

Master en Ingeniería de Sistemas y Control

Proyecto Fin de Master



**Estrategias de Control de Eventos
aplicadas a un UAV**

Autor: Rafael Socas Gutiérrez

Director: Dr. Sebastián Dormido Bencomo

Curso 2012-2013. Convocatoria Junio 2013

Master en Ingeniería de Sistemas y Control

Proyecto Fin de Master

**Estrategias de Control de Eventos
aplicadas a un UAV**

Autor: Rafael Socas Gutiérrez

Director: Dr. Sebastián Dormido Bencomo

Calificación

Autorización

Autorizamos a la Universidad Complutense y a la UNED a difundir y utilizar con fines académicos, no comerciales y mencionando expresamente a sus autores, tanto la memoria de este Proyecto Fin de Master, como el código, la documentación y/o el prototipo desarrollado.

Firmado: **Rafael Socas Gutiérrez 78.605.868 X**

A handwritten signature in blue ink, written in a cursive style. The name 'Rafael Socas' is clearly legible, with 'Gutiérrez' written below it. There are some additional scribbles and a small mark at the bottom right of the signature.

Resumen del Proyecto

Los UAVs (Vehículos Aéreos no Tripulados) están ganando importancia tanto en el campo militar como en el civil donde se utilizan en un gran número de aplicaciones (cartografía, agricultura, hidrología, etc.), además, se prevé que en los próximos años el desarrollo de estas aeronaves tenga un importante crecimiento. Analizando los sistemas de control que gobiernan estos vehículos, encontramos que la mayoría están basados en estrategias de control continuo y sus arquitecturas evolucionando desde un sistema punto a punto a una estructura en Bus, donde los recursos de transmisión son compartidos por todos los componentes del sistema.

Dado que la arquitectura típica de los UAVs estará basada en Bus (Control en Red NCS), planteamos en este proyecto aplicar estrategias de control de eventos al guiado y estabilización de estas aeronaves con el objetivo de:

- Desarrollar un sistema de control que haga un uso eficiente del Bus apoyándonos en que esta es una de las ventajas innatas del control de eventos.
- Aportar nuevas ideas y madurar las estrategias de eventos aplicadas al control de aeronaves ya que son metodologías poco desarrolladas en este tipo de aplicaciones.

Abstract

UAVs (Unmanned Aerial Vehicles) are gaining importance in military and civilian industry where they are used in a large number of applications (mapping, agriculture, hydrology, etc.), on the other hand, is expected in the coming years that the development of these aircrafts will have significant growth. Analyzing the control systems of these vehicles, we found that the vast majority are based on continuous control strategies and its architectures are evolving from a point to point system to a network structure, where network resources are shared by all system components.

Since the typical architecture of the UAV will be based on Bus (NCS Networked Control Systems), in this project we propose to apply events based control strategies to guide and stabilize these aircraft with the aim of:

- Developing a control system that makes efficient use of the Bus because it is an innate advantage of event based control.
- Providing new ideas, and grow the event based control strategies applied to manage these vehicles, due to, is a methodology few developed in these kind of applications.

Lista de Palabras Clave

UAV, Estrategias de Control Basado en Eventos, Saturación Actuadores, Regiones de Estabilidad.

Índice

Lista de Tablas y Figuras	xvii
1. MOTIVACIÓN Y ALCANCE DEL PROYECTO	1
1.1 Referencias.....	5
2. CONTROL APLICADO A UAVs.....	7
2.1 Historia de los UAVs	7
2.2 Clasificación y aplicaciones de los UAVs	8
2.3 UAV Cranfield A3 Observer	10
2.4 Sistema de navegación y requisitos de control.....	11
2.5 Modelo lineal del UAV	13
2.6 Modelo longitudinal	16
2.7 Modelo lateral	19
2.8 Controlabilidad, observabilidad y estabilidad del modelo.....	21
2.9 Rango de operación de los actuadores	23
2.10 Resumen del capítulo.....	23
2.11 Referencias.....	24
3. ESTRATEGIAS DE CONTROL CONTINUO	25
3.1 Introducción al control continuo.....	25
3.2 Estructura de control state feedback	26
3.3 Diseño de controladores state feedback – Técnicas LQR	27
3.4 Controladores state feedback PI de 2DOF.....	28
3.5 Estructura de control output feedback.....	31
3.6 Diseño de controladores output feedback – Técnicas LQG.....	32
3.7 Controladores output feedback PI de 2DOF	33
3.8 Estabilidad de los controladores continuos	35
3.9 Saturación de los actuadores - Diseño del control anti-windup.....	36

3.10 Resultados de la simulación.....	38
3.10.1 Resultados controlador continuo longitudinal	39
3.10.2 Resultados controlador continuo lateral.....	40
3.11 Resumen del capítulo.....	42
3.12 Referencias.....	43
4. ESTRATEGIAS DE CONTROL DE EVENTOS	45
4.1 Introducción al control de eventos.....	45
4.2 Estructura state feedback basada en eventos.....	48
4.3 Controladores eventos state feedback PI de 2DOF.....	50
4.4 Estructura output feedback basada en eventos.....	52
4.5 Controladores eventos output feedback PI de 2DOF	54
4.6 Estabilidad de los controladores basados en eventos	56
4.7 Saturación de los actuadores – Diseño anti-windup	60
4.8 Resultados de la simulación.....	62
4.8.1 Resultados del controlador eventos longitudinal.....	62
4.8.2 Resultados del controlador eventos lateral.....	64
4.9 Resumen del capítulo	66
4.10 Referencias.....	67
5. COMPARATIVA ESTRATEGIAS DE CONTROL: CONTINUAS vs. EVENTOS	69
5.1 Estrategias de control continuo vs. eventos	69
5.2 Perturbaciones atmosféricas.....	70
5.3 Ruido del sistema y de los sensores	74
5.4 Resultados de la simulación.....	75
5.4.1 Respuesta de los controladores longitudinales (continuos vs. eventos)	81
5.4.2 Respuesta de los controladores laterales (continuos vs. eventos).....	81
5.5 Aportaciones de las estrategias de eventos al control del UAV	83
5.6 Resumen del capítulo	83
5.7 Referencias.....	84
6. ANÁLISIS DE LAS REGIONES DE ESTABILIDAD	85

6.1 Regiones de estabilidad en estrategias de control continuo	85
6.2 Regiones de estabilidad en estrategias de control de eventos	90
6.3 Efectos del control de anti-windup en las ROS.....	93
6.4 Cálculo de las regiones de estabilidad	94
6.4.1 ROS controladores continuos.....	95
6.4.2 ROS controladores de eventos	96
6.4.3 ROS continuas vs. eventos	98
6.5 ROS teóricas vs. experimentales	99
6.6 Resumen del capítulo	101
6.7 Referencias.....	101
7. CONSIDERACIONES SOBRE LA IMPLEMENTACION REAL	103
7.1 Estrategias de control continuo sobre un sistema de tiempo discreto.....	103
7.2 Estrategias de control de eventos sobre un sistema de tiempo discreto.....	105
7.3 Resumen del capítulo	109
7.4 Referencias.....	109
8. CONCLUSIONES Y APORTACIONES DEL PROYECTO	111
9. LINEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS	113
10. BIBLIOGRAFÍA.....	115
11. Lista de siglas, abreviaturas y acrónimos	119
Anexo 1. MAGNITUDES DE LOS SENSORES	121
A1.1 Rumbo magnético y rumbo verdadero	121
A1.2 Ángulos de Tait-Bryan	122
A1.3 Velocidad total respecto al aire	123
A1.4 Altura y altitud.....	124
A1.5 Error de trayectoria	125
Anexo 2. MODELOS SIMULINK DE LOS CONTROLADORES CONTINUOS.....	127
A2.1 Controlador continuo output feedback longitudinal.....	127
A2.2 Controlador continuo output feedback lateral.....	127

Anexo 3. MODELOS SIMULINK DE LOS CONTROLADORES DE EVENTOS	129
A3.1 Controlador eventos output feedback longitudinal.....	129
A3.1.1 Generador de señal de control longitudinal (CIG)	129
A3.1.2 Generador de eventos longitudinal (EG)	130
A3.2 Controlador eventos output feedback lateral.....	130
A3.2.1 Generador de señal de control lateral (CIG).....	131
A3.2.2 Generador de eventos lateral (EG)	131
Anexo 4. MODELOS MATEMÁTICOS DE TURBULENCIA ATMOSFÉRICA	133
A4.1 Modelo de Dryden MIL-F-8785C.....	133
A4.2 Modelo de Dryden MIL-HDBK-1797.....	134
A4.3 Modelo de Von Karman MIL-F-8785C	135
A4.4 Modelo de Von Karman MIL-HDBK-1797	136
Anexo 5. MODELOS SIMULINK DE PERTURBACIÓN ATMOSFÉRICA.....	137
Anexo 6. MODELOS SIMULINK RUIDO DE SENSORES/SISTEMAS	139
A6.1 Modelo ruido variables longitudinales	139
A6.2 Modelo ruido variables longitudinales	140
Anexo 7. PANEL DE INSTRUMENTOS DE NAVEGACIÓN EN SIMULINK.....	143
Anexo 8. CODIGO MATLAB PARA EL CALCULO DE LAS ROS	145
A8.1 Cálculo ROS controlador continuo longitudinal “Con_long.m”	145
A8.2 Cálculo ROS controlador continuo lateral “Con_lat.m”	147
A8.3 Cálculo ROS controlador eventos longitudinal “Eve_long.m”	149
A8.4 Cálculo ROS controlador eventos lateral “Eve_lat.m”	151

Lista de Tablas y Figuras

Figura 1.1: Previsión mercado UAV (fuente Teal Group)	1
Figura 1.2: Estructura punto a punto vs. Bus	1
Figura 1.3: Arquitectura de control de sistemas a través de red (NCS)	2
Figura 2.1: UAV Pioneer Israelí	8
Figura 2.2: UAV Cranfield A3 Observer	10
Figura 2.3: Ejemplo plan de vuelo lateral	12
Tabla 2.1: Ejemplo plan de vuelo longitudinal	12
Figura 2.4: Variables dinámicas	13
Figura 2.5: Efecto de los actuadores	14
Figura 2.6: Sistema MIMO lineal	22
Tabla 2.2: Análisis de controlabilidad, observabilidad y estabilidad	22
Tabla 2.3: Rangos de operación de los actuadores	23
Figura 3.1: Estructura state feedback	27
Figura 3.2: Diseño controladores LQR	28
Figura 3.3: Estructura state feedback PI 2DOF	29
Figura 3.4: Diseño controladores LQR-acción integral	30
Figura 3.5: Estructura output feedback	31
Figura 3.6: Diseño observador de Kalman	33
Figura 3.7: Estructura output feedback PI 2DOF	34
Figura 3.8: Estructura genérica de control continuo	35
Figura 3.9: Estructura state feedback PI 2DOF con AWC	37
Figura 3.10: Estructura output feedback PI 2DOF con AWC	37
Figura 3.11: Cálculo de las constantes de anti-windup	38
Figura 3.12: Cambios consigna para los controladores continuos longitudinales	39
Figura 3.13: Respuesta controlador continuo output feedback longitudinal	40
Figura 3.14: Cambios consigna controladores continuos laterales	41
Figura 3.15: Respuesta controlador continuo output feedback lateral	41
Figura 3.16: Efectos anti-windup en el controlador continuo longitudinal	42
Figura 3.17: Efectos anti-windup en el controlador continuo lateral	42
Figura 4.1: Sistema de control basado en eventos	46
Figura 4.2: Sistema de eventos	47
Figura 4.3: Sistema de tiempo discreto	47

Figura 4.4: Arquitectura state feedback basada en eventos.....	48
Figura 4.5: Generador de señal de control (SIG)	49
Figura 4.6: Generador de eventos (EG).....	50
Figura 4.7: SIG de la estructura state feedback	51
Figura 4.8: EG de la estructura state feedback	51
Figura 4.9: Arquitectura output feedback basada en eventos.....	52
Figura 4.10: CIG estructura output feedback	53
Figura 4.11: EG estructura output feedback.....	54
Figura 4.12: CIG del controlador output feedback PI de 2 DOF	55
Figura 4.13: EG del controlador output feedback PI de 2 DOF	55
Figura 4.14: Modelo controlador continuo	56
Figura 4.15: Modelo controlador eventos	57
Figura 4.16: Error de aproximación.....	58
Figura 4.17: Estructura state feedback con anti-windup.....	61
Figura 4.18: CIG estructura state feedback con anti-windup.....	61
Figura 4.19: Estructura output feedback con anti-windup.....	61
Figura 4.20: CIG estructura output feedback con anti-windup.....	62
Figura 4.21: Cambios consigna para el controlador de eventos longitudinal	63
Figura 4.22: Respuesta controlador eventos output feedback longitudinal.....	64
Figura 4.23: Cambios consigna controlador de eventos lateral	65
Figura 4.24: Respuesta controlador eventos output feedback lateral	65
Figura 4.25: Efectos anti-windup en el controlador de eventos longitudinal	66
Figura 4.26: Efectos anti-windup en el controlador eventos lateral.....	66
Figura 5.1: Estructura de control continuo.....	70
Figura 5.2: Estructura de control de eventos.....	70
Figura 5.3: Intensidad turbulencia para altitudes > 2.000 feet (608m)	73
Figura 5.4: Modelo de generación de turbulencias atmosféricas.....	74
Figura 5.5: DEP de ruido blanco	75
Figura 5.6: DEP ruido blanco limitado en banda	75
Figura 5.7: Arquitectura genérica del sistema de navegación	76
Figura 5.8: Cambios de consigna longitudinal con pendiente.....	77
Figura 5.9: Cambios de consigna lateral con pendiente.....	77
Figura 5.10: Turbulencia atmosférica moderada de 30s de duración	78
Figura 5.11: Ruido de sensores/sistemas variables longitudinales.....	79
Figura 5.12: Ruido de sensores/sistemas variables laterales.....	80
Figura 5.13: Respuesta controladores long.(izq. continuo – dcha. eventos).....	81
Figura 5.14: Respuesta controladores lat.(izq. continuo – dcha. eventos).....	81

Figura 5.15: % ocupación del Bus C. Eventos vs. C. Continuo	83
Figura 6.1: Sistema control continuo state feedback.....	86
Figura 6.2: Región de estabilidad sistema $A+BK$	86
Figura 6.3: Control continuo con saturación de actuadores	87
Figura 6.4: Modelo de actuadores.....	87
Figura 6.5: Región de estabilidad asintótica (ROS).....	88
Figura 6.6: Reformulación de la función de los actuadores	88
Figura 6.7: Controlador PI state feedback con saturación actuadores	89
Figura 6.8: Control eventos con saturación de actuadores	90
Figura 6.9: Controlador PI state feedback de eventos con saturación actuadores	92
Figura 6.10: Estructura anti-windup para el control continuo.....	93
Figura 6.11: Estructura anti-windup para el control de eventos.....	93
Figura 6.12: ROS controlador continuo longitudinal (rojo sin AWC; azul con AWC)....	95
Figura 6.13: ROS controlador continuo lateral (rojo sin AWC; azul con AWC)	96
Figura 6.14: ROS controlador eventos longitudinal (rojo sin AWC; azul con AWC)	97
Figura 6.15: ROS controlador eventos lateral (rojo sin AWC; azul con AWC)	97
Figura 6.16: ROS controlador longitudinal (azul continuo; rojo eventos $\bar{e}=0,1$)	98
Figura 6.17: ROS controlador lateral (azul continuo; rojo eventos $\bar{e}=0,1$)	99
Figura 6.18: ROS longitudinal: exp. (*azul), continua (azul) y eventos $\bar{e}=0,1$ (rojo)....	100
Figura 6.19: ROS lateral: exp. (*azul), continua (azul) y eventos $\bar{e}=0,1$ (rojo)	100
Figura 7.1: Sistema de tiempo discreto.....	104
Figura 7.2: Control de eventos en un sistema de tiempo discreto	106
Figura 7.3: Influencia del muestreo en la generación de eventos.....	107
Figura A1.2: Declinación magnética.....	122
Figura A1.3: Ángulos de Tait-Bryan	122
Figura A1.4: Componentes de la velocidad, ángulo de ataque y deslizamiento	124
Figura A1.5: Definición de altura y altitud.....	124
Figura A1.6: Definición error de trayectoria.....	125
Figura A2.1: Modelo Simulink controlador continuo longitudinal	127
Figura A2.2: Modelo Simulink controlador continuo lateral.....	127
Figura A3.1: Modelo Simulink controlador eventos longitudinal	129
Figura A3.2: Modelo Simulink CIG longitudinal	129
Figura A3.3: Modelo Simulink EG longitudinal	130
Figura A3.4: Modelo Simulink controlador eventos lateral.....	130
Figura A3.5: Modelo Simulink CIG lateral	131
Figura A3.6: Modelo Simulink EG lateral.....	131
Figura A5.1: Modelo de perturbación atmosférica.....	137

Figura A6.1: Modelo ruido sistema/sensores longitudinal	139
Figura A6.2: Modelo ruido sistema/sensores lateral.....	140
Figura A7.1: Panel de instrumentos de navegación	143

1. MOTIVACIÓN Y ALCANCE DEL PROYECTO

Los UAV (Unmanned Aerial Vehicle) están teniendo un desarrollo bastante importante estos últimos años tanto en el campo militar como en el civil, además las previsiones del mercado pronostican que crecerán las inversiones en este campo de forma considerable en la próximos años [Teal, 2011], Figura 1.1

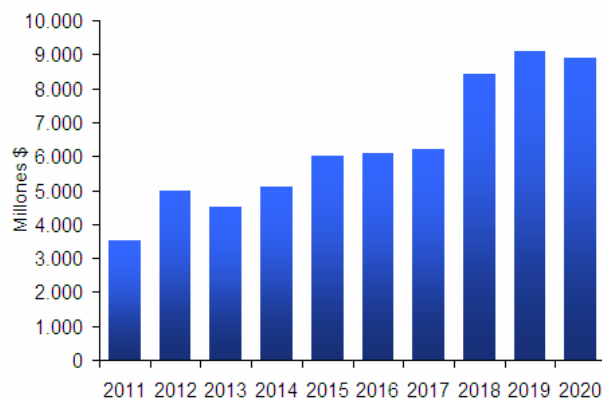


Figura 1.1: Previsión mercado UAV (fuente Teal Group)

Además las arquitecturas de estas aeronaves siguen un desarrollo paralelo al que está teniendo la tecnología electrónica y las redes de comunicación lo que implica que su aviónica está evolucionando de una estructura *punto a punto* a una basada en *Bus* [Shahsavari, 2008], [Lee, 2010] y [Lam, 2009], Figura 1.2

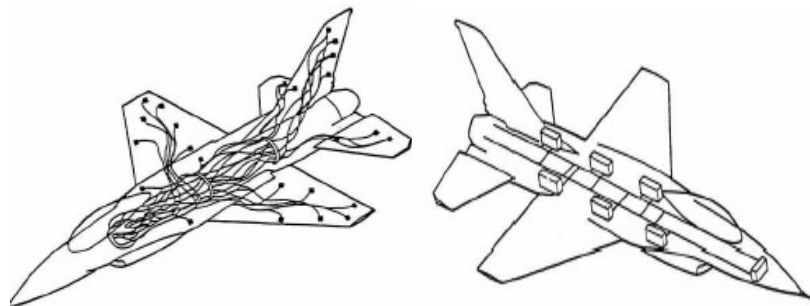


Figura 1.2: Estructura punto a punto vs. Bus

La arquitectura en Bus lleva consigo que los sistemas de control del UAV utilizarán esta red de comunicaciones para interconectar los sensores y actuadores con el sistema de control que los gobierna, por tanto, esta nueva arquitectura aporta ciertas ventajas sobre un sistema de control cableado (punto a punto) como son:

- Modularidad: la conectividad se realiza mediante software y es muy fácil su instalación
- Fácil diagnóstico: el estado de los elementos se puede conocer remotamente a través de la red
- Ahorro en costes de implementación: disminuyen el tiempo y costes del cableado.
- Self configuration: se detectan los elementos de forma automática y se configuran vía software
- Accesibilidad: se puede controlar la planta de forma remota a través de la red IP.

Este nuevo esquema de control se encuadra dentro del concepto de lo que se denomina *control de sistemas a través de redes* (NCS) [Rodríguez, 2013] Figura 1.3.

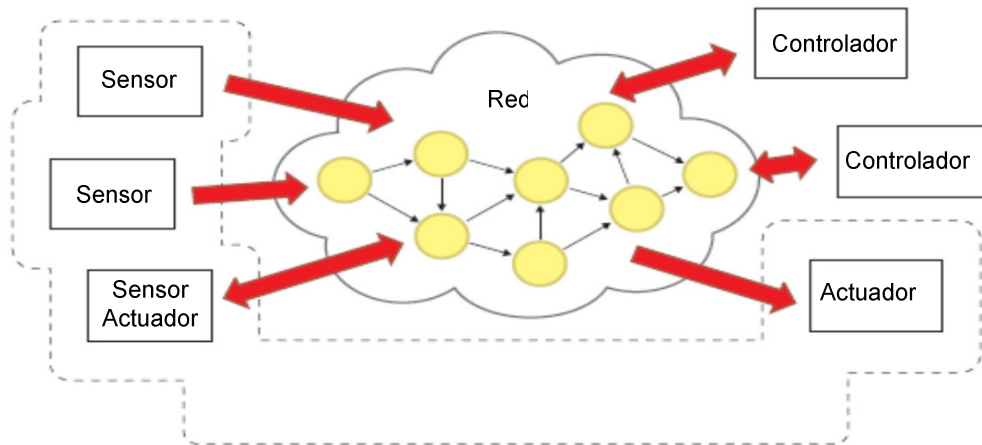


Figura 1.3: Arquitectura de control de sistemas a través de red (NCS)

Con un esquema de control NCS, uno de los recursos principales es el Bus, ya que es el medio que nos permite transportar las señales entre los diferentes elementos del sistema de control (sensores, actuadores y controlador), a su vez y desde el punto de vista del UAV, es el medio por donde se transportarán también la información del

resto de sistema de la aeronave (sistema de navegación, sensores de la misión, sistema de transmisión tierra-aire, etc.).

Por otro lado, si analizamos los sistemas de control de los UAV's nos encontramos que: tras una revisión bastante extensa de las diferentes solución desarrolladas para estos sistemas de control ([Siegwart, 2012],[Beard, 2012], [AISwailem, 2004], [López, 2012], [Pisano, 2009] entre muchos otros), se ha visto que en la inmensa mayoría de los casos se utilizan técnicas de control continuo, las cuales llevan implícito un uso poco eficiente del Bus, ya que, al margen de que haya que enviar información entre los elementos de control (p.e. en régimen estacionario), de forma periódica se envía información entre dichos elementos ocupando el Bus de forma innecesaria.

Como último punto, dentro del marco del control en red, en los últimos años se está desarrollando una actividad investigadora bastante notable sobre la aplicación de estrategias de control de eventos en los sistemas de control en red [Dormido, 2008], [Dormido, 2012], [Lehmann, 2011], [Árzén, 1999] con el objetivo principal de conseguir un ahorro en los recursos de transmisión de la red que se utiliza en el sistema de control.

Llegados a este punto y basándonos en los argumentos anteriores relacionados con los sistemas de control de los UAV's:

- Crecimiento de la importancia en el mercado
- Arquitecturas basadas en red
- Sistemas de control continuo

Nos planteamos como idea novedosa aplicar las **Estrategias de Control de Eventos a los UAV** e investigar sobre las ventajas e inconvenientes que pueden tener estas técnicas de control dentro de esta disciplina.

Al objeto de llevar a cabo la idea anterior, nos marcamos como objetivos principales del proyecto:

- **Aplicar Estrategias de Control de Eventos al problema del UAV**
- **Contrastar el resultado obtenido con una solución clásica basada en control continuo**
- **Investigar sobre la convergencia del problema por el efecto de los actuadores**

Una vez marcados los objetivos, desarrollamos la memoria del proyecto con la siguiente estructura:

Capítulo 2: CONTROL APLICADO A UAV's, se hace una introducción al modelado y requisitos de control de los UAVs, además se presenta el Crandfield A3 Observer que será la aeronave sobre la que desarrollaremos el proyecto.

Capítulo 3: ESTRATEGIAS DE CONTROL CONTINUO, se desarrolla un sistema de control con técnicas clásicas de control continuo (LQR-LQG) que nos sirva de marco de referencia para contrastarlo con el control de Eventos que analizaremos en el capítulo 4.

Capítulo 4: ESTRATEGIAS DE CONTROL DE EVENTOS, aquí se desarrolla la idea principal del proyecto que consiste en aplicar las estrategias de eventos al control del UAV.

Capítulo 5: COMPARATIVA ESTRATEGIAS DE CONTROL: CONTINUAS VS. EVENTOS, se aplica al sistema de control continuo como al de eventos cambios de consigna, ruido de sensores/sistema y efectos de turbulencia atmosférica para contrastar la respuesta de cada uno de los controladores desarrollados y analizar las eficiencias en el Bus del lazo de control.

Capítulo 6: ANÁLISIS DE LAS REGIONES DE ESTABILIDAD, puesto que consideramos en nuestro sistema las limitaciones que imponen los actuadores, abordamos una metodología que permita determinar las regiones de estabilidad de nuestro sistema de forma teórica y las compararemos con los resultados experimentales.

Capítulo 7: CONSIDERACIONES SOBRE UNA IMPLEMENTACIÓN REAL, en el marco del control continuo como en el de control de eventos, capítulo 3 y 4, hemos considerado el tiempo continuo, una implementación real se hará con un sistema de tiempo discreto, según esto, analizaremos los efectos que tienen tanto los muestreadores como los retenedores de orden cero en nuestro sistema.

Capítulo 8: CONCLUSIONES Y APORTACIONES DEL PROYECTO, se describen las conclusiones y las aportaciones de este proyecto en la aplicación de las estrategias de control de eventos en UAV's con arquitecturas en Bus (control NCS).

Capítulo 9: LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURA, por último, se describen las líneas que quedan abiertas relacionadas con las estrategias de control de eventos aplicadas a los UAV's y se presentan nuevas líneas de trabajo en el camino hacia madurar la teorías que sustentan estas metodologías de control

1.1 Referencias

- [Teal, 2011] Teal Group (2011), *World UAV Systems 2011 Market Profile & Forecast*.
- [Shahsavari, 2008] Amin Shahsavari (2008), *Defining a Modular, High Speed and Robust Avionic Architecture for UAV's*, master thesis. Ångström Aerospace Corporation, Luleå University of Technology.
- [Lee, 2010] David W. Lee (2011), *UAV Systems Architectures: The next evolution*. Curtis-Wright Controls Electronic Systems.
- [Lam, 2009] Thanh Mung Lam (2009), *Aerial Vehicles*. In-Tech.
- [Rodríguez, 2013] Francisco Rodríguez (2013), *Control de Sistemas a través de Redes (NCS). Análisis de Estabilidad y Diseño de Controladores basados en el enfoque Lyapunov-Krasvoskii*. Dpto. de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad de Sevilla.
- [Siegwart, 2012] Roland Siegwart (2012), *Unmanned Aircraft Design, Modeling and Control*. ETH Autonomous Systems Lab.
- [Beard, 2012] Randal W. Beard, Timothy W. McLain (2012), *Small Unmanned Aircraft, Theory and Practice*. Princeton University Press.
- [AlSwailam, 2004] Salah I. AlSwailam (2004), *Application of Robust Control in Unmanned Vehicle Flight Control System Design-PhD Thesis*. Cranfield University, Collage of Aeronautics.
- [López, 2012] Juan López (2012), *Diseño, Implementación y prueba técnicas de Control Robusto aplicado a la operación de un UAV. Tesis doctoral*. Universidad Nacional de Educación a Distancia.
- [Pisano, 2009] Danielle Pisano (2009), *Linear Control Design for Osprey UAV Control System Theory Final Project*. Department of Mechanical and Aerospace Engineering, University of Florida.
- [Dormido, 2008] Sebastián Dormido, J. Sánchez, E. Kofman (2008), *Muestreo, control y comunicación basados en eventos*. Revista iberoamericana de automática e informática.
- [Dormido, 2012] Sebastián Dormido (2012), *Fundamentals on event based*

control. Jornadas de automática de Tarrasa.

[Lehmann, 2011] von Daniel Lehmann (2011), *Event-based state-feedback control-PhD Thesis*. Institute of Automation and Computer Control (ATP) Germany.

[Årzén, 1999] Karl-Erik Årzén (1999), *A simple Event-Based PID Controller*. IAFAC World Congress, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology .

2. CONTROL APLICADO A UAVs

Comenzaremos el capítulo con una reseña histórica (apartado 2.1) y clasificación y aplicaciones de los UAV (apartado 2.2), para posteriormente presentar el Cranfield A3 Observer (apartado 2.3), como es su sistema de navegación y requisitos que debe cumplir un sistema de control para esta aeronave (apartado 2.4), seguidamente se presenta sus modelos dinámicos lineales desacoplados en longitudinal y lateral (apartado 2.5, 2.6, 2.7 y 2.8). Por último, se presentan las restricciones que este sistema presenta como cualquier sistema real al tener limitado el rango de actuación de sus actuadores (apartado 2.9).

2.1 Historia de los UAVs

Los Vehículos Aéreos no Tripulados (UAV Unmanned Aerial Vehicle), son aquellas aeronaves que sin piloto a bordo pueden ser controlados a voluntad y que obtienen la tracción necesaria para su vuelo mediante un motor, usualmente de hélice o incluso a reacción.

Aunque la historia de su creación se remonta a conceptos presentados por Leonardo DaVinci, no fue sino hasta 1849 en que fue empleado por primera vez en un conflicto bélico, cuando los austriacos atacan la ciudad de Venecia con globos no tripulados cargados con explosivos. Los resultados, sin ser los esperados, dejaron como precedente el aumento de capacidades a través de estos ingenios recién creados.

Durante la primera guerra mundial, comenzó la experimentación con bombas aéreas no tripuladas, pero no fue hasta la segunda guerra mundial que la construcción de aviones radiocontrolados para la utilización en campos de batallas, se masificó.

En 1950, el Ejército estadounidense se dio cuenta de la importancia y necesidad de una plataforma aérea que entregara información veraz y oportuna que permitiera a su vez a una toma de decisiones correcta y a tiempo. Aunque Estados Unidos utilizó en la guerra de Vietnam plataformas aéreas no tripuladas, fue Israel quien confirmó, durante sus operaciones en el Líbano en 1982, la importancia de contar con este tipo de sistemas.

En la operación Tormenta del Desierto en 1991, la Armada estadounidense utilizó el sistema UAV Pioneer Israelí para suministrar inteligencia a nivel táctico.



Figura 2.1: UAV Pioneer Israelí

En Afganistán durante la operación Paz Duradera el sistema UAV Predator realizó misiones de reconocimiento armado y en el 2003 en Irak atacó objetivos de gran valor para la coalición. Cooperó además con las Fuerzas Especiales al buscar, mantener e informar las posiciones de misiles SCUD.

Aunque inicialmente fueron creados como ingenios para la obtención de información, sus capacidades han aumentado y pueden realizar un sin número de tareas. La concepción actual es la de un sistema sinérgico que permita obtener en tiempo real información útil.

2.2 Clasificación y aplicaciones de los UAVs

Los UAVs, suelen clasificarse según su misión principal en seis tipos diferentes:

- **De blanco:** sirven para simular aviones o ataques enemigos en los sistemas de defensa de tierra o aire.

- **Reconocimiento:** enviando información militar. Entre estos destacan los MUAV (Micro Unmanned Aerial Vehicle).
- **Combate (UCAV):** para combatir y llevar a cabo misiones que suelen ser muy peligrosas.
- **Logística:** diseñados para transportar carga.
- **Investigación y desarrollo:** en ellos se prueban e investigan los sistemas en desarrollo.
- **UAV comerciales y civiles:** diseñados para propósitos civiles.

Por otro lado, si tenemos en cuenta su alcance y techo de servicio, nos encontramos la siguiente clasificación:

- **Handheld:** 2.000 pies de altitud y 2 km de alcance.
- **Close:** 5.000 pies de altitud y hasta 10 km de alcance.
- **NATO:** 10.000 pies de altitud y hasta 50 km de alcance.
- **Tactical:** 18.000 pies de altitud y hasta 160 km de alcance.
- **MALE (medium altitude, long endurance):** hasta 30.000 pies de altitud y un alcance de unos 200 km.
- **HALE (high altitude, long endurance):** sobre 30.000 pies de techo y alcance indeterminado.
- **HYPERSONIC:** alta velocidad, supersónico (Mach 1-5) o hipersónico (Mach 5+), unos 50.000 pies de altitud o altitud suborbital, alcance de 200 km.
- **ORBITAL:** en órbitas bajas terrestres (Mach 25+).
- **CIS Lunar:** viaja entre la Luna y la Tierra.

Respecto a las aplicaciones, tienen aparte de los usos militares, un gran abanico de aplicaciones en el campo civil como son:

- **Cartografía:** realización de ortofotomapas y de modelos de elevaciones del terreno de alta resolución.
- **Agricultura:** gestión de cultivos.
- **Servicios forestales:** seguimiento de las áreas boscosas, control de incendios.

- **Geología.**
- **Hidrología.**
- **Medio ambiente:** estado de la atmósfera.
- **Control de obras** y evaluación de su impacto.
- **Planificación urbanística.**
- **Gestión del patrimonio.**

2.3 UAV Cranfield A3 Observer

El Cranfield A3 Observer [AISwailem, 2004] es un UAV diseñado como parte del sistema ISTAR (Intelligence, Surveillance, and Tactical Reconnaissance) del Ministerio de defensa de UK.

La célula consiste en un fuselaje en forma de bala que lleva incrustado el motor en la parte trasera, con unas alas en delta y winglets en los extremos, el timón de dirección en la aleta central, un par de elevadores en la parte final del ala y otro par de alerones en los winglets.



Figura 2.2: UAV Cranfield A3 Observer

La estabilización, la navegación y el control se hacen con un sistema multiprocesador que ejecuta los algoritmos de control y navegación de forma autónoma basada en comandos o planes de vuelo pre-programados o enviados desde

la estación de tierra en tiempo real. Todo el sistema se completa con un conjunto de sensores (actitud, giróscopos, datos del aire y GPS) a bordo del UAV

Los sensores que lleva instalado el UAV son capaces de medir las siguientes magnitudes:

- Magnetómetro: rumbo magnético.
- Giróscopo vertical: ángulo de pitch y yaw.
- Giróscopo de velocidad: velocidades angulares P, Q, R.
- Sensor de velocidad del aire: Velocidad total respecto al aire.
- Sensor de presión barométrica: Altitud.
- RPM del motor.
- GPS: Altitud, rumbo verdadero, posición 3D y error de trayectoria.

En el Anexo 1 se explican con detalle el significado de cada una de las magnitudes que miden los diferentes sensores de UAV

2.4 Sistema de navegación y requisitos de control

El sistema de navegación del A3 Observer se basa en el seguimiento de un plan de vuelo el cual consta de una ruta lateral compuesta de waypoints que se complementa con unas variables longitudinales de velocidad (u) y altitud (h).

Cada tramo de ruta es definido por una par de waypoints que debe ser sobrevolado a una velocidad u y a una altitud h determinada tal y como se muestra en el siguiente ejemplo de la Figura 2.3 y Tabla 2.1



Figura 2.3: Ejemplo plan de vuelo lateral

Ruta	$u(m/s)$	$h(m)$
A→B	35	1.000
B→C	30	1.150
C→D	45	1.200
D→E	40	1.100

Tabla 2.1: Ejemplo plan de vuelo longitudinal

Por tanto, observamos que el UAV debe seguir un plan de vuelo definido por tramos de ruta entre waypoints a unas determinadas velocidades y altitudes, para que pueda seguir esta ruta, el sistema de control debe dar órdenes al conjunto de cuatro actuadores que dispone la aeronave que son:

- Palanca de gases
- Timón de profundidad
- Alerones
- Timón de dirección

Las órdenes que reciben los actuadores serán tanto para seguir los diferentes tramos de ruta programados en el plan de vuelo como para compensar las diferentes

perturbaciones que sufrirá el UAV causadas por turbulencias meteorológicas como por el ruido propio del sistema y del conjunto de sensores.

Resumiendo, se debe diseñar un sistema de control que permita al UAV seguir un plan de vuelo constituido mediante waypoints y variables longitudinales de velocidad y altitud a la vez que debe tener la suficiente robustez como para amortiguar las perturbaciones atmosféricas y de ruido propias del sistema y sensores.

2.5 Modelo lineal del UAV

Cualquier aeronave puede modelarse mediante un sistema dinámico no lineal de 6 DOF (grados de libertad) [Beard, 2012] el cual estará regido por las ecuaciones de la dinámica clásica (2ª Ley de Newton)

$$\sum \bar{F} = \frac{d}{dt}(m\bar{V}) \quad [2.1]$$

$$\sum \bar{M} = \frac{d}{dt}(I\bar{\omega}) \quad [2.2]$$

Si tenemos en cuenta el sistema de referencia de ejes del cuerpo de la aeronave, podemos definir las velocidades lineales (U , V , W), velocidades angulares (P , Q , R), las fuerzas (X , Y , Z), los momentos (L , M , N) además de los ángulos de Tait-Bryan (ϕ , θ , ψ)

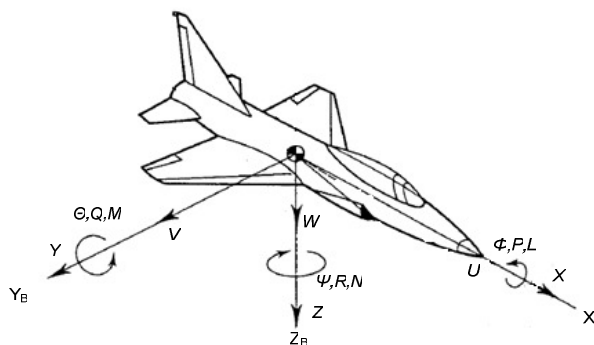


Figura 2.4: Variables dinámicas

Según la definición anterior podemos plantear las ecuaciones dinámicas del sistema para las fuerzas:

$$X = m(\dot{U} + QW - RV + g \sin \theta) \quad [2.3]$$

$$Y = m(\dot{V} + RU - PW - g \cos \Theta \sin \Phi) \quad [2.4]$$

$$Z = m(\dot{W} + PV - QU - g \cos \Theta \cos \Phi) \quad [2.5]$$

Y para los momentos

$$L = \dot{P}I_x - I_{xz}(\dot{R} + PQ) + (I_z - I_y)QR \quad [2.6]$$

$$M = \dot{Q}I_y - I_{xz}(P^2 - R^2) + (I_x - I_z)PR \quad [2.7]$$

$$N = \dot{R}I_z - I_{xz}\dot{P} + PQ(I_y - I_x) + I_{xz}QR \quad [2.8]$$

Si además incluimos el efecto de los actuadores (palanca de gases δt , timón de profundidad δe , alerones δa y timón de dirección δr) cuyos efectos sobre las aceleraciones quedan descritos por las ecuaciones [2.9], [2.10] y [2.11], y para los momentos mediante [2.12], [2.13] y [2.14].

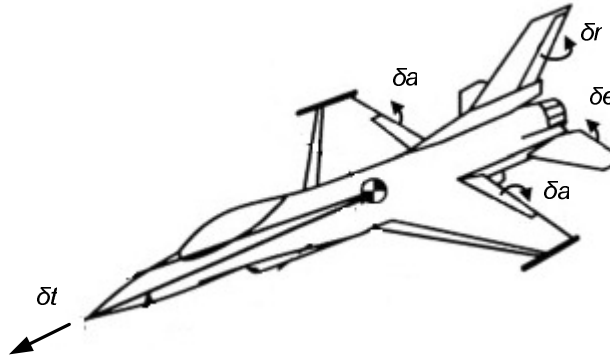


Figura 2.5: Efecto de los actuadores

$$\frac{X}{m} = X_u(U - U_0) + X_w W + X_{\delta e} \delta_e + X_{\delta t} \delta_t \quad [2.9]$$

$$\frac{Y}{m} = Y_v V + Y_{\delta a} \delta_a + Y_{\delta r} \delta_r \quad [2.10]$$

$$\frac{Z}{m} = Z_u(U - U_0) + Z_w W + Z_{\delta e} \delta_e + Z_{\delta t} \delta_t \quad [2.11]$$

$$L = I_x(L_v V + L_p P + L_r R + L_{\delta a} \delta_a + L_{\delta r} \delta_r) \quad [2.12]$$

$$M = I_y(M_u(U - U_0) + M_w W + M_{\dot{w}} \left[\frac{Z}{m} - PV + QU + g \cos \Theta \cos \Phi - g \right] + M_Q Q + M_{\delta e} \delta_e + M_{\delta t} \delta_t) \quad [2.13]$$

$$N = I_z(N_v V + N_p P + N_r R + N_{\delta a} \delta_a + N_{\delta r} \delta_r) \quad [2.14]$$

Por tanto, el modelo que estamos analizando se trata de un modelo dinámico no lineal con 6 DOF, este modelo es bastante complejo de tratar por lo que, nos apoyaremos para analizar el comportamiento del UAV y el diseño de los sistemas de control, de un modelo linealizado en torno a un punto de equilibrio. Dado que todo nuestro desarrollo estará basado sobre este modelo lineal, posteriormente habría que contrastar los resultados aquí obtenidos con el modelo real o simular el comportamiento del sistema de control con un modelo no lineal del UAV.

Partiendo de un modelo no lineal descrito por variables de estado de la forma [2.15] y [2.16]

$$\dot{x} = f(x, u) \quad [2.15]$$

$$y = g(x, u) \quad [2.16]$$

donde x es el vector de estado, u las entradas (actuadores del UAV) e y el vector de salida (variables que miden los sensores)

si tomamos un punto de equilibrio en estado estacionario [Martínez, 2010]

$$\dot{x}_0 = f(x_0, u_0) \quad [2.17]$$

$$y_0 = g(x_0, u_0) \quad [2.18]$$

aplicando el modelo de pequeña perturbación

$$x = x_0 + \delta x \quad [2.19]$$

$$u = u_0 + \delta u \quad [2.20]$$

$$\dot{x} = \dot{x}_0 + \delta \dot{x} + \dot{u}_0 + \delta \dot{u} = f(x_0 + \delta x, u_0 + \delta u) \quad [2.21]$$

$$y = y_0 + \delta y = g(x_0 + \delta x, u_0 + \delta u) \quad [2.22]$$

desarrollando en serie de Taylor (Jacobiano) y tomando el primer termino, nos queda un modelo lineal del sistema [2.30] y [2.31]

$$\dot{x} = f(x_0, u_0) + \frac{\partial f}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f}{\partial u} \delta u + \dots \quad [2.23]$$

$$\delta \dot{x} = \frac{\partial f}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f}{\partial u} \delta u = A \delta x + B \delta u \quad [2.24]$$

$$y = g(x_0, u_0) + \frac{\partial g}{\partial x} \delta x + \frac{\partial g}{\partial u} \delta u + \dots \quad [2.25]$$

$$\delta y = \frac{\partial g}{\partial x} \delta x + \frac{\partial g}{\partial u} \delta u = C \delta x + D \delta u \quad [2.26]$$

$$\dot{\delta x} = A\delta x + B\delta u \quad [2.27]$$

$$\delta y = C\delta x + D\delta u \quad [2.28]$$

si hacemos el cambio de notación

$$x = \delta x, u = \delta u, y = \delta y \quad [2.29]$$

nos queda el modelo lineal de la forma siguiente:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad [2.30]$$

$$y = Cx + Du \quad [2.31]$$

En la mayoría de los modelos linealizados en torno a un punto de equilibrio, el acoplamiento entre la dinámica longitudinal y lateral es despreciable, por tanto, podemos dividir el modelo dinámico lineal en dos modelos independientes:

- Modelo longitudinal
- Modelo lateral

cada uno de los cuales puede ser controlado de forma independiente sin que haya interacción entre ellos, simplificando significativamente el problema de control. Por otro lado, los cuatro mandos de control que dispone la aeronave también actúan de forma independiente en cada uno de estos modos desacoplados, es decir, gases y timón de profundidad para el modo longitudinal y alerones y timón de dirección para el lateral. A continuación se describen con detalle los modelos lineales longitudinal y lateral del UAV A3 Observer.

