciotiempo que describiría la C-métrica con $m > 0$ en la región que va desde el infinito conforme hasta $r = 0^-$, la cual no tiene ninguna relación con el agujero negro acelerado que estudiamos previamente, que partía en $r = 0^+$. Para ver esta equivalencia bastaría realizar el cambio de variable $r \rightarrow -r$, $\theta \rightarrow \pi - \theta$ y volver a considerar la coordenada r desde 0^+ hasta el infinito conforme, de modo que se obtiene la métrica con $m < 0$.

V. CONCLUSIONES

Hemos estudiado las propiedades de la C-métrica, que describe el espaciotiempo de agujeros negros acelerados. En ella encontramos una singularidad cónica asociada a una cuerda cósmica responsable de la aceleración. También hemos visto que esta métrica posee tanto un

horizonte de eventos asociado al hecho de tener un agujero negro, como un horizonte de aceleración, así como un factor conforme que marca el fin del espaciotiempo.

Mientras que en la literatura se suele restringir el valor de la aceleración tal que $2mA < 1$, hemos permitido tomar a la aceleración cualquier valor en nuestro trabajo. Así, hemos estudiado la singularidad que aparece para cierto valor de la coordenada angular $\theta = \theta_0$ cuando $2mA > 1$, observando que se trata de una singularidad esencial de la métrica, y por tanto la coordenada θ acaba su recorrido en ese valor.

Hemos obtenido que las geodésicas puramente radiales sólo pueden ser nulas, y a partir de ellas hemos construido los diagramas de Penrose para agujeros negros acelerados con $2mA < 1$ y $2mA > 1$. En ambos casos la estructura causal es muy similar, con la diferencia de que los horizontes de aceleración y eventos intercambian sus papeles. Además, aparece una singularidad desprotegida para $2mA > 1$ para un ángulo $\pi/2 < \theta_0 < \pi$ que rompe la hiperbolicidad global.

También hemos estudiado el agujero negro acelerado con $m < 0$, observando que la aceleración protege la sin-

gularidad en $r = 0$ a diferencia del caso de Schwarzschild, permitiendo tener regiones con hiperbolicidad global. Además, hemos observado que el espaciotiempo que describiría la C-métrica al otro lado del infinito conforme equivale a este tipo de agujero negro acelerado con masa negativa.

Aunque hemos obtenido la estructura causal a partir de la C-métrica, la relevancia física de algunas regiones que aparecen en sus diagramas de Penrose debe ser estudiada con mayor profundidad, debido a que no hemos considerado la formación dinámica del agujero negro. Por ello, en el futuro sería conveniente estudiar la estructura causal considerando el colapso gravitacional de una estrella para formar el agujero negro acelerado.

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a IPARCOS por la concesión de una beca para la realización del TFM.

-
- [1] J. M. Bardeen, B. Carter, and S. W. Hawking, The Four laws of black hole mechanics, *Commun. Math. Phys.* **31**, 161 (1973).
 - [2] J. D. Bekenstein, Black holes and the second law, *Lett. Nuovo Cim.* **4**, 737 (1972).
 - [3] S. W. Hawking, Black hole explosions, *Nature* **248**, 30 (1974).
 - [4] S. W. Hawking, Particle Creation by Black Holes, in *1st Oxford Conference on Quantum Gravity* (1975) pp. 219–267.
 - [5] S. M. Carroll, *Spacetime and Geometry* (Cambridge University Press, 2019).
 - [6] W. Kinnersley and M. Walker, Uniformly accelerating charged mass in general relativity, *Phys. Rev. D* **2**, 1359 (1970).
 - [7] J. F. Plebanski and M. Demianski, Rotating, charged, and uniformly accelerating mass in general relativity, *Annals Phys.* **98**, 98 (1976).
 - [8] J. B. Griffiths, P. Krtous, and J. Podolsky, Interpreting the C-metric, *Class. Quant. Grav.* **23**, 6745 (2006), arXiv:gr-qc/0609056.
 - [9] M. Appels, R. Gregory, and D. Kubiznak, Thermodynamics of Accelerating Black Holes, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 131303 (2016), arXiv:1604.08812 [hep-th].
 - [10] M. Appels, R. Gregory, and D. Kubiznak, Black Hole Thermodynamics with Conical Defects, *JHEP* **05**, 116, arXiv:1702.00490 [hep-th].
 - [11] K. Hong and E. Teo, A New form of the C metric, *Class. Quant. Grav.* **20**, 3269 (2003), arXiv:gr-qc/0305089.
 - [12] J. B. Griffiths and J. Podolsky, A New look at the Plebanski-Demianski family of solutions, *Int. J. Mod. Phys. D* **15**, 335 (2006), arXiv:gr-qc/0511091.
 - [13] A. Vilenkin, Gravitational Field of Vacuum Domain Walls and Strings, *Phys. Rev. D* **23**, 852 (1981).
 - [14] W. A. Hiscock, Exact Gravitational Field of a String, *Phys. Rev. D* **31**, 3288 (1985).
 - [15] J. R. Gott, III, Gravitational lensing effects of vacuum strings: Exact solutions, *Astrophys. J.* **288**, 422 (1985).
 - [16] F. J. Ernst, Removal of the nodal singularity of the Cmetric, *Journal of Mathematical Physics* **17**, 515 (1976).
 - [17] F. J. Ernst, Generalized Cmetric, *J. Math. Phys.* **19**, 1986 (1978).