

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA  
**MÁSTER EN INGENIERÍA DE SISTEMAS Y DE CONTROL**

# **Control estructural en turbinas eólicas flotantes mediante actuación piezoeléctrica**

**Autor/a: LÓPEZ ROMERO, MIGUEL ÁNGEL**

**Director/a: SANTOS PEÑAS, MATILDE**



**CURSO ACADÉMICO 2019-2020  
CONVOCATORIA ORDINARIA DE JUNIO**



UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA  
**MÁSTER EN INGENIERÍA DE SISTEMAS Y DE CONTROL**

# **Control estructural en turbinas eólicas flotantes mediante actuación piezoeléctrica**

**Autor/a: LÓPEZ ROMERO, MIGUEL ÁNGEL**

**Director/a: SANTOS PEÑAS, MATILDE**



**PROYECTO DE FIN DE MÁSTER DEL TIPO:  
A - PROYECTO ESPECÍFICO PROPUESTO POR UN PROFESOR**



**Autorización:**

Autorizamos a la Universidad Complutense y a la UNED a difundir y utilizar con fines académicos, no comerciales y mencionando expresamente a sus autores, tanto la memoria de este Trabajo Fin de Máster, como el código, la documentación y/o el prototipo desarrollado.

A handwritten signature in blue ink, consisting of several fluid, overlapping loops and strokes, representing the name Miguel Ángel López Romero.

FDO: LÓPEZ ROMERO, MIGUEL ÁNGEL



## RESUMEN

La energía eólica se ha posicionado como una de las fuentes de energía más importantes en países de todo el mundo, la cual ha evitado la emisión de millones de toneladas de CO<sub>2</sub> a la atmósfera, contribuyendo así a la lucha contra el calentamiento global. En general, la mayor parte de esta energía procede de turbinas instaladas en tierra, en posiciones estratégicas donde los vientos son relativamente fuertes y estables en el tiempo. Sin embargo, para evitar algunas de las desventajas asociadas a este tipo de turbina, como el impacto visual y la contaminación acústica, se ha producido un cambio de paradigma en este área en los últimos años. Concretamente, se han comenzado a instalar turbinas eólicas en alta mar para aprovechar la energía de un viento de mayor velocidad y estabilidad, implementándose dispositivos de mayor envergadura y mejorando el rendimiento de producción eléctrica.

La producción de energía en alta mar lleva consigo una serie de problemas asociados. En ocasiones, el fuerte viento, las corrientes y las mareas generarán cargas y vibraciones en la estructura, suponiendo un reto desde el punto de vista de la ingeniería. Actualmente, la supresión de vibraciones en las turbinas se plantea mediante sistemas TMD (Tuned Mass Damper), dispositivos de masa-muelle-amortiguador colocados habitualmente en la góndola que añaden amortiguamiento y rigidez, los cuales permiten reducir el impacto causado por los elementos del entorno. La implementación de estos dispositivos es limitada al tratarse de masas que pueden llegar al equivalente de un 20 % del peso total de la turbina, además de suponer un coste importante en el total del proyecto.

En este trabajo se abre la puerta al uso de la piezoelectricidad para la reducción de vibraciones en turbinas eólicas flotantes mediante una serie de sensores/actuadores colocados en la estructura. En concreto, se ha utilizado un modelo de viga flexible como simplificación de la torre de una turbina haciendo uso del software de simulación *COMSOL Multiphysics*. Gracias a esta analogía entre viga y torre, se ha podido identificar y validar un modelo en espacio de estados del sistema, lo que ha permitido diseñar una estrategia de control PPF (Positive Position Feedback) con restricciones LMI (Linear Matrix Inequality) haciendo uso de dispositivos piezoeléctricos como elementos de actuación y medida. A partir de la respuesta en frecuencia en lazo abierto y en lazo cerrado se consigue demostrar que, gracias a estos dispositivos, es posible aplicar estrategias de control resonante propias de estructuras flexibles, garantizándose la estabilidad del sistema ante cualquier tipo de perturbación armónica.

Este trabajo es una invitación dirigida a la comunidad científica y empresarial a buscar nuevas alternativas que permitan abaratar costes de desarrollo, fabricación e implementación de turbinas eólicas marinas, contribuyendo en la medida de lo posible en hacer de este planeta un lugar mejor.

**Palabras Clave** — Turbina Eólica Flotante, Sistema Masa Muelle Amortiguador, Piezoelectricidad, Control Resonante, Supresión de Vibraciones, Control Estructural, Energías Renovables.

---

## ABSTRACT

Wind energy has become one of the most important energy sources around the world, preventing the emission of million tonnes of CO<sub>2</sub> to the atmosphere and contributing in the fight against the climate change. Most of the energy comes from turbines installed onshore, at strategic points where the wind is strong and stable enough in time. Nevertheless, in order to avoid some of the problems associated with this technology, such as the visual impact and the noise pollution, there has been a paradigm shift in this field in the recent years. It has begun to install wind turbines in the open sea (offshore) in order to exploit the energy of a faster and more stable wind, which has allowed to improve the electricity production performance.

Offshore energy production has a set of associate problems. Sometimes, the strong wind, the ocean currents and the tides will generate loads and harmful vibrations in the turbine structure, remaining a challenge from the engineering point of view. At this time, wind turbine vibration control is achieved by means of TMD (Tuned Mass Damper) systems, a device typically located in the turbine's nacelle, which adds damping and stiffness to the structure and reduces the impact caused by the environmental elements. The implementation of this device is limited due to its high mass value, which can involve the 20 % of the total turbine weight and can increase the overall cost of the project significantly.

This work opens the door to the use of piezoelectricity in the vibration control of offshore wind turbines by means of a set of piezoelectric transducers bonded on the structure in a collocated fashion way. Specifically, a cantilever has been used as simplification of the wind turbine tower using *COMSOL Multiphysics*. By means of this analogy between the cantilever and the tower, it has been possible to identify and validate a state space model, which has allowed to design a PPF (Positive Position Feedback) controller with LMI (Linear Matrix Inequality) restrictions by using piezoelectric transducers. From the open loop to the closed loop frequency response, it is demonstrated that, thanks to this technology, it is possible to apply resonant control strategies, typically used in flexible structures, and ensure the system stability despite harmonic disturbances.