2.6 Modelo longitudinal

El modelo longitudinal del A3 Observer se caracteriza por un vector estados compuesto por las siguientes variables perturbadas:

$$x = \begin{Bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \\ h \\ N_E \end{Bmatrix} \quad [2.32]$$

cuyo significado es:

- u : velocidad lineal eje X_B (m/s)

- w : velocidad lineal eje Z_B (m/s)
- q : velocidad angular eje Y_B (rad/s)
- θ : ángulo Pitch (rad)
- h : altitud (m)
- N_E : revoluciones motor (rpm)

con un vector de entrada u

$$u = \begin{Bmatrix} \Delta\delta\dot{t} \\ \Delta\delta e \end{Bmatrix} \quad [2.33]$$

que son los actuadores correspondientes a la palanca de gases y el timón de profundidad

- $\Delta\delta\dot{t}$: mando gases (%)
- $\Delta\delta e$: deflexión timón de profundidad (rad)

según lo anterior, el modelo dinámico longitudinal queda descrito por las matrices A_{LO} , B_{LO} y C_{LO} siguientes (este modelo considera $D_{LO}=0$, es decir, la salida solo depende del vector de estados):

$$A_{LO} = \begin{bmatrix} x_u & x_w & x_q - W_0 & -g \cos \Theta_0 & 0 & x_N \\ z_u & z_w & z_q - U_0 & -g \sin \Theta_0 & 0 & 0 \\ m_u & m_w & m_q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \Theta_0 & -\cos \Theta_0 & 0 & U_0 \cos \Theta_0 & 0 & 0 \\ e_u & e_w & 0 & 0 & 0 & e_N \end{bmatrix} \quad [2.34]$$

$$B_{LO} = \begin{bmatrix} 0 & 2x_{\delta e} \\ 0 & 2z_{\delta e} \\ 0 & 2m_{\delta e} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ e_{\delta t} & 0 \end{bmatrix} \quad [2.35]$$

$$C_{LO} = \begin{bmatrix} \cos \Theta_0 & \sin \Theta_0 & -\sin \Theta_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 + \sin \Theta_0 & 0 \end{bmatrix} \quad [2.36]$$

que está linealizado en el siguiente punto de equilibrio

$$x_0 = \{U_0, W_0, \Theta_0, H_0, N_{E0}\} \quad [2.37]$$

$$u_0 = \{\delta t_0, \delta e_0\} \quad [2.38]$$

y cuyas variables absolutas sobre las perturbadas tienen la siguiente relación

$$\begin{aligned} U &= U_0 + u & W &= W_0 + w & Q &= q \\ \Theta &= \Theta_0 + \theta & H &= H_0 + h & NE &= N_{E0} + N_E \\ \delta t &= \delta t_0 + \Delta \delta t & \delta e &= \delta e_0 + \Delta \delta e \end{aligned} \quad [2.39]$$

si tomamos como estado de equilibrio un vuelo recto y nivelado caracterizado por la ecuación [2.40] (y que además es independiente del valor de altitud H_0 elegida):

$$x_0 = \left\{ \begin{array}{l} U_0 = 35,2m/s \\ W_0 = -0,567m/s \\ Q_0 = 0rad/s \\ \Theta_0 = -0,015rad \\ H_0 = H \\ N_{E0} = 5.833rpm \end{array} \right\} \quad [2.40]$$

y para el vector de entrada u_0

$$u_0 = \left\{ \begin{array}{l} \Delta \delta t = 15,9\% \\ \Delta \delta e = -0,049rad \end{array} \right\} \quad [2.41]$$

obtenemos valores numéricos para las matrices características del modelo longitudinal [2.42], [2.43] y [2.44]

$$A_{LO} = \begin{bmatrix} -0,146 & 0,016 & 0,557 & -9,809 & 0 & 0,001 \\ -0,63 & -4,487 & 34,57 & 0,161 & 0 & 0 \\ 0,001 & 0,039 & -0,894 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0,016 & -1 & 0 & 35,2 & 0 & 0 \\ 665,7 & -6,89 & 0 & 0 & 0 & -8,57 \end{bmatrix} \quad [2.42]$$

$$B_{LO} = \begin{bmatrix} 0 & -1,368 \\ 0 & -19,96 \\ 0 & -15,96 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 45910 & 0 \end{bmatrix} \quad [2.43]$$

$$C_{LO} = \begin{bmatrix} 1 & -0,014 & 0,019 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,997 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,984 & 0 \end{bmatrix} \quad [2.44]$$

2.7 Modelo lateral

Si analizamos ahora el modelo lateral del A3 Observer se caracteriza por un vector estados perturbado compuesto por las siguientes variables:

$$x = \begin{Bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \\ yx \end{Bmatrix} \quad [2.45]$$

cuyo significado es:

- v : velocidad lineal eje Y_B (m/s)
- p : velocidad angular eje X_B (rad/s)
- r : velocidad angular eje Z_B (rad/s)
- ϕ : ángulo Roll (rad)
- ψ : ángulo Yaw (rad)
- yx : desplazamiento lateral (m)

con un vector de entrada u

$$u = \begin{Bmatrix} \Delta\delta a \\ \Delta\delta r \end{Bmatrix} \quad [2.46]$$

que corresponde con los actuadores de los alerones y el timón de dirección

- $\Delta\delta a$: deflexión de los alerones (rad)
- $\Delta\delta r$: deflexión del timón dirección (rad)

por tanto, el modelo dinámico lateral queda descrito por las matrices A_{LA} , B_{LA} y C_{LA} siguientes (este modelo considera $D_{LA}=0$, es decir, la salida solo depende del vector de estados):

$$A_{LA} = \begin{bmatrix} y_v & y_p + W_0 & y_r - U_0 & g \cos \Theta_0 & 0 & 0 \\ l_v & l_p & l_r & 0 & 0 & 0 \\ n_v & n_p & n_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sec \Theta_0 & \tan \Theta_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sec \Theta_0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -U_0 \sin \Theta_0 & U_0 \cos \Theta_0 & 0 \end{bmatrix} \quad [2.47]$$

$$B_{LA} = \begin{bmatrix} 2y_{\delta a} & y_{\delta r} \\ 2l_{\delta a} & l_{\delta r} \\ 2n_{\delta a} & n_{\delta r} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [2.48]$$

$$C_{LA} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [2.49]$$

cuyo punto de equilibrio es

$$x_0 = \{V_0, P_0, R_0, \Phi_0, \Psi_0, Y_{X_0}\} \quad [2.50]$$

$$u_0 = \{\delta a_0, \delta r_0\} \quad [2.51]$$

manteniendo las variables absolutas sobre las perturbadas la siguiente relación

$$\begin{aligned} V &= v & P &= p & R &= r \\ \Phi &= \Phi_0 + \phi & \Psi &= \Psi_T + \Psi_0 + \psi & Y_X &= y_x \\ \delta a &= \delta a_0 + \Delta \delta a & \delta r &= \delta r_0 + \Delta \delta r \end{aligned} \quad [2.52]$$

si tomamos como estado de equilibrio un vuelo recto y nivelado cuyo punto de equilibrio para el vector de estados lateral vale:

$$x_0 = \left\{ \begin{array}{l} V_0 = 0m/s \\ P_0 = 0rad/s \\ R_0 = 0rad/s \\ \Phi_0 = 0rad \\ \Psi_0 = 0rad \\ Y_{X_0} = 0m \end{array} \right\} \quad [2.53]$$

y para el vector de entrada u_0

$$u_0 = \begin{cases} \Delta\delta t = 0rad \\ \Delta\delta e = 0rad \end{cases} \quad [2.54]$$

obtenemos valores numéricos para las matrices características del modelo longitudinal

$$A_{LA} = \begin{bmatrix} -0,359 & -0,502 & -34,9 & 9,809 & 0 & 0 \\ -6,722 & -7,044 & 1,432 & 0 & 0 & 0 \\ 0,269 & 0,051 & -0,159 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0,016 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0,567 & 35,2 & 0 \end{bmatrix} \quad [2.55]$$

$$B_{LA} = \begin{bmatrix} -1,772 & 1,337 \\ -69,93 & 4,263 \\ 2,331 & -2,023 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [2.56]$$

$$C_{LA} = \begin{bmatrix} 0 & 1,002 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,997 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,997 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [2.57]$$

2.8 Controlabilidad, observabilidad y estabilidad del modelo

Una vez tenemos los modelos dinámicos lineales (longitudinal y lateral) del UAV, analizaremos algunas características de estos como son: la controlabilidad, observabilidad y estabilidad, que nos ayuden al posterior diseño de los controladores.

Tanto el modelo longitudinal como lateral se trata de sistemas Lineales MIMO (Múltiples Entradas Múltiples Salidas) para los cuales formulamos los conceptos de controlabilidad, observabilidad y estabilidad de la siguiente forma (para mas detalle consultar [Skogestad, 2005]):

Si tenemos un sistema MIMO LTI con m entradas, p salidas y n estados descrito por espacio de estados, Figura 2.6.

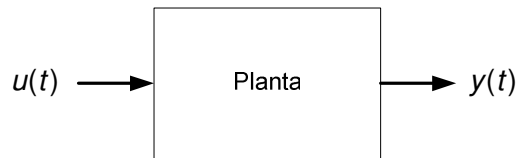


Figura 2.6: Sistema MIMO lineal

el cual queda descrito por

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad [2.58]$$

donde

$$\begin{aligned} u(t) \in \mathfrak{R}^m, y(t) \in \mathfrak{R}^p, x(t) \in \mathfrak{R}^n \\ A \in \mathfrak{R}^{n \times n}, B \in \mathfrak{R}^{n \times m}, C \in \mathfrak{R}^{p \times n} \end{aligned} \quad [2.59]$$

definimos la matriz de controlabilidad *CON* y de observabilidad *OBS* como:

$$CON = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad [2.60]$$

$$OBS = [C \quad CA \quad CA^2 \quad \dots \quad CA^{n-1}]^T \quad [2.61]$$

El sistema será controlable si el rango de la matriz de controlabilidad, *CON* es igual al número de estados del sistema n , por otro lado, será observable si la matriz de observabilidad, *OBS* tiene un rango igual al número de estados n . Por último, será estable si todos los autovalores de la matriz A tienen parte real negativa.

Aplicando estos conceptos a nuestros modelos longitudinales y laterales obtenemos los resultados de la Tabla 2.2:

Modelo	Rank(CON)	Rank(OBS)	Autovalores(A)
Longitudinal (n=6)	6 → Controlable	6 → Observable	$\text{Re}(\lambda) > 0 \rightarrow$ Inestable
Lateral (n=6)	6 → Controlable	6 → Observable	$\text{Re}(\lambda) > 0 \rightarrow$ Inestable

Tabla 2.2: Análisis de controlabilidad, observabilidad y estabilidad

Según el análisis anterior, nuestros modelos lineales son **controlables, observables e inestables**

2.9 Rango de operación de los actuadores

Tal y como hemos visto en el apartado anterior, tanto el modelo longitudinal como el lateral son inestables (autovalores de la matriz dinámica A con parte real positiva) por lo que el sistema de control debe ser tal que contrarreste este efecto, de forma que el lazo de control (planta+controlador) sea estable.

Por otro lado, tenemos que considerar el efecto de los actuadores (tienen una zona lineal de trabajo y cuando se saturan pueden provocar que el sistema sea inestable debido a que no pueden aplicar a la planta las ordenes que le marca el controlador), por tanto, nuestro problema de control tiene ahora una componente adicional que es contrarrestar los efectos adversos de la saturación de los actuadores y determinar en que zonas de trabajo el UAV es estable. Ahora al existir una no-linealidad ya no se puede garantizar la convergencia del sistema de forma global.

El A3 observer tiene los rangos de trabajo para los actuadores mostrados en la Tabla 2.3 [AISwailem, 2004].

Actuador	Posición Límite δ_{\max} (rad)	Variación Límite $\dot{\delta}_{\max}$ (rad/s)
Timón profundidad	$\pm 0,262$	$\pm 1,4$
Alerones	$\pm 0,262$	$\pm 1,55$
Timón de dirección	$\pm 0,349$	$\pm 1,16$
Palanca de gases	10% – 100%	-

Tabla 2.3: Rangos de operación de los actuadores

En el presente trabajo solo se considerarán la limitación de la posición límite de los actuadores, dejando para un futuro análisis el efecto que tiene en el sistema las restricciones en la velocidad de cambio que éstos poseen.

2.10 Resumen del capítulo

En el presente capítulo se han sentado las bases del control del UAV y se ha presentado la aeronave sobre la que se desarrollará el proyecto (A3 Observer). Se ha descrito que debido a la complejidad del modelo de planta (no lineal con 6 DOF), se linealiza en torno a punto de equilibrio obteniendo modelos simplificados lineales y desacoplados (longitudinal y lateral) que nos permitirán abordar el problema de forma

mas sencilla con técnicas clásicas de control. Por último, se han presentado las limitaciones que imponen al sistema la saturación de los actuadores y como debido a estas ya no se puede garantizar una estabilidad global para el sistema.

2.11 Referencias

- [AlSwailem, 2004]** Salah I. AlSwailem (2004), *Application of Robust Control in Unmanned Vehicle Flight Control System Design-PhD Thesis*. Cranfield University, Collage of Aeronautics.
- [Beard, 2012]** Randal W. Beard, Timothy W. McLain (2012), *Small Unmanned Aircraft, Theory and Practice*. Princenton University Press.
- [Martínez, 2010]** Jorge L. Martínez Rodríguez, Jesús Morales Rodríguez (2010), *Control aplicado con variables de estado*. Ed. Paraninfo.
- [Skogestad, 2005]** Sigurd Skogestad, Ian Postlethwaite (2005), *Multivariable feedback control. Análisis and design*. Wiley-Interscience.

3. ESTRATEGIAS DE CONTROL CONTINUO

Como punto de partida en el diseño de los controladores del UAV, resolveremos en una primera etapa el problema con técnicas de control continuo que nos servirán de referencia para contrastar los resultados que obtengamos con las técnicas de control de eventos. Por tanto, el capítulo de estrategias de control continuo se estructura de la siguiente forma: Introducción al control continuo (apartado 3.1), presentación de las estructuras state-feedback y diseño de controladores PI con técnicas LQR (apartado 3.2, 3.3 y 3.4), estructura output-feedback y diseño de controladores PI sobre estas estructuras con técnicas LQG (apartado 3.5, 3.6 y 3.7). Seguidamente se analiza la estabilidad de los controladores continuos (apartado 3.8) y se considera el efecto de la saturación de los actuadores y se proponen estructuras de anti-windup (apartado 3.9). Por último, se muestran los resultados de simulación (apartado 3.10).

3.1 Introducción al control continuo

En los últimos treinta años las técnicas de control continuo robusto aplicado a estructuras MIMO han tenido un gran desarrollo generando multitud de metodologías que se pueden aplicar a este tipo de problemas, como referencia nombramos las más relevantes (las denominamos en inglés por sencillez a la hora de encontrarlas en la bibliografía):

- Eigenstructure Assignment
- Non-linear Dynamic Inversion
- Robust Inverse Dynamics Estimation
- Multi-Objective Parameter Synthesis
- Quantitative Feedback Theory

- Linear Quadratic Optimal Control (LQR-LQG)
- Predictive Control
- H_∞ Mixed Sensitivity
- H_∞ -Loop Shaping
- μ -Synthesis

En el presente trabajo el diseño de controladores continuos tiene como objetivo tener un punto de referencia para comparar con las técnicas de control de eventos, por tanto, la técnica de control continuo elegida, **Linear Quadratic Optimal Control**, quizás no sea la mejor que se ajuste a este problema de control, pero si creemos que es un marco de referencia importante para comparar por la cantidad de veces que se ha utilizado esta técnica en el control de vehículos aéreos y acuáticos.

3.2 Estructura de control state feedback

Cuando tenemos una planta descrita por espacio de estados descrita por

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{3.1}$$

$$\begin{aligned}u(t) &\in \mathfrak{R}^m, y(t) \in \mathfrak{R}^p, x(t) \in \mathfrak{R}^n \\ A &\in \mathfrak{R}^{n \times n}, B \in \mathfrak{R}^{n \times m}, C \in \mathfrak{R}^{p \times n}\end{aligned}\tag{3.2}$$

si además tenemos la posibilidad de que nuestro sistema de sensores sea capaz de medir todos los estados $x(t)$ de la planta, podemos plantear una estructura de control denominada state-feedback la cual realimentará negativamente este vector y lo ponderará por una matriz de control K que será precisamente nuestro controlador. La estructura tiene la forma de la Figura 3.1 [Boyd, 1991]

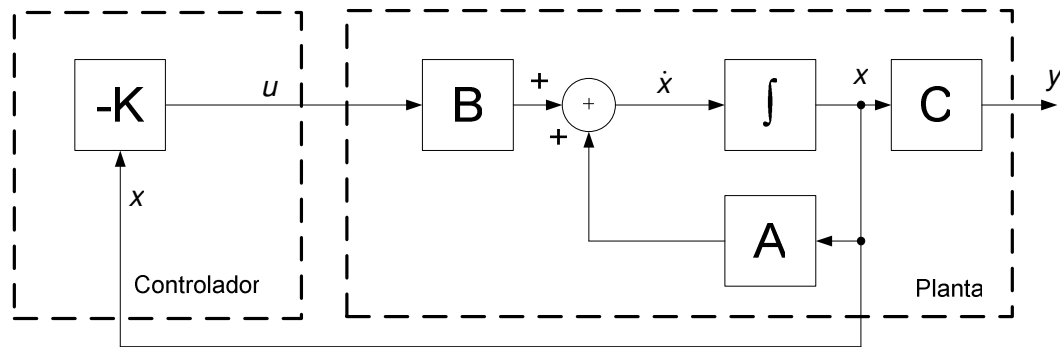


Figura 3.1: Estructura state feedback

3.3 Diseño de controladores state feedback – Técnicas LQR

La metodología de control LQR es una metodología dentro de las técnicas Linear Quadratic Optimal Control que es aplicables a plantas que sean controlables y en las que podamos medir todas las componentes del vector de estados [Hespanha, 2005], dicha técnica se basa en minimizar la función de coste J_r siguiente:

$$J_r = \int_0^{+\infty} (x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)) dt \quad [3.3]$$

Que posee dos parámetros de diseño (matrices Q y R que deben ser simétricas y definidas positivas) donde la señal de control a aplicar $u(t)$ y el control a determinar es K :

$$u(t) = -Kx(t) \quad [3.4]$$

Dicho controlador K se calcula a través de una matriz X que se obtiene de resolver la ecuación algebraica de Ricatti (ARE) [3.5]

$$A^T X + XA - XBR^{-1}B^T X + Q = 0 \quad [3.5]$$

Por tanto, nuestro controlador es

$$K = R^{-1}B^T X; X = X^T \geq 0 \quad [3.6]$$

Para el diseño de estos controladores, hay que seguir un proceso iterativo seleccionando diferentes matrices Q y R hasta que el controlador se ajuste a nuestras necesidades, dicho proceso de diseño se muestra en la Figura 3.2

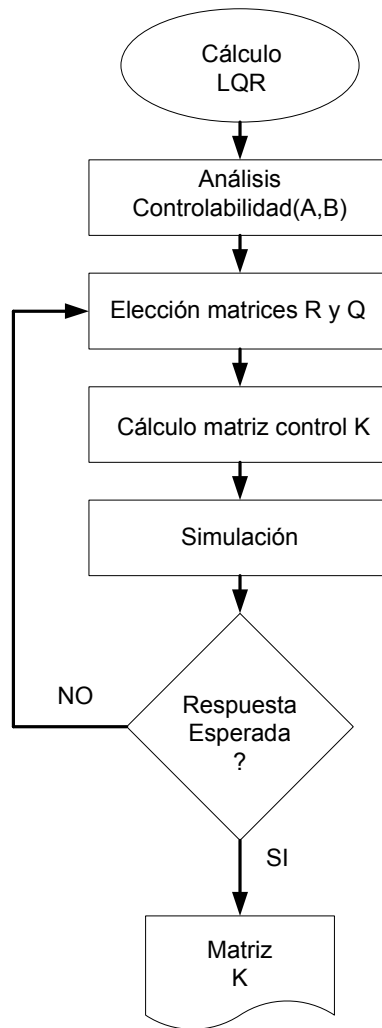


Figura 3.2: Diseño controladores LQR

Vista la metodología de diseños de controladores LQR, ahora haremos una modificación en el diseño de estos de tal forma que incluimos la función integral con dos objetivos: reducir el error estacionario y poder incluir en este tipo de controladores las entradas de referencia $w(t)$ de tal forma que nos permitan marcar referencia a este tipo de controladores. Esta modificación en el controlador state feedback se presenta en el siguiente apartado

3.4 Controladores state feedback PI de 2DOF

Tal y como comentamos en el apartado anterior, ahora vamos a incluir en este tipo de controladores state feedback la función integral, con lo que obtenemos una estructura como la presentada en el Figura 3.3

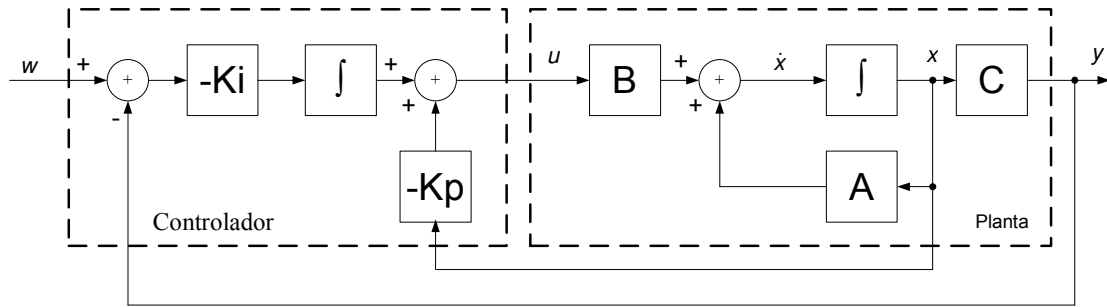


Figura 3.3: Estructura state feedback PI 2DOF

Si ahora reformulamos el problema incluyendo un nuevo estado er con la acción integral [Skogestad, 2005]:

$$\begin{aligned} \dot{er}(t) &= w(t) - y(t) \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{er}(t) &= 0 \end{aligned} \quad [3.7]$$

donde el nuevo vector de estado es

$$x' = \begin{bmatrix} x \\ er \end{bmatrix} \quad [3.8]$$

el sistema queda ahora descrito de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}' &= Ax' + B' u' \\ y &= C' x' \end{aligned} \quad [3.9]$$

donde

$$A' = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}; B' = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}; C' = [C \ 0] \quad [3.10]$$

Por tanto, si aplicamos aquí las técnicas LQR, la matriz de control obtenida K , tendrá tanto la componente proporcional Kp como la integral Ki

$$u' = -Kx' = -[Kr \ Ki]x' \quad [3.11]$$

Según lo anterior, la metodología de diseño LQR con la función integral se resume en:

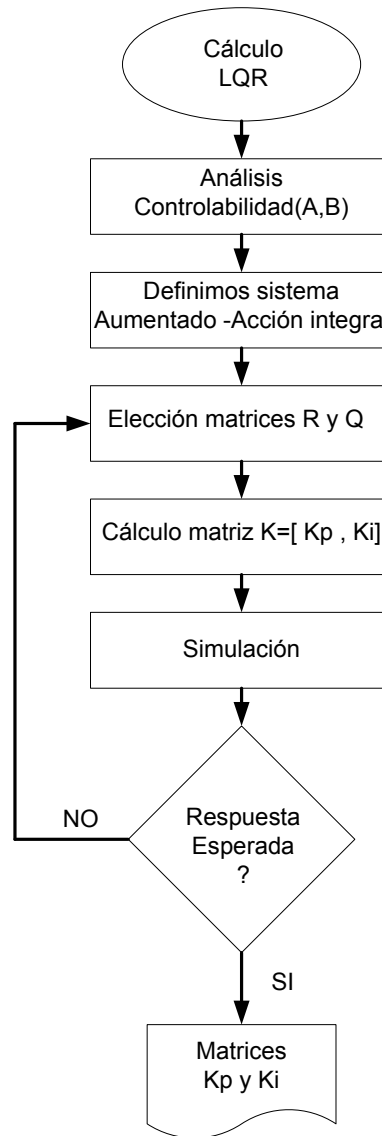


Figura 3.4: Diseño controladores LQR-acción integral

Si aplicamos estas técnicas [Dukkipati, 2006] [Xue, 2002] al diseño de nuestros modelos continuos del UAV tanto longitudinales como laterales y tras varias iteraciones en el proceso obtenemos los siguientes matrices de control

- **Controlador Longitudinal** $K_{LO}=[Kp_{LO} \ Ki_{LO}]$: Las variables de referencia son la velocidad longitudinal u y la altitud h

$$Kp_{LO} = \begin{bmatrix} 34,8011 & -2,3001 & -0,1044 & 59,9551 & 9,8142 & 0,3160 \\ -4,6921 & 0,5840 & -1,7977 & -34,9819 & -3,0258 & 0 \end{bmatrix} \quad [3.12]$$

$$Ki_{LO} = \begin{bmatrix} -5,7272 & -0,5865 \\ -4,1471 & 0,8100 \end{bmatrix} \quad [3.13]$$

- **Controlador Lateral** $K_{LA}=[Kp_{LA} \ Ki_{LA}]$: La variables de referencia es el desplazamiento lateral yx

$$Kp_{LA} = \begin{bmatrix} -0.1258 & -0.1035 & -0.1572 & -0.8589 & -5.8314 & -0.1925 \\ -0.0353 & -0.0595 & -1.9375 & -0.3972 & -4.9374 & -0.1240 \end{bmatrix} \quad [3.14]$$

$$Ki_{LA} = \begin{bmatrix} -0,0480 & 0,0877 \\ 0,0877 & 0,0480 \end{bmatrix} \quad [3.15]$$

3.5 Estructura de control output feedback

En muchos sistemas no es posible medir todas las variables del vector de estados que definen el modelo, por tanto, no podemos desarrollar controladores como los explicados anteriormente ya que es necesario tener el vector de estados completo para alimentar el controlador. Para solventar esta situación, se desarrolla un observador que es capaz de estimar el vector de estados a partir del vector de salida, la condición que debe cumplirse es que la planta sea controlable y a su observable.

La estructura de output feedback se muestra la siguiente Figura 3.5 [Skogstad, 2005]:

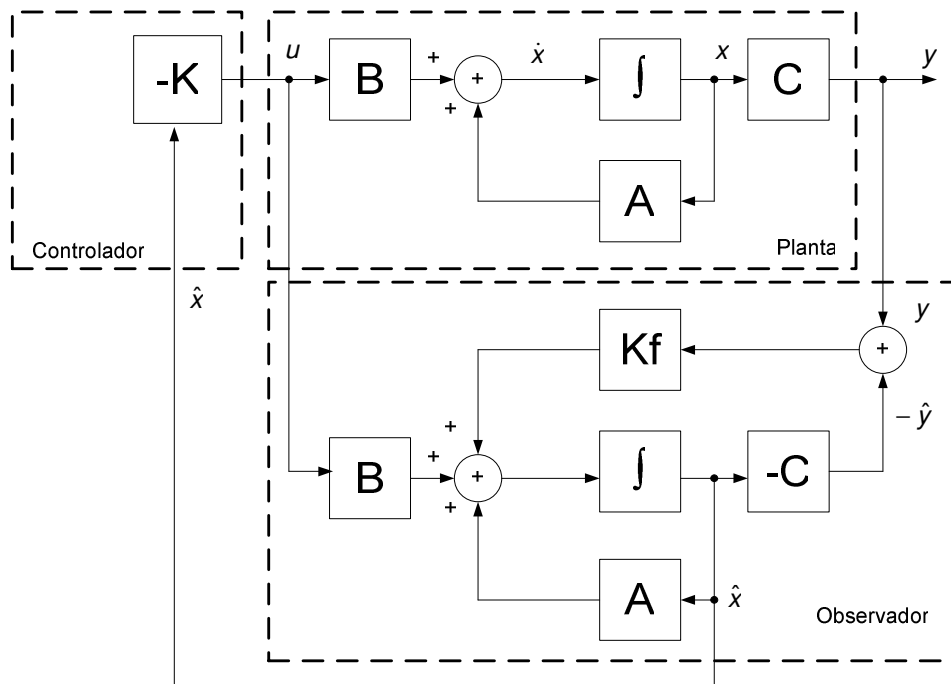


Figura 3.5: Estructura output feedback

3.6 Diseño de controladores output feedback – Técnicas LQG

Las técnicas de control LQG son una variante dentro de la metodología Linear Quadratic Optimal Control en las que al no podemos medir el vector de estados de la planta lo obtenemos mediante un estimador (observador) [Welch, 2006], por tanto, la forma de diseñar estos controladores sigue las siguientes fases:

- 1) Determinamos la matriz de control K según la metodología LQR -minimizar la función de coste J_r [3.3]
- 2) Obtener un estimador del vector de estados de la planta

Esta metodología propone el cálculo del estimador basado en un filtro de Kalman

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + Kf(y - C\hat{x}) \quad [3.16]$$

el cual en función de los modelos de ruido de proceso W y de medida V minimiza la siguiente función de coste J_k

$$J_k = E\{[x - \hat{x}]^T [x - \hat{x}]\} \quad [3.17]$$

La solución a este problema se obtiene resolviendo la ecuación algebraica de Ricatti (ARE) siguiente:

$$YA^T + AY - YC^T V^{-1} CY + W = 0 \quad [3.18]$$

por lo que nuestra matriz del estimador la obtenemos como

$$Kf = YC^T V^{-1}; Y = Y^T \geq 0 \quad [3.19]$$

Al igual que hacíamos para determinar la matriz de control K , la matriz del estimador Kf , la obtenemos mediante un proceso iterativo en el cual vamos ajustando las matrices de ruido del proceso W y de medida V hasta que obtenemos el estimador que mejor se ajusta a sistema. Todo este proceso se resume en el siguiente esquema:

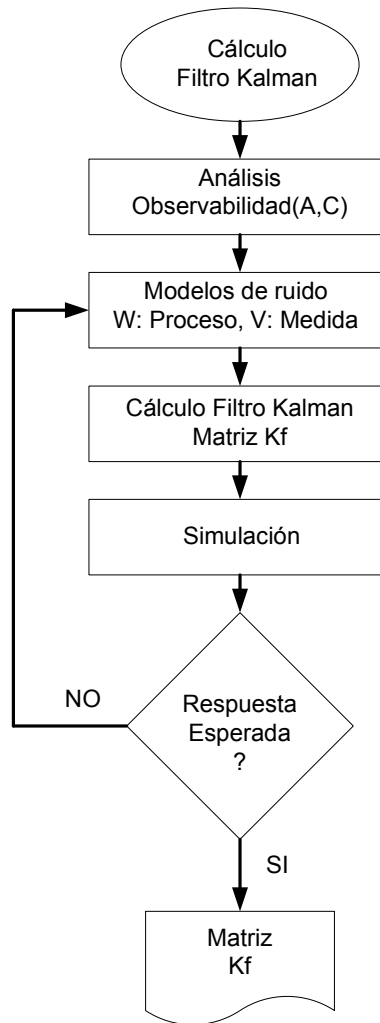


Figura 3.6: Diseño observador de Kalman

3.7 Controladores output feedback PI de 2DOF

Al igual que hicimos con la estructura state feedback, en la estructura output feedback reformulamos el problema con el objetivo de incluir la función integral (que provoca que el error estacionario tienda a cero) y que podamos incluir señales de referencia para dar ordenes para la navegación del UAV. La mencionada estructura (output feedback con función integral) se muestra en la Figura 3.7

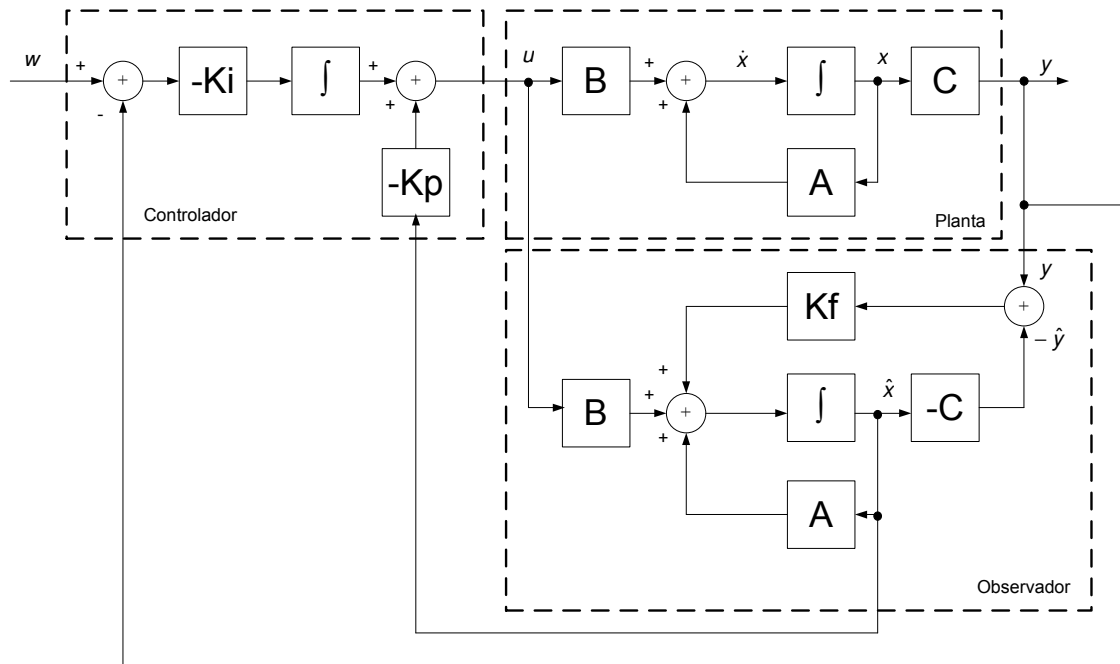


Figura 3.7: Estructura output feedback PI 2DOF

Tras aplicar las técnicas LQG [Dukkipati,2006] [Xue, 2002] obtenemos las matrices de control K_p y K_i que son las mismas que las que obtuvimos para la arquitectura state feedback, dichas matrices se corresponden con las ecuaciones [3.12], [3.13], [3.14] y [3.15]. Respecto al observador de Kalman obtenemos los siguientes resultados numéricos:

- **Observador controlador Longitudinal:** Las variables de referencia son la velocidad longitudinal u y la altitud h

$$K_{f_{LO}} = \begin{bmatrix} 1,8770 & -0,2451 & -0,3837 & -2,0747 \\ -2,4774 & 2,8218 & 1,0874 & 1,4922 \\ -0,2749 & 0,4824 & 0,1445 & 0,1706 \\ -0,3974 & 0,1452 & 0,2901 & 1,0132 \\ -2,1263 & 0,1737 & 1,0266 & 8,0574 \\ 114,2627 & -13,8751 & -15,2707 & -93,2174 \end{bmatrix} \quad [3.20]$$

- **Observador controlador Lateral:** La variables de referencia es el desplazamiento lateral y_x

$$K_{f_{LA}} = \begin{bmatrix} -8,9883 & -1,1676 & 0,1148 & -0,4039 & 0,2174 \\ 6,0806 & 0,4479 & 0,3802 & 0,2442 & -0,0875 \\ 0,4479 & 0,2950 & 0,1820 & 0,0424 & 0,0501 \\ 0,3821 & 0,1829 & 1,2284 & 0,0498 & 0,2570 \\ 0,2455 & 0,0426 & 0,0498 & 0,2474 & 0,9794 \\ -0,0877 & 0,0502 & 0,2563 & 0,9765 & 8,3456 \end{bmatrix} \quad [3.21]$$

3.8 Estabilidad de los controladores continuos

Tanto los controladores de la arquitectura state-feedback como output-feedback se pueden representar de forma genérica según la Figura 3.8 siguiente:

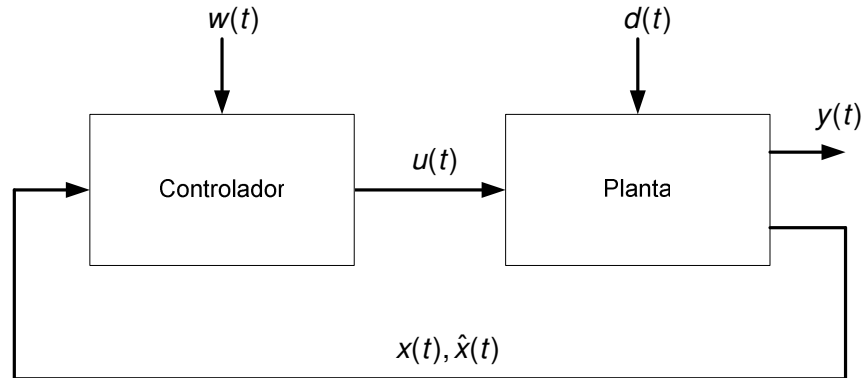


Figura 3.8: Estructura genérica de control continuo

cuya planta está descrita por

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ed(t), x(0) = x_0 \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad [3.22]$$

el controlador se formula de forma genérica como

$$u(t) = -Kx(t) + Vw(t) \quad [3.23]$$

y por último, el sistema contemplando el lazo de control según la ecuación [3.24]

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A - BK)x(t) + Ed(t) + BVw(t), x(0) = x_0 \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad [3.24]$$

La condición de estabilidad para estos sistemas se resume en los siguientes puntos [Skogestad, 2005]

- (A, B) sea controlable y (A, C) observable
- La perturbación que afecta a la planta $\|d(t)\|$ esté acotada
- Y la matriz $(A - BK)$ sea una matriz de Hurwitz

Las técnicas de control (LQR/LQG) descritas anteriormente, cuya misión era determinar la matriz de control K , garantizan que $(A - BK)$ sea una matriz de Hurwitz y por tanto, que el sistema sea estable.

3.9 Saturación de los actuadores - Diseño del control anti-windup

Tal y como hemos comentado anteriormente, nuestro sistema de control se ha diseñado de forma que sea estable, esta condición se cumplirá siempre y cuando las órdenes de control calculadas por éste puedan aplicarse sin restricción. Al considerar un sistema real como el UAV Cranfield A3 Observer, deben considerarse las no linealidades debidas a la saturación de los actuadores, esta limitación tiene dos efectos negativos en nuestro sistema:

- Las señales de control están limitadas a unos valores máximos que provocará que el sistema fuera de un cierto rango de operación sea inestable (no podemos garantizar la estabilidad global del sistema)
- Al tener controladores PI (con efecto integral) se produce el efecto de windup que degrada la respuesta del controlador cuando se llega a la saturación del actuador. Este efecto se puede compensar con un diseño adecuado de una estructura de anti-windup

Con el objetivo de mejorar la respuesta de nuestros controladores por efecto de la saturación de los actuadores sobre la función integral, aplicaremos estructuras de anti-windup [Åström, 2009] que mejoran notablemente dicha respuesta, en cuanto, a las regiones de estabilidad por efecto de la saturación de los actuadores, lo analizaremos en el capítulo 6.

Las estructuras de anti-windup están bastante estudiadas tanto para los controladores de tipo state feedback como output feedback, así que, en esta parte del diseño solo hemos adaptado las estructuras clásicas a nuestro problema, posteriormente de forma heurística, hemos determinado los valores de las matrices de compensación de dicho sistema.

A continuación se muestra la solución para el controlador state feedback como para el output feedback incluyendo las estructuras de anti-windup Figura 3.9 y 3.10.

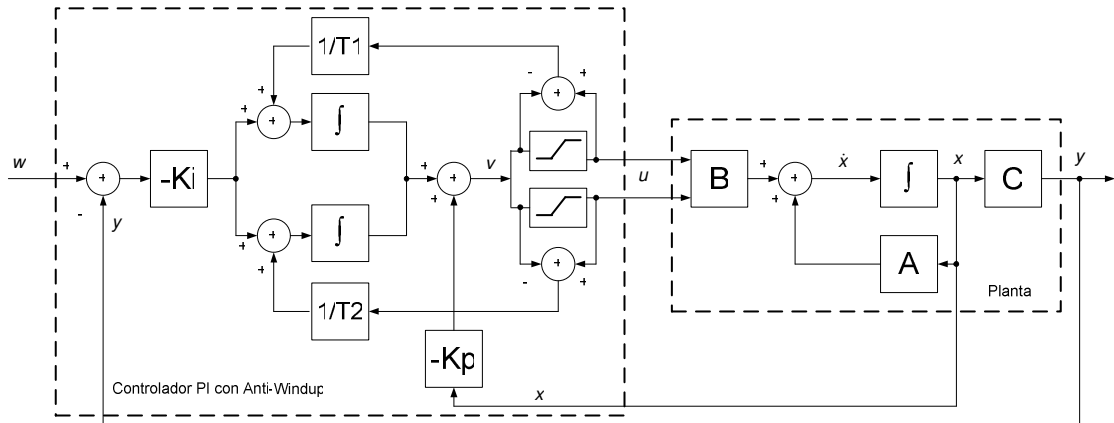


Figura 3.9: Estructura state feedback PI 2DOF con AWC

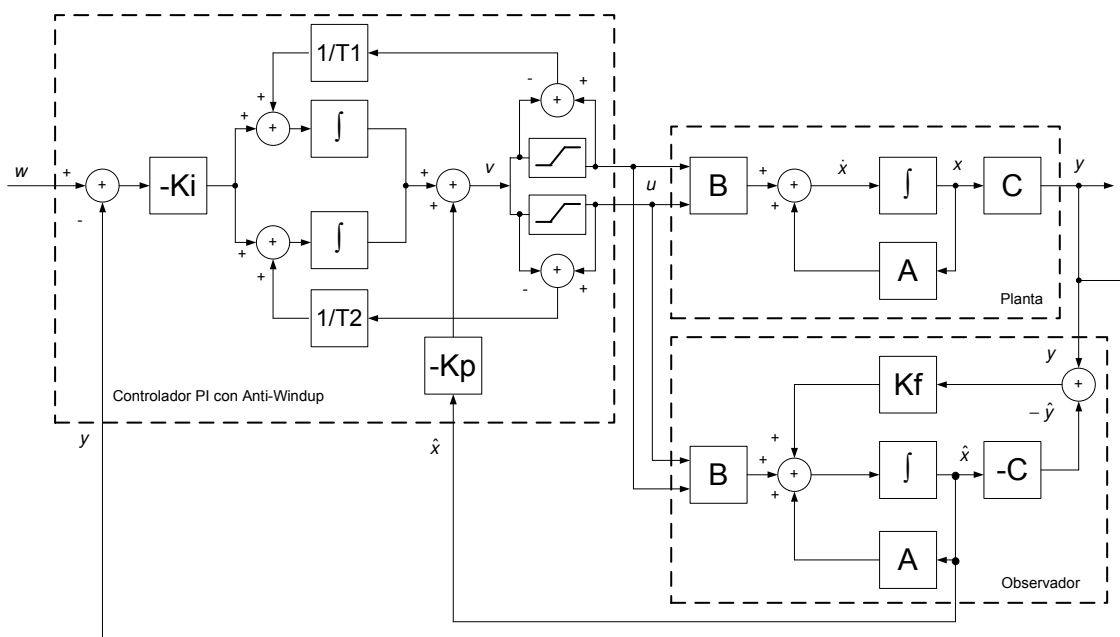


Figura 3.10: Estructura output feedback PI 2DOF con AWC

La forma de determinar las constantes de la estructura de anti-windup se basa en un proceso iterativo ayudado de los resultados de simulación, hacemos varias simulaciones hasta que obtenemos una respuesta que tenga los mayores márgenes dinámicos de las variables a controlar. Este proceso se resume en el siguiente esquema Figura 3.11

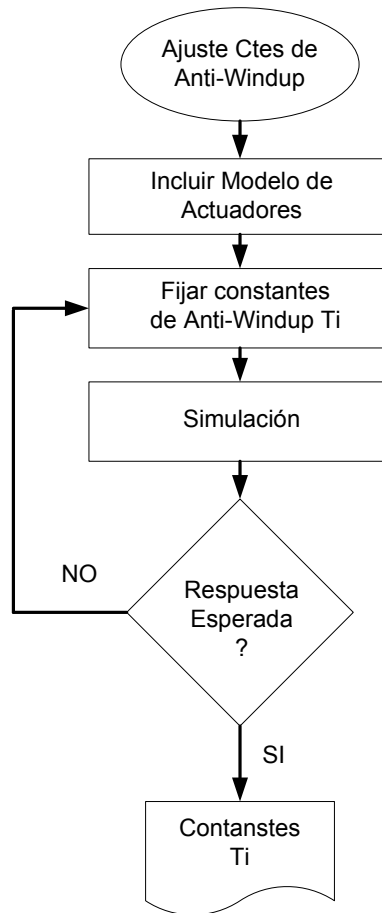


Figura 3.11: Cálculo de las constantes de anti-windup

Para nuestros controladores tanto los state feedback como los output feedback (longitudinales y laterales) las constantes de anti-windup que mejor respuesta obtienen son $1/T_i=0,05$.

3.10 Resultados de la simulación

En los capítulos anteriores hemos diseñado tanto estructuras state feedback como output feedback, en este proyecto consideraremos que no somos capaces de medir todas las variables del modelo, y como tal, sólo analizaremos los resultados de simulación de las estructuras de output feedback que son muchos mas realistas desde un punto de vista práctico.

Para analizar la respuesta de nuestros controladores continuos output feedback, someteremos a nuestros sistemas a unos cambios de consigna y analizaremos la respuesta obtenida, en las siguientes secciones analizaremos tanto la respuesta del controlador longitudinal como el lateral.

3.10.1 Resultados controlador continuo longitudinal

Al controlador longitudinal le aplicaremos el cambio consigna siguiente:

$$w(t) = \begin{pmatrix} u_{ref}(t) \\ h_{ref}(t) \end{pmatrix} \quad [3.25]$$

$u_{ref}(t)$ escalón de 10 m/s (en $t=5s$)

$h_{ref}(t)$ escalón de 70 m (en $t=5s$)

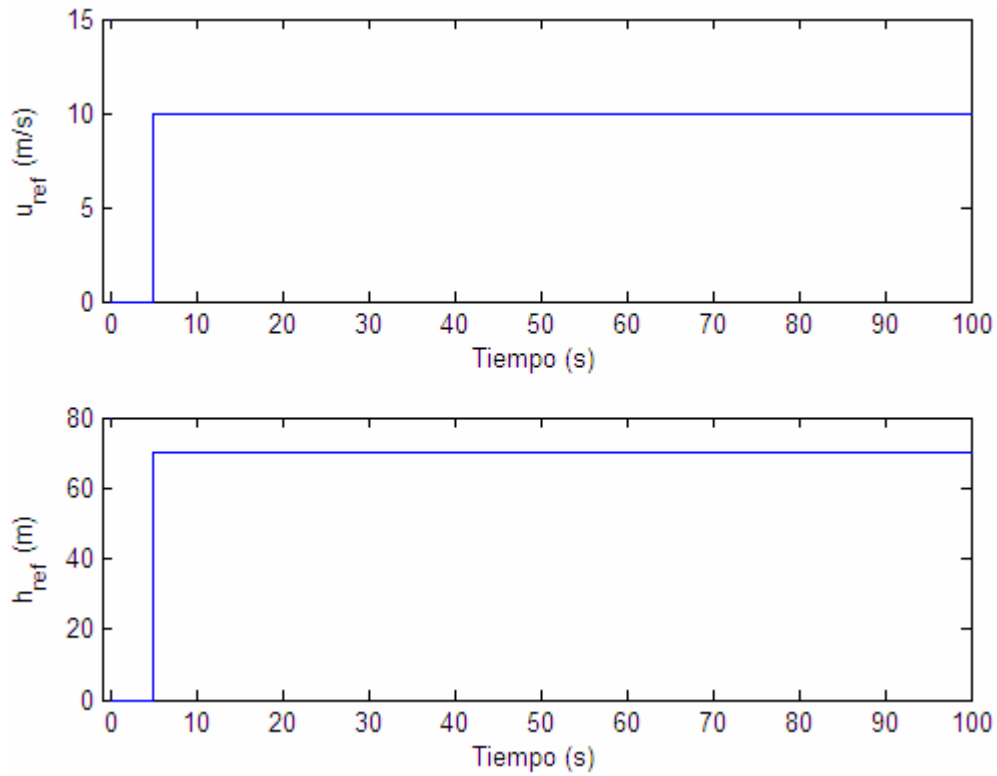


Figura 3.12: Cambios consigna para los controladores continuos longitudinales

y obtenemos que el controlador output feedback continuo tiene la respuesta de la Figura 3.13

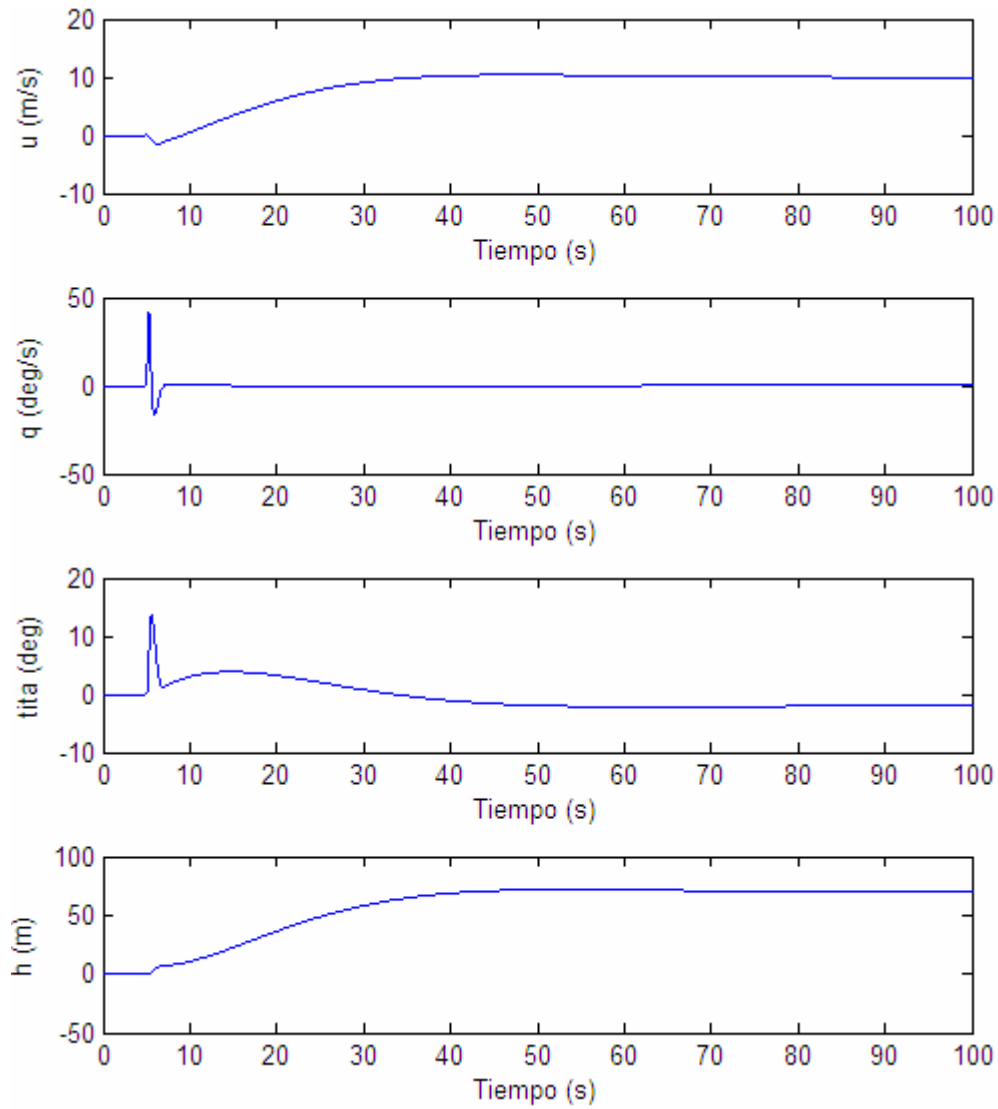


Figura 3.13: Respuesta controlador continuo output feedback longitudinal

Analizando lo resultados anteriores observamos que el controlador resuelve satisfactoriamente el problema alcanzando el estado estacionario en unos 25s, además la variable no controlada tita (θ , cabeceo) tiene un valor inferior a los 15° en el periodo transitorio por lo que el UAV en ningún momento adquiere una actitud fuera de límites.

3.10.2 Resultados controlador continuo lateral

Para el controlador lateral aplicaremos siguiente cambio de consigna:

$$w(t) = (y_{x_{ref}}(t)) \quad [3.26]$$

$y_{x_{ref}}(t)$ escalón de 50 m (en $t=5$ s)

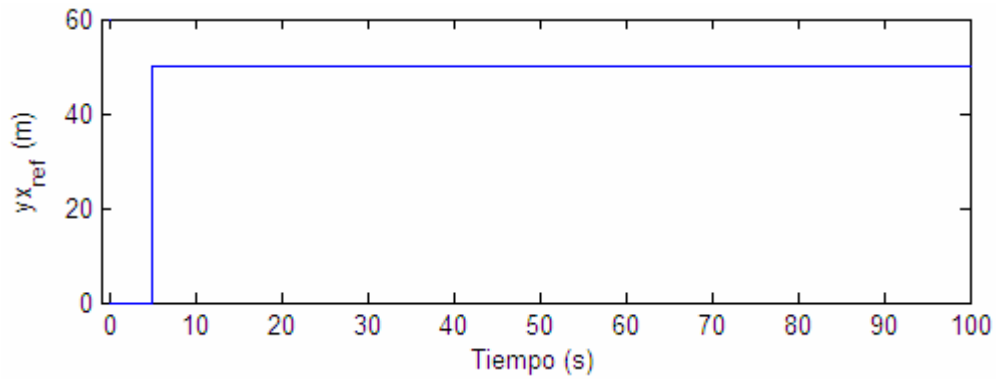


Figura 3.14: Cambios consigna controladores continuos laterales

obteniendo del controlador output feedback la respuesta de la Figura 3.15

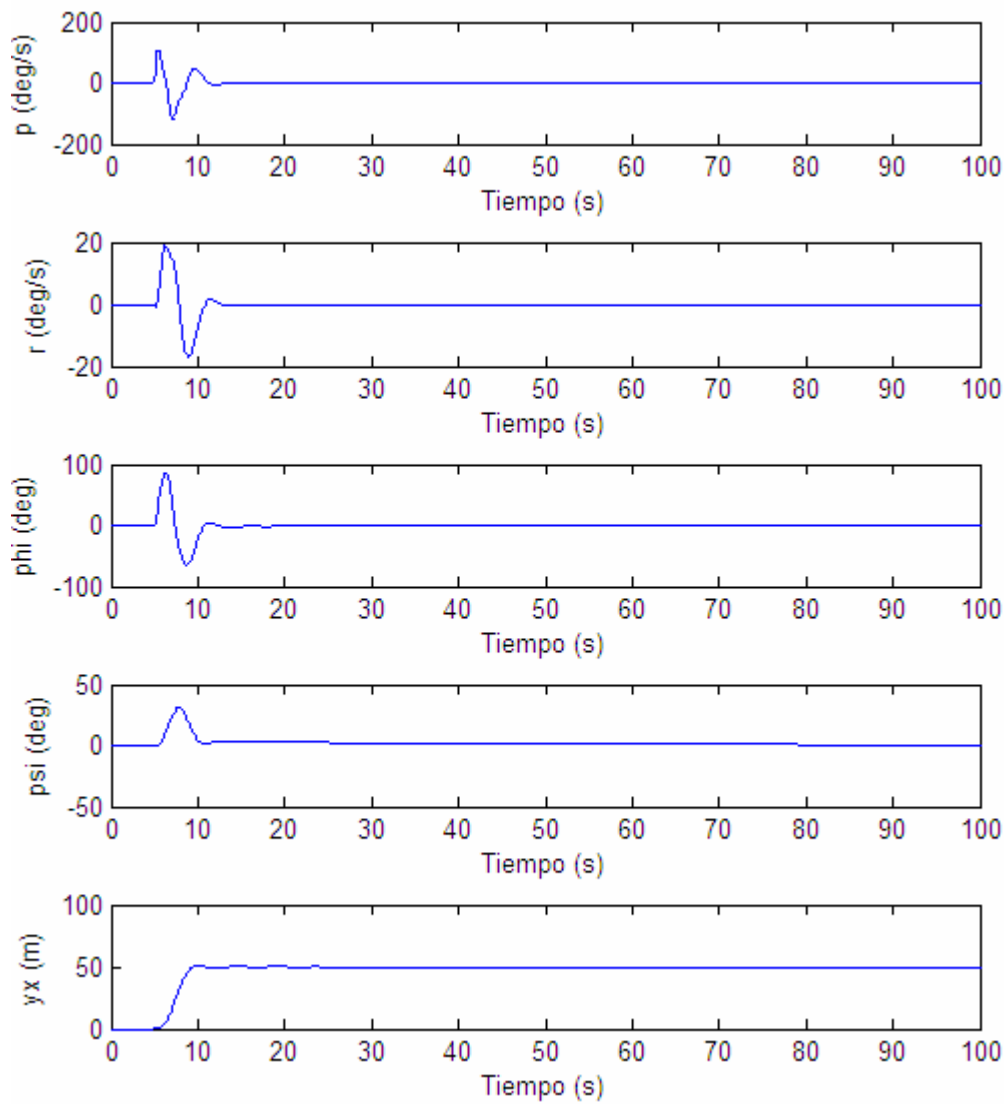


Figura 3.15: Respuesta controlador continuo output feedback lateral

Observando los resultados anteriores, el controlador lateral también sigue correctamente el cambio de consigna, alcanzando el estado estacionario en unos 5s, además la variable no controlada ϕ (Φ , alabeo) no supera los 90° y por tanto, la actitud del UAV no alcanza ninguna posición anómala durante el periodo transitorio.

Por último, analizando el efecto de los mecanismos de anti-windup a través de las regiones de estabilidad experimentales tal y como se muestra en las Figuras 3.16 y 3.17, se observa que la mejora en la respuesta del controlador a efectos de margen dinámico de trabajo es muy notable al aplicar esta técnica que mitiga los efectos del windup

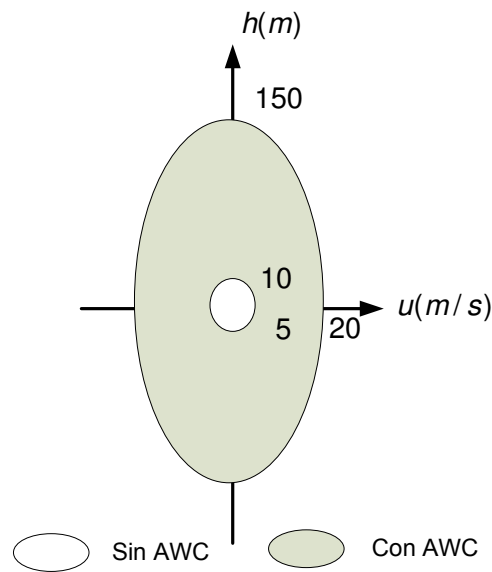


Figura 3.16: Efectos anti-windup en el controlador continuo longitudinal

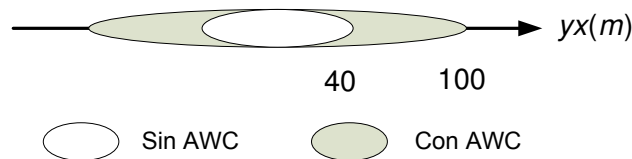


Figura 3.17: Efectos anti-windup en el controlador continuo lateral

3.11 Resumen del capítulo

Tal y como visto a lo largo del capítulo, hemos desarrollado controladores con estructuras PI output feedback que resuelven el problema del UAV, dichos controladores se han modificado incluyendo mecanismos de anti-windup lo que han permitido tener una mejora bastante considerable en el margen dinámico del controlador, que a su vez, permite entre otras aplicar cambios de consigna que van desde los 10 m/s para la velocidad longitudinal, a los 50 m de desplazamiento lateral y

hasta los 70 m de altitud, márgenes que consideramos bastante aceptables. Por otro lado, y como objetivo de este capítulo, se tiene una solución al problema del UAV basada en controladores continuos por técnicas clásicas LQR que nos sirven de marco de comparación para los controladores basados en eventos que desarrollaremos en el capítulo siguiente.

3.12 Referencias

- [Åström,2009]** Karl J. Åström, Tore Hägglund (2009), *Control PID avanzado*. Pearson, Prentice Hall.
- [Dukkipati, 2006]** Rao V. Dukkipati (2006), *Analysis and Design of Control Systems using MATLAB*. New age internacional publishers.
- [Hespanha, 2005]** João P. Hespanha (2005), *Lectures notes on LQR/LQG controller design*.
- [Skogestad, 2005]** Sigurd Skogestad, Ian Postlethwaite (2005), *Multivariable feedback control. Análisis and design*. Wiley-Interscience.
- [Xue, 2002]** Dingyü Xue, YangQuan Chen, Dereck P. Atherton (2002), *Linear Feedback Control. Análisis and Design with Matlab*. Springer-Verlag.
- [Welch, 2006]** Grez Welch, Gary Bishop (2006), *An introduction to the Kalman Filter*. Department of Computer Science, University of North Carolina.
- [Boyd, 1991]** Stephen Boyd, Craig Barrat (1991), *Linear Controller Design: Limits of performance*. Prentice Hall.

4. ESTRATEGIAS DE CONTROL DE EVENTOS

El objetivo fundamental de este trabajo es analizar las estrategias de control de eventos aplicadas al guiado y estabilización de un UAV, en la bibliografía consultada sobre el control de vehículos aéreos, siempre se aplican técnicas de control continuo, es por esa razón, por la que nos planteamos aquí explorar las posibilidades que estas metodología de eventos ofrecen a este tipo de problemas de control. Otro aspecto que apoyada la idea de resolver el problema con estas técnicas es el hecho de que las arquitecturas de control de los UAV están evolucionando a sistemas de control en red (NCS) y por tanto los recursos del Bus de comunicaciones se vuelven un elemento crítico del sistema. El presente capítulo se estructura en: introducción al control de eventos (apartado 4.1), estructuras state feedback y el desarrollo de controladores PI sobre estas estructuras (apartado 4.2 y 4.3), presentación de la estructura output feedback y su aplicación al desarrollo de controladores PI (apartado 4.4 y 4.5), seguidamente se analiza la estabilidad de los controladores basados en eventos (apartado 4.6), el efecto de la saturación de los actuadores y las aportaciones de las estructuras de anti-windup (apartado 4.7). Por último, se presentan los resultados de la simulación al aplicar estas estrategias para el control del UAV (apartado 4.8)

4.1 Introducción al control de eventos

El control de eventos se fundamenta en enviar información sobre el lazo de control sólo en aquellos instantes en los que la desviación de las variables a controlar supera un determinado umbral. Estas técnicas de control tienen la ventaja de ser muy eficientes en el uso de recursos de red y computación cuando se aplican a sistemas de control distribuido ya el uso de los recursos comunes (p.e la red de transmisión) sólo se utiliza cuando hay información relevante que enviar y no de forma periódica

como se hace con las técnicas clásicas del control continuo [Dormido 2008], [Dormido 2012].

El esquema general de un lazo de control basado en eventos se muestra en la Figura 4.1 [Lehmann, 2011], [Lunze, 2011].

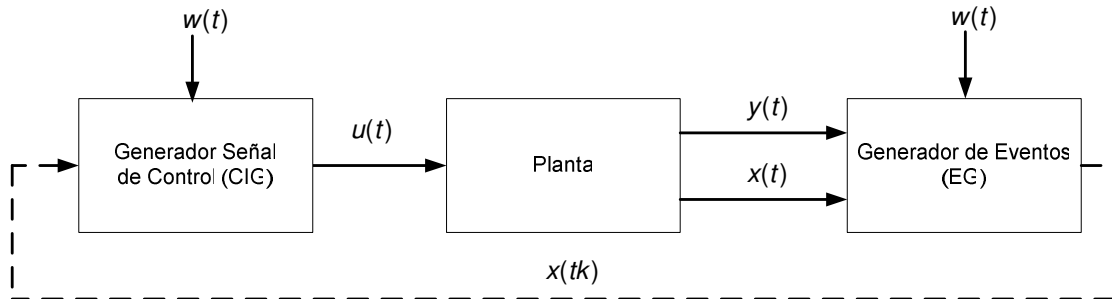


Figura 4.1: Sistema de control basado en eventos

Analizando con detalle la estructura de control de eventos mostrada en la Figura 4.1, observamos que a diferencia de cómo se hacía el control continuo, ahora disponemos de dos nuevos elementos: el Generador de Señal de Control (CIG Control Input Generator) que tiene la función generar la señal de control a la planta y el Generador de Eventos (EG Event Generator) cuya misión es enviar un evento e informar al CIG cuando las variables de la planta exceden de un determinado umbral.

El EG enviará el vector de estados de la planta al lazo de control $x(tk)$ solo en aquellas situaciones en que la desviación de las variables de la planta superen un determinado umbral $\bar{\epsilon}$, dicho umbral lo denominamos Event Threshold, en cualquier otra situación no enviamos ninguna información y por tanto, hacemos un uso muy eficiente de la red de datos que utilizamos para el lazo de control.

Al objeto de comparar las técnicas de control de eventos con las clásicas de control continuo, en la Figura 4.2 se ilustra como se producen los eventos (k) cuando la variable del sistema supera el Event Threshold y en la Figura 4.3 como se comportaría un sistema de control continuo (implementado sobre un sistema de tiempo discreto) ante la misma variación de las variables del sistema.

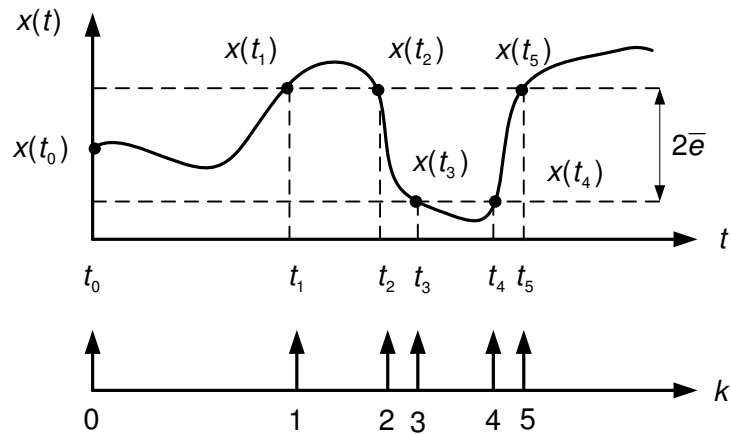


Figura 4.2: Sistema de eventos

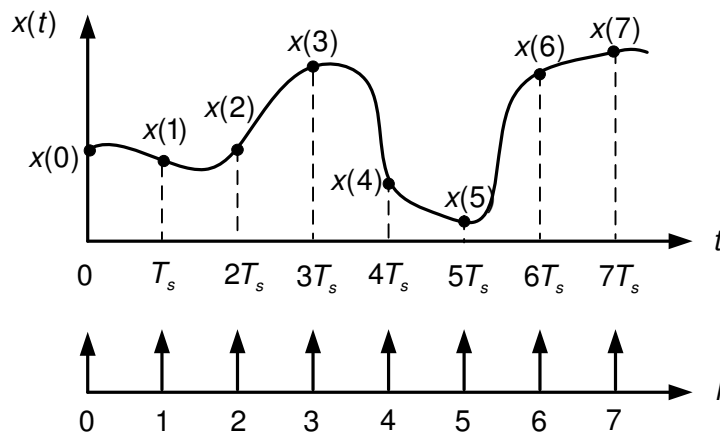


Figura 4.3: Sistema de tiempo discreto

En las figuras anteriores se aprecia como el sistema de tiempo discreto ocupa el canal de comunicaciones de forma constante independientemente de que haya o no variación en las variables de la planta, en cambio, el sistema de eventos sólo enviará información por el lazo cuando se superan el umbral en las variables a controlar, de esta forma, hace un uso muy eficiente de la red de comunicaciones del lazo de control [Heemels, 2012]. Pensemos por ejemplo, cuando la planta está en estado estacionario, el sistema de tiempo discreto tendrá ocupado el canal de forma periódica, en cambio, el de eventos no estará ocupando los recursos de dicha red.

Dado que el generador de eventos sólo envía información por el lazo cuando se supera el Event Threshold, el Generador de Señal de Control (CIG) debe estar generando de forma continua la señal de gobierno de la planta y sólo se actualizará a la nueva situación cuando recibe un evento $x(tk)$, momento en el cual, generará una nueva señal de control para corregir la variación que se haya producido.

Al igual que sucedía en las técnicas de control continuo, cuando tenemos una planta descrita por variables de estado, podemos desarrollar estructuras de control basadas en state feedback (podemos medir y realimentar todas las variables del sistema $x(t)$) u output feedback (solo podemos medir parte de ellas y nos ayudamos de un estimador para determinar las que nos faltan).

En los siguientes apartados desarrollaremos las estructuras de control de eventos state feedback y output-feedback basándonos en los trabajos de Daniel Lehman [Lehmann, 2011].

4.2 Estructura state feedback basada en eventos

La estructura genérica state feedback basada en eventos se representa en la Figura 4.4

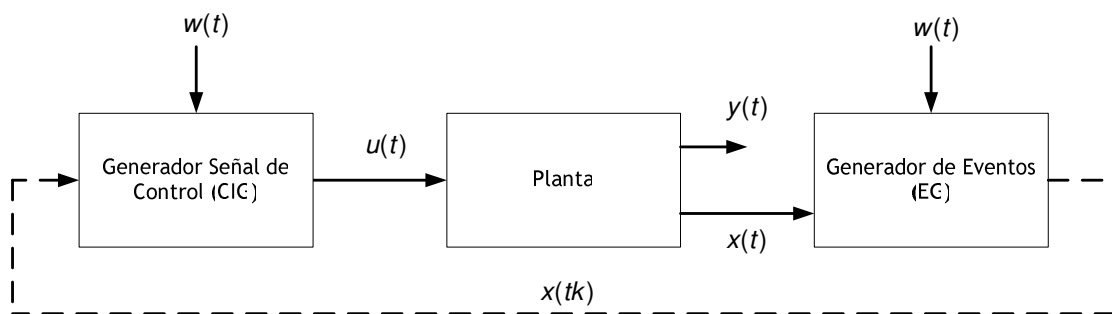


Figura 4.4: Arquitectura state feedback basada en eventos

En un sistema de control state feedback basado en eventos, el generador de señal de control (CIG) determina la entrada a la planta $u(t)$ en el momento que recibe un evento en $t=tk$, a partir de ese instante, y hasta que no se produzca el siguiente evento, querríamos tener una señal de control $u(t)$ lo mas parecida posible a como se comportaría un sistema de control continuo, para ello la planta en $t \geq tk$ y hasta que se produzca el siguiente evento se comportará según la ecuación [4.1]

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ x(tk) &= x_k; t \geq tk \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad [4.1]$$

Para conseguir que la señal de control entre eventos sea lo mas parecida a la que tendría el sistema de control continuo equivalente, el generador de señal de control (CIG) se ayuda de un modelo teórico de la planta que a su vez alimenta a un controlador continuo para obtener la señal de control $u(t)$, dicha estructura se muestra en la Figura 4.5.

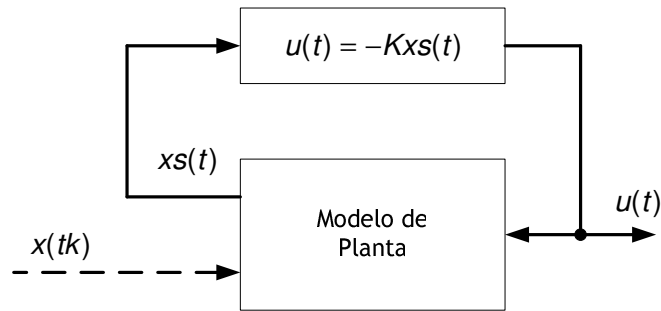


Figura 4.5: Generador de señal de control (SIG)

El modelo de planta teórico (cuyo vector de variables de estados es $x_s(t)$) y el controlador continuo que componen el SIG queda descrito por las ecuación [4.2]

$$\begin{aligned} \dot{x}_s(t) &= Ax_s(t) + Bu(t) \\ x(tk^+) &= x(tk); t \geq tk \\ u(t) &= -Kx_s(t) \end{aligned} \quad [4.2]$$

Un detalle importante en este elemento de control es que, cuando se produce un evento, el modelo teórico de la planta debe tomar el valor del vector de estados real $x(tk)$ como condición inicial y a partir de ese momento, el modelo trata de simular el comportamiento de la planta para poder obtener así las ordenes de control correspondientes.

Respecto al generador de eventos (EG), la misión que tiene este bloque es generar un evento cuando las variables del modelo excedan el event threshold ($\bar{\epsilon}$), de esta forma, enviará a través del lazo de control el valor que las variables de control que la planta tenga en ese momento $x(tk)$ y se quedará analizando estas por si hubiera una nueva desviación y así volver a informar a través del lazo. La forma que tiene este bloque de detectar las desviaciones es comparando las variables de la planta con un modelo teórico de ésta, dicho modelo se actualizará a la condición inicial $x(tk)$ cada vez que suceda un evento en $t=tk$. Por otro lado, este bloque tiene una funcionalidad adicional, el Tiempo Mínimo entre Eventos (T_{min}) que protege al sistema de comportamientos Zeno [Lehmann, 2011], es decir, que se puedan producir gran cantidad de eventos en un corto periodo de tiempo. La estructura del EG descrita se representa en la Figura 4.6

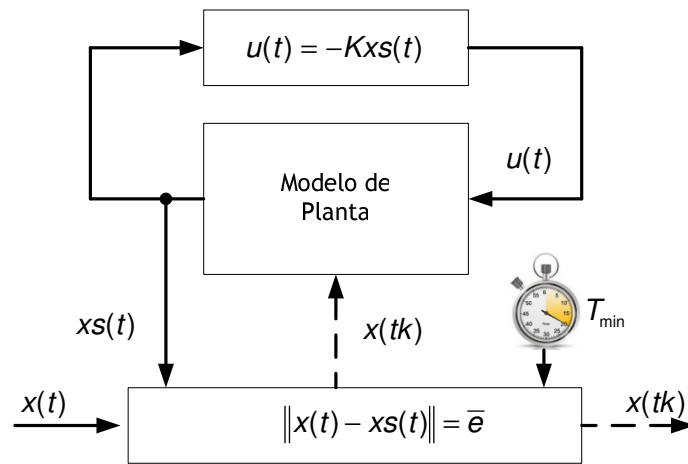


Figura 4.6: Generador de eventos (EG)

Según la descripción anterior, el EG generará un nuevo evento siempre que se cumpla la ecuación [4.3] y haya pasado un tiempo mayor o igual a T_{min} desde que se generó el evento anterior.

$$\|x(t) - x_s(t)\| = \bar{e} \quad [4.3]$$

Los dos factores que rigen el controlador de eventos tienen efectos directos tanto sobre el performance del controlador como en la estabilidad del sistema, por tanto, ahora son parámetros de diseño a considerar en este tipo de controladores. Si elegimos el event threshold y tiempo mínimo entre eventos igual a cero, el controlador se comportaría como un controlador continuo y no habrá ninguna eficiencia en el uso de los recursos de red, en cambio, si los escogemos muy grandes afectamos tanto al performance del controlador como a la estabilidad de estos, en el apartado de estabilidad dentro de este capítulo trataremos con más detalle estos efectos.

4.3 Controladores eventos state feedback PI de 2DOF

Tal y como describimos anteriormente, los controladores de eventos con estructura state-feedback tiene como objetivo tener un comportamiento similar a los controladores continuos, por tanto, podemos incorporarles funciones proporcional-integral (PI) tal como hacemos con sus equivalentes continuos [Dormido, 2010], con la salvedad de que, estas estructuras poseen dos nuevos grados de libertad, el event threshold (\bar{e}) y el tiempo mínimo entre eventos (T_{min}). Dichos factores los elegiremos de forma que exista un compromiso entre los recursos del sistema y que no se degrade la respuesta y estabilidad del sistema.

Respecto a las matrices de control K que incorporan estas estructuras son las mismas que determinamos para los controladores continuos del capítulo anterior. La mencionada estructura PI con dos grados de libertad tendrá un CIG como el mostrado en la Figura 4.7 y un EG como el de la Figura 4.8.

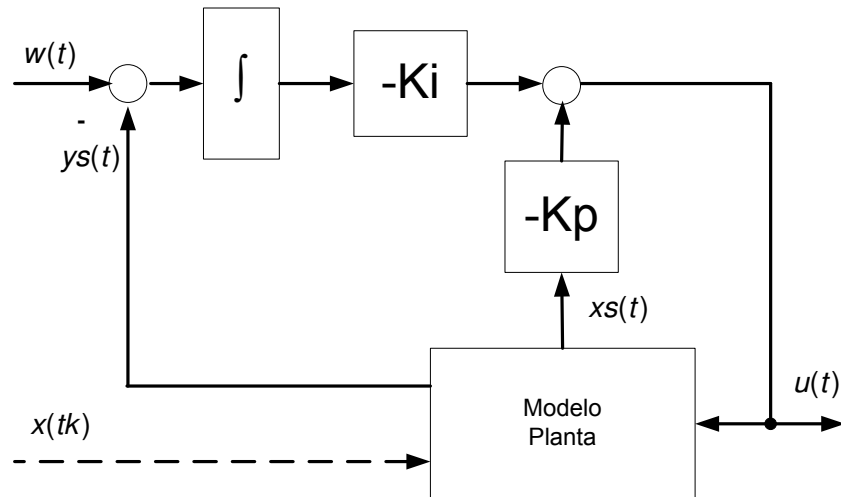


Figura 4.7: SIG de la estructura state feedback

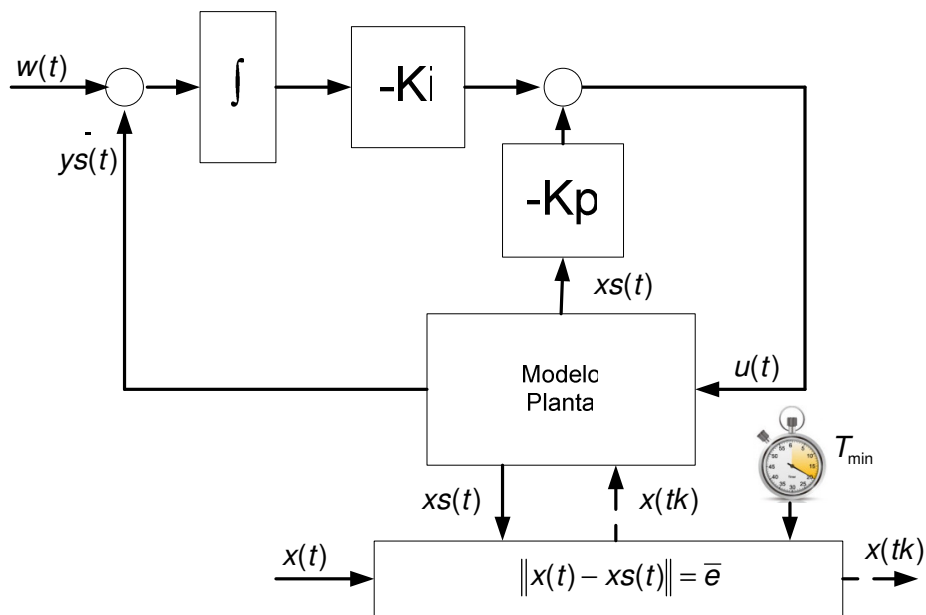


Figura 4.8: EG de la estructura state feedback

Como parámetros de diseño del modelo utilizaremos los mismos que en el control continuo, es decir, utilizaremos las matrices K_p y K_i del modelo continuo, en cambio, los parámetros asociados a la arquitectura de eventos, el Event Threshold \bar{e} y el Tiempo Mínimo entre Eventos T_{min} , tras realizar varios experimentos hemos determinado que los mejores que se ajustan a nuestro problema son un $\bar{e}=0,1$ y un $T_{min}=0,1s$.

En cuando a las matrices de control tanto para el controlador longitudinal K_{LO} y lateral K_{LA} son las calculadas en el capítulo anterior y que presentamos a continuación:

- **Controlador Longitudinal** $K_{LO}=[Kp_{LO} \ Ki_{LO}]$: Las variables de referencia son la velocidad longitudinal u y la altitud h

$$Kp_{LO} = \begin{bmatrix} 34,8011 & -2,3001 & -0,1044 & 59,9551 & 9,8142 & 0,3160 \\ -4,6921 & 0,5840 & -1,7977 & -34,9819 & -3,0258 & 0 \end{bmatrix} \quad [4.4]$$

$$Ki_{LO} = \begin{bmatrix} -5,7272 & -0,5865 \\ -4,1471 & 0,8100 \end{bmatrix} \quad [4.5]$$

- **Controlador Lateral** $K_{LA}=[Kp_{LA} \ Ki_{LA}]$: La variables de referencia es el desplazamiento lateral yx

$$Kp_{LA} = \begin{bmatrix} 0,1258 & -0,1035 & -0,1572 & -0,8589 & -5,8314 & -0,1925 \\ -0,0353 & -0,0595 & -1,9375 & -0,3972 & -4,9374 & -0,1240 \end{bmatrix} \quad [4.6]$$

$$Ki_{LA} = \begin{bmatrix} -0,0480 & 0,0877 \\ 0,0877 & 0,0480 \end{bmatrix} \quad [4.7]$$

4.4 Estructura output feedback basada en eventos

Al igual que sucedía en las estrategias de control continuo, no siempre es posible medir con nuestra red de sensores todas las variables del modelo, por tanto, tenemos que ayudarnos de un estimador para poder realimentar aquellas que no podemos medir, con esta filosofía es en la que se basan las estructuras de control output feedback que se muestra en la Figura 4.9

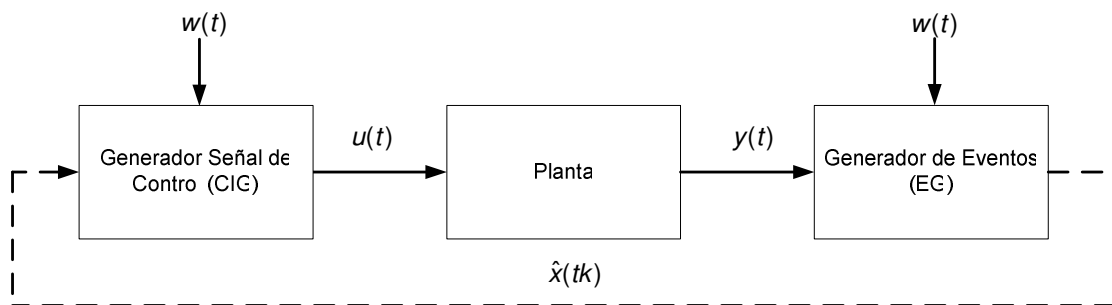


Figura 4.9: Arquitectura output feedback basada en eventos

Tal y como observamos en la Figura 4.9, no tenemos acceso a las variables de estado de la planta $x(t)$, por tanto en el EG tendremos que incorporar un observador que haga una estimación de éstas a partir de la salida de la planta, se trata de un

proceso similar al que implementábamos en los controladores continuos output feedback.

De la misma forma que ocurría en la estructura state feedback, el CIG es el encargado de generar la señal de control a la planta entre eventos y actualizar el modelo teórico de planta que incorpora cuando se produce un nuevo evento, la única diferencia que existe entre el CIG de la estructura state feedback con la output feedback es que ahora cuando se produce un evento no se envía el valor de las variables de estado de la planta sino una estimación de ellas tal y como se presenta en la Figura 4.10.

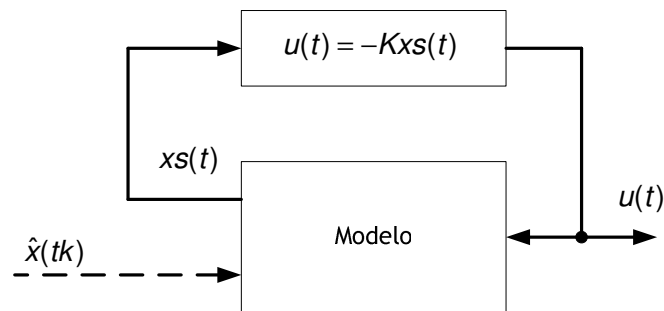


Figura 4.10: CIG estructura output feedback

El modelo de planta ahora que gobierna el CIG se describe según la ecuación [4.8]

$$\begin{aligned} \dot{x}s(t) &= Axs(t) + Bu(t) \\ x(tk^+) &= \hat{x}(tk); t \geq tk \\ u(t) &= -Kxs(t) \end{aligned} \quad [4.8]$$

Además como sucedía en los controladores continuos, para poder implementar una estructura output feedback el conjunto (A,B) debe ser controlable y el (A,C) debe ser observable.

Respecto al EG, éste debe realizar una estimación de las variables de estado de la planta, para lo cual, incluimos un observador de Kalman, la estructura del EG en la estructura output feedback con estos elementos se muestra en la Figura 4.11.

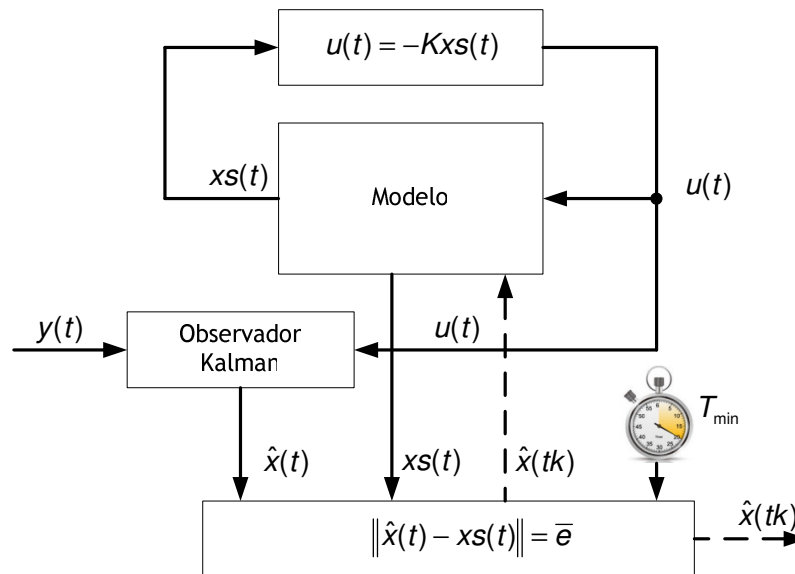


Figura 4.11: EG estructura output feedback

En el bloque EG definimos ahora el event threshold que es la diferencia entre el estimador de las variables de estado y las del modelo teórico según la ecuación [4.9]

$$\|\hat{x}(t) - x_s(t)\| = \bar{e} \quad [4.9]$$

además de un observador de Kalman que se describe según la ecuación [4.10]

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + Kf(y - C\hat{x}) \quad [4.10]$$

y que se obtiene la matriz del observador Kf según hicimos en el capítulo de los controladores continuos.