This master's thesis is an invitation to the scientific and business community to research for alternatives which may allow to cut the costs associated with the development and installation of floating wind turbines, supporting its further realization and making, as far as possible, this planet a better place to live.

**Palabras Clave** — Floating Offshore Wind Turbines (FOWT), Offshore, Tuned Mass Damper (TMD), Piezoelectricity, Resonant Controller, Vibration Suppression, Structural Control, Renewable Energies.

---

## Índice de figuras

Figure 2.1	Esquema conceptual de una FOWT . . . . .	9
Figure 2.2	Diseños más comunes de una FOWT [1] . . . . .	10
Figure 2.3	Estrategias de control implementadas mediante sistemas TMD . . . . .	11
Figure 2.4	Proceso de polarización de un cristal piezoeléctrico . . . . .	11
Figure 2.5	Diferencia de potencial generada sobre las caras de un transductor piezoeléctrico . . . . .	12
Figure 2.6	Sistema de coordenadas del transductor . . . . .	13
Figure 2.7	Sistema continuo con $m$ piezoeléctricos coubicados . . . . .	14
Figure 3.1	Viga flexible con transductores piezoeléctricos coubicados. En la capa superior se sitúan los actuadores y en la capa inferior se ubican los sensores. . . . .	18
Figure 3.2	Lazo de control para $N$ modos de vibración más perturbaciones . . . . .	18
Figure 3.3	Control pasivo de vibraciones mediante transductores piezoeléctricos [2] . . . . .	19
Figure 3.4	Red pasa baja acoplada a un transductor piezoeléctrico más circuito equivalente del transductor . . . . .	19
Figure 4.1	Esquema conceptual del modelo empleado de FOWT . . . . .	25
Figure 4.2	Modelo simplificado de una FOWT con transductores piezoeléctricos coubicados. En la capa superior se sitúan los actuadores y el generador de perturbaciones. En la capa inferior se sitúan los sensores. IMAGEN NO A ESCALA. . . . .	26
Figure 4.3	Sistema MIMO 3x3 . . . . .	27
Figure 4.4	Asistente al modelado de COMSOL. Se muestran las dinámicas del sólido mecánico y del efecto piezoeléctrico implementado en el modelo. Las características de los materiales vienen incluidas en el propio software. . . . .	28
Figure 4.5	Modelo 3D de COMSOL Multiphysics de una viga. . . . .	28

---

Figure 4.6	Respuesta en frecuencia del modelo simplificado de FOWT. En este sistema multivariable de 3x3 elementos las filas se corresponden con las salidas y las columnas con las entradas. La sucesión de resonancias y anti-resonancias es un comportamiento típico de los sistemas mecánicos. . . . .	29
Figure 4.7	Respuesta en frecuencia del modelo simplificado y del modelo paramétrico en espacio de estado de una FOWT. A excepción de los valores en el extremo, la respuesta en frecuencia del modelo se ajusta con bastante precisión en las frecuencias de resonancia. . .	31
Figure 5.1	Ubicación de dos polos en el plano complejo para el caso de un sistema de segundo orden . . . . .	34
Figure 5.2	Estructura del sistema en lazo cerrado . . . . .	35
Figure 5.3	Respuesta en frecuencia del controlador PPF. Se puede ver que efectivamente hay tres picos de resonancia en concordancia con el modelo paramétrico de FOWT. . . . .	37
Figure 5.4	Respuesta impulsiva del controlador. Gracias a la respuesta temporal se puede comprobar de manera sencilla que el controlador PPF es estable. . . . .	37
Figure 6.1	Respuesta del sistema en lazo abierto y en lazo cerrado . . . . .	39
Figure 6.2	Polos del sistema en lazo abierto y lazo cerrado . . . . .	40
Figure 6.3	Respuesta impulsional del sistema en lazo abierto y en lazo cerrado	40
Figure 6.4	Respuesta en frecuencia del sistema en lazo cerrado ante un posible envejecimiento. Incremento de la frecuencia de resonancia. . .	41
Figure 6.5	Respuesta en frecuencia del sistema en lazo cerrado ante un posible envejecimiento. Decremento de la frecuencia de resonancia. . .	42
Figure 6.6	Respuesta temporal del sistema en lazo cerrado ante un posible envejecimiento. Incremento de la frecuencia de resonancia. . . .	42
Figure 6.7	Respuesta temporal del sistema en lazo cerrado ante un posible envejecimiento. Decremento de la frecuencia de resonancia. . . .	43

---

## Índice de tablas

4.1	Parámetros geométricos e hidrodinámicos utilizados en simulación. . . . .	26
-----	---	----

## Índice de abreviaturas

<b>FOWT:</b>	Floating Offshore Wind Turbine
<b>OWT:</b>	Offshore Wind Turbine
<b>TMD:</b>	Tuned Mass Damper
<b>PPF:</b>	Positive Position Feedback
<b>IEEE:</b>	Institute of Electrical and Electronics Engineers
<b>SISO:</b>	Single-Input Single-Output
<b>MIMO:</b>	Multiple-Input Multiple-Output
<b>LMI:</b>	Linear Matrix Inequality



# ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>3</b>
1.1	Motivación . . . . .	4
1.2	Objetivos del trabajo . . . . .	5
1.3	Estructura del documento . . . . .	5
<b>2</b>	<b>ESTADO DEL ARTE. CONCEPTOS BÁSICOS SOBRE FOWT Y PIEZOELÉCTRICIDAD</b>	<b>7</b>
2.1	Estado del arte: trabajos relacionados . . . . .	7
2.2	Fundamentos de las FOWT . . . . .	8
2.3	Fundamentos de la piezoelectricidad . . . . .	11
2.3.1	Dinámica de un sistema continuo con piezoeléctricos coubicados . . . . .	14
<b>3</b>	<b>CONTROL DE ESTRUCTURAS FLEXIBLES</b>	<b>17</b>
3.1	Control pasivo de estructuras flexibles . . . . .	19
3.2	Control activo de estructuras flexibles . . . . .	20
3.2.1	Realimentación de velocidad . . . . .	20
3.2.2	Realimentación positiva de posición (PPF) . . . . .	22
<b>4</b>	<b>MODELO PARAMÉTRICO DE UNA FOWT</b>	<b>25</b>
4.1	Identificación de sistemas . . . . .	29
<b>5</b>	<b>DISEÑO DE UN CONTROLADOR PPF CON RESTRICCIONES LMI PARA UNA FOWT</b>	<b>33</b>
<b>6</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>39</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS</b>	<b>45</b>
7.1	Trabajos Futuros . . . . .	45
<b>8</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>47</b>
	<b>ANEXOS</b>	<b>1</b>
<b>A</b>	<b>Propiedades material piezoeléctrico</b>	<b>52</b>
<b>B</b>	<b>Matrices del sistema en espacio de estado</b>	<b>54</b>