Igual que sucedía con el EG de la estructura estado feedback, en la estructura output feedback también está modulada por el event threshold y el tiempo mínimo entre eventos, por tanto son dos parámetros de diseño a determinar.

4.5 Controladores eventos output feedback PI de 2DOF

Si ahora queremos diseñar controladores PI de 2 DOF con la estructura output feedback basados en eventos, implementaremos un CIG y un EG como el mostrados en las Figuras 4.12 y 4.13 respectivamente (**se ha desarrollado un EG modificado sobre la propuesta de [Lehmann, 2011] al objeto de simplificar el diseño del sensor a costa de sacrificar parte de los recursos de transmisión por tener que alimentar éste con la señal de control $u(t)$**).

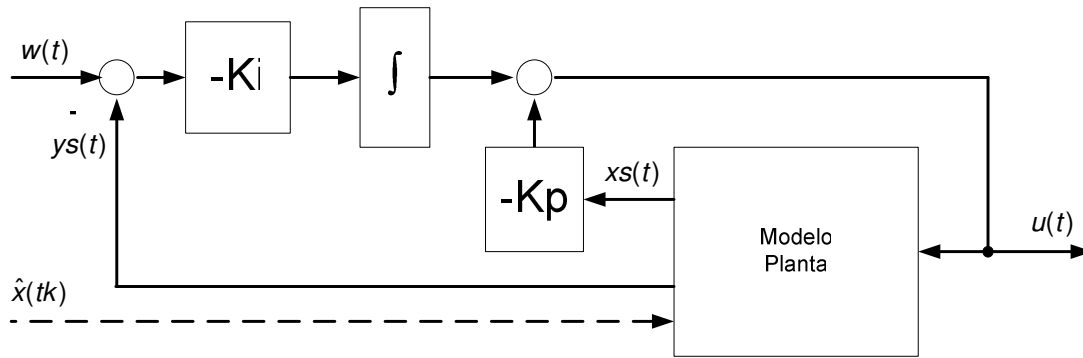


Figura 4.12: CIG del controlador output feedback PI de 2 DOF

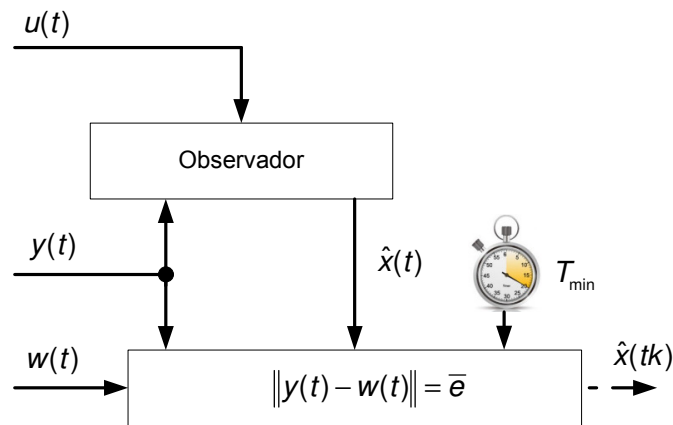


Figura 4.13: EG del controlador output feedback PI de 2 DOF

En este caso, al igual que sucedía en la arquitectura de eventos state feedback, los parámetros de diseño son los mismos que el control continuo salvo el event threshold \bar{e} y el tiempo mínimo entre eventos T_{min} que son dos nuevos grados de libertad que incorpora el control de eventos. Por otro lado, los parámetros del observador tanto para el controlador longitudinal como el lateral son idénticos a los desarrollados para el control continuo y que mostramos en la ecuación [4.11] para el longitudinal y [4.12] para el lateral

- **Observador controlador Longitudinal:** Las variables de referencia son la velocidad longitudinal u y la altitud h

$$Kf_{LO} = \begin{bmatrix} 1,8770 & -0,2451 & -0,3837 & -2,0747 \\ -2,4774 & 2,8218 & 1,0874 & 1,4922 \\ -0,2749 & 0,4824 & 0,1445 & 0,1706 \\ -0,3974 & 0,1452 & 0,2901 & 1,0132 \\ -2,1263 & 0,1737 & 1,0266 & 8,0574 \\ 114,2627 & -13,8751 & -15,2707 & -93,2174 \end{bmatrix} \quad [4.11]$$

- **Observador controlador Lateral:** La variables de referencia es el desplazamiento lateral y_x

$$Kf_{LA} = \begin{bmatrix} -8,9883 & -1,1676 & 0,1148 & -0,4039 & 0,2174 \\ 6,0806 & 0,4479 & 0,3802 & 0,2442 & -0,0875 \\ 0,4479 & 0,2950 & 0,1820 & 0,0424 & 0,0501 \\ 0,3821 & 0,1829 & 1,2284 & 0,0498 & 0,2570 \\ 0,2455 & 0,0426 & 0,0498 & 0,2474 & 0,9794 \\ -0,0877 & 0,0502 & 0,2563 & 0,9765 & 8,3456 \end{bmatrix} \quad [4.12]$$

Finalmente, tanto para el controlador longitudinal como para lateral solo nos falta fijar los parámetros de event threshold $\bar{\epsilon}$ y tiempo mínimo entre eventos T_{min} que tras varias pruebas y aproximaciones hemos encontrado que se adaptan bien a nuestro problema un $\bar{\epsilon}=0,1$ y un $T_{min}=0,1s$ que son lo mismo que determinamos en las estructuras state feedback.

4.6 Estabilidad de los controladores basados en eventos

Para evaluar de la estabilidad de los controladores de eventos nos apoyaremos en sus equivalentes continuos (donde partimos de la base que las matrices de control calculadas hacen el sistema continuo estable y que a su vez el de eventos debe parecerse lo mas posible al continuo sobre el que nos apoyamos para su diseño) ya que, el diseños de estos nuevos controladores se basan en adaptar los controladores state feedback y output feedback a una estructura en eventos que incorpora dos nuevos grados de libertad como son el event threshold y tiempo mínimo entre eventos. Para analizar la estabilidad nos apoyaremos en un sistema de control continuo estable que denotamos con vector de variables de estados $x(t)$ Figura 4.14 y el equivalente de eventos cuyo vector de estados es $x(t)$ Figura 4.15

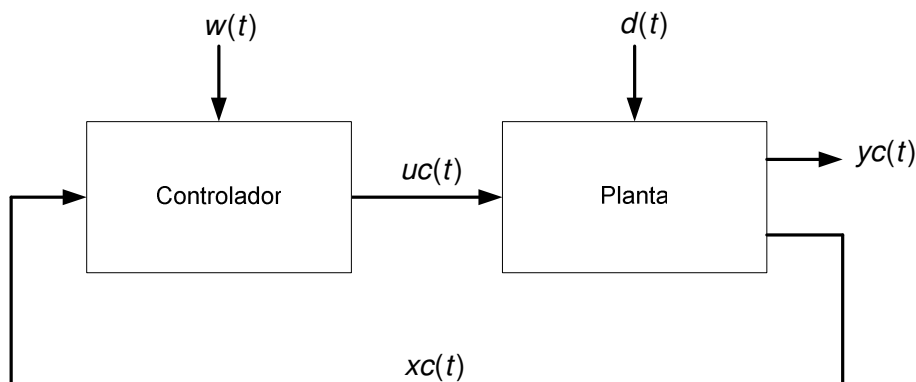


Figura 4.14: Modelo controlador continuo

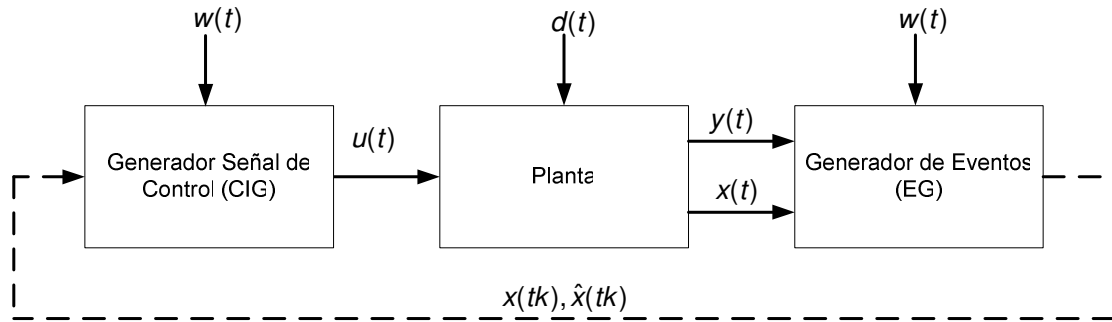


Figura 4.15: Modelo controlador eventos

Realizaremos este análisis en dos pasos: primero analizaremos la estructura state feedback de eventos para luego continuar con la output feedback

- **Estructura state feedback**

El vector de estados del controlador continuo se modela según la ecuación [4.13]

$$\dot{x}_c(t) = Ax_c(t) - BKx_c(t) \quad [4.13]$$

en cambio, el de eventos mediante la [4.14]

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - BKx_s(t) \quad [4.14]$$

donde $x_s(t)$ es el vector de estados del modelo teórico de planta, si ahora definimos el error de aproximación como la diferencia entre el vector de estados del control de eventos respecto a su equivalente de control continuo según la ecuación [4.15]

$$e(t) = x(t) - x_c(t) \quad [4.15]$$

Desarrollando esta expresión llegamos a la conclusión que podemos acotar el error de aproximación en función del event threshold \bar{e} seleccionado en el EG del controlador de eventos según la expresión [4.16]

$$\|e(t)\| \leq \bar{e} \int_0^{\infty} \|e^{(A-BK)\alpha} BK\| d\alpha = e_{\max} \quad [4.16]$$

La expresión anterior indica que, si tenemos un controlador continuo estable podemos acotar la variación entre el comportamiento continuo y el de eventos en función del event threshold y por tanto garantizar la estabilidad de nuestro controlador. En la Figura 4.16 se representa el efecto del event threshold sobre el error de aproximación.

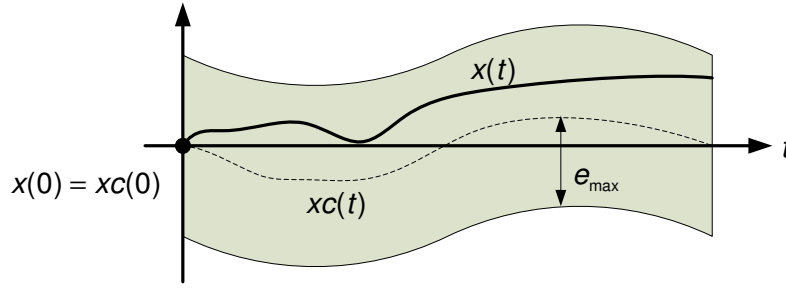


Figura 4.16: Error de aproximación

Para analizar el tiempo mínimo entre eventos, supondremos tal y como cómo hicimos con los controladores continuos, que las perturbaciones $d(t)$ están acotadas [4.17]

$$\|d(t)\| = d_{\max} \quad [4.17]$$

por otro lado, definimos el vector de estados diferencial como el diferencia entre el vector de estados de la planta con control de eventos y el vector de estados del modelo teórico de ésta tal y como se formula en la ecuación [4.18]

$$x\Delta(t) = x(t) - xs(t) \quad [4.18]$$

así pues, en el EG, se producirá un nuevo evento siempre y cuando se cumpla la condición [4.19], donde E es la matriz que pondera las perturbaciones dentro del modelo.

$$\|x\Delta(t)\| = \left\| \int_{t_k}^t e^{A(t-\alpha)} E d(\alpha) d\alpha \right\| = \bar{e} \quad [4.19]$$

por tanto, el tiempo mínimo entre eventos T_{\min} es el intervalo de tiempo mas corto que cumple la condición anterior y que formulamos según [4.20]

$$\begin{aligned} T_{\min} &= \min_k T_k \\ T_k &= t_{k+1} - t_k \quad (k = 0,1,2,..) \end{aligned} \quad [4.20]$$

Dado que las perturbaciones están acotadas, podemos fijar una cota mínima [4.21] y máxima [4.22] para este factor

$$\bar{T} = \arg \min_t \left\{ \int_0^t \|e^{A\alpha} E\| d\alpha = \frac{\bar{e}}{d_{\max}} \right\} \quad [4.21]$$

$$\underline{T} = \arg \min_t \left\{ \int_{t_k}^t \|e^{A(t-\alpha)} E d(t)\| d\alpha = \bar{e} \right\} \quad [4.22]$$

Con lo que el tiempo mínimo entre eventos deberá estar comprendido entre estas cotas [4.23]

$$\bar{T} \leq T_{\min} \leq \underline{T} \quad [4.23]$$

- **Estructura output feedback**

Para la estructura output feedback en la cual mediante un observador se obtiene una estimación del vector de estados de la planta a partir de la salida de ésta, definimos el error del observador como [4.24]

$$\hat{x}\Delta(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad [4.24]$$

Si además tenemos en cuenta que:

- (A, C) es observable y la matriz del observador Kf hace que $A_o = A - KfC$ sea una matriz de Hurwitz
- Tanto el ruido de medida $v(t)$, las perturbaciones que afectan a la planta $d(t)$ y el error inicial del observador está acotado.

podemos acotar el error de observador como [4.25]

$$\begin{aligned} \|\hat{x}\Delta(t)\| &= \left\| e^{A_o t} \hat{x}\Delta(0) + \int_0^t e^{A_o(t-\alpha)} (Ed(\alpha) - Kfv(\alpha)) d\alpha \right\| \\ &\leq \|e^{A_o t}\| \|\hat{x}\Delta(0)\|_{\max} + \int_0^t \|e^{A_o \alpha}\| \|d\alpha\| (\|E\| d_{\max} + \|Kf\| v_{\max}) \\ &= e_o(t) \end{aligned} \quad [4.25]$$

Ahora, respecto al controlador, se producirá un evento siempre y cuando el error entre el estimador de la planta y el modelo teórico de este sea igual al event threshold , por tanto, esta diferencia está acotada según la expresión [4.26]

$$\|x\Delta s(t)\| = \|\hat{x}(t) - xs(t)\| \leq \bar{e} \quad [4.26]$$

Según las expresiones anteriores, la diferencia entre el vector de estados de la planta y el modelo teórico de ésta también esta acotado según [4.27]

$$\begin{aligned} \|x\Delta(t)\| &= \|x(t) - xs(t)\| \\ &= \|x(t) - \hat{x}(t) + \hat{x}(t) - xs(t)\| \\ &\leq \|x(t) - \hat{x}(t)\| + \|\hat{x}(t) - xs(t)\| = e_o(t) + \bar{e} \end{aligned} \quad [4.27]$$

Si ahora calculamos el error de aproximación entre el vector de estados de la planta con control de eventos output feedback respecto al control continuo state feedback queda descritas por las expresión de la ecuación [4.28]

$$\begin{aligned} e(t) &= x(t) - xc(t) \\ \dot{e}(t) &= (A - BK)e(t) + BKx\Delta(t) \end{aligned} \quad [4.28]$$

y que está acotada según la expresión [4.29]

$$\|e(t)\| \leq (e_o(t) + \bar{e}) \int_0^{\infty} \|e^{(A-BK)\alpha} BK\| d\alpha = ey_{\max} \quad [4.29]$$

Analizando la expresión anterior, se concluye que el error de aproximación tiene un valor superior en la arquitectura output feedback debido al error del observador $e_o(t)$, en el caso que este error fuese cero, ambas arquitecturas tendrían el mismo error.

Respecto al tiempo mínimo entre eventos, siguiendo un razonamiento similar al que hemos hecho para la estructura state feedback y considerando que ahora el vector de variables de la planta se obtiene a través de un observador, dicho factor nos queda acotado según las siguientes expresiones:

$$\bar{T} \leq T_{\min} \leq T_- \quad [4.30]$$

$$\bar{T} = \operatorname{argmin}_t \left\{ \int_0^t \|e^{A_o\alpha} E\| d\alpha = \frac{\bar{e}}{\|KfC\|(e_o(t) + \bar{e}) + \|Kf\|v_{\max}} \right\} \quad [4.31]$$

$$T_- = \operatorname{argmin}_t \left\{ \int_{tk}^t \|e^{A_o(t-\alpha)} Kf(Cx\Delta(\alpha) + v(\alpha))\| d\alpha = \bar{e} \right\} \quad [4.32]$$

4.7 Saturación de los actuadores – Diseño anti-windup

Al tratar un sistema real, debemos contemplar las limitaciones que la saturación de los actuadores imponen al sistema, además hay que considerar que al incluir controladores PI tendremos efectos adversos de windup, por lo que, para minimizar estos efectos añadimos como también hicimos en el control continuo, una estructura de anti-windup [Kiener, 2012]. Las mencionadas estructuras de anti-windup actúan sobre el generador de señal de control (CIG) que el elemento del sistema que manifiesta el efecto de windup, con todo esto, las arquitecturas de control de eventos, tanto la state feedback como la output feedback, modificadas con este sistema de compensación se muestran en las Figuras 4.17, 4.18, 4.19 y 4.20:

• Estructura state feedback

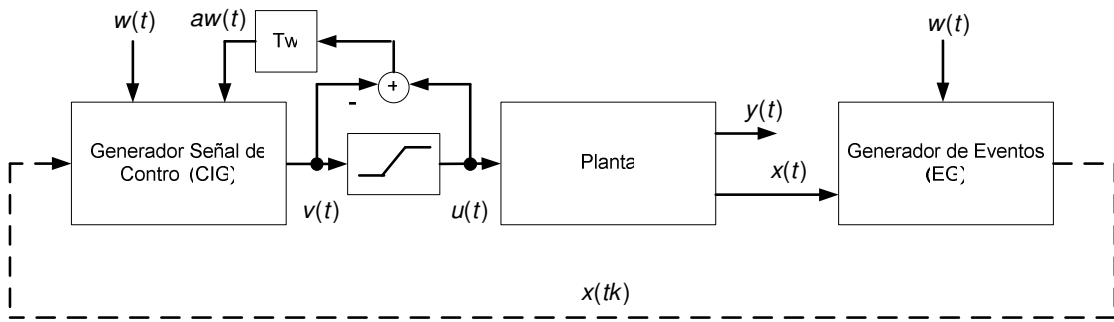


Figura 4.17: Estructura state feedback con anti-windup

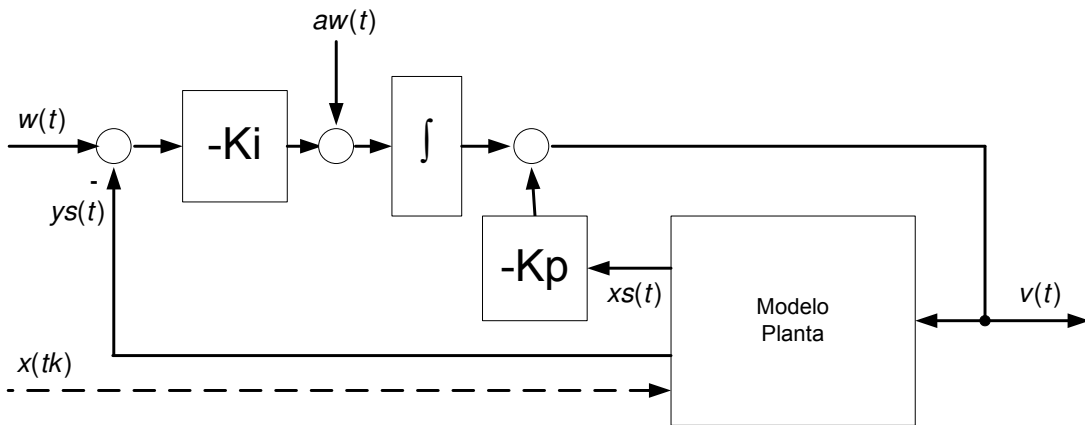


Figura 4.18: CIG estructura state feedback con anti-windup

• Estructura output feedback

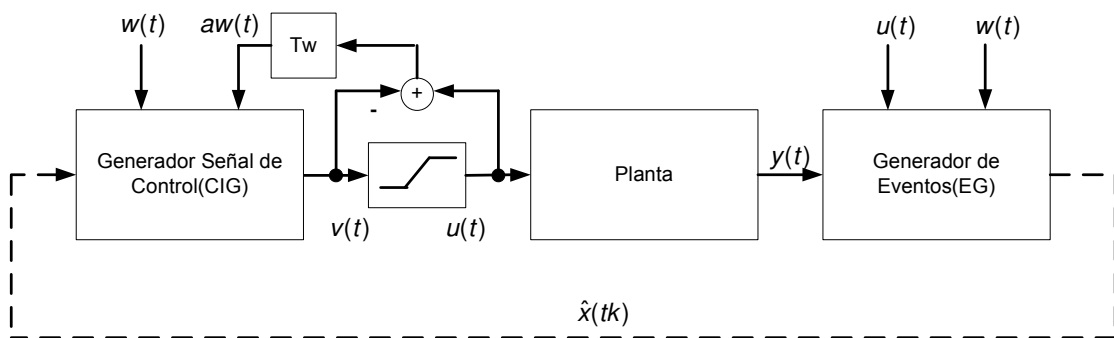


Figura 4.19: Estructura output feedback con anti-windup

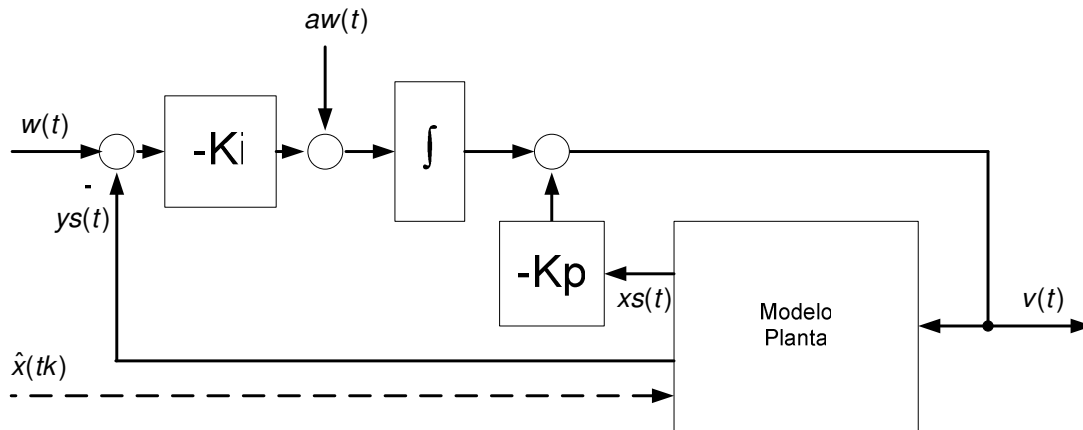


Figura 4.20: CIG estructura output feedback con anti-windup

Como se observa en las figuras anteriores, el generador de señal de control tiene una arquitectura idéntica en ambas estrategias (state feedback y output feedback) salvo que en la primera se alimenta con el vector de estados $x(tk)$ y en el segundo con un estimador de este.

4.8 Resultados de la simulación.

Al igual que hicimos con los controladores continuos, para analizar la respuesta de los controladores basados en eventos someteremos a nuestro sistema a unos cambios de consigna y analizaremos la respuesta obtenida tanto para el controlador longitudinal como para el lateral tal y como se muestra en los siguientes apartados.

4.8.1 Resultados del controlador eventos longitudinal

Al controlador longitudinal le aplicaremos el cambio consigna $w(t)$ siguiente:

$$w(t) = \begin{pmatrix} u_{ref}(t) \\ h_{ref}(t) \end{pmatrix} \quad [4.33]$$

$u_{ref}(t)$ escalón de 10m/s ($t=5s$)

$h_{ref}(t)$ escalón de 70m ($t=5s$)

cuya representación gráfica se muestra en la Figura 4.21

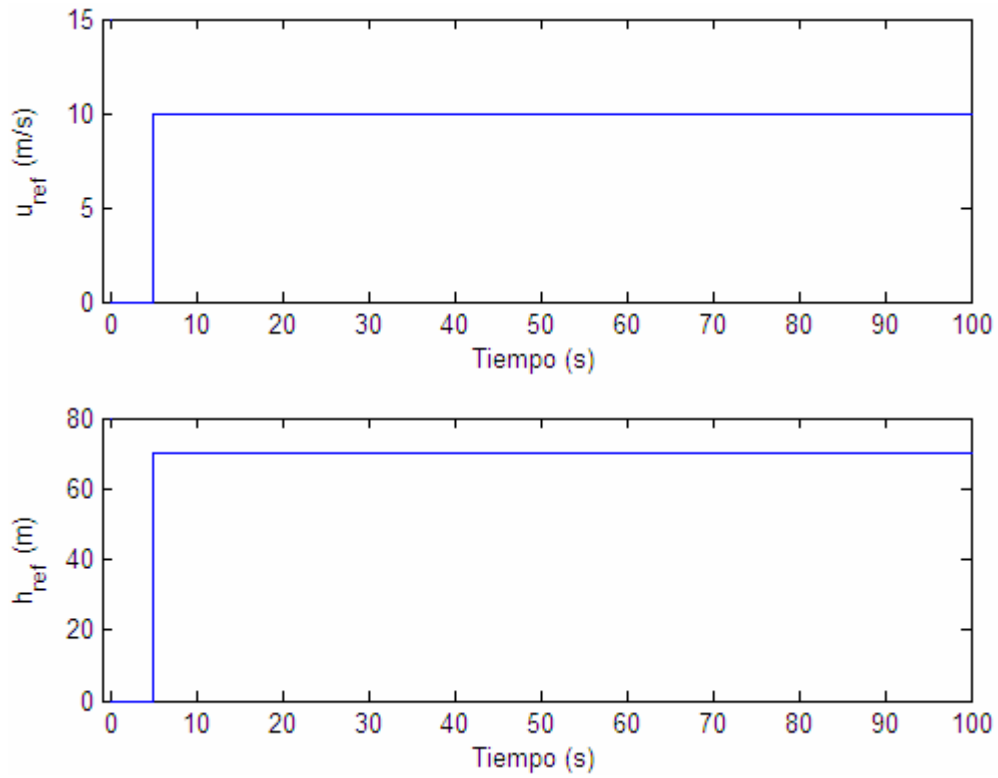


Figura 4.21: Cambios consigna para el controlador de eventos longitudinal

Con un event threshold $\bar{\epsilon}=0,1$ y un tiempo mínimo entre eventos de $T_{min}=0,1$ s, el controlador de eventos tiene la respuesta de la Figura 4.22

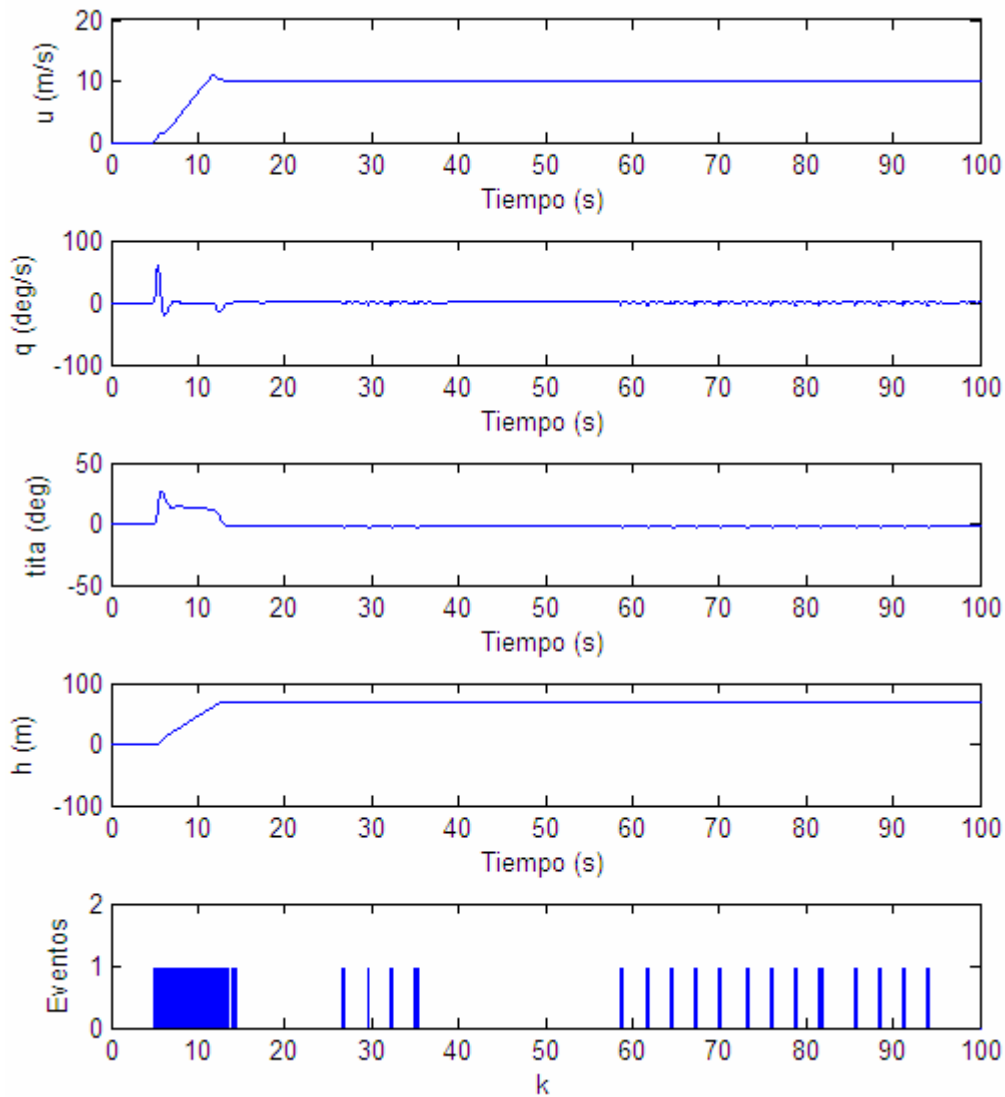


Figura 4.22: Respuesta controlador eventos output feedback longitudinal

Analizando la respuesta del controlador de eventos longitudinal observamos que el sistema alcanza el estado estacionario en 10s y que la variable no controlada tita (θ , cabeceo) es inferior a los 50° y por tanto la actitud del UAV no adquiere ninguna posición extraña en el periodo transitorio. Por otro lado, observamos como cabía esperar, que la mayor concentración de eventos se produce en el intervalo 5-10s que coincide con el periodo transitorio y por tanta es en este periodo donde más ocupación se produce en el bus por el lazo de control.

4.8.2 Resultados del controlador eventos lateral

Para el controlador lateral aplicaremos el cambio consigna $w(t)$ siguiente:

$$w(t) = (y_{x_{ref}}(t)) \quad [4.34]$$

$y_{x_{ref}}(t)$ escalón de 50m (en $t=5s$)

cuya función en el tiempo se muestra en la Figura 4.23

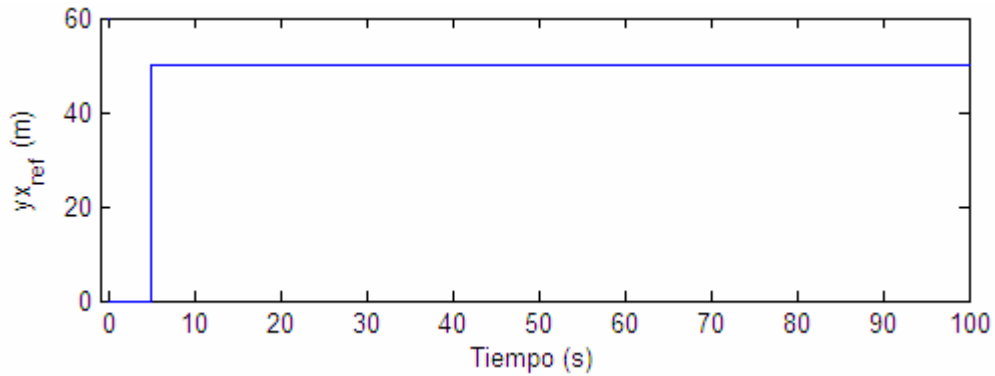


Figura 4.23: Cambios consigna controlador de eventos lateral

Con un event threshold $\bar{\epsilon}=0,1$ y tiempo mínimo entre eventos $T_{min}=0,1s$, obtenemos la respuesta mostrada en la Figura 4.24

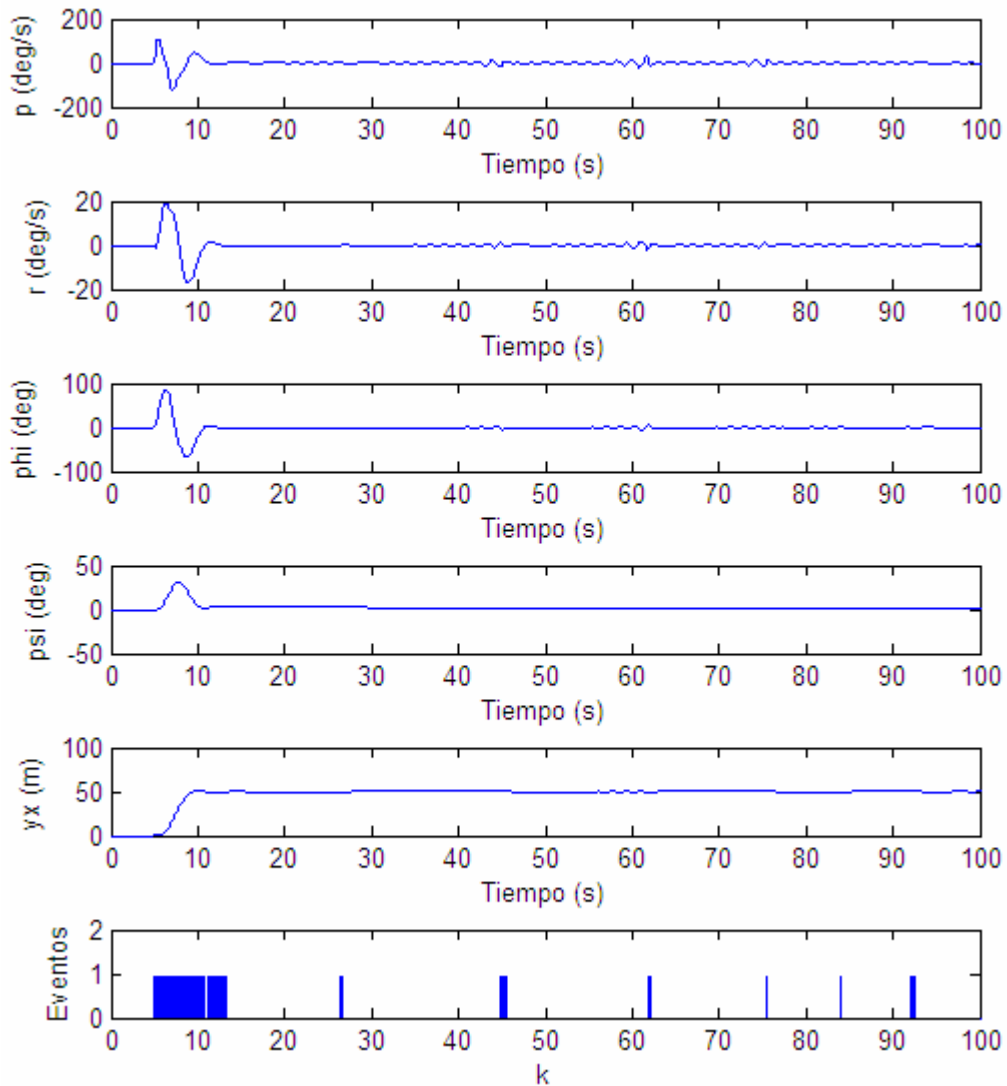


Figura 4.24: Respuesta controlador eventos output feedback lateral

Analizando la respuesta del controlador de eventos lateral tenemos que el sistema alcanza el estado estacionario en 5s y que la variable no controlada phi (Φ , alabeo) es inferior a los 90° y por tanto la actitud del UAV no adquiere ninguna posición extraña en el periodo transitorio. Respecto a los eventos, están concentrados en el periodo transitorio y solo se producen algunos de forma esporádica en el periodo estacionario.

Al igual que pasaba con los controladores continuos, el efecto de los mecanismos de anti-windup se presentan en las regiones de estabilidad experimentales de las Figuras 4.25 y 4.26, donde se observa que la mejora en la respuesta del controlador es muy notable, incluso permite utilizar valores del event threshold y tiempo mínimo entre eventos mayores.

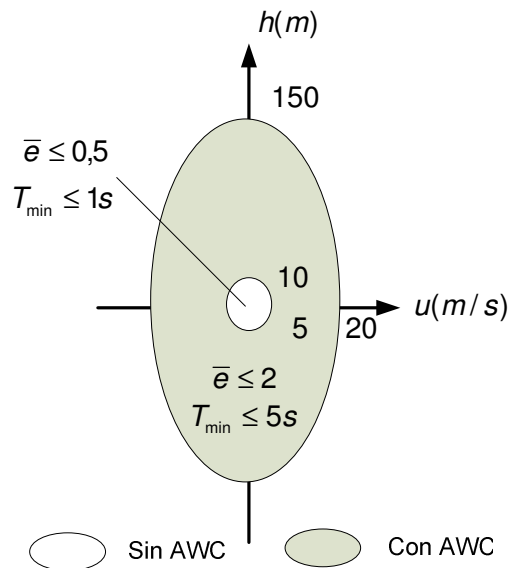


Figura 4.25: Efectos anti-windup en el controlador de eventos longitudinal

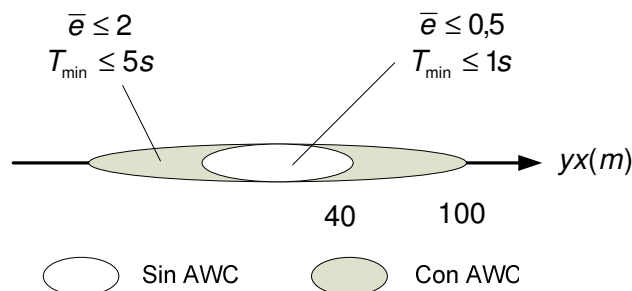


Figura 4.26: Efectos anti-windup en el controlador eventos lateral

4.9 Resumen del capítulo

Tras el desarrollo de este capítulo podemos concluir que las estrategias de control de eventos se ajustan bien al problema de control del UAV, obteniendo una

respuesta satisfactoria incluso considerando las limitaciones de los actuadores, por otro lado, esta estrategia de control tiene el matiz de que tanto el controlador como los sensores tienen mayor complejidad (sensores y actuadores “smart”), pero como ventaja aporta grandes eficiencias en el uso de los recursos de transmisión (Bus) del lazo de control.

En el siguiente capítulo vamos a seguir analizando la respuesta de este tipo de controladores aplicados al UAV, para ello no sólo consideraremos los cambios de consigna sino que incluiremos también ruido de sensores/sistema y efectos atmosféricos con el fin de tener una visión mas realista del comportamiento de dichas estrategias de control.

4.10 Referencias

- [Lehmann, 2011] von Daniel Lehmann (2011), *Event-based state-feedback control-PhD Thesis*. Institute of Automation and Computer Control (ATP) Germany.
- [Kiener, 2012] Georg A. Kiener (2012), *Event-triggered control subject to actuator saturation-Master's Thesis*. KTH Electrical Engineering, Sweden.
- [Dormido, 2008] Sebastián Dormido, J. Sánchez, E. Kofman (2008), *Muestreo, control y comunicación basados en eventos*. Revista iberoamericana de automática e informática.
- [Dormido, 2012] Sebastián Dormido (2012), *Fundamentals on event based control*. Jornadas de automática de Tarrasa.
- [Dormido, 2010] S. Dormido, J, Sánchez y A. Visioli (2010), *A two degree of freedom PI controller based on event*. Journal of process control.
- [Heemels, 2012] W.P.M.H. Heemels, K.H. Johansson, P. Tabuada (2012), *A introduction to event-triggered and self-triggered control*. 51 st IEEE CDC.
- [Lunze, 2011] Jan Lunze (2011), *Event-based control: Theory and application*. Ruhr-Universität Bochum ATP.

5. COMPARATIVA ESTRATEGIAS DE CONTROL: CONTINUAS vs. EVENTOS

Al objeto de comparar las estrategias de control continuas con las basadas en eventos desarrolladas en los capítulos anteriores en un entorno lo mas realista posible, haremos trabajar ambos sistemas bajo condiciones de perturbación atmosféricas como de ruidos del sistema y sensores. Aparte de las perturbaciones anteriores, someteremos también a los controladores a órdenes de guiado al objeto de someterlos a un mayor volumen de estrés tanto desde el punto de vista del cambio de referencias como de la compensación de las perturbaciones. En el presente capítulo solo consideraremos las estructuras output feedback tanto continuas como eventos ya que serían las que utilizaríamos en caso de una implementación real. El capítulo comienza haciendo un repaso de los controladores output feedback tanto continuos como de eventos (apartado 5.1), continua presentando los modelos de turbulencia atmosférica de Dryden y Von Karman (apartado 5.2), posteriormente las perturbaciones que añade el sistemas y los sensores (apartado 5.3), y a continuación los resultados de los experimentos (apartado 5.4). Por último, se analizan las aportaciones del Control de Eventos aplicado al control del UAV desde el punto de vista de ahorro de recursos de transmisión (apartado 5.5)

5.1 Estrategias de control continuo vs. eventos

Según hemos desarrollado en los capítulos anteriores, disponemos de una solución de controladores output feedback continuos y otros basados en eventos tanto para el control longitudinal como el lateral del UAV, a estas estructuras le hemos incorporado también unos mecanismos de anti-windup para compensar los efectos adversos de la función integradora cuando se alcanza la saturación de los actuadores. Por otro lado, respecto a los experimentos realizados para cambio de consigna en los

capítulos anteriores, ambas estrategias resuelven bien el problema del control del UAV.