## 1 INTRODUCCIÓN

La energía eólica ha supuesto un cambio de paradigma en la producción de energía eléctrica a nivel mundial al hacer uso de una fuente renovable e inagotable como es el viento. Este cambio ha supuesto reducir las emisiones de CO<sub>2</sub> en millones de toneladas. Desde hace algunos años esta fuente renovable de energía se considera una tecnología madura, y son muchas las empresas y gobiernos de todo el mundo que están interesados en aumentar el número de MW producidos a partir de energía eólica, cada vez más rentable y extendida.

La energía eólica se ha asentado como una de las principales fuentes de producción eléctrica en gran parte del planeta y en nuestro país durante los últimos años. Supone una gran apuesta estratégica, en concreto para España, donde hay localizaciones con gran riqueza de recurso eólico. Según la Asociación Empresarial Eólica (AEE), esta fuente de energía abasteció el 20.8 % de la demanda en España durante el año 2019, el equivalente a unos 14 millones de hogares, y mantiene una potencia instalada de 25 GW repartidos en 1200 parques eólicos por todo el territorio nacional, siendo el quinto país del mundo por potencia eólica instalada. Además, mantiene una cadena de valor íntegra en el sector, lo que ha llevado al país a ser el tercer exportador más importante a nivel mundial [3].

La producción de energía a partir del viento se realiza mediante turbinas eólicas. Estos sistemas son aerogeneradores de gran tamaño, habitualmente ubicados en lugares estratégicos donde la velocidad del viento es lo más elevada y constante posible. Estos dispositivos suponen un reto de la ingeniería al ser estructuras que deben lidiar con numerosos problemas, comenzando por su fabricación y posterior instalación, pasando por las cargas y fatigas que deben soportar las estructuras, hasta llegar a los sistemas electromecánicos y de control cuyo principal objetivo se basa en maximizar la energía obtenida a partir del viento.

Históricamente, la energía eólica se ha generado principalmente a partir de turbinas instaladas en tierra (onshore). Sin embargo, se vio la necesidad de dar el siguiente paso y orientarse hacia la producción de energía eólica en el mar (offshore), investigando en el desarrollo e implantación de turbinas eólicas marinas. Actualmente, este tipo de producción representa una cuota de mercado muy baja en comparación a la generada en tierra, aunque dadas sus ventajas, se plantea como una fuente de energía renovable muy prometedora.

La producción offshore presenta una serie de ventajas respecto a la de tipo onshore. Entre ellas, la más importante se debe a una presencia de viento con mayor velocidad y más estable a lo largo del tiempo por la ausencia de accidentes geográficos, así como la presencia de una mayor superficie de instalación y la reducción del impacto visual y sonoro. Por otro lado, su principal desventaja se encuentra en el coste económico de fabricación, instalación y mantenimiento. Corresponde al I+D+I buscar un compromiso entre beneficio y coste de producción.

Dentro las turbinas eólicas marinas se pueden distinguir dos grandes grupos. Las turbinas eólicas ancladas al lecho marino (OWT, Offshore Wind Turbines), con una limitación de unos 60 metros de profundidad, y las turbinas eólicas flotantes (FOWT, Floating Offshore Wind Turbines), sustentadas sobre una base flotante y amarradas al fondo oceánico mediante cables. Debido a elementos como el viento, el oleaje y las corrientes del mar, estas estructuras están sometidas a tensiones y vibraciones que pueden amenazar su integridad, afectando a la producción de energía y las horas requeridas de mantenimiento. Es necesario por tanto trabajar en el desarrollo de un diseño que permita a la estructura trabajar en estas condiciones, planteándose un interesante problema desde el punto de vista de la ingeniería mecánica y de materiales.

Por otro lado, desde la perspectiva de la ingeniería de sistemas y de control también se plantean retos importantes en las turbinas flotantes. La disponibilidad de modelos que integren estas condiciones facilitarían mucho el estudio de las perturbaciones, permitiendo diseñar propuestas de control para contrarrestarlas, mejorando la fiabilidad y su producción eléctrica, y reduciendo los costes asociados al mantenimiento. Es aquí donde entra en juego el control estructural, cuyo objetivo es reducir las vibraciones no deseadas en este tipo de estructuras.

## 1.1 Motivación

A día de hoy, los sistemas de control estructural TMD (Tuned Mass Damper), basados en elementos discretos masa-muelle-amortiguador, son los principales dispositivos empleados en estructuras de gran tamaño en la ingeniería civil para el control de vibraciones, añadiéndoles rigidez y amortiguación. Dentro de estos sistemas de control pasivo se pueden distinguir distintas estrategias dependiendo del número de parámetros puestos en juego, no teniendo todas las opciones el mismo coste de diseño, fabricación e implementación.

Independientemente del tipo de estrategia que se utilice, la masa es un parámetro común a todas las opciones, siendo mayor el poder de atenuación cuanto mayor es su valor, como es de esperar. En términos relativos, en [4] se utiliza una masa con un valor del 2 % respecto de la masa total de la estructura, mientras que [5] define una horquilla de entre el 5 – 19 %.