De forma resumida, se muestran las estructuras de control desarrolladas tanto en la estrategia de control continua como la de eventos Figura 5.1 y 5.2

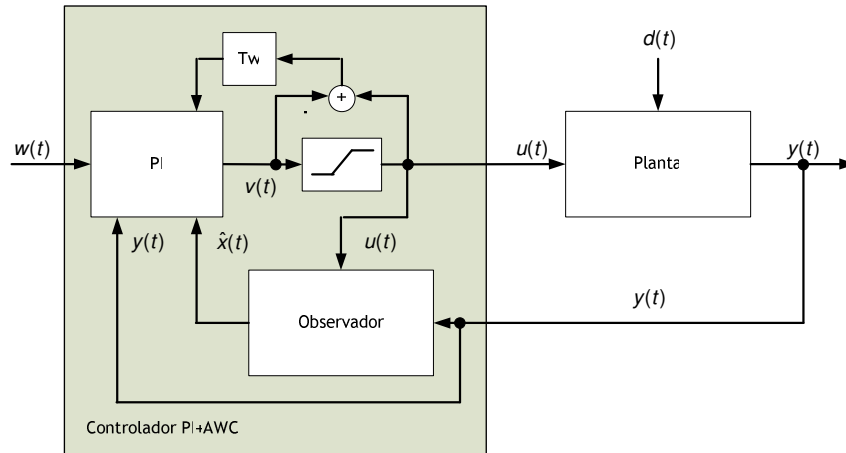


Figura 5.1: Estructura de control continuo

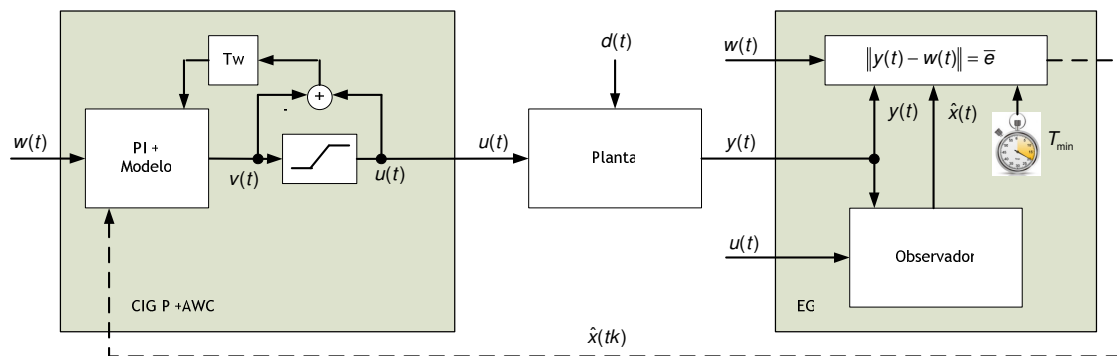


Figura 5.2: Estructura de control de eventos

Las dos estructuras anteriores se aplican tanto al control longitudinal como el lateral y serán las que se estudien en los siguientes apartados.

5.2 Perturbaciones atmosféricas

Para analizar las respuestas de nuestro sistema de control frente a las perturbaciones atmosféricas, nos ayudaremos de dos modelos de turbulencia atmosférica muy que son el de Dryden y Von Karman [McRuer, 1990], [Tatom, 1981], [Yeager, 1998] ampliamente utilizamos en el diseño aeronáutico los cuales están homologados por el ministerio de defensa de los Estado Unidos según las normas MIL-F-8785C y MIL-HDBK-1797 [U.S. Military, 1997], [U.S. Military, 1980].

Estos modelos se basan obtener las velocidades lineales y angulares de la turbulencia haciendo pasar una señal de ruido blanco a través de unos filtros que dependen de la longitud de onda L e intensidad σ de la turbulencia, de la velocidad V y envergadura b del avión, a su vez, se particulariza la turbulencia en función de la altitud h de la aeronave y según sea la intensidad de ésta en ligera, moderada o severa.

Por otro lado, estos modelos de turbulencia para determinar que variaciones sufren tanto las velocidades lineales como angulares de la aeronave cuando son sometidas a estas perturbaciones, se apoyan según el modelo de Dryden o Von Karman en unas determinadas funciones de transferencia para cada uno de los ejes del avión según la siguiente clasificación:

- Eje longitudinal

Velocidad lineal de turbulencia $u_{turb}(t) \rightarrow Hu(s)$

Velocidad angular de turbulencia $p_{turb}(t) \rightarrow Hp(s)$

- Eje lateral

Velocidad lineal de turbulencia $v_{turb}(t) \rightarrow Hv(s)$

Velocidad angular de turbulencia $r_{turb}(t) \rightarrow Hr(s)$

- Eje vertical

Velocidad lineal de turbulencia $w_{turb}(t) \rightarrow Hw(s)$

Velocidad angular de turbulencia $q_{turb}(t) \rightarrow Hq(s)$

Las funciones de transferencia $Hu(s)$, $Hp(s)$, $Hv(s)$, $Hr(s)$, $Hw(s)$ y $Hq(s)$ tanto para el modelo Dryden como para el de Von Karman en función de la especificación MIL-F-8785C o MIL-HDBK-1797 se describen en el Anexo 4

Los mencionados modelos se particularizan en función de la altitud de la aeronave según los siguientes rangos:

Baja altitud ($h < 1000$ feet / 304 m)

En baja altitud, las longitudes de onda de las turbulencias se relacionan para las diferentes especificaciones según las siguientes ecuaciones

- MIL-F-8785C

$$L_w = h$$

$$L_u = L_v = \frac{h}{(0,177 + 0,000823h)^{1,2}} \quad [5.1]$$

- MIL-HDBK-1797

$$2L_w = h$$

$$L_u = 2L_v = \frac{h}{(0,177 + 0,000823h)^{1,2}} \quad [5.2]$$

y las intensidades para ambos modelos según las ecuación [5.3]

$$\sigma_w = 0,1W_{20}$$

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_w} = \frac{\sigma_v}{\sigma_w} = \frac{1}{(0,177 + 0,000823h)^{0,4}} \quad [5.3]$$

Donde W_{20} es la velocidad del viento a 20 feet (6m), según sea este valor tenemos la clasificación de la turbulencia en:

- **Ligera:** $W_{20}=15$ knots (7,7 m/s)
- **Moderada:** $W_{20}=30$ knots (15,4 m/s)
- **Severa:** $W_{20}=45$ knots (23,1 m/s)

Media/Gran altitud ($h>2.000$ feet/608 m)

Para media/gran altitud los modelos tienen la siguiente relación para las longitudes de turbulencia para cada una de las especificaciones

- MIL-F-8785C

Dyden

$$L_u = L_v = L_w = 1.750ft \quad [5.4]$$

Von Karman

$$L_u = L_v = L_w = 2.500ft \quad [5.5]$$

- MIL-HDBK-1797

Dyden

$$L_u = 2L_v = 2L_w = 1.750ft \quad [5.6]$$

Von Karman

$$L_u = 2L_v = 2L_w = 2.500ft \quad [5.7]$$

Para este caso las intensidades de turbulencia están relacionadas según la ecuación [5.8]

$$\sigma_u = \sigma_v = \sigma_w \quad [5.8]$$

Donde la clasificación de ligera, moderada o severa se obtiene mapeando la altitud de la aeronave a la curva correspondiente de severidad en la Figura 5.3

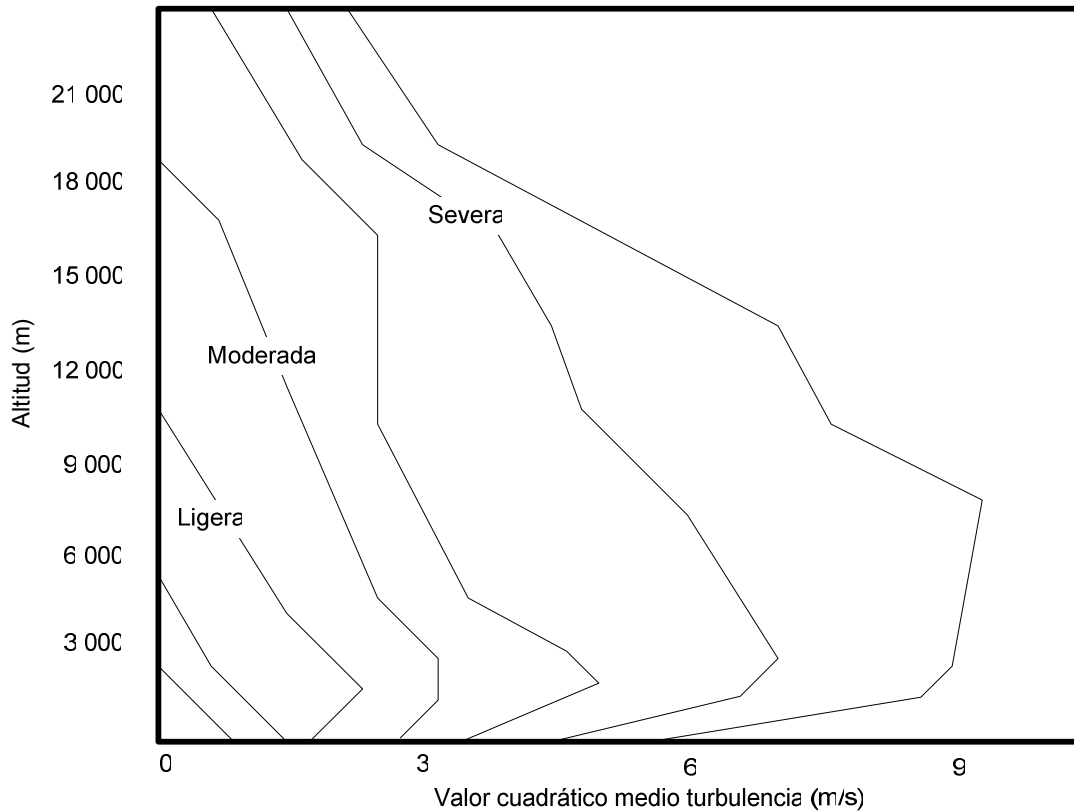


Figura 5.3: Intensidad turbulencia para altitudes > 2.000 feet (608m)

Entre Baja y Media altitud (1.000 feet h <math>< 2.000</math> feet)

Para determinar el nivel de turbulencia entre baja y media altitud hay que hacer una interpolación entre el modelo de baja y el de alta altitud descritos anteriormente.

Por último, la forma de simular la turbulencia en cada uno de los ejes del avión es pasar una fuente de ruido blanco a través de estos filtros, obteniendo las correspondientes fuentes de turbulencia según se ilustra en la Figura 5.4

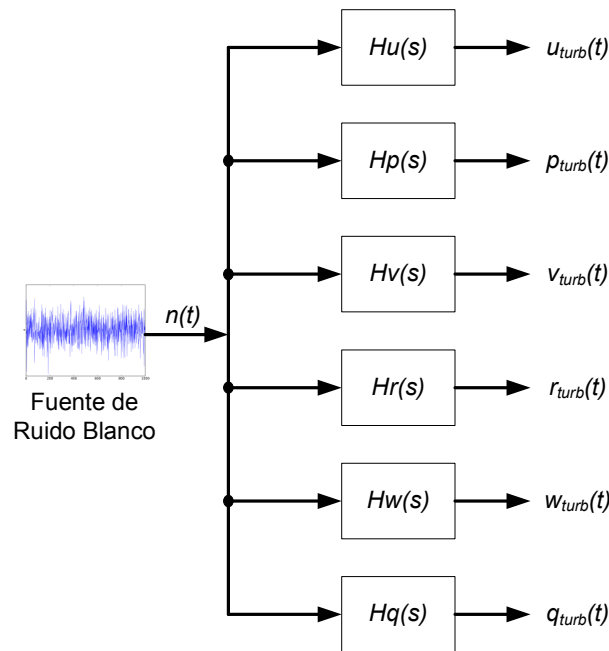


Figura 5.4: Modelo de generación de turbulencias atmosféricas

5.3 Ruido del sistema y de los sensores

Las perturbaciones atmosféricas descritas en el apartado anterior afectan a las velocidades lineales y angulares del UAV con mayor o menor medida en función de la intensidad de la turbulencia, para el resto de variables del sistema (incluidas las afectadas por la turbulencia atmosférica) también se verán perturbadas por el ruido del sistema y de los sensores. Para esta nueva fuente de perturbación consideraremos las fuentes típicas de ruido que afectan a los sistemas electrónicos y en concreto a los UAV [Beard, 2012], [Jung, 2007], las cuales se apoyan en un modelo de ruido blanco limitado en banda. La intensidad de este ruido blanco a priori la desconocemos (en [Beard, 2012] apéndice H, se proponen valores de ruido para los sensores comerciales típicos en UAV's) hasta que no se implemente el sistema de control en un equipo real, aunque por otro lado, si que podremos obtener del sistema de simulación un nivel de ruido a partir del cual nuestro controlador puede volverse inestable.

El ruido blanco $n(t)$ se modela mediante una función de densidad espectral de potencia (DEP) constante $S_n(w)=N_0/2$ en todo el espectro según la Figura 5.5,

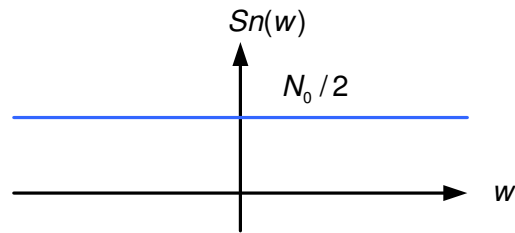


Figura 5.5: DEP de ruido blanco

este modelo de ruido tiene una potencia media infinita y por tanto no es una señal realizable, como contrapartida, utilizaremos un concepto más realista del ruido que podremos simular en nuestro sistema, utilizaremos un modelo de ruido blanco limitado en banda $nb(t)$, este modelo tiene una densidad espectral de potencia constante sólo dentro de la banda de trabajo del sistema, y nulo fuera de ella, por tanto, añadiremos perturbaciones de ruido de sistema y sensores con un proceso que tenga una densidad espectral de potencia como el de la Figura 5.6,

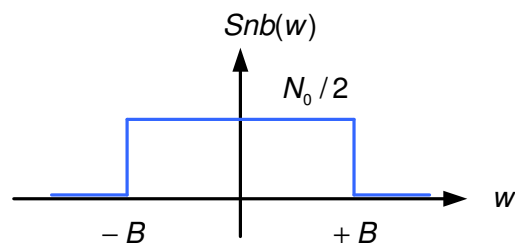


Figura 5.6: DEP ruido blanco limitado en banda

cuya DEP está descrita por la ecuación 5.9

$$Snb(w) = \begin{cases} N_0/2; & -B < w < +B \\ 0; & \text{resto} \end{cases} \quad [5.9]$$

donde la potencia media de este proceso la obtenemos a través de la ecuación 5.10

$$P_{avg} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N_0}{2} dw = \frac{1}{2\pi} \int_{-B}^{+B} \frac{N_0}{2} dw = \frac{N_0 B}{2\pi} \quad [5.10]$$

Según esta descripción, ya tenemos un modelo para simular el ruido de sistemas y sensores para evaluar nuestro sistema.

5.4 Resultados de la simulación

Para analizar el comportamiento de nuestros controladores ante el efecto de las turbulencias atmosféricas y del ruido que proviene de los sensores/sistema,

someteremos tanto a nuestros controladores continuos como de eventos a estos efectos de forma que: daremos órdenes a los controladores por parte del sistema de navegación (cambios de consigna), durante toda la simulación estará presente el ruido de sensores/sistema y por último, en el transcurso de la simulación, el UAV atravesará una zona de turbulencia moderada entre los instantes de tiempo 10 al 40s. A continuación se muestran en detalle de los estímulos comentados.

- **Cambios de consigna**

La forma clásica de analizar los controladores es mediante cambios de consigna basados en escalones de las señales de referencia tal y como hemos hecho en los capítulos anteriores. En este caso, y al objeto de hacerlo lo más realista posible, los cambios de consigna en los aeronaves no se realizan de forma brusca mediante un escalón, sino que el sistema de navegación marca el ritmo de cambio de las variables de vuelo controlada con una pendiente determinada que además nos ayuda a ordenar cambios a la aeronave dentro del performance de ésta. La arquitectura que marca el cambio de consigna se muestra en la Figura 5.7,

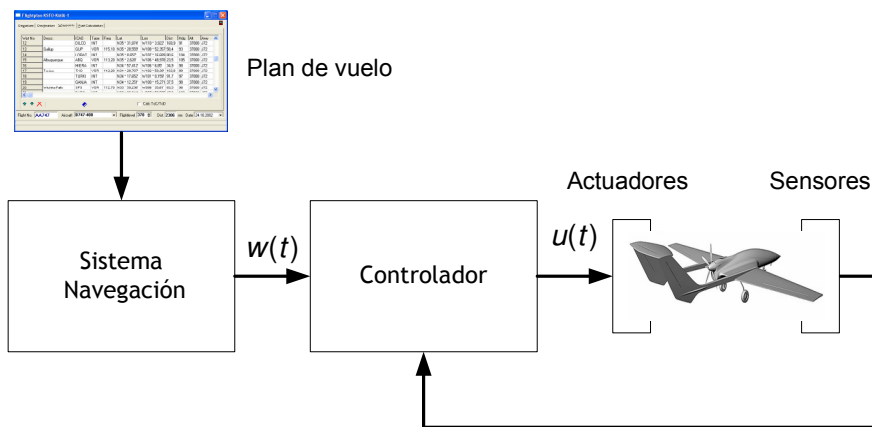


Figura 5.7: Arquitectura genérica del sistema de navegación

por tanto, los cambios de referencia para las variables de consigna irán moduladas por una pendiente de crecimiento que típicamente para la velocidad es de 1 m/s^2 y tanto para la altitud y el desplazamiento lateral es de 2.000 ft/min que equivale a unos 10 m/s . En las Figuras 5.8 y 5.9 se muestran estos cambios con consigna con las pendientes mencionadas y con un valor final igual al que utilizamos en los capítulos anteriores (10 m/s para $u_{ref}(t)$, 70 m para $h_{ref}(t)$ y 50 m para $y_{x_{ref}}(t)$ iniciando estos cambios de consigna en $t=5 \text{ s}$).

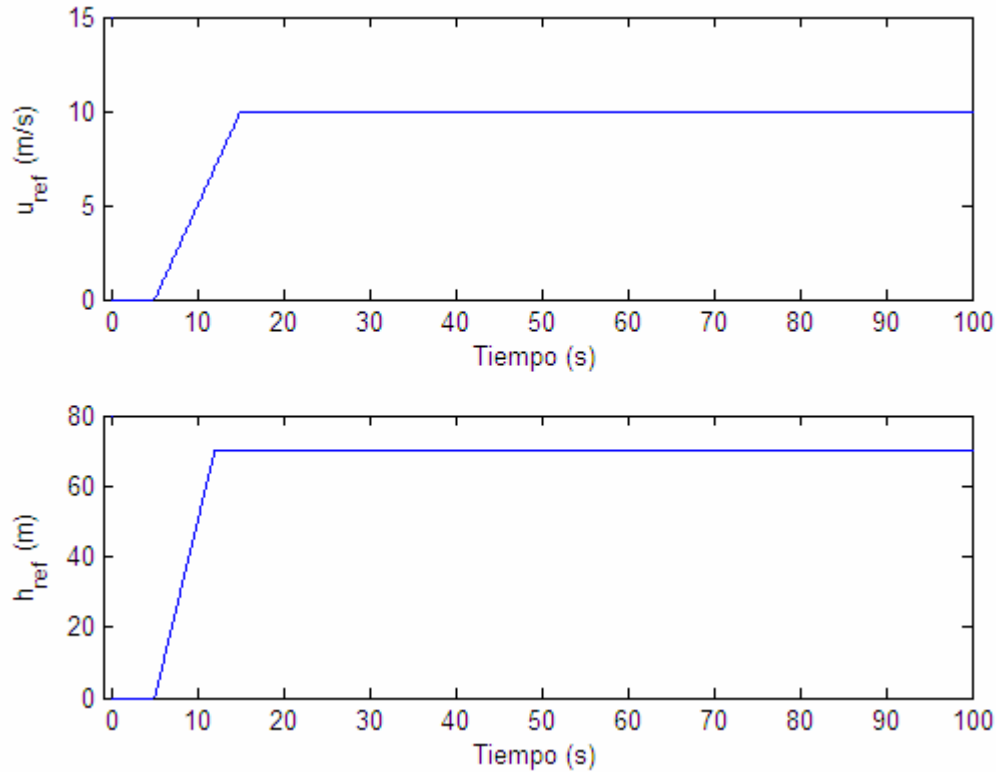


Figura 5.8: Cambios de consigna longitudinal con pendiente

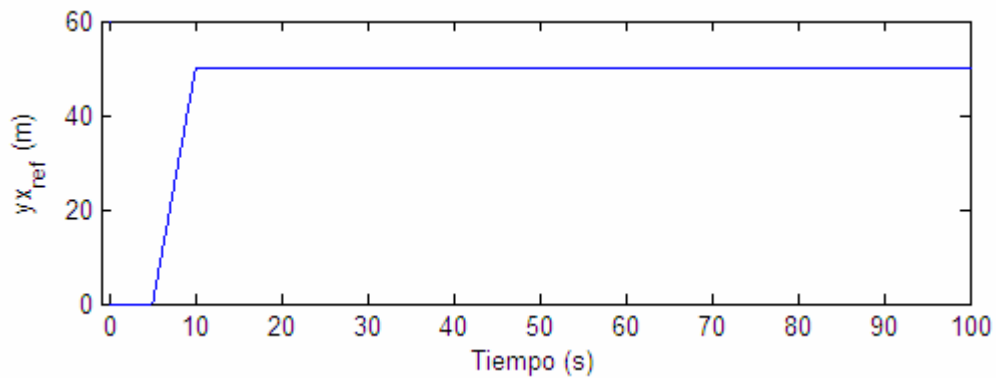


Figura 5.9: Cambios de consigna lateral con pendiente

- **Perturbación atmosférica**

Aplicaremos una turbulencia moderada según el modelo de Dryden (MIL-F-8785C) a una velocidad del UAV de 35m/s y a una altitud de 2.000feet (608m), con una duración de 30 segundos entre el segundo 10 al 40 tal y como se muestra en la Figura 5.10

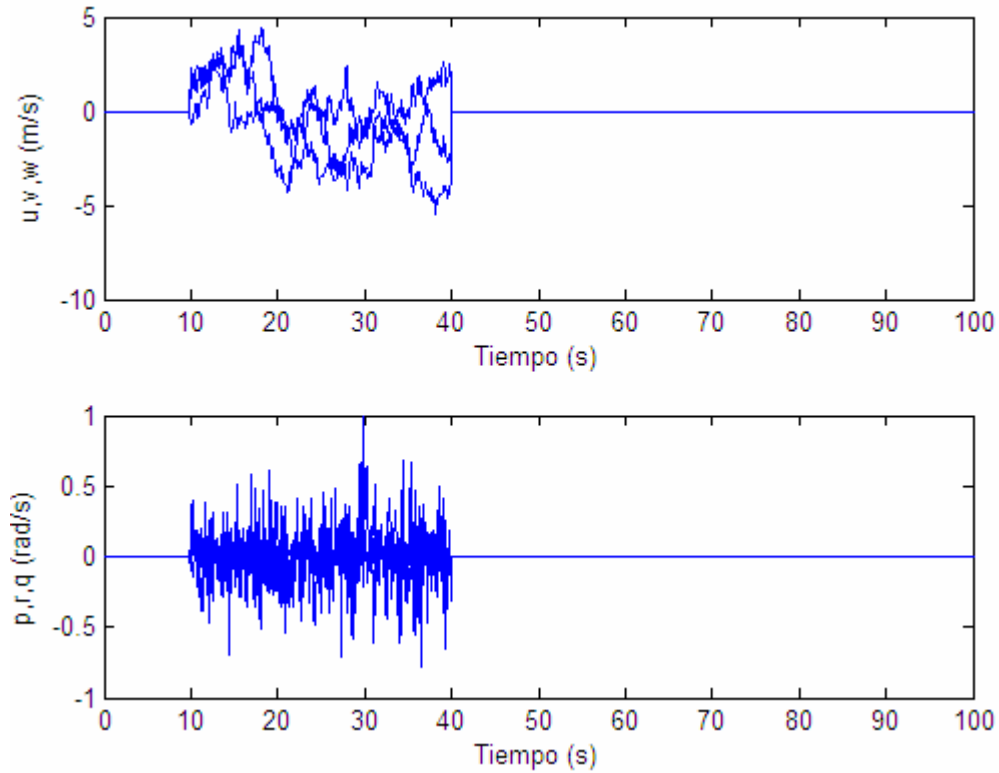


Figura 5.10: Turbulencia atmosférica moderada de 30s de duración

- **Ruidos de sensores y sistemas**

Respecto al ruido de los sensores y el sistema lo simularemos aplicando un ruido blanco con una DEP de 10^{-5} w/rad/s a cada una de las seis variables del sistema de forma que no estén correladas entre si, en la Figura 5.11 se muestra el ruido para las variables longitudinales y 5.12 para las variables laterales.

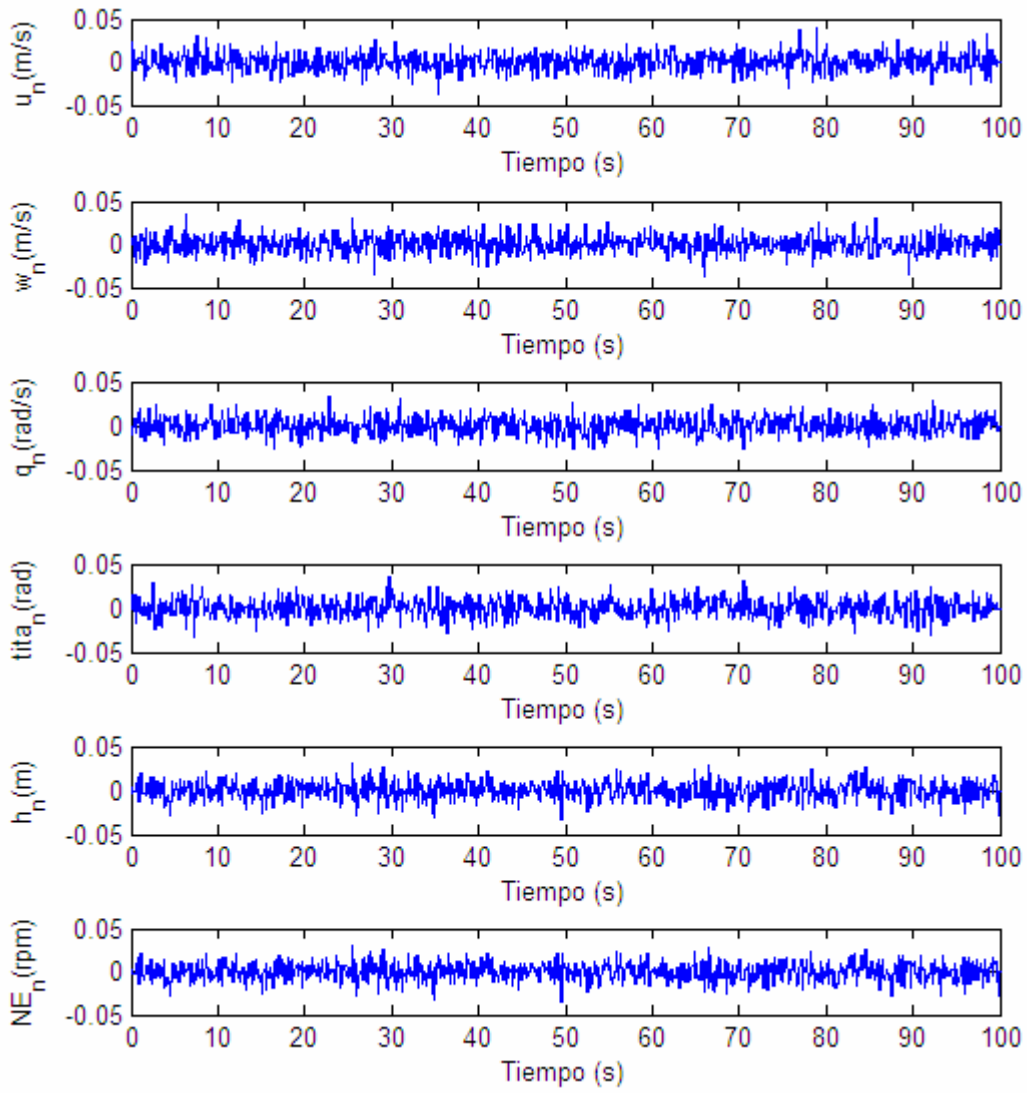


Figura 5.11: Ruido de sensores/sistemas variables longitudinales

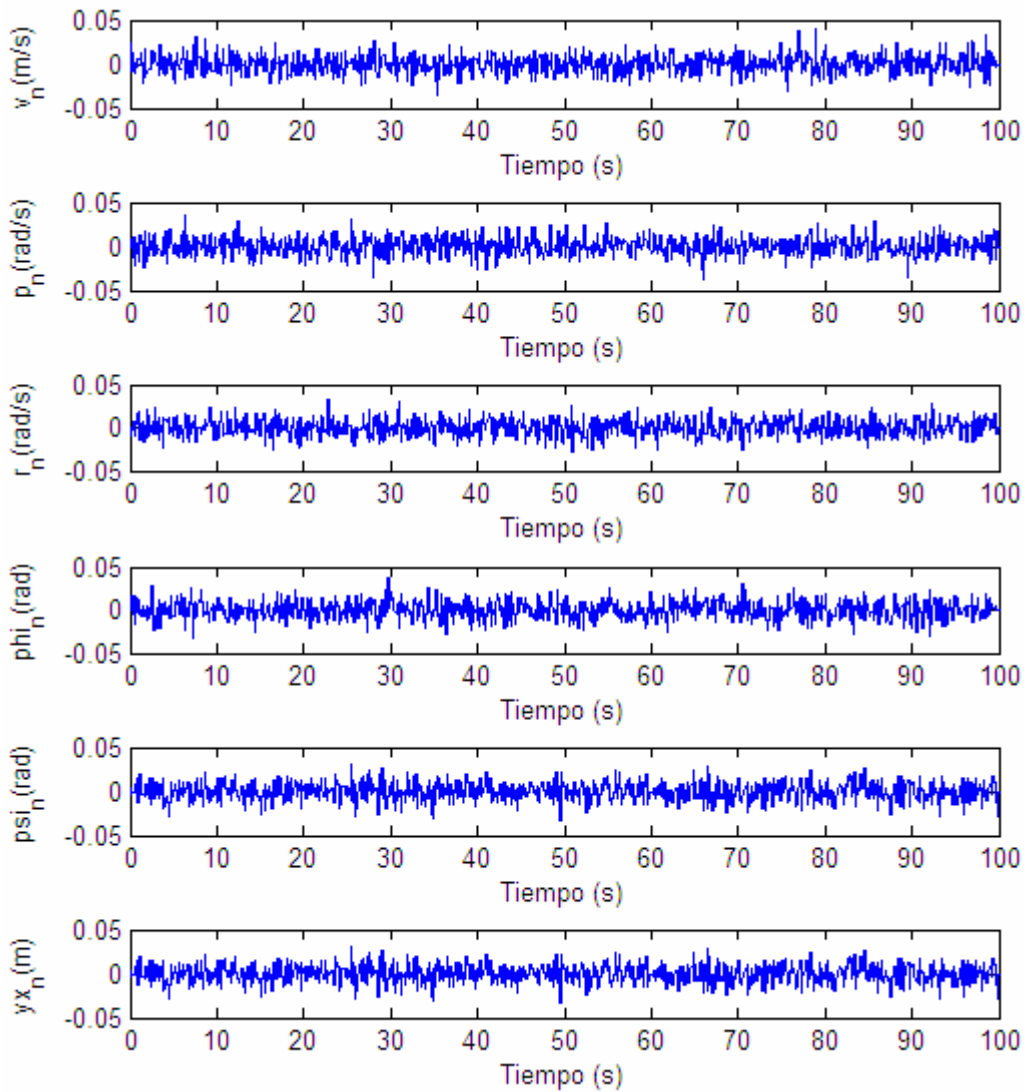


Figura 5.12: Ruido de sensores/sistemas variables laterales

Una vez definidos los estímulos a aplicar a nuestro sistema, analizaremos las respuestas de nuestros controladores continuos y los basados en eventos ($\bar{e}=0,1$ y $T_{min}=0,1s$) aplicando todos estos efectos de forma simultánea. Los resultados de dichas simulaciones se muestran en los apartados siguientes:

5.4.1 Respuesta de los controladores longitudinales (continuos vs. eventos)

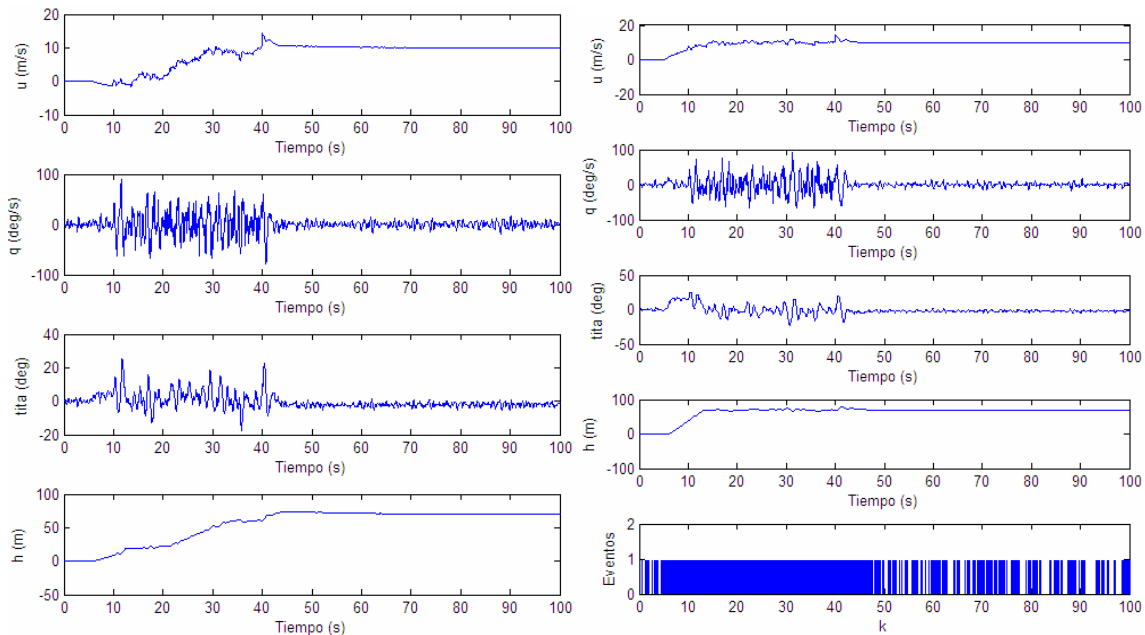


Figura 5.13: Respuesta controladores long.(izq. continuo – dcha. eventos)

5.4.2 Respuesta de los controladores laterales (continuos vs. eventos)

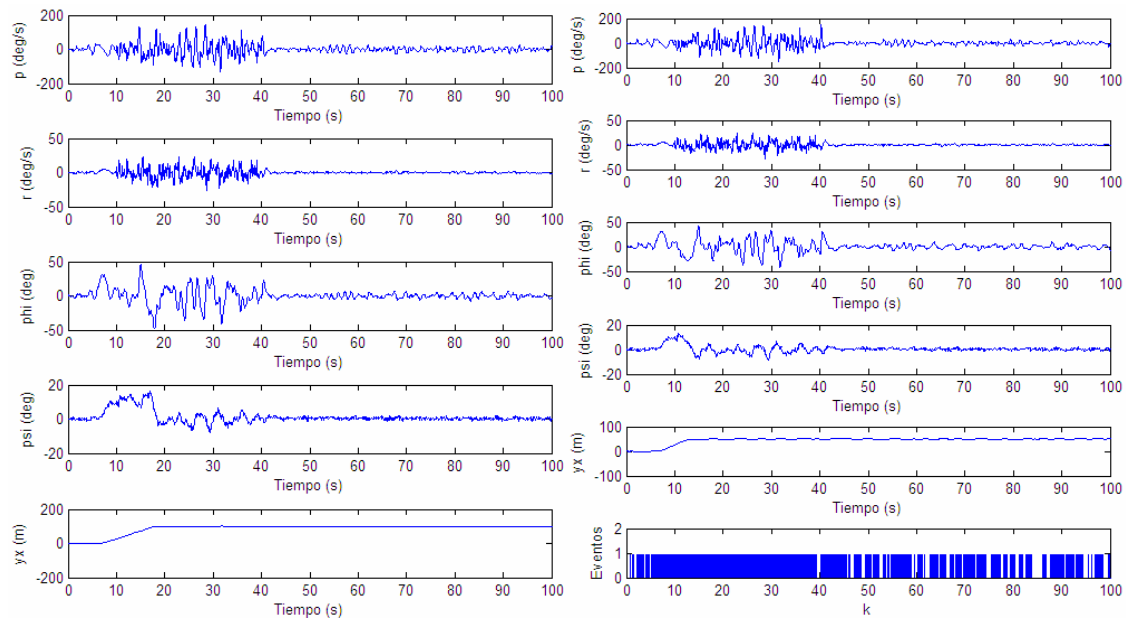


Figura 5.14: Respuesta controladores lat.(izq. continuo – dcha. eventos)

Analizando las Figuras 5.13 y 5.14 para los controladores longitudinales como laterales, observamos que las respuesta de los controladores basados en eventos son similares a los continuos lo que implica que ambas estrategias han respondido correctamente tanto a los cambios de consigna como a compensar las perturbación

(turbulencia atmosféricas y ruido de sistemas/sensores) a las que los hemos sometido y que en todo y aplicando los mismos cambios de consigna que cuando el sistema no está contaminado por ruido/turbulencia siguen trabajando en zona estable.

Relativo a los controladores de eventos, el Bus del lazo de control tendrá mayor ocupación (mayor número de eventos) cuanto mayor sea el nivel de perturbación a que lo estemos sometiendo, por otro lado, la frecuencia de muestro (estrategia continua) y el tiempo mínimo entre eventos (estrategia de eventos) serán las que marcarán la diferencia de performance entre estas dos metodologías de control.

Para tener una idea de la eficiencia de la estrategia de control de eventos aquí presentada, compararemos el uso que haría del Bus la estrategia continua sobre la basada en eventos teniendo en cuenta los parámetros de diseño de estas dos arquitecturas

- Variable del vector de estados: 12 (6 modelo longitudinal y 6 modelo lateral)
- Bits para codificar cada variable: 8 bits
- Frecuencia de muestro: 100 Hz (frecuencia típica en UAV [Beard, 2012])
- Tiempo mínimo entre eventos: 0,1 s

Con los parámetros de diseño anteriores, el Bus de control necesitará un ancho de banda según sea la estrategia elegida de:

C. Continuo: $12 \cdot 8 \text{bits} \cdot 100(1/\text{s}) = 9.600 \text{ bps}$

C. Eventos: $12 \cdot 8 \text{bits} / (0,1 \text{s}) = 960 \text{ bps}$

Como observamos en los resultados anteriores, la estrategia de control de eventos requiere como máximo un ancho de banda 10 veces inferior al de la estrategia de control continua, o dicho de otra forma, con estos parámetros la ocupación del Bus del lazo de control por parte de la estrategia de control de eventos será el **10%** que la que necesitaría una basada en control continuo.

El Bus de la estrategia de eventos tendrá un uso en función de la perturbación a la que sea sometido el sistema, por tanto, para tener una visión global del uso de este, analizaremos su ocupación en función de los estímulos de cambio de consigna, ruido de sensores/sistemas y turbulencia, los resultados obtenidos se muestran en la Figura 5.15

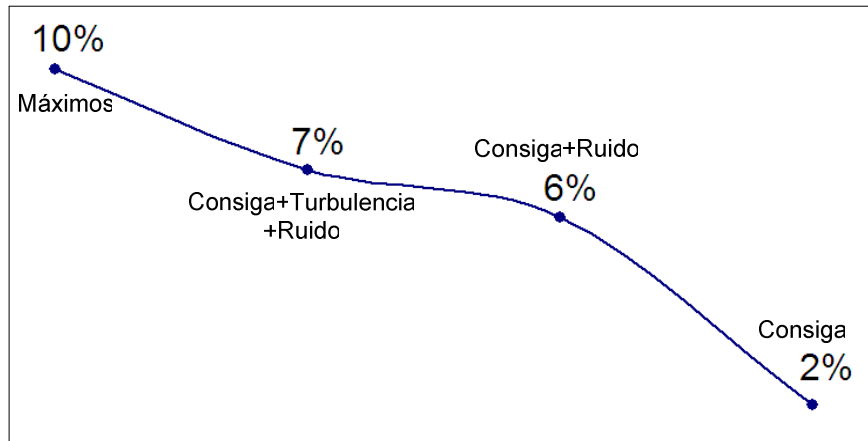


Figura 5.15: % ocupación del Bus C. Eventos vs. C. Continuo

Según los resultados anteriores, para el experimento realizado, observamos que el factor que mas impacta en el uso del bus es el ruido de sensores/sistemas 4 p.p., luego los cambios de consiga, 2 p.p. y por último la turbulencia moderada solo un 1p.p.

5.5 Aportaciones de las estrategias de eventos al control del UAV

Tras el desarrollo de las estrategias de control de eventos aplicadas al UAV podemos concluir que: es una estrategia que puede aplicarse a este tipo de problemas puesto que obtiene resultados similares a las clásicas de control continuo, por tanto, aunque hasta ahora no hay referencias de uso de estas metodologías para este tipo de problemas, **las estrategias de control de eventos se pueden aplicar con garantía y con resultados satisfactorios en el control y estabilización de UAV.**

Por otro lado, aunque en este tipo de metodologías se incrementa la complejidad de los sensores y controladores, **obtenemos con las estrategias de control de eventos aplicadas al UAV grandes eficiencias en el uso de los recursos de transmisión del Bus del lazo de control.**

5.6 Resumen del capítulo

En el presente capítulo hemos sometido tanto a los controladores continuos como de eventos a una test de estrés en el cual aparte de cambios de consigna hemos añadido ruido de sensores/sistemas y efectos atmosféricos adversos, tras las simulaciones realizadas concluimos que las estrategias de control de eventos tienen

una respuesta similar a las obtenidas con técnicas clásicas de control continuo. Por otro lado, aunque sobre estas técnicas de control no existen referencias sobre su uso en UAVs, concluimos que pueden tener grandes ventajas por el uso eficiente que hacen de los recursos de transmisión en el Bus del lazo de control, sobretodo por el hecho que últimamente las arquitecturas de los UAV se basan en técnicas de control en red (NCS) y es aquí donde el Bus se vuelve un elemento crítico del sistema.

5.7 Referencias

- [McRuer, 1990]** D. McRuer, I. Ashkenas, D. Graham (1990), *Aircraft Dynamics and Automatic Control*. Princeton University Press.
- [Tatom, 1981]** F. Tatom, R. Smith, G. Fichtl (1981), *Simulation of Atmospheric Turbulent Gusts and Gust Gradients*. Aerospace Sciences Meeting, St. Louis, Missouri.
- [Yeager, 1998]** J. Yeager (1998), *Implementation and Testing of Turbulence Models for the F18-HARV simulation*. NASA CR-1998-206937.
- [U.S. Military, 1997]** U.S. Military (1997), *U.S. Military Handbook MIL-HDBK-1797*.
- [U.S. Military, 1980]** U.S. Military (1980), *U.S. Military Specification MIL-F-8785C*.
- [Beard, 2012]** Randal W. Beard, Timothy W. McLain (2012), *Small Unmanned Aircraft, Theory and Practice*. Princeton University Press.
- [Jung, 2007]** Dong Jung, Panagiotis Tsiotras (2007), *Inertial Attitude and Position Referente System Development for a Small UAV*. Georgia Institute of Technology.