A pesar de que está demostrado su funcionamiento gracias a una gran cantidad de trabajos, existe un problema asociado que es de interés mencionar. Un incremento en la masa del sistema TMD provocará un incremento en los costes de fabricación. A modo de "rule of thumb", se considera que los costes, sin incluir mantenimiento, suponen en torno al 2 % del total del proyecto. En [6] se analizan los costes asociados al diseño, fabricación, instalación y mantenimiento de un sistema TMD para la supresión de la torsión lateral inducida por el viento en un edificio de 240 metros de altura, a partir del informe de dos compañías diferentes, situándose el coste en un 2,3 % del coste total de construcción del edificio. Dentro del precio, un 70-80 % se deriva de costes asociados a fabricación, mientras que el porcentaje restante se debe al diseño, instalación y mantenimiento. Por otro lado, el espacio disponible para la instalación de estos dispositivos pasivos de control es limitado, existiendo una restricción de tamaño a la hora de instalarlos en la góndola, con el inconveniente añadido de situar la masa a una altura considerable, el requerimiento de

grúas especiales y un mayor coste asociado.

Dado que de media el número de turbinas instaladas en un parque eólico es elevado, cualquier disminución en estos porcentajes supondrá un ahorro significativo para las compañías involucradas, siendo de interés la búsqueda de alternativas que ayuden a reducirlos. De ahí nace la motivación de este trabajo: la necesidad de buscar materiales y otras estrategias de control para la reducción de vibraciones. Así, en este Proyecto Fin de Máster se propone introducir el uso de materiales piezoeléctricos para el control de vibraciones en turbinas eólicas marinas, empleando para ello dispositivos con esta tecnología acoplados a la estructura.

## 1.2 Objetivos del trabajo

El objetivo general de este trabajo es analizar el uso de dispositivos piezoeléctricos para la reducción de vibraciones en turbinas eólicas en alta mar mediante una serie de sensores/actuadores colocados en la estructura. Estos dispositivos hacen posible aplicar estrategias de control resonante propias de estructuras flexibles, garantizándose la estabilidad del sistema en lazo cerrado ante cualquier tipo de perturbación armónica.

Los objetivos específicos del Proyecto Fin de Máster son:

1. Caracterización de la dinámica de una FOWT.
2. Desarrollo de un modelo simplificado de una FOWT.
3. Estudio de distintas estrategias para el control de vibraciones mediante transductores piezoeléctricos en grandes estructuras.
4. Diseño de un controlador para la reducción de vibraciones en una FOWT mediante transductores piezoeléctricos.

## 1.3 Estructura del documento

El presente documento se encuentra estructurado en cinco capítulos.

En el capítulo 1 se ha introducido la problemática asociada a la generación de energía eólica mediante turbinas flotantes. Esto permite motivar la conveniencia de desarrollar sistemas de control que reduzcan las vibraciones indeseadas de estos dispositivos debidas a factores externos, como viento y olas, e incluso internos como el control del aerogenerador. Se ha motivado además la conveniencia de introducir dispositivos piezoeléctricos para reducir el tamaño y masa de los sistemas de control estructural.

El capítulo 2 presenta conceptos básicos de una FOWT así como otros fundamentos relacionados con el efecto piezoeléctrico en estructuras flexibles, conceptos sobre los que está fundamentado el resto del trabajo y que se van a desarrollar y aplicar. Además, en este capítulo se presenta un estado del arte de artículos estrechamente relacionados con el contenido del trabajo.

En el capítulo 3 se presentan los fundamentos para el control de vibraciones mediante dispositivos piezoeléctricos en estructuras flexibles, de gran tamaño, lo que permite establecer una analogía con la torre de la turbina flotante.

En el capítulo 4 se presenta la obtención de un modelo paramétrico de una FOWT a partir de su respuesta en frecuencia. Para obtener el comportamiento dinámico de la turbina se ha empleado COMSOL Multiphysics, un software que permite implementar modelos tridimensionales finitos de la estructura y analizar, entre otras cuestiones, la respuesta en frecuencia del sistema ante una serie de perturbaciones armónicas, siendo éste un aspecto fundamental para poder desarrollar la estrategia de control.

En el capítulo 5 se ha diseñado un controlador PPF con restricciones de tipo LMI con el objetivo de aportar una mayor amortiguación a la estructura flotante, del que se ha comprobado su estabilidad.

Los resultados de aplicar piezoeléctricos a la FOWT son presentados y discutidos en el capítulo 6. El amortiguamiento del sistema en lazo cerrado conseguido gracias a la estrategia de control se puede comprobar a partir su respuesta en frecuencia, demostrándose que la estrategia de control funciona correctamente. Los resultados de simulación muestran que se ha logrado una reducción del primer y segundo pico de resonancia más que adecuados para la reducción de vibraciones.

En el último capítulo se resumen las principales aportaciones de este trabajo a modo de conclusión, y se enuncian los posibles trabajos futuros.

Al final del trabajo, después de la bibliografía, se presentan dos Anexos: Propiedades del material piezoeléctrico y matrices del sistema en el espacio de estados.

## 2 ESTADO DEL ARTE. CONCEPTOS BÁSICOS SOBRE FOWT Y PIEZOELÉCTRICIDAD

En esta sección se presenta el estado del arte de aquellos artículos científicos que se encuentran estrechamente relacionados con el contenido de este trabajo, así como conceptos relacionados con las FOWT y la tecnología de los dispositivos piezoeléctricos, fundamentales para el desarrollo de secciones posteriores.

### 2.1 Estado del arte: trabajos relacionados

Tal y como se comentó en el apartado de motivación de este Proyecto Fin de Máster, los sistemas TMD son los principales dispositivos empleados en estructuras de gran tamaño para la reducción de vibraciones en ingeniería civil. Más recientemente se han iniciado los estudios de aplicación de esta tecnología en turbinas flotantes; como muestra, en [4] se diseña el control estructural de una FOWT a partir de un sistema TMD colocado en la góndola de la turbina desde diferentes puntos de vista. Otro ejemplo se puede ver en [5], en donde se diseña un dispositivo de control TMD con parámetros optimizados mediante algoritmos genéticos. En [7] se aplica un control TMD a una FOWT con los parámetros optimizados mediante una estrategia heurística basándose en criterios de error en el dominio temporal. En [1] se presenta el ejemplo de una FOWT con plataforma y se muestran los efectos de añadir un sistema TMD en la respuesta temporal. En [8] se desarrolla la identificación y validación de un modelo de FOWT con parámetros obtenidos mediante algoritmos genéticos. Otro ejemplo se puede ver en [9], donde se estudian los efectos de añadir un inerter entre la torre y la barcaza de una FOWT. Finalmente, en [10] se presenta una revisión general de todos los métodos empleados en el control de turbinas eólicas. Estos son algunos ejemplos, entre otros, que validan la investigación en el control estructural de las turbinas eólicas.

En comparación con el estado del arte de los dispositivos TMD, los trabajos relacionados con el control de vibraciones en estructuras mediante actuadores/sensores piezoeléctricos son todavía escasos. Por nombrar algunos, en [11] se presenta una revisión de estudios relacionados con la absorción de vibraciones mediante transductores piezoeléctricos. En [12] se diseña un control de vibraciones estructural mediante materiales piezoeléctricos y redes pasivas. Un ejemplo de control activo se describe en [13], con un método para reducir las vibraciones en una placa delgada mediante localización óptima de polos. En [14] se desarrolla una estrategia de control resonante integral en estructuras flexibles. En [15] se presenta el modelado finito de estructuras piezoeléctricas activas. Una aplicación de control activo sobre una lamina delgada se puede ver en [16]. En [17] se produce un cambio de paradigma al sustituirse la entrada de voltaje de los dispositivos piezoeléctricos por una carga eléctrica con el objetivo de atenuar los comportamientos no lineales. La absorción de vibraciones mediante dispositivos piezoeléctricos puede verse desde un punto de vista pasivo. En [18] se presenta el modelo eléctrico de un transductor piezoeléctrico para sistemas de sensorización. En [19] se describen modelos eléctricos equivalentes de dispositivos piezoeléctricos cerámicos para la absorción de vibraciones de manera pasiva. En [20] se define el concepto de "Energy Harvesting", donde gracias a la colocación de

piezoeléctricos en distintos puntos de la estructura se consiguen paliar las vibraciones. En [21] se resumen posibles aplicaciones de esta tecnología a la extracción de energía del océano.

En general, los trabajos relacionados con el control de vibraciones en estructuras de gran tamaño mediante dispositivos piezoeléctricos son pocos. Existe un extenso hueco en este área por cubrir que es de interés científico y técnico. Por nombrar algunos de los pocos trabajos encontrados: en [22] se comentan aspectos teóricos y de aplicación de los materiales piezoeléctricos en el campo de la ingeniería civil. En [23] se presenta una revisión del uso de materiales piezoeléctricos en estructuras civiles. En [24] se muestra un caso de control semiactivo mediante amortiguadores piezoeléctricos, y finalmente, en [25] se presenta el control activo de una viga flexible de grandes dimensiones mediante actuadores piezoeléctricos.

En ningún caso se han encontrado en la literatura trabajos que propongan o implementen el uso de dispositivos piezoeléctricos en turbinas eólicas. Un estudio de aplicabilidad en turbinas flotantes, de las que apenas hay prototipos, es algo original y novedoso.

## 2.2 Fundamentos de las FOWT

En una FOWT se pueden distinguir varias partes:

- **La plataforma flotante**, sobre la que descansa la estructura. Este es el elemento que diferencia a las turbinas offshore costeras y a las flotantes, pudiéndose diferenciar distintos tipos de plataformas tal y como se verá posteriormente.
- **La torre**, componente de mayor envergadura de la estructura y fundamental en la estrategia de control planteada en el trabajo.
- **La góndola**, en donde se colocan los instrumentos para la conversión de energía mecánica en energía eléctrica. La mayoría de los artículos y trabajos indican que los sistemas TMD se suelen colocar en esta parte de la estructura para la reducción de vibraciones provocadas por el cabeceo.
- **El rotor y sus palas**, gracias a los cuales se extrae energía del viento.

En la Figura 2.1 se muestra el esquema de una turbina flotante con sus elementos principales: plataforma, torre y góndola. Es importante entender que el cabeceo sobre el eje transversal genera un desplazamiento de la góndola recogido como un movimiento armónico sobre el eje Z.

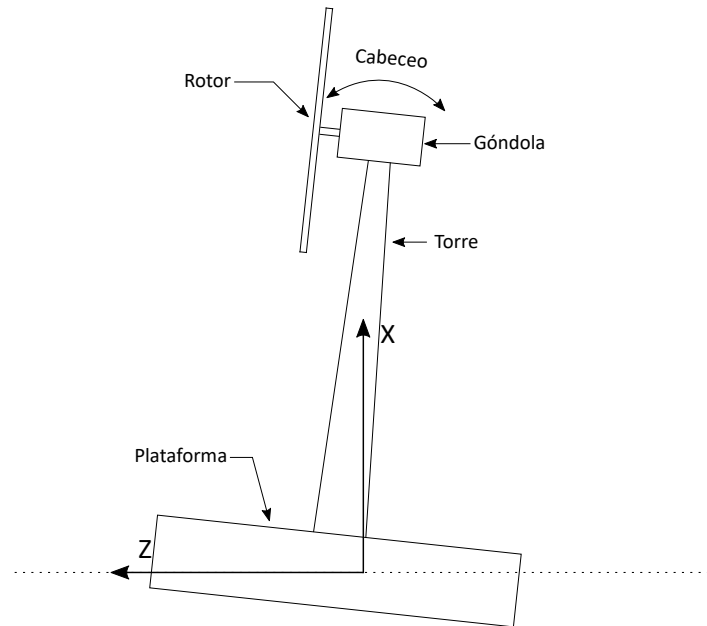


Figura 2.1 Esquema conceptual de una FOWT

Como se comentó en la introducción del trabajo, existe una clara distinción entre turbinas offshore OWT y FOWT, dependiendo de si están ancladas o no al lecho marino. A su vez, tal y como se muestra en la Figura 2.2, dentro de las FOWT existe una clasificación de cuatro modelos distintos de turbinas según el sistema de estabilización empleado [1]:

- Estructura semi-sumergibles: parte de la estructura se encuentra sumergida y anclada al suelo mediante líneas de amarre. La parte que sobresale de la superficie soporta el resto de la turbina.
- Estructura tipo boya (Spar): una estructura con forma cilíndrica sumergida prácticamente en su totalidad, con un contrapeso para dar estabilidad y mantener el centro de gravedad lo más bajo posible. Es la que tiene un menor coste estructural. Se encuentra anclada al suelo mediante líneas de amarre.
- Estructura TLP (Tension Leg Platform): una estructura con cables de amarre tensionados, con estabilidad vertical y con cierta movilidad horizontal. La dificultad asociada con este diseño reside en la instalación de los cables al lecho marino, no siendo todos los fondos adecuados para su amarre.
- Barcaza o estructura estabilizada por flotación: una estructura ligera y de gran superficie que dota al conjunto de estabilidad. Se encuentra amarrada al fondo marino mediante líneas catenarias.