6. ANÁLISIS DE LAS REGIONES DE ESTABILIDAD

Según hemos visto en los capítulos anteriores, el hecho de tener unos actuadores los cuales a partir de un rango de operación lineal entran en saturación no permite garantizar una estabilidad global de nuestro sistema independientemente de la estrategia de control que utilicemos. Basándonos en los trabajos de George A. Kiener [Kiener, 2012] y Sophie Tarbouriech [Tarbouriech, 2011] desarrollaremos una metodología para encontrar regiones de estabilidad asintótica (ROS Region of asymptotic Stability) donde el controlador diseñado garantice la estabilidad del sistema. El capítulo comienza formulando la metodología de cálculo de las ROS en los sistemas de control continuo genérico y posteriormente se adapta a las estructuras PI (apartado 6.1), posteriormente se hace el mismo análisis sobre los sistemas de eventos (apartado 6.2), seguidamente se formula el problema considerando el efecto de los sistemas de anti-windup (apartado 6.3), seguidamente continuamos con el cálculo de las regiones de estabilidad para nuestros sistemas de control (apartado 6.4) y, por último, terminamos comparando las regiones de estabilidad teóricas calculadas por esta metodología con las obtenidas de forma experimental en los capítulos anteriores (apartado 6.5)

6.1 Regiones de estabilidad en estrategias de control continuo

Si tenemos en cuenta un sistema de control continuo state feedback como el de la Figura 6.1

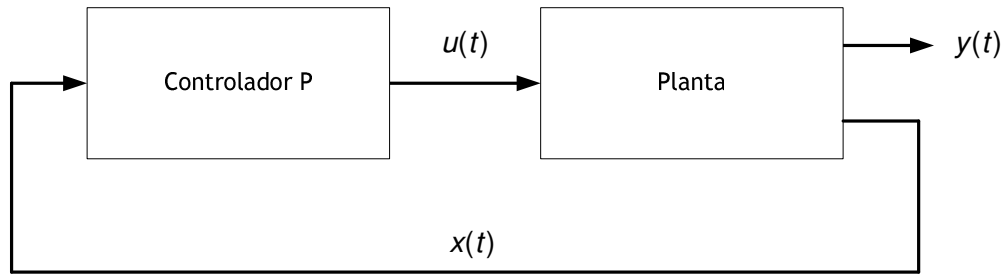


Figura 6.1: Sistema control continuo state feedback

cuya planta queda descrita por:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ x(0) &= x_0 \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\quad [6.1]$$

donde

$$\begin{aligned}x(t) &\in \mathfrak{R}^n \\ u(t) &\in \mathfrak{R}^m\end{aligned}\quad [6.2]$$

y el controlador está definido por

$$u(t) = Kx(t)\quad [6.3]$$

el sistema final que modelado según la ecuación [6.4]

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + BKx(t) \\ x(0) &= x_0 \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\quad [6.4]$$

Concluimos que el sistema descrito anteriormente será estable si $A+BK$ es una matriz de Hurwitz, lo que implica que todos los autovalores de $A+BK$ posean parte real negativa, tal y como se ilustra en la Figura 6.2

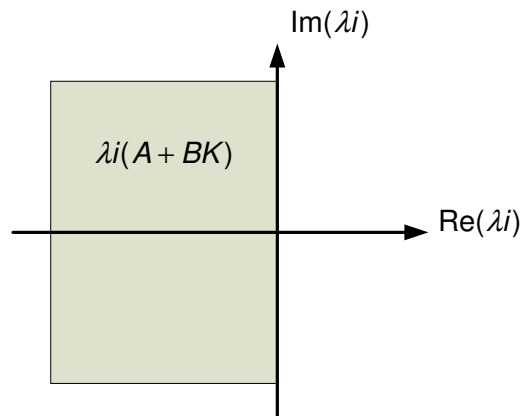


Figura 6.2: Región de estabilidad sistema A+BK

Si ahora tenemos en cuenta la saturación de los actuadores con un modelo como el de la Figura 6.3

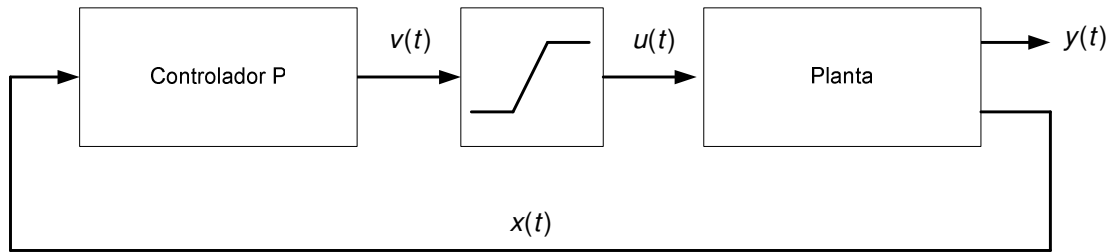


Figura 6.3: Control continuo con saturación de actuadores

donde los actuadores se modelan según la ecuación [6.5]

$$u(t) = \text{sat}(v(t)) \quad [6.5]$$

cuya respuesta temporal se representa en la figura 6.4

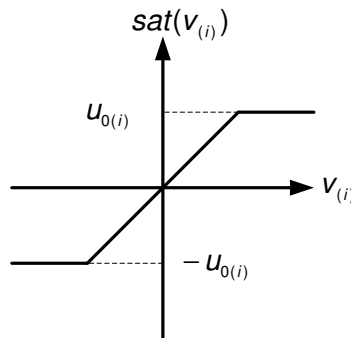


Figura 6.4: Modelo de actuadores

El sistema queda descrito por

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B\text{sat}(Kx(t)) \\ x(0) &= x_0 \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad [6.6]$$

Ahora no podemos garantizar la estabilidad del sistema para cualquier $x(0)$ como sucedía en el caso anterior donde no había saturación de los actuadores, por tanto, sólo podemos garantizar la estabilidad del sistema para los $x(0)$ que pertenecen a la región de estabilidad (ROS), la Figura 6.5 ilustra este concepto para un sistema de dos variables

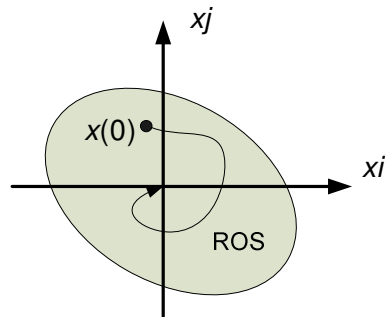


Figura 6.5: Región de estabilidad asintótica (ROS)

Para poder determinar las ROS tenemos que formular el problema con otra no-linealidad $\phi()$ (problema de Lure [Tarbouriech, 2011])

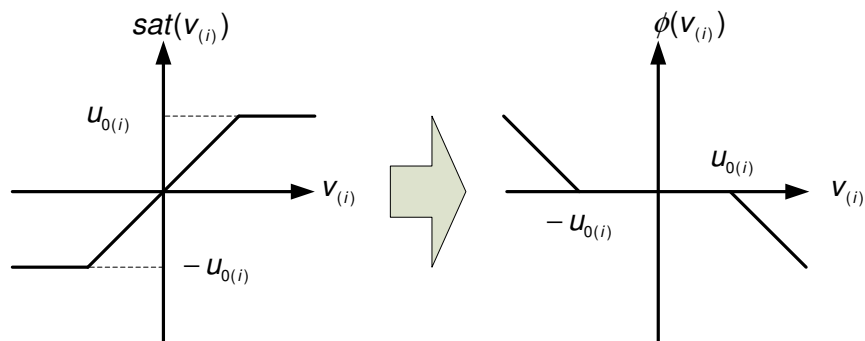


Figura 6.6: Reformulación de la función de los actuadores

con lo que el problema queda ahora modelado como

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \bar{A}x(t) + \bar{B}\phi(Kx(t)) \\ x(0) &= x_0 \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad [6.7]$$

donde

$$\begin{aligned} \bar{A} &= A + BK \\ \bar{B} &= B \end{aligned} \quad [6.8]$$

con esta nueva formulación podemos enunciar el Teorema 1 que se apoya en obtener una función de Lyapunov $V(x)=x^T Px$ que garantiza la estabilidad del sistema (6.7) y por ende el (6.6) [Kiener, 2012], [Tarbouriech, 2011] y que resolvemos mediante un sistema LMI [Schener,2004], [Boyd, 1994]

Teorema 1: Si existe una matriz $W(n \times n)$ simétrica definida positiva, una matriz $S(m \times m)$ diagonal definida positiva y una matriz $Z(m \times n)$ que satisfaga la siguientes inecuaciones

$$\begin{bmatrix} W\bar{A}^T + \bar{A}W & \bar{B}S - WK^T - Z^T \\ S\bar{B}^T - KW - Z & -2S \end{bmatrix} < 0 \quad [6.9]$$

$$\begin{bmatrix} W & Z_{(i)}^T \\ Z_{(i)} & \eta u_{0(i)}^2 \end{bmatrix} \geq 0, i \in \{1, \dots, m\}$$

Entonces el elipsoide $\varepsilon(P, \eta)$, con $P = \text{inv}(W)$ es una ROS para el sistema continuo con saturación de los actuadores [6.7] y [6.6]

Si ahora aplicamos la idea anterior a un sistema de control PI state feedback como el de la Figura 6.7

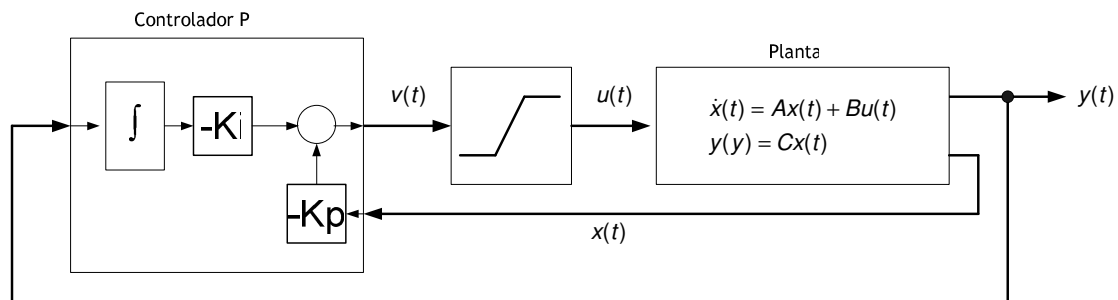


Figura 6.7: Controlador PI state feedback con saturación actuadores

y reformulados el problema convenientemente obtenemos el modelo [6.10] que es equivalente al [6.6]

$$\begin{aligned} \dot{x}'(t) &= A'x'(t) + B'sat(K'x'(t)) \\ x'(0) &= x0' \\ y(t) &= C'x'(t) \end{aligned} \quad [6.10]$$

donde

$$x'(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ er(t) \end{bmatrix} \quad [6.11]$$

$$\dot{er} = -y \quad [6.12]$$

$$A' = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}; B' = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \quad [6.13]$$

$$B' = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \quad [6.14]$$

$$C' = [C \ 0] \quad [6.15]$$

$$K' = [K_p \ K_i] \quad [6.16]$$

Escribiendo la formulación [6.10] como la [6.7] donde tenemos en cuenta las siguientes relaciones [6.17]

$$\begin{aligned} x(t) &= x'(t) \\ \bar{A} &= A' + B' K' \\ \bar{B} &= B' \end{aligned} \quad [6.17]$$

podemos calcular las regiones de estabilidad del controlador PI state feedback mediante el Teorema 1

6.2 Regiones de estabilidad en estrategias de control de eventos

Si consideramos ahora un sistema de eventos state feedback como el de la Figura 6.8

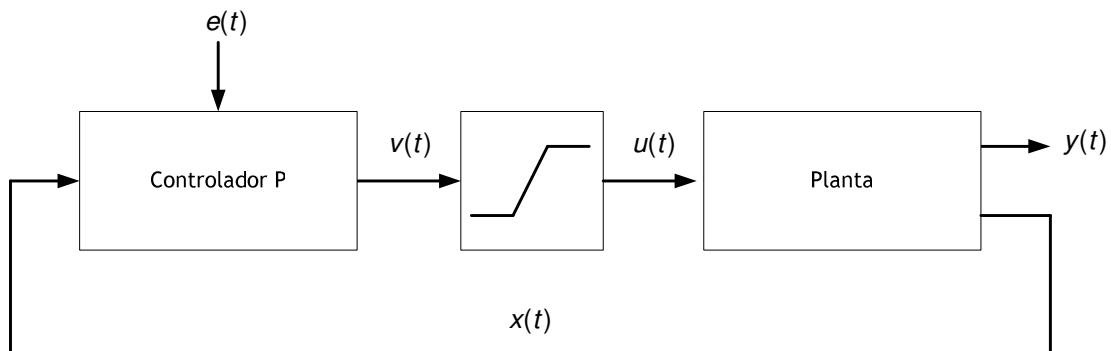


Figura 6.8: Control eventos con saturación de actuadores

donde $e(t)$ es la diferencia entre el último valor de la salida cuando se produjo un evento $y(tk)$ y la salida del sistema $y(t)$,

$$e(t) = y(tk) - y(t) \quad [6.18]$$

por otro lado, el controlador generará una señal de control $v(t)$ que será función del vector de estados $x(t)$ y de la señal de error según la expresión [6.19]

$$v(t) = Kx(t) + K_E e(t) \quad [6.19]$$

según la hipótesis anterior el sistema queda modelado mediante la ecuación [6.20]

$$\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= Ax(t) + B\text{sat}(Kx(t) + K_E e(t)) \\
x(0) &= x_0 \\
y(t) &= Cx(t)
\end{aligned}
\tag{6.20}$$

si reformulamos el problema cambiando el modelo de los actuadores de $\text{sat}()$ a $\Phi()$ como hicimos en el apartado anterior, el sistema queda descrito por la ecuación [6.21] teniendo en cuenta también la relación [6.8]

$$\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= \bar{A}x(t) + \bar{B}\phi(Kx(t) + K_E e(t)) + BK_E e(t) \\
x(0) &= x_0 \\
y(t) &= Cx(t)
\end{aligned}
\tag{6.21}$$

donde

$$\begin{aligned}
\bar{A} &= A + BK \\
\bar{B} &= B
\end{aligned}
\tag{6.22}$$

Con esta nueva formulación podemos enunciar el Teorema 2 que garantiza la estabilidad del sistema (6.21) y por ende el (6.20) con las mismas hipótesis que se aplicaron al Teorema 1 sobre la función de Lyapunov y la resolución mediante técnicas LMI.

Teorema 2: Si existe una matriz $W(n \times n)$ simétrica definida positiva, una matriz $S(m \times m)$ diagonal definida positiva, una matriz $Z(m \times n)$ y tres escalares positivos τ_1 , τ_2 y η que satisfaga la siguientes inecuaciones

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} W\bar{A}^T + \bar{A}W + \tau_1 W & \bar{B}S - WK^T - Z^T & BK_E \\ S\bar{B}^T - KW - Z & -2S & -K_E \\ (BK_E)^T & -K_E^T & -\tau_2 R \end{bmatrix} < 0 \\
& \begin{bmatrix} W & Z_{(i)}^T \\ Z_{(i)} & \eta u_{0(i)}^2 \end{bmatrix} \geq 0, i \in \{1, \dots, m\} \\
& -\tau_1 \delta + \tau_2 \eta < 0
\end{aligned}
\tag{6.22}$$

Entonces,

1) para $e=0$, el elipsoide $\varepsilon(P, \eta)$, con $P = \text{inv}(W)$ es una ROS para el sistema de eventos con saturación de los actuadores [6.21] y [6.20]

2) para cada $e \in W(R, \delta)$ y $x_0 \in \varepsilon(P, \eta)$, las trayectorias del sistema [6.21] y [6.20] no abandonan el elipsoide $\varepsilon(P, \eta)$

Si por otro lado, consideramos el tiempo mínimo entre eventos, obtenemos una cota inferior definida mediante el Teorema 3.

Teorema 3: Si tenemos en cuenta el sistema de control de eventos [6.20] cuya salida es $y(t)=Cx(t)$ que satisface el Teorema 2, entonces para $x_0 \in \varepsilon(P, \eta)$ el tiempo mínimo entre eventos T_{min} tiene una cota inferior definida por

$$T_{min} \geq \bar{T} = \operatorname{argmin}_t \left\{ \tilde{e}(t) = \sqrt{\frac{1}{\delta \|R\|}} \right\} \quad [6.23]$$

con

$$\tilde{e}(t) = \max_t \left\| C(e^{At} - I_n) x_{max} + \int_0^t C e^{A(t-\tau)} B d\tau u_{0max} \right\| \quad [6.24]$$

y

$$x_{max} = \max_{x \in \varepsilon(P, \eta)} \|x\|, u_{0max} = \max_{i \in \{1, 2, \dots, m\}} u_{0(i)} \quad [6.25]$$

Aplicamos los conceptos anteriores a un sistema de control PI state feedback de control de eventos como el de la figura 6.9

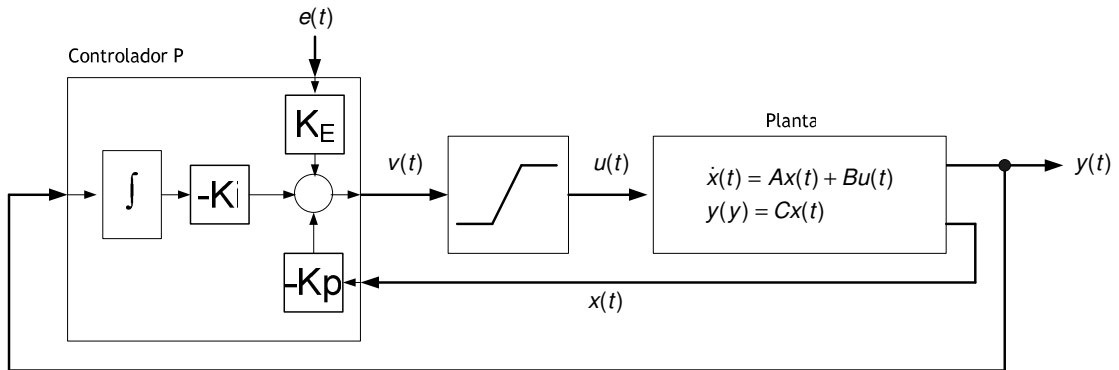


Figura 6.9: Controlador PI state feedback de eventos con saturación actuadores

Si reformulamos el problema convenientemente obtenemos el modelo [6.26] que es equivalente al [6.10]

$$\begin{aligned} \dot{x}'(t) &= A'x'(t) + B'sat(K'x'(t) + K_E e(t)) \\ x'(0) &= x_0' \\ y(t) &= C'x'(t) \end{aligned} \quad [6.26]$$

y que se apoya en las mismas relaciones descritas en [6.13], [6.14], [6.15] y [6.16]

Por último, si formulamos la [6.26] como el [6.21] debemos tener en cuenta las siguientes relaciones [6.27]

$$\begin{aligned} x(t) &= x'(t) \\ \bar{A} &= A' + B'K' \\ \bar{B} &= B' \end{aligned} \quad [6.27]$$

Según lo anterior, podemos calcular las regiones de estabilidad del controlador PI state feedback de eventos mediante los Teoremas 2 y 3.

6.3 Efectos del control de anti-windup en las ROS

Tanto para el sistema de control continuo como para los de eventos, el incluir una estructura de anti-windup debería tener el efecto de aumentar el área de las ROS, para ello reformularemos el problema y aplicaremos la misma metodología (Teoremas 1, 2 y 3) y analizaremos los resultados.

Si recordamos de los capítulos anteriores, tanto para el modelo continuo como para el de eventos al incluir una estructura de anti-windup lo que hacemos es determinar cuando se produce saturación en los actuadores ($|v(t)| > |u(t)|$), en el momento que se cumple la desigualdad, realimentamos esta diferencia de señales ($u(t)-v(t)$) ponderada por una matriz K_{AW} para compensar la estructura integral del controlador y contrarrestar el efecto de windup. A continuación se presentan estas estructuras de anti-windup que nos permitirán determinar las ROS mediante técnicas LMI.

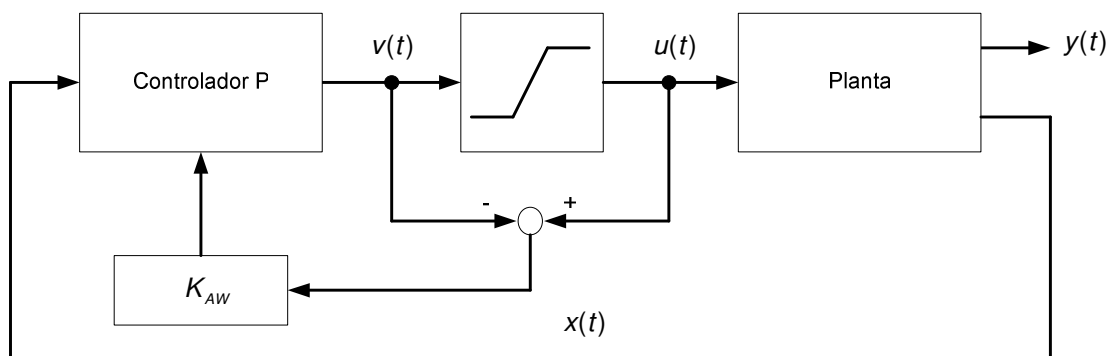


Figura 6.10: Estructura anti-windup para el control continuo

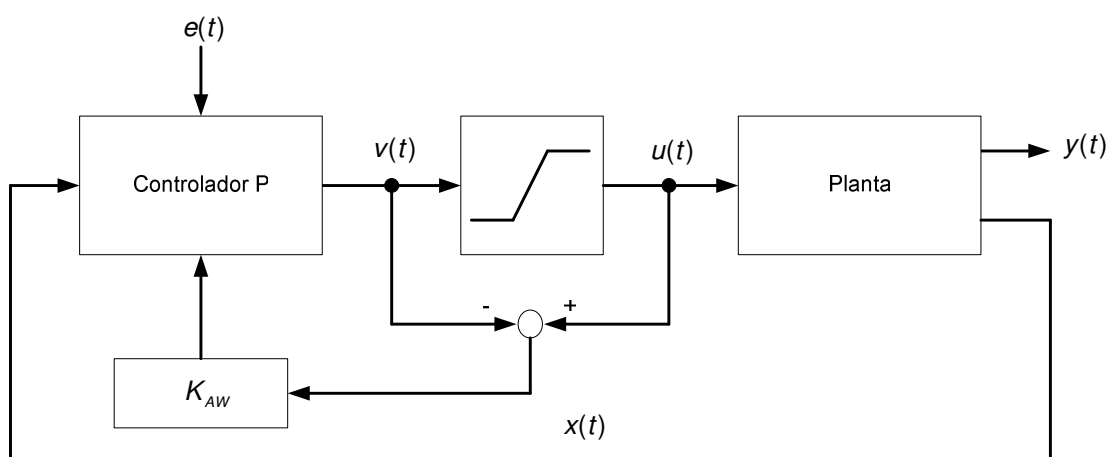


Figura 6.11: Estructura anti-windup para el control de eventos

En estas estructuras la señal que realimenta el controlador es

$$u(t) - v(t) = \text{sat}(v(t)) - v(t) = \phi(v(t)) \quad [6.28]$$

Ahora, tanto el modelo continuo como el de eventos se describen mediante las ecuaciones [6.29] y [6.30] respectivamente

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \bar{A}x(t) + \bar{B}\phi(Kx(t)) \\ x(0) &= x_0 \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad [6.29]$$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \bar{A}x(t) + \bar{B}\phi(Kx(t) + K_E e(t)) + BK_E e(t) \\ x(0) &= x_0 \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad [6.30]$$

que son idénticas a las [6.7] y [6.21] salvo porque ahora se modifica la matriz de que actúa sobre la señal de control y que incluye la constante de sistema anti-windup [6.31]

$$\begin{aligned} \bar{A} &= A + BK \\ \bar{B} &= \begin{bmatrix} B \\ K_{AW} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad [6.31]$$

Con todo lo anterior, ya disponemos de un mecanismo para determinar las regiones de estabilidad de los controladores desarrollados en este proyecto, tanto los continuos como los basados en eventos, el resultado de esta metodología se muestran en el siguiente apartado.

6.4 Cálculo de las regiones de estabilidad

En los modelos de cálculo de las regiones de estabilidad no hemos considerado las perturbaciones que afectan a la planta, esto se plantea en líneas de investigación posteriores, por tanto, sólo tenemos en cuenta las condiciones iniciales de las variables del vector de estados y en que zonas pueden estar éstas para que el sistema tenga una estabilidad asintótica.

Tanto para el modelo longitudinal como lateral tenemos un vector de estados de 6 variables cada uno, al objeto de tener un visión general, analizaremos las regiones de estabilidad teniendo en cuenta las variables de consigna, que si recordamos de los capítulos anteriores son: $u(t)$ y $h(t)$ para el longitudinal e $yx(t)$ para el lateral.

Por otro lado, los mecanismos de anti-windup deberían mejorar el área de las ROS tanto para los controladores continuos como los de eventos, ya que mejora la respuesta del controlador cuando se produce saturación de los actuadores y compensa el efecto de windup.

Siguiendo recomendaciones de uno de los autores de estas metodologías [Kiener, 2012], los Teoremas descritos en este capítulo no los hemos implementado con el toolbox Robust Control del que dispone Matlab, sino que nos hemos apoyado en el toolbox YALMIP desarrollado por J. Lofberg [Lofberg, 2004] que ofrece una forma más intuitiva para formular los problemas LMI. Los resultados obtenidos se muestran en los siguientes apartados.

6.4.1 ROS controladores continuos

Aplicando el Teorema 1 sobre nuestros controladores continuos PI de 2 DOF (longitudinal y lateral), analizando las variables de consigna y teniendo en cuenta el efecto del mecanismo de anti-windup, obtenemos los siguientes resultados, Figuras 6.12 y 6.13.

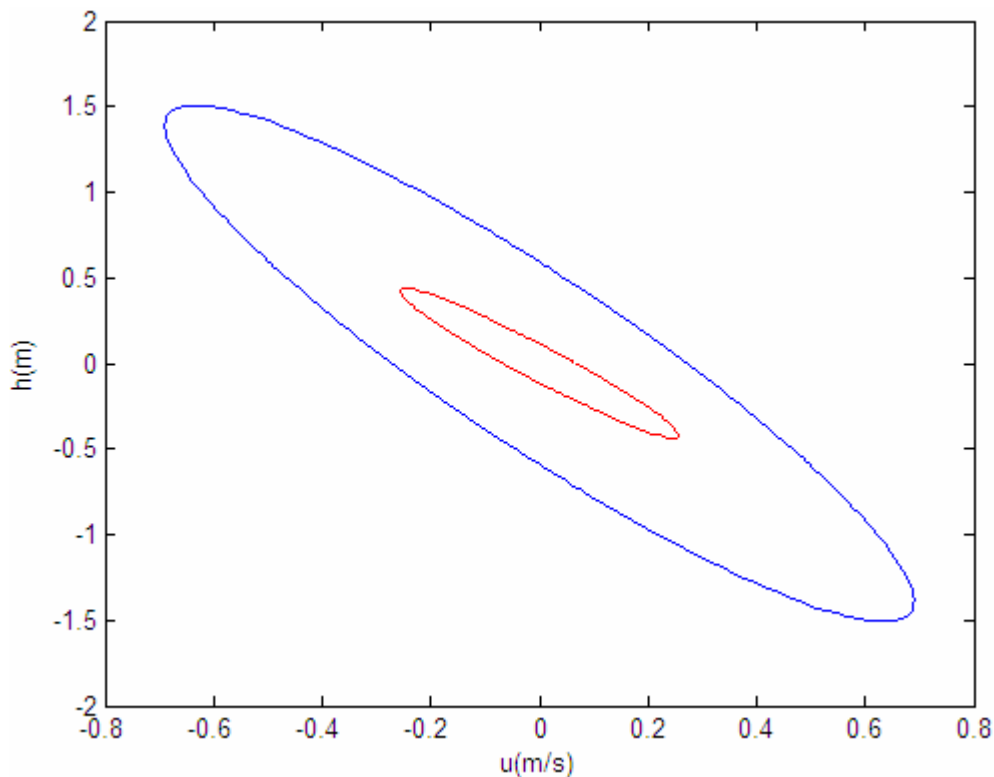


Figura 6.12: ROS controlador continuo longitudinal (rojo sin AWC; azul con AWC)

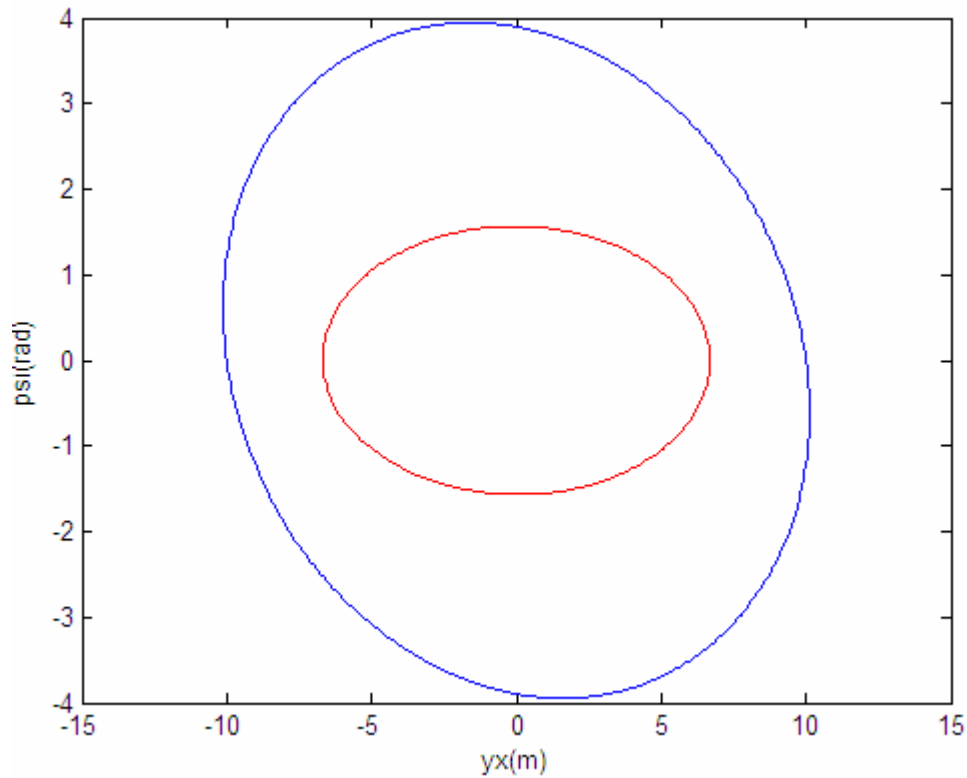


Figura 6.13: ROS controlador continuo lateral (rojo sin AWC; azul con AWC)

Tal y como era de esperar, observamos que los mecanismos de anti-windup mejoran notablemente el área de la región de estabilidad asintótica tanto para el controlador longitudinal como el lateral.

6.4.2 ROS controladores de eventos

Para el caso de los controladores de eventos, nos apoyamos en el Teorema 2 que aplicaremos sobre nuestros controladores de eventos PI de 2 DOF (longitudinal y lateral). Analizando las variables de consigna, teniendo en cuenta el efecto del mecanismo de anti-windup y aplicando el mismo event threshold que hemos aplicado en nuestro diseño ($\bar{\epsilon}=0,1$), obtenemos los siguientes resultados, Figuras 6.14 y 6.15.

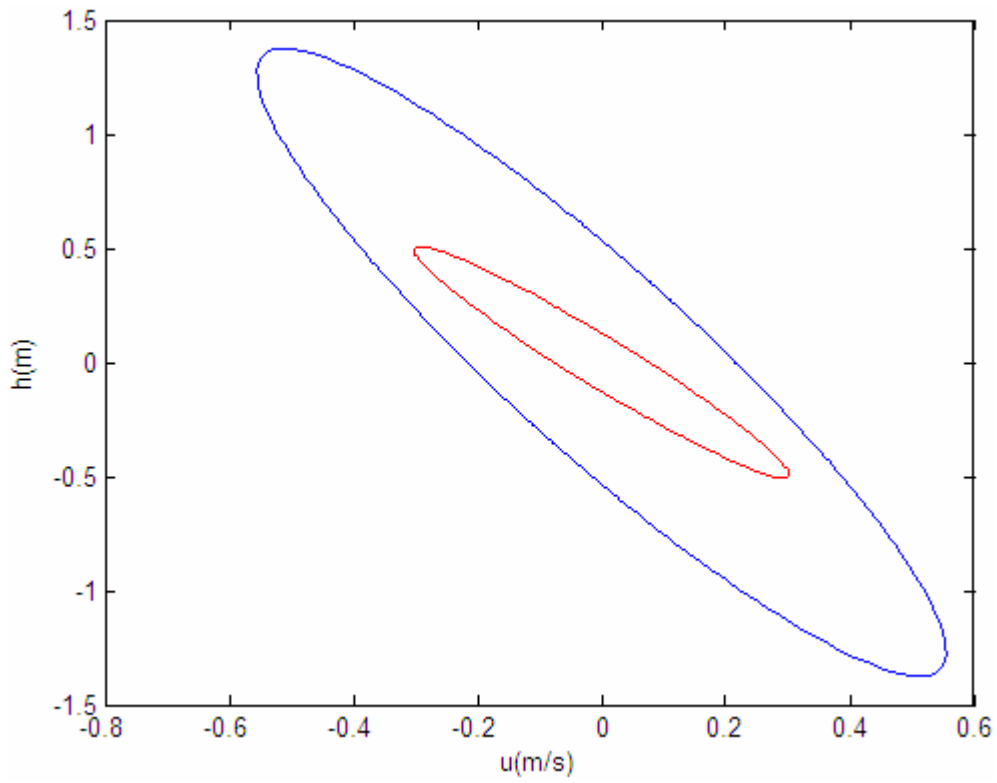


Figura 6.14: ROS controlador eventos longitudinal (rojo sin AWC; azul con AWC)

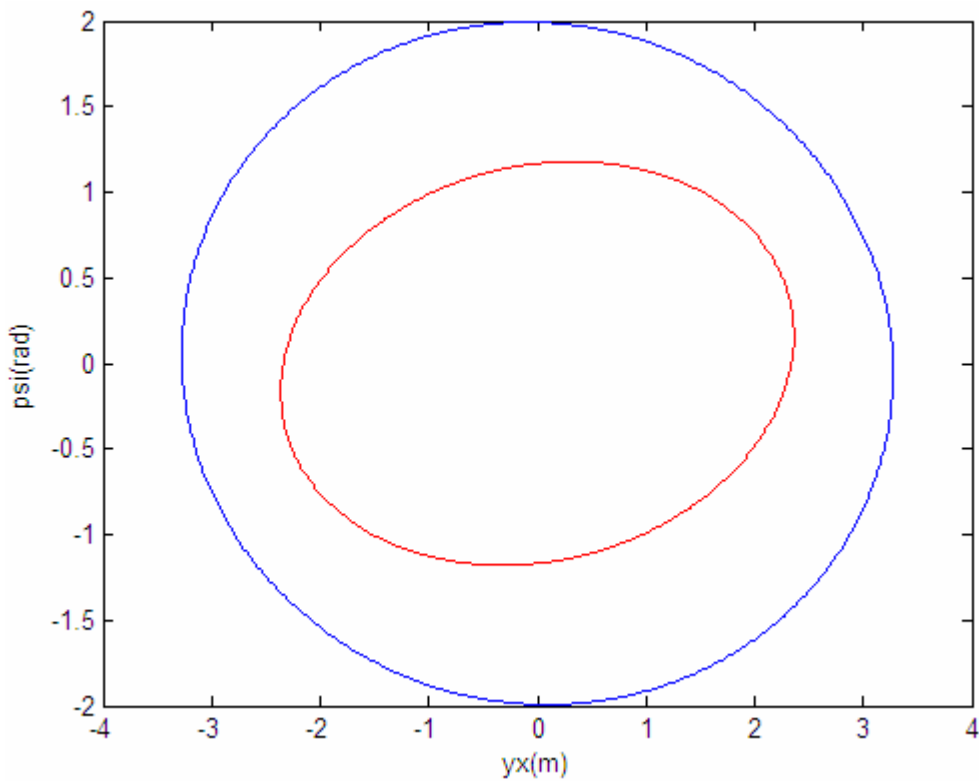


Figura 6.15: ROS controlador eventos lateral (rojo sin AWC; azul con AWC)

Al igual que sucedía en el caso continuo, en los controladores de eventos las regiones de estabilidad asintótica mejoran notablemente con la incorporación de los mecanismos de anti-windup.

6.4.3 ROS continuas vs. eventos

Como era previsible, las regiones de estabilidad de los controladores continuos, contiene a las regiones de estabilidad de los controladores de eventos, ya que cuando estamos en un entorno de saturación de actuadores, el controlador de eventos introduce un factor adicional de inestabilidad al no realimentar el lazo de control de forma continua, además esta diferencia se acentúa al aumentar el valor del event threshold. En las Figuras 6.16 y 6.17 se muestran las diferencias entre las ROS de ambas estrategias de control.

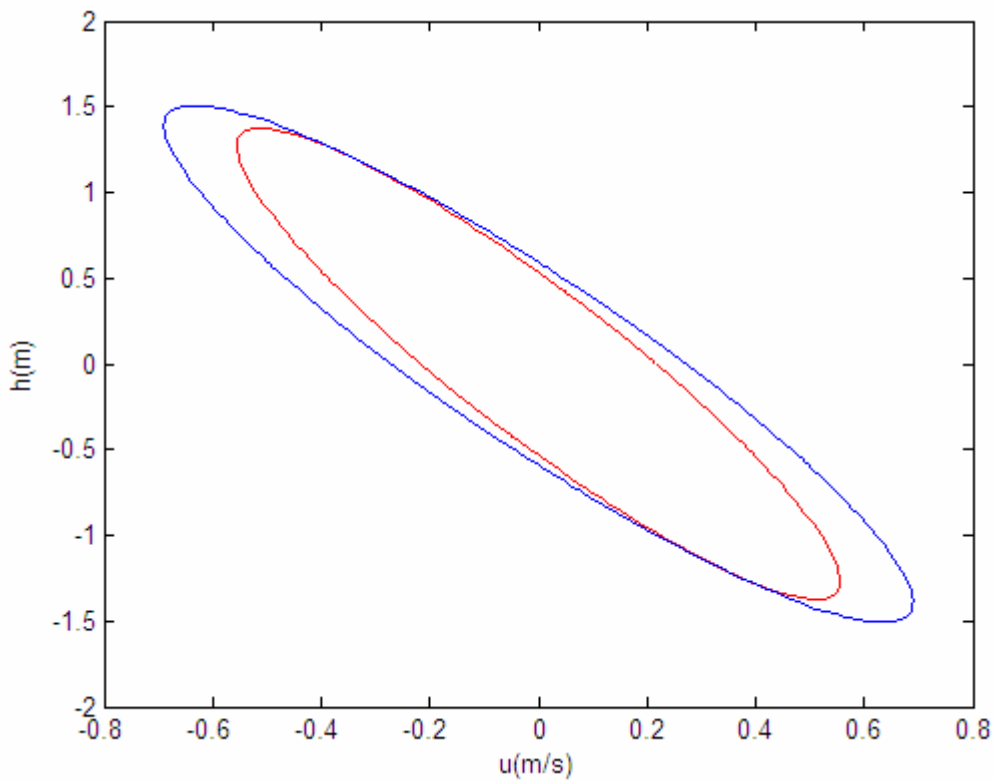


Figura 6.16: ROS controlador longitudinal (azul continuo; rojo eventos $\bar{\epsilon}=0,1$)

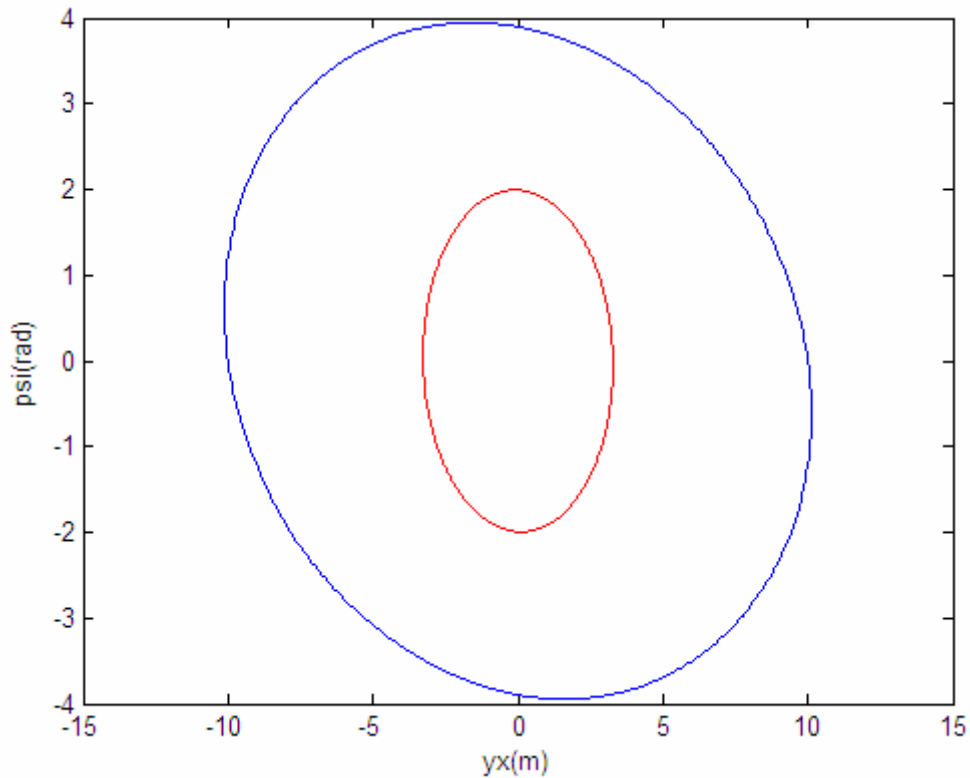


Figura 6.17: ROS controlador lateral (azul continuo; rojo eventos $\bar{\epsilon}=0,1$)

Indicar por último, que la diferencia entre ROS continuas y eventos está marcada por el event threshold, con lo que si elegimos este parámetro igual a cero, el controlador de eventos tiene un comportamiento a su equivalente continuo y ambas ROS deberían coincidir.

6.5 ROS teóricas vs. experimentales

Al objeto de validar la aplicabilidad de estas metodologías teóricas al cálculo de las ROS en el problema de control del UAV, compararemos los resultados obtenidos por estos métodos de forma teórica con los obtenidos de forma experimental y así tener una aproximación del grado de utilidad práctica de este método. En las Figuras 6.18 y 6.19 se muestra los valores de las ROS para el caso continuo y de eventos tanto teórico como experimental, incluyendo en todos los casos los mecanismos de anti-windup.