Debido a las fuertes cargas a las que están sometidas, de viento, corrientes, olas, hielo, etc, es fundamental reducir las vibraciones en este tipo de estructuras flotantes. El sistema de control pasivo TMD es el dispositivo de control estructural más utilizado. Consiste en un sistema mecánico que añade rigidez y amortiguación, pudiendo adoptar tres criterios de diseño diferentes:

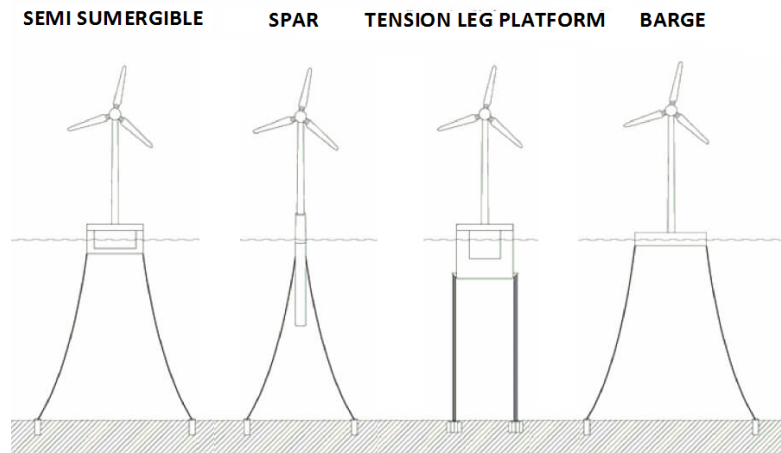


Figura 2.2 Diseños más comunes de una FOWT [1]

1. Control Pasivo: uno de los métodos clásicos para atenuar las vibraciones. Se trata de un sistema TMD con parámetros constantes que no requiere de un aporte de energía externo y que, por tanto, garantiza la estabilidad del sistema en todos sus modos de vibración al ser un sistema pasivo.

Los componentes del sistema de control ejercen fuerzas allí donde son colocados. El muelle ejerce una fuerza proporcional al desplazamiento de la masa, mientras que el amortiguador lo hace respecto de la velocidad. Estos sistemas necesitan de calibración para su óptimo funcionamiento.

2. Control Semi-activo: son métodos con mejores resultados que los anteriores, aunque requieren de un mayor esfuerzo de desarrollo. La filosofía de funcionamiento se basa en el uso de coeficientes variables asociados al muelle y/o al amortiguador, de modo que sus valores puedan ser ajustados mediante algoritmos de control en base a la respuesta dinámica de la estructura.

3. Control Activo: dentro de los sistemas TMD, el control activo constituye el grupo con mayor dificultad para su aplicación al requerir una fuerza externa para implementar la acción de control y variar los parámetros del TMD de forma continua. La presencia de una fuente de energía externa aumenta su complejidad y obliga a comprobar la estabilidad del sistema en lazo cerrado. Es el método que reduce las vibraciones más eficazmente, aunque a cambio requiere de un mayor aporte energético que es difícil de implementar en un sistema en alta mar.

En la Figura 2.3 se muestran estas estrategias. El aumento de rigidez y amortiguamiento que añade el sistema de control se traduce a nivel dinámico en:

- Aumento de la rigidez: desplazamiento de las frecuencias de resonancia de la estructura a valores alejados del espectro de las señales de perturbación.
- Aumento de la amortiguación: reducir los picos de resonancia gracias a la disipación de energía.

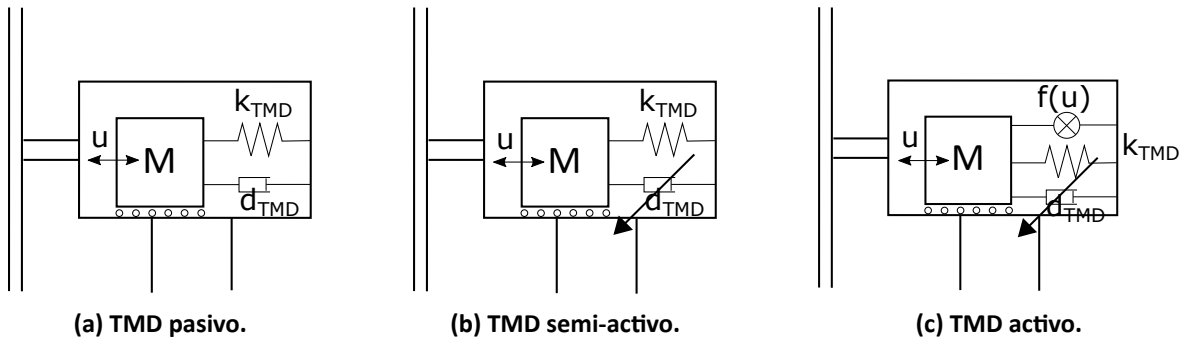


Figura 2.3 Estrategias de control implementadas mediante sistemas TMD

### 2.3 Fundamentos de la piezoelectricidad

Tal y como se comentó en el apartado 1.1, este trabajo está orientado hacia el desarrollo de una nueva estrategia de control para la reducción de vibraciones en una FOWT mediante materiales piezoeléctricos, siendo necesario presentar algunos conceptos relacionados con esta tecnología. En este apartado se presentan las características y ecuaciones que describen el comportamiento electromecánico de los materiales piezoeléctricos.

De manera general se puede decir que un cristal piezoeléctrico se comporta como un transductor entre una naturaleza de tipo mecánico y una de tipo eléctrico [2].

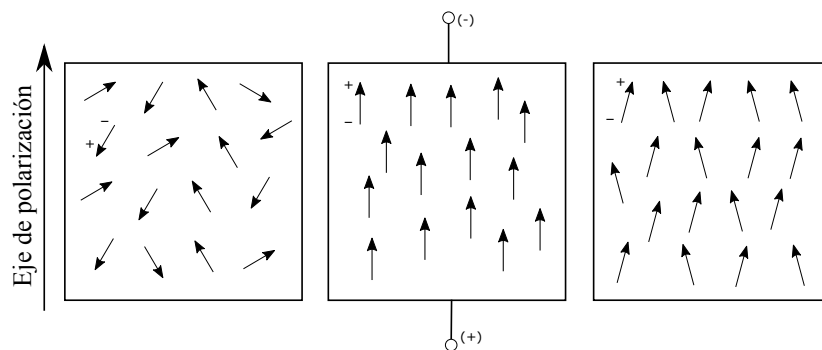


Figura 2.4 Proceso de polarización de un cristal piezoeléctrico

Antes de polarizar cualquier dispositivo o cristal basado en esta tecnología, los momentos dipolares o vectores de polarización mantienen una orientación aleatoria tal y como se muestra en la Figura 2.4. Cuando se aplica una diferencia de potencial sobre la superficie del cristal los vectores de polarización se alinean con el campo eléctrico, expandiéndose el material en la dirección del campo. Retirada la diferencia de potencial, los vectores de polarización permanecerán en su mayoría alineados en la misma dirección que la del campo aplicado, presentándose así cierta polarización remanente o memoria. Se puede decir que en este caso el cristal está trabajando como actuador, con una expansión del orden de los micrómetros.

Cuando se aplica una tensión mecánica sobre el material se modifica su momento dipolar remanente, generándose una diferencia de voltaje entre las distintas superficies del cristal. Como se puede observar en la Figura 2.5, una compresión en la dirección del vector de polarización, o una tensión perpendicular a ésta, generará un voltaje con la misma dirección y sentido. Por el contrario, una tensión en la dirección de polarización, o una compresión perpendicular, generará un voltaje con una polaridad de sentido contrario. En este caso se dice que el material está trabajando como sensor.

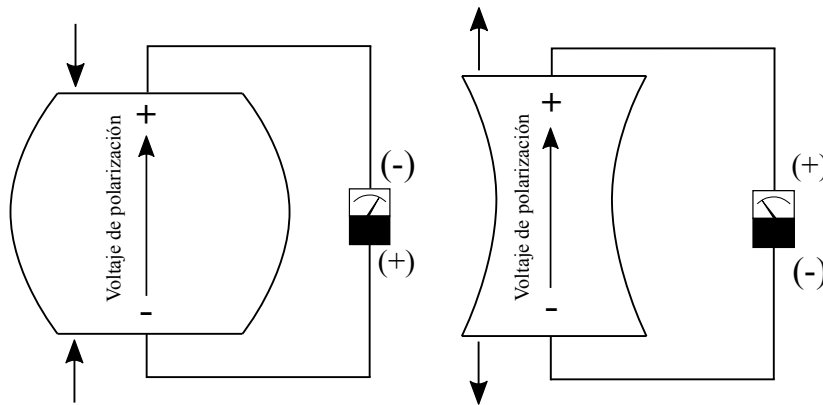


Figura 2.5 Diferencia de potencial generada sobre las caras de un transductor piezoeléctrico

Las ecuaciones constitutivas de los materiales piezoeléctricos se pueden asumir como lineales siguiendo los estándares del IEEE, siempre y cuando se apliquen bajos voltajes y/o bajos niveles de estrés. No obstante, se deben tener en cuenta comportamientos no lineales como la histéresis. En [26] se presenta un caso práctico de histéresis en materiales piezoeléctricos, reemplazándose el voltaje por carga eléctrica para paliar sus efectos.

Las ecuaciones constitutivas que describen el efecto piezoeléctrico están basadas en la asunción de que la deformación total en el material es la suma de todas las deformaciones inducidas por tensiones mecánicas y por deformaciones provocadas por el voltaje aplicado. Las ecuaciones electromecánicas se pueden escribir como:

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= S_{ij}^E \sigma_j + d_{mi} E_m \\ D_m &= d_{mi} \sigma_i + \xi_{ik}^\sigma E_k\end{aligned}\quad (2.1)$$

donde  $i, j = 1, 2, \dots, 6$  y  $m, k = 1, 2, 3$  muestran las diferentes direcciones dentro del sistema de coordenadas del material (véase Figura 2.6). Estas ecuaciones se pueden reescribir del siguiente modo cuando se habla sensorización:

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= S_{ij}^D \sigma_j + g_{mi} D_m \\ E_i &= g_{mi} \sigma_i + \beta_{ik}^\sigma D_k\end{aligned}\quad (2.2)$$

donde:

- $\sigma \rightarrow$  vector de tensiones ( $N/m^2$ )
- $\varepsilon \rightarrow$  vector deformación ( $m/m$ )
- $E \rightarrow$  vector del campo eléctrico aplicado ( $V/m$ )
- $\xi \rightarrow$  permitividad ( $F/m$ )
- $d \rightarrow$  matriz de constantes de deformación del piezoeléctrico ( $m/V$ )
- $S \rightarrow$  matriz de coeficientes de elasticidad ( $m^2/N$ )
- $D \rightarrow$  vector de desplazamiento del campo eléctrico ( $C/m^2$ )
- $g \rightarrow$  matriz de constantes piezoeléctricas ( $m^2/C$ )
- $\beta \rightarrow$  componentes de impermitividad ( $m/F$ )