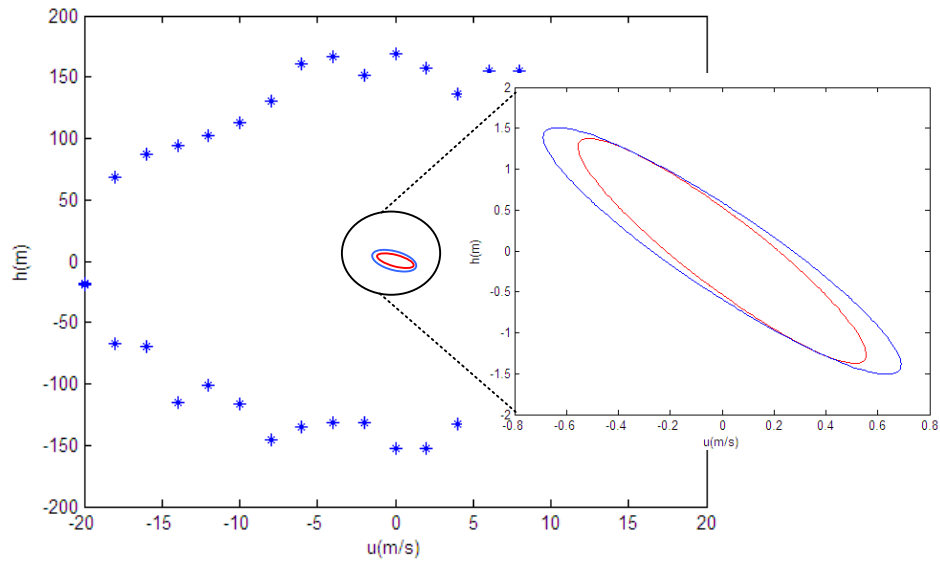


Figura 6.18: ROS longitudinal: exp. (*azul), continua (azul) y eventos $\bar{\epsilon}=0,1$ (rojo)

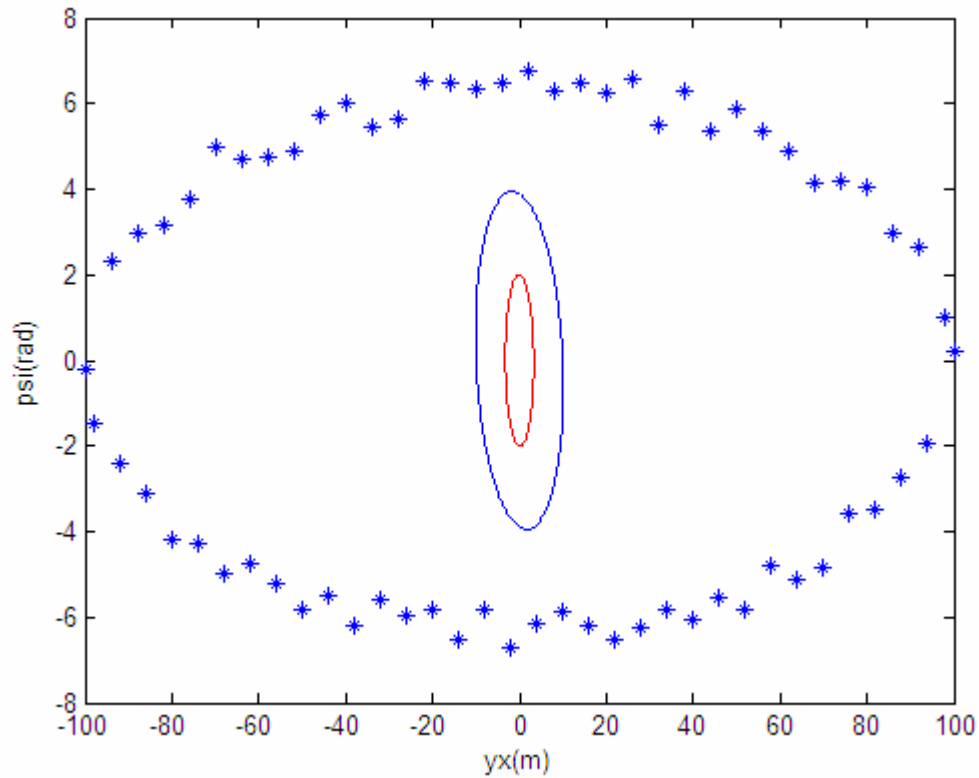


Figura 6.19: ROS lateral: exp. (*azul), continua (azul) y eventos $\bar{\epsilon}=0,1$ (rojo)

A la vista de los resultados anteriores, estas metodologías tienen una buena base teórica y son eficientes los algoritmos de cálculo mediante técnicas LMI, pero los resultados obtenidos están muy alejados los valores prácticos que se obtienen para este problema de control mediante técnicas heurísticas. Por tanto, se abre aquí una nueva línea de investigación que profundice en obtener ROS mas cercanas a los valores que tanto los controladores continuos como los de eventos pueden llegar a

conseguir y que pueda formalizarse teóricamente con la idea de seguir profundizando en el conocimiento de este tipo de problemas de control.

6.6 Resumen del capítulo

En el presente capítulo, apoyándonos en trabajos de investigación reciente sobre el cálculo de regiones de estabilidad asintótica en sistemas de control condicionados a saturación de los actuadores, hemos adaptado dichas metodologías de cálculo de regiones de estabilidad a nuestro problema de control, tanto continuo como basado en eventos. A la vista de los resultados, donde los valores teóricos obtenidos son excesivamente conservadores respecto a los que se obtienen de forma experimental, vemos interesante marcar una línea de investigación que permita formalizar una metodología de cálculo de regiones de estabilidad más aproximadas a las reales.

6.7 Referencias

- [Kiener, 2012] Georg A. Kiener (2012), *Event-triggered control subject to actuator saturation-Master's Thesis*. KTH Electrical Engineering, Sweden.
- [Tarbouriech, 2011] Sophie Tarbouriech, Germain Garcia, João Mantel Gomes da Silva Jr., Isabelle Queinnec (2011), *Stability and Stabilization of Linear Systems with Saturating Actuators*. Springer.
- [Scherer, 2004] Carsten Scherer, Siep Weiland (2004), *Linear Matrix Inequalities in Control*. Department of Electrical Engineering Eindhoven University of Technology.
- [Boyd, 1994] Stephen Boyd, Laurent El Ghaoui, Eric Feron, Venkataramanan Balakrishnan (1994), *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*. Siam Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [Lofberg, 2004] J. Lofberg (2004), *YALMIP: a toolbox for modeling and optimization in Matlab*. IEEE International Symposium on Computer Aided Control System Design.

7. CONSIDERACIONES SOBRE LA IMPLEMENTACION REAL

Hasta el momento hemos estado considerando sistemas de control (continuo y eventos) en los que la variable tiempo continua, dichas estrategias nos sirven para analizar de forma conceptual las aportaciones de cada una de ellas y que respuesta tienen en el control de UAV, pero si queremos analizar desde un punto de vista mas práctico estas metodologías de control, debemos estudiar que efectos tiene su implementación en un sistema real. Debido al gran desarrollo que han tenido los sistemas basados en microprocesador en los últimos años, en la mayoría de los casos, estos sistemas de control se implementarán en un sistema de tiempo discreto [Astolfi,2008], el cual tendrá como parámetros básico de diseño el periodo de muestreo (T_s). En el presente capítulo, empezaremos analizando como se comporta el sistema de control continuo implementado en un sistema de tiempo discreto (apartado 7.1), y posteriormente que sucede con esa misma implementación en un sistema de control de eventos (apartado 7.2).

7.1 Estrategias de control continuo sobre un sistema de tiempo discreto

Para modelar los efectos que tiene la implementación de un sistema de control continuo en una arquitectura de tiempo discreto, nos apoyaremos en la Figura 7.1 [Guzzella, 2013]

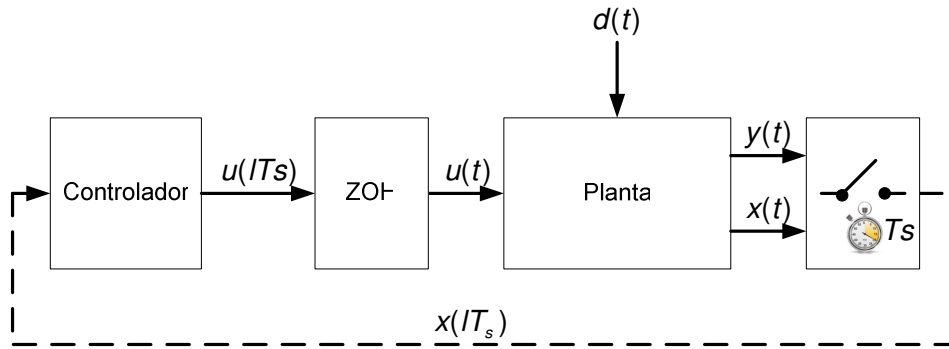


Figura 7.1: Sistema de tiempo discreto

Tal y como observamos en la figura anterior, el sistema de tiempo discreto incorpora dos nuevos elementos: un muestreador, el cual enviará por el lazo de control el vector de estados de forma periódica $x(IT_s)$ cada T_s segundos, y el retenedor de orden cero (ZOH), que convierte la señal de control de tiempo discreto del controlador $u(IT_s)$ a tiempo continuo $u(t)$.

Con esta configuración, el controlador generará una señal de control en cada periodo de muestreo según [7.1]

$$u(IT_s) = -Kx(IT_s) \quad [7.1]$$

Por el hecho de incorporar un retenedor de orden cero, el sistema de tiempo continuo depende del valor vector de estados (que denotamos con $x_D(t)$ para diferenciarlos del continuo puro) y de la muestra del vector de estado que está en el bucle de control $x(IT_s)$, por lo que el sistema queda descrito ahora según [7.2]

$$\begin{aligned} \dot{x}_D(t) &= (A - BK)x_D(t) + BKx(IT_s) + Ed(t) \\ y_D(t) &= Cx_D(t) \end{aligned} \quad [7.2]$$

si ahora definimos el error de aproximación $e_D(t)$ entre el vector de estados de tiempo continuo $x_C(t)$ y el que se obtiene de incluir un muestreador y un retenedor de orden cero $x_D(t)$ como [7.3]

$$e_D(t) = x_D(t) - x_C(t) \quad [7.3]$$

podemos enunciar el Teorema 4 que nos permite acotar el error de aproximación entre el sistema de control continuo puro y el de tiempo discreto

Teorema 4: Si definimos las matrices de tiempo discreto como:

$$\begin{aligned} A_D &= e^{AT_s} \\ B_D &= \int_0^{T_s} e^{A\alpha} B d\alpha \\ E_D &= \int_0^{T_s} e^{A\alpha} E d\alpha \\ \bar{A}_D &= A_D - B_D K \end{aligned} \quad [7.4]$$

y asumimos que las perturbaciones que afectan a la planta están acotadas d_{\max} y se cumple la condición [7.5]

$$\|\bar{A}_D\| < 1 \quad [7.5]$$

Entonces el error de aproximación

$$e_D(t) = x_D(t) - x_C(t) \quad [7.6]$$

entre el sistema de control de tiempo continuo y el de tiempo discreto, tiene una cota superior definida por:

$$\|e_D(t)\| \leq e_{D\max} = x_{\Delta\max} \int_0^{\infty} \|e^{\bar{A}\alpha} B K\| d\alpha \quad [7.7]$$

donde

$$\begin{aligned} x_{\Delta\max} &= \int_0^{T_s} \|e^{A\alpha}\| d\alpha \cdot (\|\bar{A}\| x_{D\max} + \|E\| d_{\max}) \\ x_{D\max} &= \max_{l \in \{0,1,\dots,\infty\}} \|\bar{A}_D^l\| \cdot \|x_0\| + \frac{\|E_D d_{\max}\|}{1 - \|\bar{A}_D\|} \end{aligned} \quad [7.8]$$

7.2 Estrategias de control de eventos sobre un sistema de tiempo discreto

Ahora realizaremos el ejercicio de analizar como afecta la implementación de nuestros controladores de eventos en un sistema tiempo discreto, para estudiar esta idea nos apoyaremos en la Figura 7.2 [Lehmann, 2011]

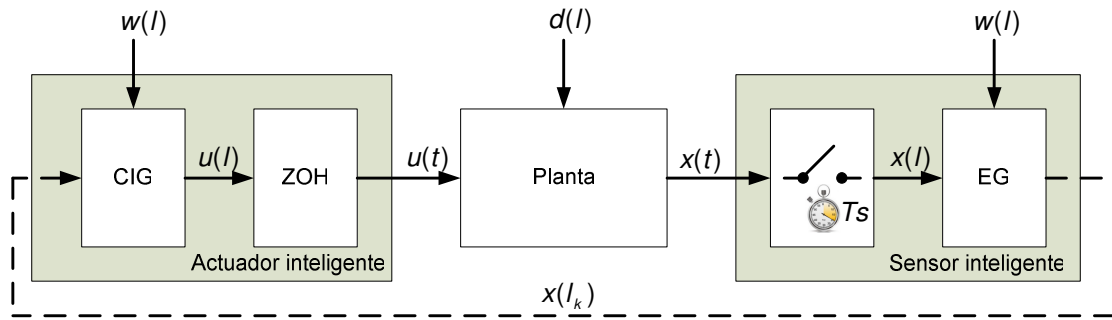


Figura 7.2: Control de eventos en un sistema de tiempo discreto

Tal y como hicimos con el control continuo, para poder implementar un lazo de control de eventos en un sistema de tiempo discreto, debemos incorporar un muestreador en el sensor y un retenedor de orden cero (ZOH) a la salida del controlador para convertir la señal de control discreta en una señal de tiempo continuo.

El modelo de planta en tiempo discreto (desde la entrada al ZOH hasta la salida del muestreador) se describe mediante una ecuación en diferencias [7.9]

$$\begin{aligned} x(l+1) &= A_D x(l) + B_D u(l) + E_D d(l), x(0) = x_0 \\ y(l) &= C_D x(l) \end{aligned} \quad [7.9]$$

donde

$$\begin{aligned} A_D &= e^{AT_s} \\ B_D &= \int_0^{T_s} e^{A\alpha} B d\alpha \\ E_D &= \int_0^{T_s} e^{A\alpha} E d\alpha \\ C_D &= C \end{aligned} \quad [7.10]$$

Por otro lado, una de las implicaciones que tiene esta arquitectura basada en tiempo discreto es que, cuando se produce un evento (se supera el valor del event threshold) no podemos detectarlo con exactitud hasta que no llegue el siguiente periodo de muestreo tal y como se muestra en la Figura 7.3

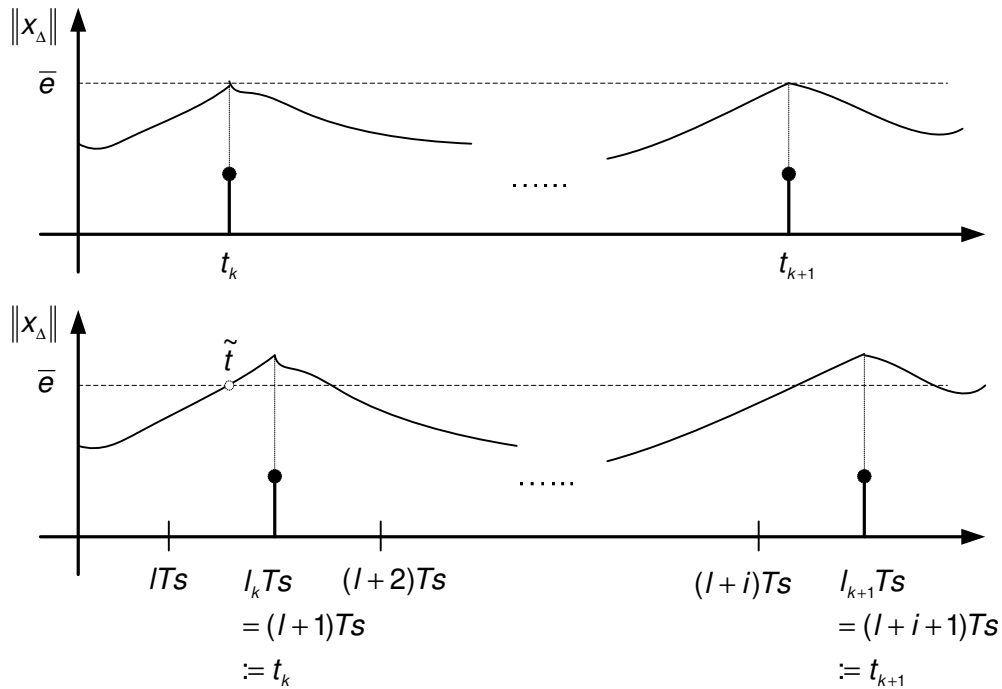


Figura 7.3: Influencia del muestreo en la generación de eventos

Al tratarse de un sistema de eventos basado en modelos, tenemos que comparar el vector de estados de la planta $x(l)$ con el del modelo teórico de esta $x_s(l)$ según la ecuación [7.11]

$$x_\Delta(l) = x(l) - x_s(l) \quad [7.11]$$

según esto, se generará un evento siempre que se cumpla la ecuación [7.12]

$$\begin{aligned} \|x_\Delta(l-1)\| &< \bar{e} \\ \|x_\Delta(l)\| &\geq \bar{e} \end{aligned} \quad [7.12]$$

con lo que el periodo de muestro l influye en el instante en que se produce el evento [7.13]

$$t_k = l_k Ts \quad [7.13]$$

Si definimos ahora el modelo equivalente en tiempo discreto cuyo controlador está descrito por [7.14]

$$u(l) = -Kx(l) + Vw(l) \quad [7.14]$$

el sistema queda definido según [7.15]

$$\begin{aligned} x_D(l+1) &= \bar{A}_D x_D(l) + E_D d(l) + Vw(l), x_D(0) = 0 \\ y_D(l) &= C_D x_D(l) \end{aligned} \quad [7.15]$$

donde

$$\bar{A}_D = A_D - B_D K \quad [7.16]$$

por otro lado, el CIG genera la salida de control $u(l)$ en los periodos marcados por [7.17]

$$\{l_k, \dots, l_{k+1}\} = ([t_k, t_{k+1}, \dots]) \quad [7.17]$$

cuyo modelo queda determinado por [7.18]

$$\begin{aligned} xs(l+1) &= \bar{A}_D xs(l) + E_D \hat{d}(l) + Vw(l), xs(l_k^+) = x(l_k) \\ u(l) &= -Kxs(l) + Vw(l) \end{aligned} \quad [7.18]$$

por tanto, comparando los modelos [7.9] con [7.18] podemos calcular los términos del vector diferencia [7.11] obteniendo [7.19] y [7.20]

$$xs(l) = \bar{A}_D^{l-l_k} x(l_k) + \sum_{j=l_k}^{l-1} \bar{A}_D^{l-1-j} E_D \hat{d}(j) + \sum_{j=l_k}^{l-1} \bar{A}_D^{l-1-j} B_D Vw(j) \quad [7.19]$$

$$x_\Delta(l) = \sum_{j=l_k}^{l-1} A_D^{l-1-j} E_D (d(j) - \hat{d}(j)) \quad [7.20]$$

Teniendo en cuenta las definiciones anteriores, podemos definir la estabilidad de un sistema de control de eventos implementado en un entorno de tiempo discreto analizando el vector error de aproximación entre un sistema de control de eventos en tiempo discreto $x(l)$ con su equivalente de tiempo discreto $x_D(l)$ y así enunciar el Teorema 5.

Teorema 5: Si asumimos que la perturbación que afecta a la planta está acotada a d_{max} y además:

$$\|\bar{A}_D\| < 1 \quad [7.21]$$

el error de aproximación

$$\|e(l)\| = \|x(l) - x_D(l)\| \quad [7.22]$$

tiene una cota superior definida por:

$$\|e(l)\| \leq e_{DE \max} = (\bar{e} + x_{DE \max}) \frac{\|B_D K\|}{1 - \|\bar{A}_D\|} \quad [7.23]$$

donde

$$x_{DE \max} = \|A_D - I_n\| \bar{e} + \|E_D\| d_{\max} \quad [7.24]$$

Al tratarse de un sistema de eventos, tenemos que considerar también el tiempo mínimo entre eventos, por tanto, el sistema generará un evento siempre que se cumpla [7.25]

$$\begin{aligned} \|x_{\Delta}(l-1)\| &< \bar{e} \\ \|x_{\Delta}(l)\| &= \left\| \sum_{j=l_k}^{l-1} A_D^{l-1-j} E_D d_{\Delta}(j) \right\| \geq \bar{e} \end{aligned} \quad [7.25]$$

aquí también se obtienen unas cotas mínimas para evitar el comportamiento ZENO y una superior que controle el error máximo del sistema, estos límites quedan definidos según las ecuaciones [7.26] y [7.27]

$$\bar{l} \leq l_{\min} \leq l \quad [7.25]$$

$$l_{\min} = \operatorname{argmin}_l \left\{ \left\| \sum_{j=0}^{l-1} A_D^{l-1-j} E_D d_{\Delta}(j) \right\| \geq \bar{e} \right\} \quad [7.26]$$

$$\bar{l} = \operatorname{argmin}_l \left\{ \left\| \sum_{j=0}^{l-1} A_D^{l-1-j} E_D d_{\Delta}(j) \right\| \geq \frac{\bar{e}}{d_{\max}} \right\} \quad [7.27]$$

7.3 Resumen del capítulo

En el presente capítulo hemos formalizado los efectos que tiene una implementación en tiempo discreto sobre los control desarrollados en este proyecto, para ello, hemos enunciado el Teorema 4 que relaciona el error de aproximación entre un controlador de tiempo continuo y su equivalente de tiempo discreto y mediante el Teorema 5 el control de eventos en tiempo discreto con su equivalente en tiempo discreto, en estos teoremas se relacionan los errores de aproximación con el tiempo de muestreo (T_s) y el event threshold (\bar{e})

7.4 Referencias

- [Lehmann, 2011] von Daniel Lehmann (2011), *Event-based state-feedback control-PhD Thesis*. Institute of Automation and Computer Control (ATP) Germany.
- [Astolfi, 2008] A. Astolfi (2008), *Discrete Time Systems and Computer Control*.
- [Guzzella, 2013] Lino Guzzella (2013), *Discrete Time Control Systems*.

8. CONCLUSIONES Y APORTACIONES DEL PROYECTO

Como conclusiones relevantes del proyecto podemos destacar los siguientes aspectos:

- Tras aplicar las estrategias de control de eventos al problema del UAV, hemos obtenido resultados satisfactorios comparables a las metodologías clásicas de control continuo y por tanto podemos garantizar, por lo menos en entornos de simulación, que estas metodologías pueden aplicarse al control de vehículos aéreos.
- Sometiendo el sistema a grandes cambios de consigna y a un alto volumen de perturbaciones (turbulencia atmosférica y ruido de sensores/sistemas) el control de eventos obtiene unos márgenes de trabajo bastante amplios sin problemas de estabilidad.
- Aunque la solución basada en eventos incorpora un nivel de complejidad adicional en el diseño de los sensores y del controlador, desde un punto de vista de eficiencia de recursos, con estas metodologías obtenemos grandes ahorros en cuanto a la ocupación del Bus, incluso en condiciones de altos índices de perturbación.
- Por último, aplicando las metodologías de cálculo de regiones de convergencia más actuales en este campo, encontramos que para este tipo de problemas las soluciones obtenidas son muy conservadoras y por tanto, de poca utilidad desde un punto de vista práctico.

9. LINEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS

Una vez presentados los resultados y conclusiones del proyecto, quedan abiertas líneas de investigación relacionadas tanto con el control de eventos aplicado a los UAV's (y vehículos aéreos en general) como en las metodologías propias de estas estrategias de control, por tanto, como líneas de investigación futura puede plantearse:

- Profundizar en las metodologías de cálculo de las regiones de estabilidad al objeto de encontrar soluciones más aproximadas a las reales y no tan conservadoras como las obtenidas con las metodologías actuales.
- Contemplar dentro del cálculo de las regiones de estabilidad no solo el límite en el rango de trabajo de los actuadores valores máximos que puede alcanzarse), sino también las limitaciones en cuanto al régimen de cambio de éstos (velocidad máxima de variación).
- Analizar los efectos que tienen sobre estas técnicas de control los retardos y pérdidas de paquetes que puedan producirse en el Bus donde se implementa el lazo de control.
- Probar las metodologías de control de eventos aplicado a los UAV's en un prototipo al objeto de contrastar los resultados reales con los teóricos/simulaciones obtenidos en el presente proyecto.

10. BIBLIOGRAFÍA

La bibliografía consultada como apoyo para la elaboración de los diferentes capítulos de este proyecto se cita a continuación

- [Teal, 2011] Teal Group (2011), *World UAV Systems 2011 Market Profile & Forecast*.
- [Shahsavar, 2008] Amin Shahsavar (2008), *Defining a Modular, High Speed and Robust Avionic Architecture for UAV's, master thesis*. Ångström Aerospace Corporation, Luleå University of Technology.
- [Lee, 2010] David W. Lee (2011), *UAV Systems Architectures: The next evolution*. Curtis-Wright Controls Electronic Systems.
- [Lam, 2009] Thanh Mung Lam (2009), *Aerial Vehicles*. In-Tech.
- [Rodríguez, 2013] Francisco Rodríguez (2013), *Control de Sistemas a través de Redes (NCS). Análisis de Estabilidad y Diseño de Controladores basados en el enfoque Lyapunov-Krasvoskii*. Dpto. de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad de Sevilla.
- [Siegwart, 2012] Roland Siegwart (2012), *Unmanned Aircraft Design, Modeling and Control*. ETH Autonomous Systems Lab.
- [Beard, 2012] Randal W. Beard, Timothy W. McLain (2012), *Small Unmanned Aircraft, Theory and Practice*. Princenton University Press.
- [AlSwailem, 2004] Salah I. AlSwailem (2004), *Application of Robust Control in Unmanned Vehicle Flight Control System Design-PhD Thesis*. Cranfield University, Collage of Aeronautics.
- [López, 2012] Juan López (2012), *Diseño, Implementación y prueba técnicas de Control Robusto aplicado a la operación de un UAV. Tesis doctoral*. Universidad Nacional de Educación a Distancia.

- [Pisano, 2009] Danielle Pisano (2009), *Linear Control Design for Osprey UAV Control System Theory Final Project*. Department of Mechanical and Aerospace Engineering, University of Florida.
- [Dormido, 2008] Sebastián Dormido, J. Sánchez, E. Kofman (2008), *Muestreo, control y comunicación basados en eventos*. Revista iberoamericana de automática e informática.
- [Dormido, 2012] Sebastián Dormido (2012), *Fundamentals on event based control*. Jornadas de automática de Tarrasa.
- [AlSwailem, 2004] Salah I. AlSwailem (2004), *Application of Robust Control in Unmanned Vehicle Flight Control System Design-PhD Thesis*. Cranfield University, Collage of Aeronautics.
- [Martínez, 2010] Jorge L. Martínez Rodríguez, Jesús Morales Rodríguez (2010), *Control aplicado con variables de estado*. Ed. Paraninfo.
- [Skogestad, 2005] Sigurd Skogestad, Ian Postlethwaite (2005), *Multivariable feedback control. Análisis and design*. Wiley-Interscience.
- [Åström, 2009] Karl J. Åström, Tore Hägglund (2009), *Control PID avanzado*. Pearson, Prentice Hall.
- [Dukkipati, 2006] Rao V. Dukkipati (2006), *Analysis and Design of Control Systems using MATLAB*. New age internacional publishers.
- [España, 2005] João P. Hespanha (2005), *Lectures notes on LQR/LQG controller design*.
- [Xue, 2002] Dingyü Xue, YangQuan Chen, Dereck P. Atherton (2002), *Linear Feedback Control. Análisis and Design with Matlab*. Springer-Verlag.
- [Welch, 2006] Grez Welch, Gary Bishop (2006), *An introduction to the Kalman Filter*. Department of Computer Science, University of North Carolina.
- [Boyd, 1991] Stephen Boyd, Craig Barrat (1991), *Linear Controller Design: Limits of performance*. Prentice Hall.
- [Lehmann, 2011] von Daniel Lehmann (2011), *Event-based state-feedback control-PhD Thesis*. Institute of Automation and Computer Control (ATP) Germany.

-
- [Kiener, 2012] Georg A. Kiener (2012), *Event-triggered control subject to actuator saturation-Master's Thesis*. KTH Electrical Engineering, Sweden.
- [Dormido, 2010] S. Dormido, J. Sánchez y A. Visioli (2010), *A two degree of freedom PI controller based on event*. Journal of process control.
- [Heemels, 2012] W.P.M.H. Heemels, K.H. Johansson, P. Tabuada (2012), *A introduction to event-triggered and self-triggered control*. 51 st IEEE CDC.
- [Lunze, 2011] Jan Lunze (2011), *Event-based control: Theory and application*. Ruhr-Universität Bochum ATP.
- [McRuer, 1990] D. McRuer, I. Ashkenas, D. Graham (1990), *Aircraft Dynamics and Automatic Control*. Princeton University Press.
- [Tatom, 1981] F. Tatom, R. Smith, G. Fichtl (1981), *Simulation of Atmospheric Turbulent Gusts and Gust Gradients*. Aerospace Sciences Meeting, St. Louis, Missouri.
- [Yeager, 1998] J. Yeager (1998), *Implementation and Testing of Turbulence Models for the F18-HARV simulation*. NASA CR-1998-206937.
- [U.S. Military, 1997] U.S. Military (1997), *U.S. Military Handbook MIL-HDBK-1797*.
- [U.S. Military, 1980] U.S. Military (1980), *U.S. Military Specification MIL-F-8785C*.
- [Jung, 2007] Dong Jung, Panagiotis Tsiotras (2007), *Inertial Attitude and Position Referente System Development for a Small UAV*. Georgia Institute of Technology.
- [Tarbouriech, 2011] Sophie Tarbouriech, Germain Garcia, João Mantel Gomes da Silva Jr., Isabelle Queinnec (2011), *Stability and Stabilization of Linear Systems with Saturating Actuators*. Springer.
- [Scherer, 2004] Carsten Scherer, Siep Weiland (2004), *Linear Matrix Inequalities in Control*. Department of Electrical Engineering Eindhoven University of Tehcnology.
- [Boyd, 1994] Stephen Boyd, Laurent El Ghaoui, Eric Feron, Venkataramanan Balakrishnan (1994), *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*. Siam Society for Industrial and Applied

Mathematics.

- [Lofberg, 2004]** J. Lofberg (2004), *YALMIP: a toolbox for modeling and optimization in Matlab*. IEEE International Symposium on Computer Aided Control System Design.
- [Astolfi, 2008]** A. Astolfi (2008), *Discrete Time Systems and Computer Control*.
- [Guzzella, 2013]** Lino Guzzella (2013), *Discrete Time Control Systems*.

11. Lista de siglas, abreviaturas y acrónimos

ARE: Algebraic Riccati Equation.

CIG: Control Input Generator.

DEP: Densidad Espectral de Potencia.

DOF: Degree of Freedom.

EG: Event Generator.

GPS: Global Positioning System.

LMI: Linear Matrix Inequality.

LQG: Linear Quadratic Gaussian.

LQR: Linear Quadratic Regulator.

LTI: Linear Time Invariant

MIMO: Multiple Input and Multiple Output.

NCS: Networked Control Systems.

PI: Proporcional Integral.

ROS: Region of Stability.

RPM: Revoluciones Por Minuto.

UAV: Unmanned Aerial Vehicle.

YALMIP: Toolbox de Matlab para prototipado rápido de problemas de optimización, desarrollado por J. Lofberg.

ZENO: Fenómeno ZENO (chattering).

ZOH: Zero Order Hold

Anexo 1. MAGNITUDES DE LOS SENSORES

A1.1 Rumbo magnético y rumbo verdadero

El rumbo magnético (Rm) es el ángulo medido en el plano horizontal entre el norte magnético (Nm) terrestre y la dirección que lleva la aeronave. En cambio, el rumbo verdadero (Rv), es el ángulo en plano horizontal entre el norte geográfico (Nv) y la dirección de la aeronave, la diferencia entre ambos rumbos es la declinación magnética (Dm) que depende de la zona de la Tierra donde nos encontremos, además es un parámetro que varía con el paso del tiempo.

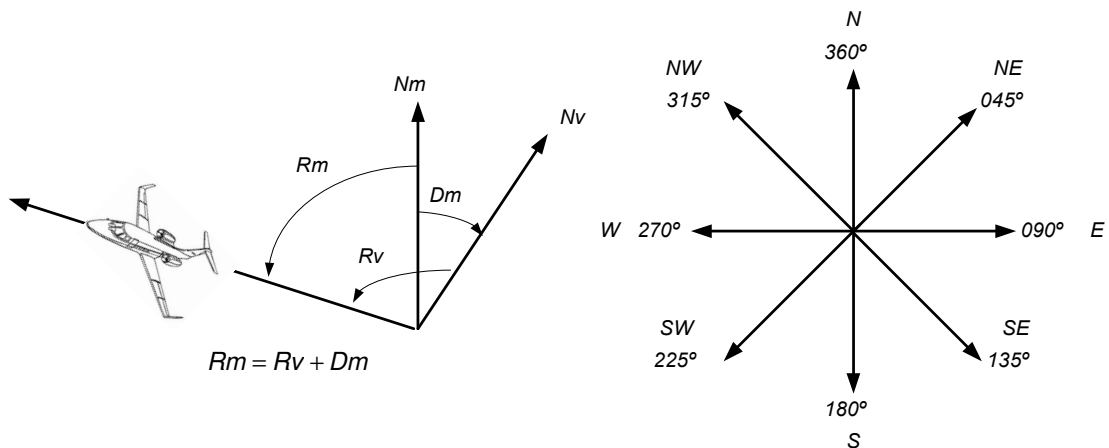


Figura A1.1: Rumbo magnético/verdadero

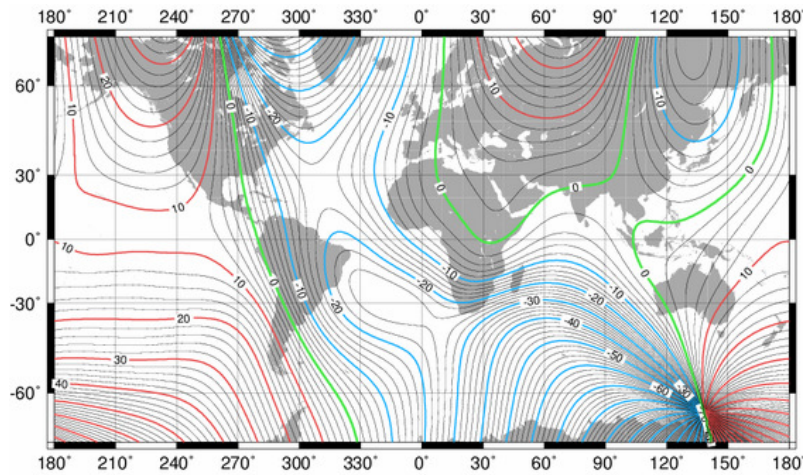


Figura A1.2: Declinación magnética

A1.2 Ángulos de Tait-Bryan

Si tomamos como referencia un sistema de coordenadas situado sobre el aeroplano (sistema de ejes cuerpo), podemos definir los ángulos de Tait-Bryan:

- Alabeo (Φ roll)
- Cabeceo (Θ pitch)
- Guiñada (Ψ yaw)

Que definen los movimientos básicos del aeroplano, a la vez que la velocidad angular de estos desplazamientos P , Q y R , Figura A1.3.

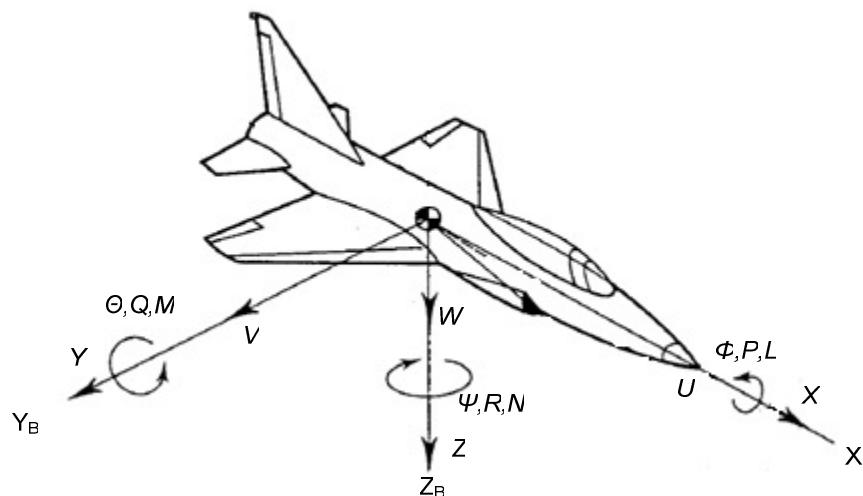


Figura A1.3: Ángulos de Tait-Bryan

Si consideramos como sistema de referencia el cuerpo del avión (X_B, Y_B, Z_B) las rotaciones básicas teniendo en cuenta los ángulos de Tait-Bryan se definen según las ecuaciones:

Rotación sobre el eje X_B , ángulo de alabeo o roll (Φ) [A1.1]

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\Phi) & -\sin(\Phi) \\ 0 & \sin(\Phi) & \cos(\Phi) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad [\text{A1.1}]$$

Rotación sobre el eje Y_B , ángulo de cabeceo o pitch (Θ) [A1.2]

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Theta) & 0 & \sin(\Theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\Theta) & 0 & \cos(\Theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad [\text{A1.2}]$$

Rotación sobre el eje Z_B , ángulo de guiñada o yaw (Ψ) [A1.3]

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Psi) & -\sin(\Psi) & 0 \\ \sin(\Psi) & \cos(\Psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad [\text{A1.3}]$$

Si ahora tenemos en cuenta las velocidades angulares, estas también se ven afectadas por la matriz de rotación basada en los ángulos de Tait-Bryan según la ecuación [A1.4]

$$\begin{Bmatrix} P' \\ Q' \\ R' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(\Theta) \\ 0 & \cos(\Theta) & \sin(\Phi)\cos(\Theta) \\ 0 & -\sin(\Phi) & \cos(\Phi)\cos(\Theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P \\ Q \\ R \end{Bmatrix} \quad [\text{A1.4}]$$

A1.3 Velocidad total respecto al aire

La aeronave se mueve en la masa de aire y respecto a esta los sensores miden la velocidad, como pueden moverse en cualquiera de los tres ejes, la velocidad total V_T , es la suma vectorial de cada una de sus componentes U , V y W

$$V_T = \sqrt{U^2 + V^2 + W^2} \quad [\text{A1.5}]$$

A través de las componentes de la velocidad podemos determinar el ángulo de ataque [A1.6] y el ángulo de deslizamiento [A1.7]

$$\tan(\alpha) = W / V \quad [\text{A1.6}]$$

$$\sin(\beta) = V / V_T \quad [A1.7]$$

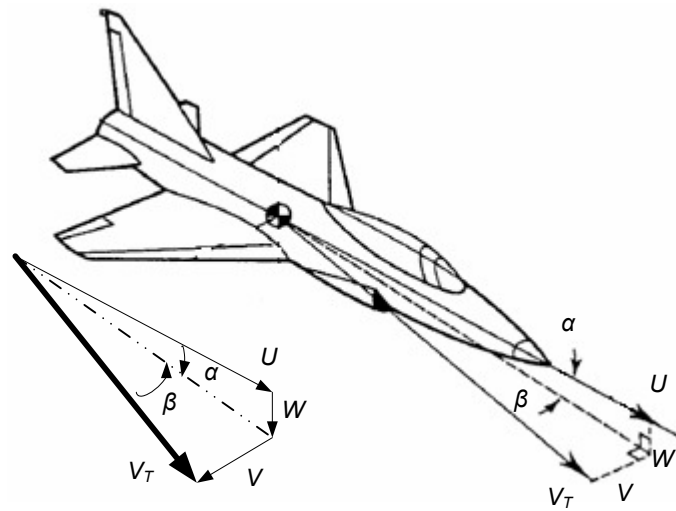


Figura A1.4: Componentes de la velocidad, ángulo de ataque y deslizamiento

A1.4 Altura y altitud

Se define la altura como la distancia vertical entre la aeronave y la superficie del terreno, en cambio, la altitud es la distancia vertical con referencia a nivel del mar. Cuando esta altitud se mide con un barómetro (altímetro de un avión) debe ajustarse a la presión atmosférica a nivel de mar (QNH) que haya en la zona que se esté sobrevolando.

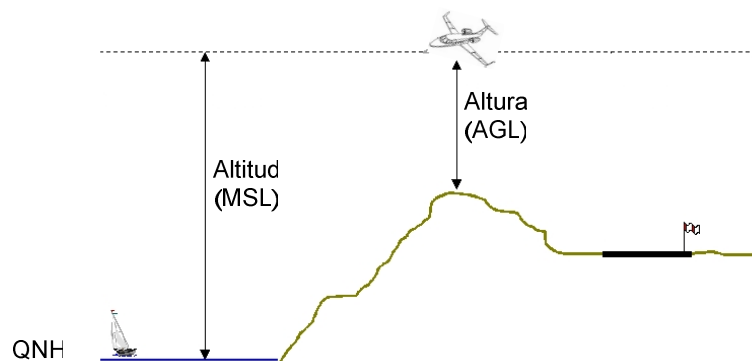


Figura A1.5: Definición de altura y altitud

A1.5 Error de trayectoria

Entre dos puntos de una ruta (waypoints) se define el error de trayectoria y_x como la distancia perpendicular entre la trayectoria definida por los dos waypoints y la aeronave.

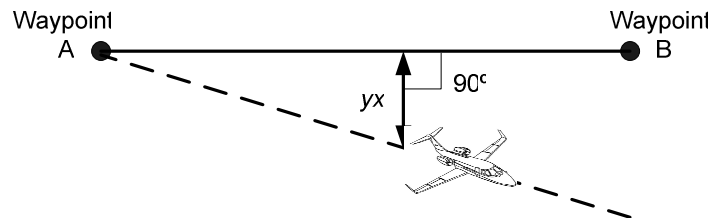


Figura A1.6: Definición error de trayectoria

Anexo 2. MODELOS SIMULINK DE LOS CONTROLADORES CONTINUOS

A2.1 Controlador continuo output feedback longitudinal

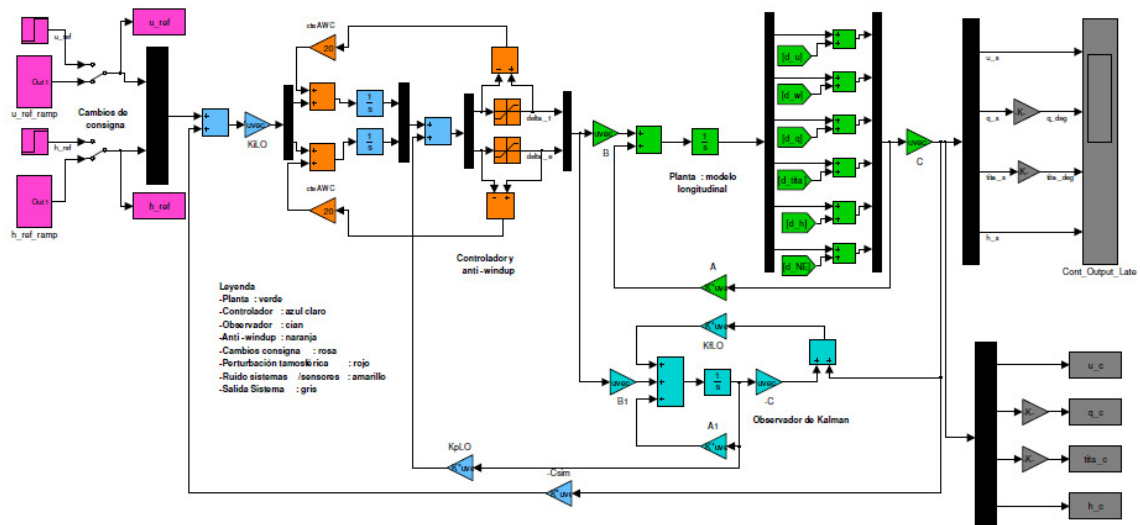


Figura A2.1: Modelo Simulink controlador continuo longitudinal

A2.2 Controlador continuo output feedback lateral

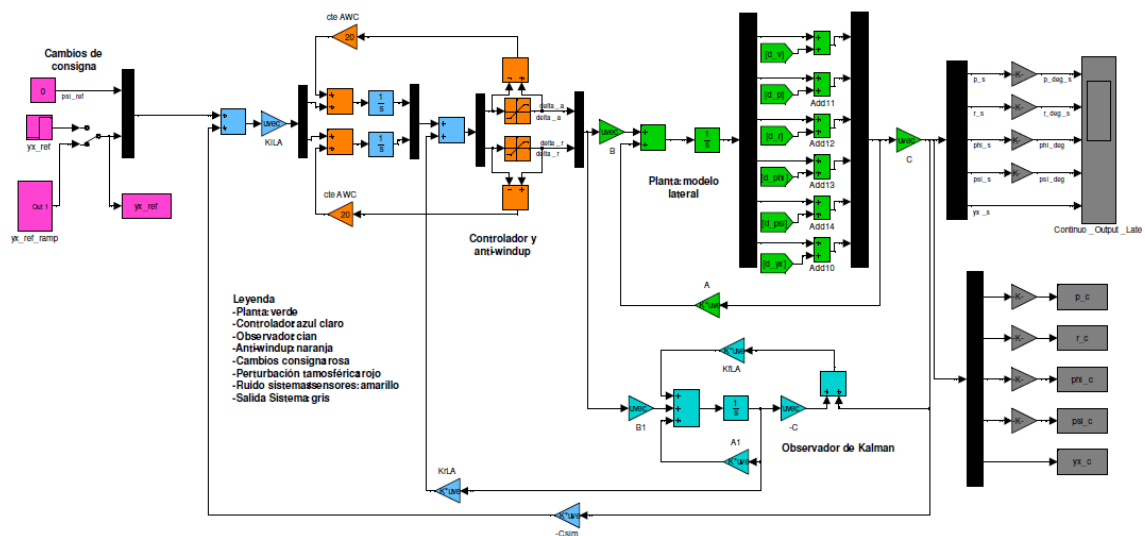


Figura A2.2: Modelo Simulink controlador continuo lateral

Anexo 3. MODELOS SIMULINK DE LOS CONTROLADORES DE EVENTOS

A3.1 Controlador eventos output feedback longitudinal

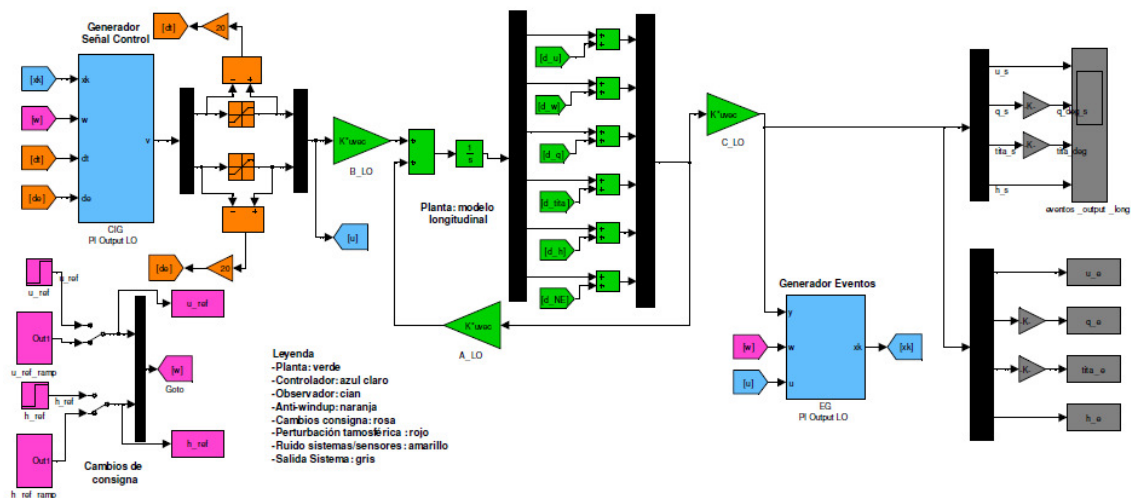


Figura A3.1: Modelo Simulink controlador eventos longitudinal

A3.1.1 Generador de señal de control longitudinal (CIG)

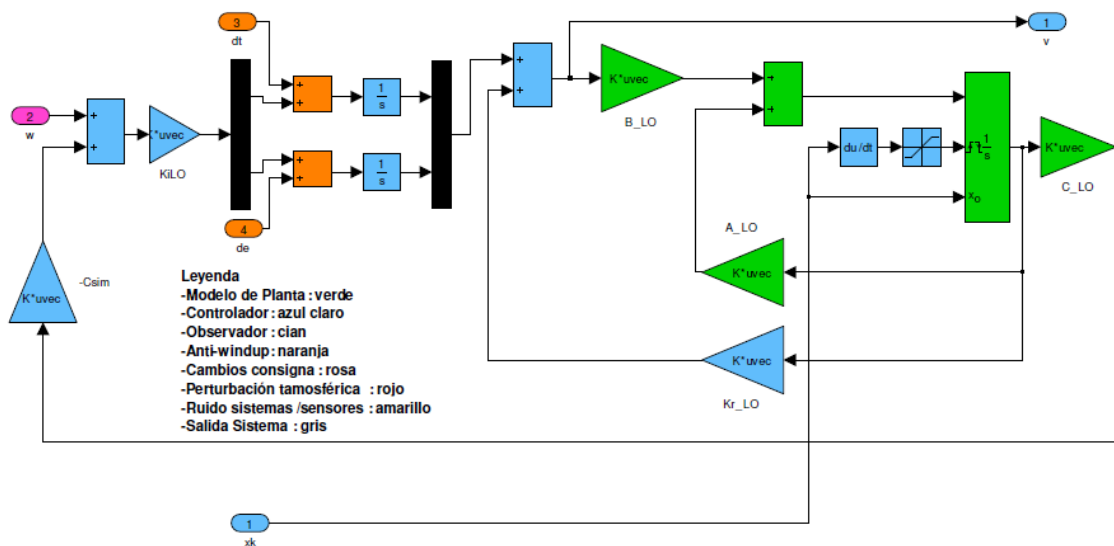


Figura A3.2: Modelo Simulink CIG longitudinal

A3.1.2 Generador de eventos longitudinal (EG)

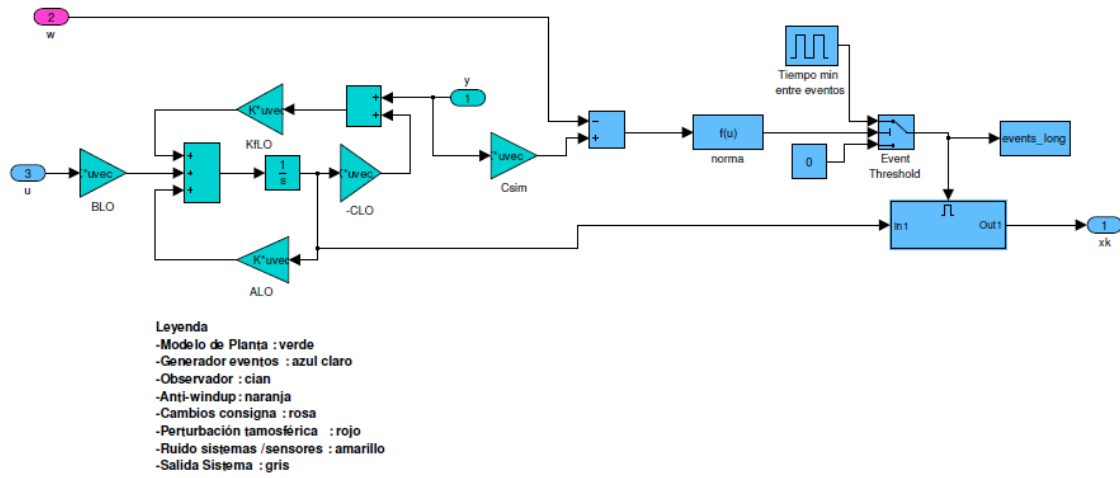


Figura A3.3: Modelo Simulink EG longitudinal

A3.2 Controlador eventos output feedback lateral

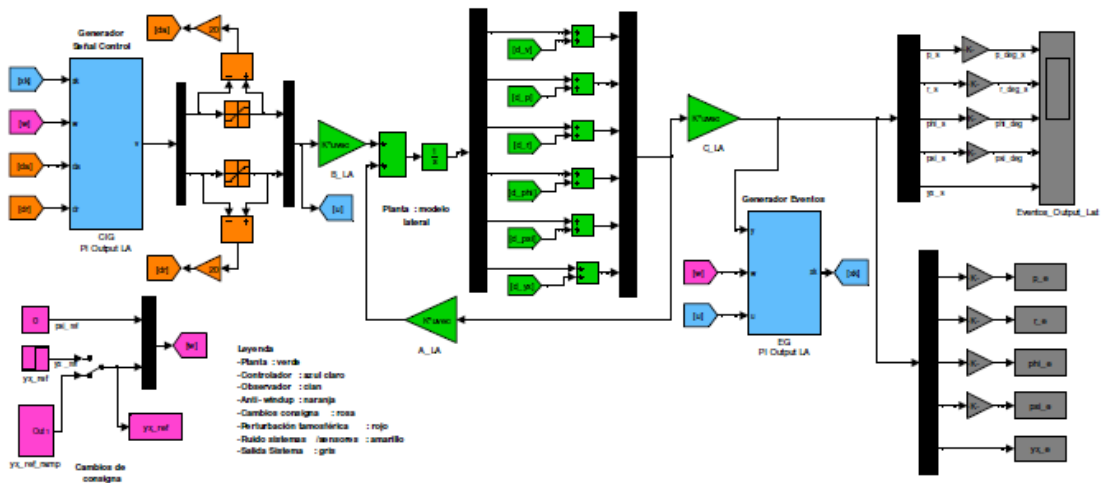


Figura A3.4: Modelo Simulink controlador eventos lateral

Anexo 4. MODELOS MATEMÁTICOS DE TURBULENCIA ATMOSFÉRICA

A continuación se describen las funciones de transferencias para construir los modelos de turbulencias atmosférica de Dryden y Von Karman según las especificaciones MIL-F-8785C y MIL-HDBK-1797, se especifican cada una de las funciones que permiten obtener cada una de las componentes de la perturbación.

A4.1 Modelo de Dryden MIL-F-8785C

$$Hu(s) = \sigma_u \sqrt{\frac{2L_u}{\pi V}} \frac{1}{1 + \frac{L_u}{V} s} \quad [\text{A4.1}]$$

$$Hp(s) = \sigma_w \sqrt{\frac{0,8}{V}} \frac{\left(\frac{\pi}{4b}\right)^{1/6}}{L_w^{1/3} \left(1 + \left(\frac{4b}{\pi V}\right) s\right)} \quad [\text{A4.2}]$$

$$Hv(s) = \sigma_v \sqrt{\frac{L_v}{\pi V}} \frac{1 + \frac{\sqrt{3}L_v}{V} s}{\left(1 + \frac{L_v}{V} s\right)^2} \quad [\text{A4.3}]$$

$$Hr(s) = \frac{\mp \frac{s}{V}}{\left(1 + \left(\frac{3b}{\pi V}\right) s\right)} Hv(s) \quad [\text{A4.4}]$$

$$Hw(s) = \sigma_w \sqrt{\frac{L_w}{\pi V}} \frac{1 + \frac{\sqrt{3}L_w}{V} s}{\left(1 + \frac{L_w}{V} s\right)^2} \quad [\text{A4.5}]$$

$$Hq(s) = \frac{\pm \frac{s}{V}}{\left(1 + \left(\frac{4b}{\pi V}\right) s\right)} Hw(s) \quad [\text{A4.6}]$$

A4.2 Modelo de Dryden MIL-HDBK-1797

$$Hu(s) = \sigma_u \sqrt{\frac{2L_u}{\pi V}} \frac{1}{1 + \frac{L_u}{V}s} \quad [\text{A4.7}]$$

$$Hp(s) = \sigma_w \sqrt{\frac{0,8}{V}} \frac{\left(\frac{\pi}{4b}\right)^{1/6}}{(2L_w)^{1/3} \left(1 + \left(\frac{4b}{\pi V}\right)s\right)} \quad [\text{A4.8}]$$

$$Hv(s) = \sigma_v \sqrt{\frac{2L_v}{\pi V}} \frac{1 + \frac{2\sqrt{3}L_v}{V}s}{\left(1 + \frac{2L_v}{V}s\right)^2} \quad [\text{A4.9}]$$

$$Hr(s) = \frac{\mp \frac{s}{V}}{\left(1 + \left(\frac{3b}{\pi V}\right)s\right)} Hv(s) \quad [\text{A4.10}]$$

$$Hw(s) = \sigma_w \sqrt{\frac{2L_w}{\pi V}} \frac{1 + \frac{2\sqrt{3}L_w}{V}s}{\left(1 + \frac{2L_w}{V}s\right)^2} \quad [\text{A4.11}]$$

$$Hq(s) = \frac{\pm \frac{s}{V}}{\left(1 + \left(\frac{4b}{\pi V}\right)s\right)} Hw(s) \quad [\text{A4.12}]$$

A4.3 Modelo de Von Karman MIL-F-8785C

$$Hu(s) = \frac{\sigma_u \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{L_u}{V} \left(1 + 0,25 \frac{L_u}{V} s \right)}{1 + 1,375 \frac{L_u}{V} s + 0,1987 \left(\frac{L_u}{V} \right)^2 s^2} \quad [\text{A4.13}]$$

$$Hp(s) = \sigma_w \sqrt{\frac{0,8}{V}} \frac{\left(\frac{\pi}{4b} \right)^{1/6}}{L_w^{1/3} \left(1 + \left(\frac{4b}{\pi V} \right) s \right)} \quad [\text{A4.14}]$$

$$Hv(s) = \frac{\sigma_v \sqrt{\frac{1}{\pi}} \frac{L_v}{V} \left(1 + 2,7478 \frac{L_v}{V} s + 0,3398 \left(\frac{L_v}{V} \right)^2 s^2 \right)}{1 + 2,9958 \frac{L_v}{V} s + 1,9754 \left(\frac{L_v}{V} \right)^2 s^2 + 0,1539 \left(\frac{L_v}{V} \right)^3 s^3} \quad [\text{A4.15}]$$

$$Hr(s) = \frac{\mp \frac{s}{V}}{\left(1 + \left(\frac{3b}{\pi V} \right) s \right)} Hv(s) \quad [\text{A4.16}]$$

$$Hw(s) = \frac{\sigma_w \sqrt{\frac{1}{\pi}} \frac{L_w}{V} \left(1 + 2,7478 \frac{L_w}{V} s + 0,3398 \left(\frac{L_w}{V} \right)^2 s^2 \right)}{1 + 2,9958 \frac{L_w}{V} s + 1,9754 \left(\frac{L_w}{V} \right)^2 s^2 + 0,1539 \left(\frac{L_w}{V} \right)^3 s^3} \quad [\text{A4.17}]$$

$$Hq(s) = \frac{\pm \frac{s}{V}}{\left(1 + \left(\frac{4b}{\pi V} \right) s \right)} Hw(s) \quad [\text{A4.18}]$$

A4.4 Modelo de Von Karman MIL-HDBK-1797

$$Hu(s) = \frac{\sigma_u \sqrt{\frac{2 L_u}{\pi V}} \left(1 + 0,25 \frac{L_u}{V} s \right)}{1 + 1,375 \frac{L_u}{V} s + 0,1987 \left(\frac{L_u}{V} \right)^2 s^2} \quad [\text{A4.19}]$$

$$Hp(s) = \sigma_w \sqrt{\frac{0,8}{V}} \frac{\left(\frac{\pi}{4b} \right)^{1/6}}{(2L_w)^{1/3} \left(1 + \left(\frac{4b}{\pi V} \right) s \right)} \quad [\text{A4.20}]$$

$$Hv(s) = \frac{\sigma_v \sqrt{\frac{1}{\pi}} \frac{2L_v}{V} \left(1 + 2,7478 \frac{2L_v}{V} s + 0,3398 \left(\frac{2L_v}{V} \right)^2 s^2 \right)}{1 + 2,9958 \frac{2L_v}{V} s + 1,9754 \left(\frac{2L_v}{V} \right)^2 s^2 + 0,1539 \left(\frac{2L_v}{V} \right)^3 s^3} \quad [\text{A4.21}]$$

$$Hr(s) = \frac{\mp \frac{s}{V}}{\left(1 + \left(\frac{3b}{\pi V} \right) s \right)} Hv(s) \quad [\text{A4.22}]$$

$$Hw(s) = \frac{\sigma_w \sqrt{\frac{1}{\pi}} \frac{2L_w}{V} \left(1 + 2,7478 \frac{2L_w}{V} s + 0,3398 \left(\frac{2L_w}{V} \right)^2 s^2 \right)}{1 + 2,9958 \frac{2L_w}{V} s + 1,9754 \left(\frac{2L_w}{V} \right)^2 s^2 + 0,1539 \left(\frac{2L_w}{V} \right)^3 s^3} \quad [\text{A4.23}]$$

$$Hq(s) = \frac{\pm \frac{s}{V}}{\left(1 + \left(\frac{4b}{\pi V} \right) s \right)} Hw(s) \quad [\text{A4.24}]$$

Anexo 5. MODELOS SIMULINK DE PERTURBACIÓN ATMOSFÉRICA

El modelo de perturbación atmosférica que se ha desarrollado en Simulink se muestra en el diagrama de bloques de la Figura A5.1

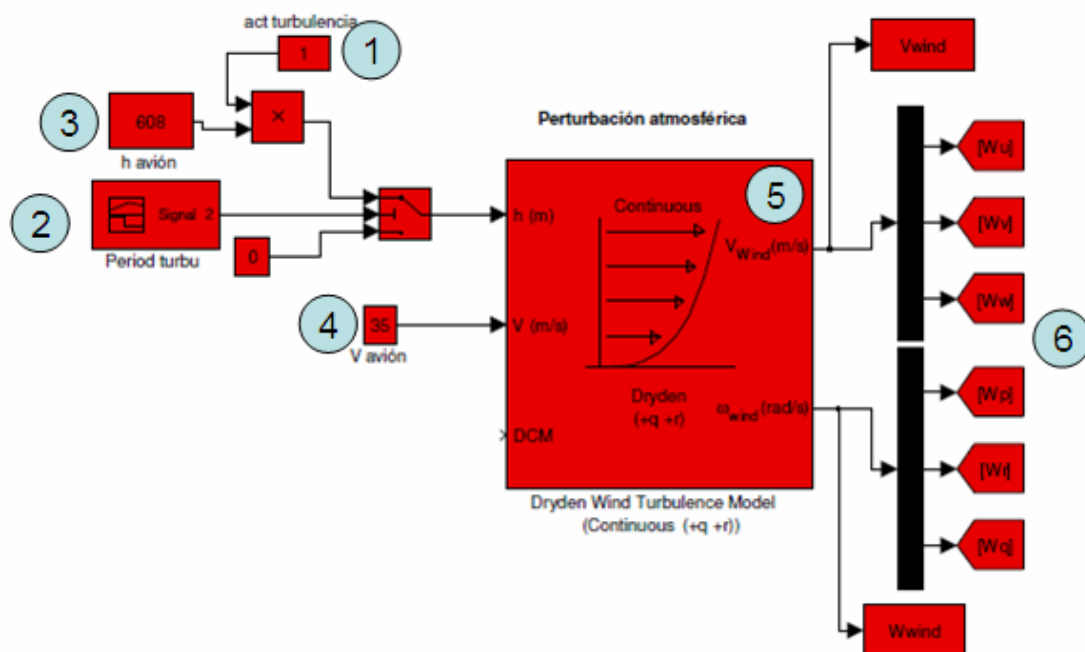


Figura A5.1: Modelo de perturbación atmosférica

Este modelo cuenta de los siguientes bloques funcionales:

- 1) Activa o desactiva la perturbación atmosférica, con un valor igual a 1 activa la perturbación, y con cero la desactiva.
- 2) Fija el periodo que va a estar presente la perturbación.
- 3) Indica la altitud de la aeronave en metros (m)
- 4) Indica la velocidad de la aeronave en metros por segundo (m/s)
- 5) Modelo de turbulencia atmosférica, contiene las funciones de transferencia tanto para el modelo de Dryden como el de Von Karman en cada uno de ellos con sus variantes de MIL-F8785C y MIL-HDBK-1797

6) Salida del sistema que contiene las componentes de la turbulencia, tanto en velocidades lineales (Wu , Wv y Ww), como las angulares (Wp , Wr y Wq), las cuales se sumarán a las variables (u , v , w , p , r y q) de nuestro modelo.

Anexo 6. MODELOS SIMULINK RUIDO DE SENSORES/SISTEMAS

Para los modelos de ruido de los sensores/sistemas, hemos desarrollado un sistema en Simulink el cual añade a las variables del sistema un ruido blanco limitado en banda con un DEP que se puede fijar de forma independiente para cada una de las variables, a la vez que, podemos fijar también el periodo en el que este ruido actúa sobre el sistema. En los siguientes apartados se describe tanto para el modelo longitudinal como para el lateral.

A6.1 Modelo ruido variables longitudinales

El modelo longitudinal de ruido se muestra en la Figura A6.1

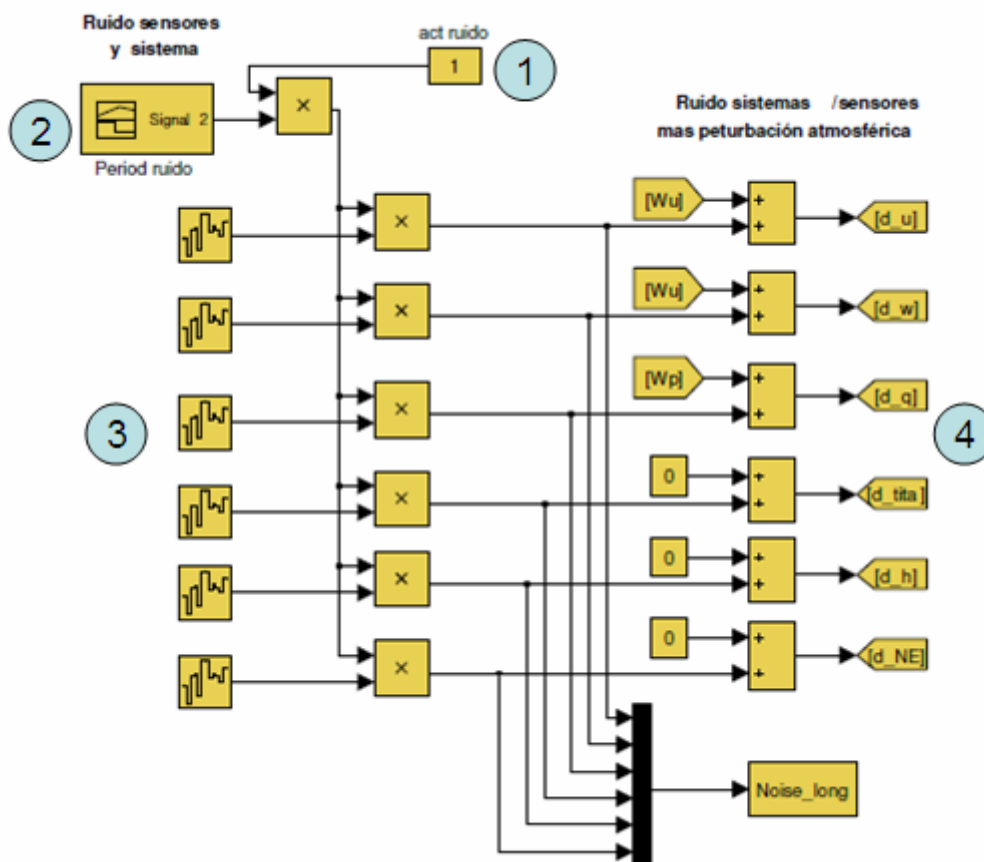


Figura A6.1: Modelo ruido sistema/sensores longitudinal

Según la figura anterior, el modelo se compone de los siguientes elementos:

- 1) Activa o desactiva el ruido, cuando tiene valor igual a uno activa el ruido y este se añade al sistema y cuando es cero lo desactiva
- 2) Fija el periodo en el que ruido se está añadiendo al sistema
- 3) Determina el nivel de DEP de cada una de las variables longitudinales de forma independiente (u , w , q , θ , h y N_E)
- 4) Componentes de ruido a añadir a cada una de las variables longitudinales, si se ha añadido una perturbación atmosférica, aquí también está agregado ese efecto en las variables de velocidad lineal/angular longitudinales.

A6.2 Modelo ruido variables longitudinales

El modelo lateral de ruido se muestra en la Figura A6.2

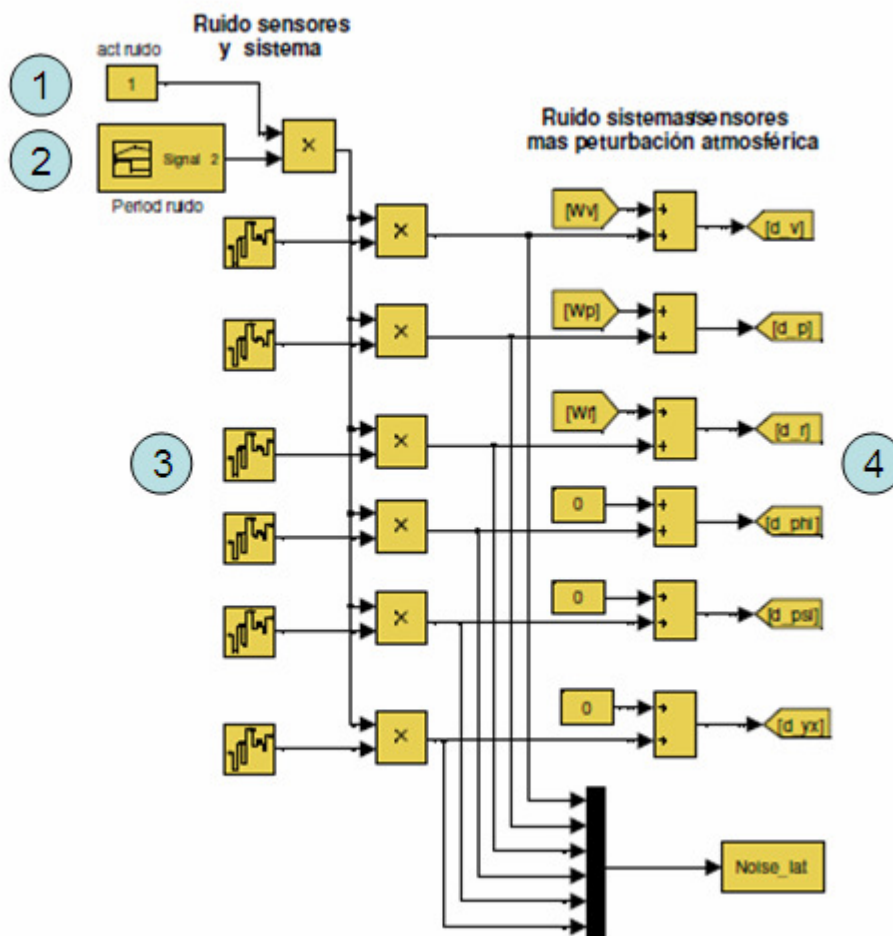


Figura A6.2: Modelo ruido sistema/sensores lateral

El modelo se compone de los siguientes elementos:

- 1) Activa o desactiva el ruido, cuando tiene valor igual a uno activa el ruido y se añade al sistema y cuando es cero lo desactiva
- 2) Fija el periodo en el que ruido se está perturbando al sistema
- 3) Determina el nivel de DEP de cada una de las variables laterales de forma independiente (v , ρ , r , Φ , ψ e γ)
- 4) Componentes de ruido a añadir a cada una de las variables laterales, si se ha añadido una perturbación atmosférica, aquí también está agregado ese efecto en las variables de velocidad lineal/angular laterales.

Anexo 7. PANEL DE INSTRUMENTOS DE NAVEGACIÓN EN SIMULINK

Para analizar de forma conjunta tanto los controladores continuos como los basados en eventos (incluyendo en ambas estrategias el control longitudinal y lateral), se ha desarrollado en Simulink un panel de instrumentos como el de la Figura A7.1, este panel también nos dará una visión subjetiva del efecto que tiene sobre el UAV la turbulencia y el ruido de sistema/sensores con que hemos estimulado el sistema.

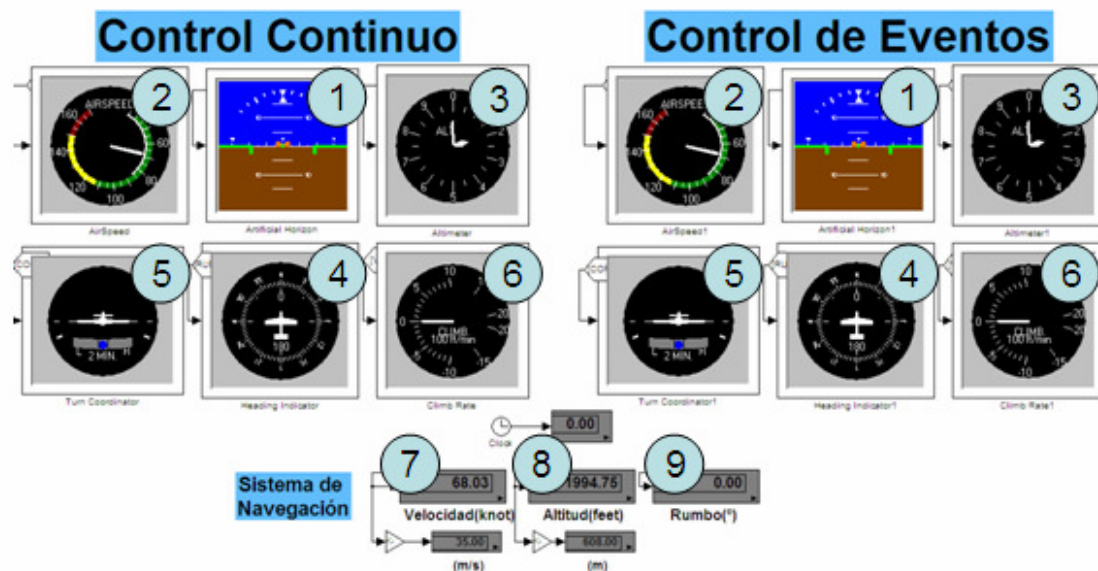


Figura A7.1: Panel de instrumentos de navegación

En la figura anterior se muestra el panel de instrumentos clásico de una aeronave, en este se ha incluido un conjunto de seis instrumentos (del 1 al 6) para analizar los controladores continuos (instrumentos del 1 al 6 de la izquierda), y una estructura similar para los de eventos (instrumentos del 1 al 6 de la derecha), por otro lado, para tener una visión de cómo el sistema de navegación da órdenes de cambio de consigna a los controladores, se ha añadido también el conjunto de instrumentos compuesto por el 7,8 y 9.

A continuación, y de forma resumida, explicaremos las funciones de cada uno de los instrumentos que componen este panel y que relación tienen con las variables de nuestro modelo:

1) Horizonte artificial: Nos permite conocer la actitud del avión y controlar que no toma una posición extraña respecto a la línea de vuelo normal (vuelo recto y nivelado), respecto a nuestro modelo, mide la variable longitudinal del ángulo de cabeceo θ y la horizontal del ángulo de alabeo Φ .

2) Anemómetro, se encarga de medir la velocidad del avión respecto a la masa de aire, dado que esta velocidad tiene tres componentes (u , v y w) y la que predomina en la mayoría de las situaciones de vuelo es la u , podemos considerar que este instrumento mide la variable de velocidad longitudinal u .

3) Altímetro, mide la altitud respecto al nivel del mar, para nuestro modelo equivale a medir la variable longitudinal h .

4) Direccional o indicador de rumbo, mide el rumbo del avión, en nuestro caso coincide con la variable lateral de ángulo de guiñada ψ .

5) Coordinador de giro, nos mide la velocidad de cambio del ángulo de guiñada ψ , con lo que para nuestro modelo este instrumento mide la variable lateral r .

6) Variómetro, mide la velocidad con que cambia la altitud, en este caso no mide ninguna variable de nuestro modelo, pero nos da una idea de lo rápido o lento que cambia nuestra altitud en los ascensos/descensos.

El sistema de navegación ordena cambios de consigna a nuestro sistema que se basan en dos variables longitudinales (velocidad y altitud), que corresponden a los indicadores 7 y 8 y una variable lateral que es el rumbo, que se mide en el indicador 9.

Anexo 8. CODIGO MATLAB PARA EL CALCULO DE LAS ROS

A8.1 Cálculo ROS controlador continuo longitudinal "Con_long.m"

```
function [P,eta]=Con_long(AWC)
%---Parameters---
%Actuator saturation
u0(1)=0.5;
u0(2)=0.2;
%Plant
AI=[-0.146   -0.016   0.557   -9.809   0   0.001;
    -0.63   -4.487  34.57   0.161   0   0;
     0.001   0.039  -0.894   0   0   0;
     0   0   1   0   0   0;
    -0.016  -1   0   35.2   0   0;
    665.7  -6.89  0   0   0   -8.57];
BI=[0   -1.368;
    0   -19.96;
    0   -15.96;
    0   0;
    0   0;
    45910  0];
CI=[1   -0.014   0.019   0   0   0;
    0   0   1.002   0   0   0;
    0   0   0   0.997  0   0;
    0   0   0   0   0.984  0];
CSim=[1  0  0  0;
      0  0  0  1];
CN=CSim*CI;
D=zeros(4,2);
DN=zeros(2,2);
k=size(CN,1);
[n,m]=size(BI);
Onm=zeros(n,m);
Onn=zeros(n,n);
Omm=zeros(m,m);
Omn=zeros(m,n);
Onk=zeros(n,k);
Okk=zeros(k,k);
A=[AI Onk;-CN Okk];
B=[BI;-DN];
C=[CN Okk];
R=0.01*eye(m);
Q=eye(n+2)*0.001;
Q(1,1)=0.05;
Q(5,5)=0.001;
Q(7,7)=0.5;
Q(8,8)=0.01;
%Controller
K=-lqr(A,B,Q,R)
Bs=B; % anti-windup compensation
```

```

if (AWC==1)
Bs(7,1)=-20; %anti-windup compensation
Bs(8,2)=-20;
else
Bs(7,1)=20; %sin anti-windup compensation
Bs(8,2)=20;
end
sd=1e-10;
%---Optimization variables----
W=sdpvar(8,8)
S=sdpvar(2,2,'diagonal')
Z=sdpvar(2,8,'full')
eta=sdpvar(1,1)
%---LMI Constraints---
C = [eta >=sd,
      W >= sd*eye(8),
      S >= sd*eye(2),

      [W*(A+B*K)' + (A+B*K)*W, Bs*S-W*K'-Z';
      S*Bs'-K*W-Z, -2*S] <=-sd*eye(10),

      [W, Z(1,:)'];
      Z(1,:), eta*u0(1)*u0(1)] >=0,

      [W, Z(2,:)'];
      Z(2,:), eta*u0(2)*u0(2)] >=0]
%--- Objective function ---
O=eta
%--- Solve optimization----
solvesdp(C,O)
%---Return results ----
P = inv(double(W));
eta = double(eta);
W=double(W);
S=double(S);
Z=double(Z);
end

```

A8.2 Cálculo ROS controlador continuo lateral “Con_lat.m”

```

function [P,eta]=Con_lat (AWC)
%---Parameters----
%Actuator saturation
u0(1)=0.2;
u0(2)=0.3;
%Plant
AI=[-0.359   -0.502   -34.9    9.809    0    0;
     -6.722   -7.044    1.432    0        0    0;
     0.269    0.051   -0.159    0        0    0;
     0        1       -0.016    0        0    0;
     0        0        1        0        0    0;
     1        0        0        0.567   35.2  0];
BI=[-1.7720   1.337;
     -69.93   4.263;
     2.331    -2.023;
     0        0;
     0        0;
     0        0];
CI=[0   1.002   0   0   0   0;
     0   0   1.002   0   0   0;
     0   0   0   0.997   0   0;
     0   0   0   0   0.997   0;
     0   0   0   0   0   1];
CSim=[0 0 0 1 0;
       0 0 0 0 1];
CN=CSim*CI;
D=zeros(4,2);
DN=zeros(2,2);
k=size(CN,1);
[n,m]=size(BI);
Onm=zeros(n,m);
Onn=zeros(n,n);
Omm=zeros(m,m);
Omn=zeros(m,n);
Onk=zeros(n,k);
Okk=zeros(k,k);
A=[AI Onk;-CN Okk];
B=[BI;-DN];
C=[CN Okk];
R=0.01*eye(m);
Q=eye(n+2)*1e-4;
%Controller
K=-lqr(A,B,Q,R)
Bs=B; % anti-windup compensation
if (AWC==1)
Bs(7,1)=20; %anti-windup compensation
Bs(8,2)=20;
else
Bs(7,1)=-20; %sin anti-windup compensation
Bs(8,2)=-20;
end
sd=1e-10;
%---Optimization variables----
W=sdpvar(8,8)
S=sdpvar(2,2,'diagonal')
Z=sdpvar(2,8,'full')
eta=sdpvar(1,1)

```

```

%---LMI Constraints---
C = [eta >= sd,
      W >= sd*eye(8),
      S >= sd*eye(2),

      [W*(A+B*K)' + (A+B*K)*W, Bs*S-W*K'-Z';
      S*Bs'-K*W-Z, -2*S] <=sd*eye(10),

      [W      , Z(1,:)'];
      Z(1,:), eta*u0(1)*u0(1)] >=0,

      [W      , Z(2,:)'];
      Z(2,:), eta*u0(2)*u0(2)] >=0]
%--- Objective function ---
O=eta
%--- Solve optimization----
solvesdp(C,O)
%---Return results ----
P = inv(double(W));
eta = double(eta);
end

```

A8.3 Cálculo ROS controlador eventos longitudinal “Eve_long.m”

```

function [P,eta]=Eve_long(AWC)
%---Parameters----
%Actuator saturation
u0(1)=.5;
u0(2)=.2;
%Event Generator
R=eye(2,2);
er=0.1;
delta=1/(er^2);
%Plant
AI=[-0.146   -0.016   0.557   -9.809   0   0.001;
    -0.63   -4.487   34.57   0.161   0   0;
    0.001   0.039   -0.894   0   0   0;
    0   0   1   0   0   0;
    -0.016   -1   0   35.2   0   0;
    665.7   -6.89   0   0   0   -8.57]
BI=[0   -1.368;
    0   -19.96;
    0   -15.96;
    0   0;
    0   0;
    45910   0]
CI=[1   -0.014   0.019   0   0   0;
    0   0   1.002   0   0   0;
    0   0   0   0.997   0   0;
    0   0   0   0   0.984   0];
CSim=[1   0   0   0;
    0   0   0   1];
CN=CSim*CI
D=zeros(4,2);
DN=zeros(2,2);
k=size(CN,1)
[n,m]=size(BI)
Onm=zeros(n,m)
Onn=zeros(n,n)
Omm=zeros(m,m)
Omn=zeros(m,n)
Onk=zeros(n,k)
Okk=zeros(k,k)
A=[AI Onk;-CN Okk];
B=[BI;-DN];
%C=[CN Okk];
Be=[zeros(6,2);eye(2,2)];
Rc=0.01*eye(m);
Q=eye(n+2)*0.001;
Q(1,1)=0.05;
Q(5,5)=0.001;
Q(7,7)=0.5;
Q(8,8)=0.01;
%Controller
K=-lqr(A,B,Q,Rc)
Ke=K(:,7:8)
Bs=B; % anti-windup compensation
if (AWC==1)
Bs(7,1)=-20; %anti-windup compensation
Bs(8,2)=-20;
else
Bs(7,1)=20; %sin anti-windup compensation

```

```

Bs(8,2)=20;
end
t1=0.01; %Optimization parameters
t2=0.01;
sd=1e-10;
%---Optimization variables----
W=sdpvar(8,8)
S=sdpvar(2,2,'diagonal')
Z=sdpvar(2,8,'full')
eta=sdpvar(1,1)
delta=sdpvar(1,1)
R=sdpvar(2,2)
%---LMI Constraints---
C = [eta >= sd,
      W >= sd*eye(8),
      S >= sd*eye(2),

      [W*(A+B*K)' + (A+B*K)*W + t1*W, Bs*S - W*K' - Z', B*Ke ;
      S*Bs' - K*W - Z, -2*S, -Ke;
      (B*Ke)', -Ke', -t2*R] <= -sd*eye(12),

      [W      , Z(1,:)'];
      Z(1,:), eta*u0(1)*u0(1)] >= 0,

      [W      , Z(2,:)'];
      Z(2,:), eta*u0(2)*u0(2)] >= 0,

      -t1*delta + t2*eta <= 0]
%--- Objective function ---
O=eta
%--- Solve optimization----
solvesdp(C,O)
%---Return results ----
P = inv(double(W));
eta = double(eta);
delta = double(delta);
end

```

A8.4 Cálculo ROS controlador eventos lateral “Eve_lat.m”

```

function [P,eta]=Eve_lat (AWC)
%---Parameters----
%Actuator saturation
u0(1)=.2;
u0(2)=.3;
%Event Generator
R=eye(2,2);
er=0.1;
delta=1/(er^2);
%Plant
AI=[-0.359   -0.502   -34.9   9.809   0   0;
     -6.722   -7.044   1.432   0   0   0;
     0.269   0.051   -0.159   0   0   0;
     0   1   -0.016   0   0   0;
     0   0   1   0   0   0;
     1   0   0   0.567   35.2   0];
BI=[-1.7720   1.337;
     -69.93   4.263;
     2.331   -2.023;
     0   0;
     0   0;
     0   0];
CI=[0   1.002   0   0   0   0;
     0   0   1.002   0   0   0;
     0   0   0   0.997   0   0;
     0   0   0   0   0.997   0;
     0   0   0   0   0   1];
CSim=[0 0 0 1 0;
       0 0 0 0 1];
CN=CSim*CI;
D=zeros(4,2);
DN=zeros(2,2);
k=size(CN,1);
[n,m]=size(BI);
Onm=zeros(n,m);
Onn=zeros(n,n);
Omm=zeros(m,m);
Omn=zeros(m,n);
Onk=zeros(n,k);
Okk=zeros(k,k);
A=[AI Onk;-CN Okk];
B=[BI;-DN];
%C=[CN Okk];
Be=[zeros(6,2);eye(2,2)];
Rc=0.01*eye(m);
Q=eye(n+2)*1e-4;
%Controller
K=-lqr(A,B,Q,Rc)
Ke=K(:,7:8)
Bs=B; % anti-windup compensation
if (AWC==1)
Bs(7,1)=+20; %anti-windup compensation
Bs(8,2)=+20;
else
Bs(7,1)=-20; %sin anti-windup compensation
Bs(8,2)=-20;
end

```

```

t1=0.01; %Optimization parameters
t2=0.01;
sd=1e-10;
%---Optimization variables----
W=sdpvar(8,8)
S=sdpvar(2,2,'diagonal')
Z=sdpvar(2,8,'full')
eta=sdpvar(1,1)
delta=sdpvar(1,1)
R=sdpvar(2,2)
%---LMI Constraints---
C = [eta >= sd,
      W >= sd*eye(8),
      S >= sd*eye(2),

      [W*(A+B*K)' + (A+B*K)*W + t1*W, Bs*S - W*K' - Z', B*Ke ;
      S*Bs' - K*W - Z, -2*S, -Ke;
      (B*Ke)', -Ke', -t2*R] <= -sd*eye(12),

      [W, Z(1,:)'];
      Z(1,:), eta*u0(1)*u0(1)] >= 0,

      [W, Z(2,:)'];
      Z(2,:), eta*u0(2)*u0(2)] >= 0,

      -t1*delta + t2*eta <= 0]
%--- Objective function ---
O=eta
%--- Solve optimization----
solvesdp(C,O)
%---Return results ----
P = inv(double(W));
eta = double(eta);
delta = double(delta);
end

```