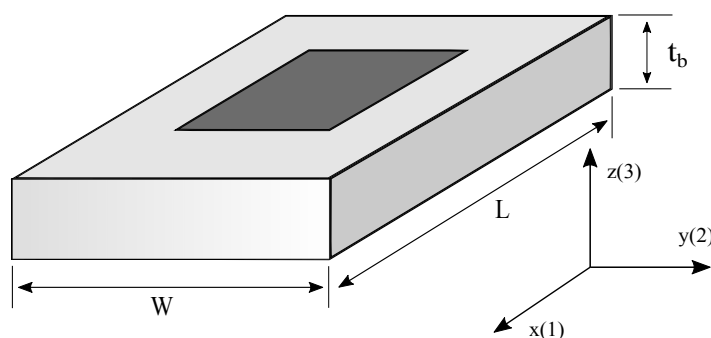


Figura 2.6 Sistema de coordenadas del transductor

La primera parte de la expresión (2.1) muestra el efecto piezoeléctrico inverso, el cual describe la situación en la que el material está siendo empleado como actuador cuando se aplica un vector de campo eléctrico  $E$ . Por el contrario, la segunda parte describe el efecto piezoeléctrico de manera directa, cuando el material está siendo usado como sensor, reaccionando al vector de tensiones  $\sigma$ . Si se asume que la polarización permanente se da a lo largo del eje Z, y que el material es isotrópico, muchos parámetros de las matrices anteriores serán iguales a cero. Por tanto, las expresiones se pueden reescribir en su forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{11} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{13} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(S_{11} - S_{12}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{11}^\sigma & 0 & 0 \\ 0 & e_{11}^\sigma & 0 \\ 0 & 0 & e_{33}^\sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

### 2.3.1 Dinámica de un sistema continuo con piezoeléctricos coubicados

Dado que el objetivo principal de este trabajo consiste en abrir la puerta al uso de materiales piezoeléctricos para el control de vibraciones en una FOWT, es importante estudiar el comportamiento dinámico de una estructura flexible cuando sobre ella se coloca una serie de transductores piezoeléctricos. En concreto, en esta sección se estudia el caso de una viga con una serie de actuadores/sensores piezoeléctricos coubicados sin ninguna condición de frontera, ya que se desea analizar el sistema en su caso más general.

Para estudiar la dinámica se parte del esquema presentado en la Figura 2.7, donde  $m$  pares de sensores/actuadores piezoeléctricos coubicados han sido colocados a la viga. Bajo suposición de que todos los transductores son idénticos, el voltaje aplicado al actuador  $i$  se denominará como  $V_{a_i}(t)$ , mientras que el voltaje inducido en el sensor  $i$  se denominará como  $V_{p_i}(t)$ . El largo, ancho y grosor de la viga se definen como  $L$ ,  $W$  y  $t_b$  respectivamente, mientras que las dimensiones de los transductores se definen como  $L_p$ ,  $W_p$  y  $t_p$ . Suponiendo que la dinámica de la viga está gobernada por la teoría clásica de Euler-Bernoulli, su deflexión en un punto  $x$  y tiempo  $t$  sobre el eje  $z$  se puede expresar como:

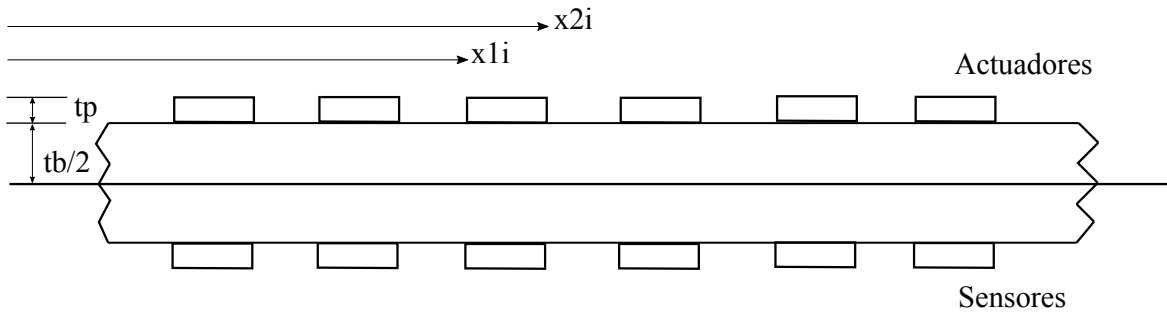


Figura 2.7 Sistema continuo con  $m$  piezoeléctricos coubicados

$$E_b I \frac{\partial^4 z(x, t)}{\partial x^4} + \rho A_b \frac{\partial^2 z(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 M_x(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.5)$$

donde  $\rho$ ,  $A_b$ ,  $E_b$  e  $I$  representan la densidad, sección, módulo de Young y momento de inercia alrededor del eje neutral de la viga, respectivamente. El momento total  $M_x(x, t)$  será la suma de todos los momentos totales ejercidos en la viga por cada actuador:

$$M_x(x, t) = \sum_{x_i} (x, t) \quad (2.6)$$

Una forma de resolver analíticamente la dinámica en derivadas parciales de la viga consiste en utilizar la aproximación de análisis modal. Esta técnica parte de la asunción de que la solución del problema tiene la forma:

$$z(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} w_k(x) q_k(t) \quad (2.7)$$

donde  $q_k(t)$  es la coordenada generalizada del modo  $k$  y  $w_k(x)$  es la distribución del modo de vibración  $k$ . La solución obtenida a partir del problema de autovalores generado al sustituir la expresión (2.7) en (2.5) y usando las propiedades de ortogonalidad se define como:

$$\int_0^L w_k(x) w_p(x) dx = \delta_{kp} \quad (2.8)$$

$$\int_0^L \frac{E_b I}{\rho A_b} \frac{d^4 w_k(x)}{dx^4} w_p(x) dx = \omega_k^2 \delta_{kp} \quad (2.9)$$

donde  $\omega_k$  es la frecuencia natural  $k$  de la viga y  $\delta_{kp}$  es la delta de Kronecker:

$$\delta_{kp} = \begin{cases} 1, & k = p \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (2.10)$$

mediante estas propiedades de ortogonalidad se garantiza que no hay relación entre modos consecutivos. Para condiciones fronteras específicas, los modos de vibración y las frecuencias de resonancia se obtienen analíticamente a partir de un problema de autovalores. Para más detalle, véase [27].

A partir de 2.5, e incorporando términos de amortiguamiento del tipo  $2\zeta_k \omega_k$ , se puede obtener el conjunto desacoplado de ecuaciones diferenciales ordinarias de la forma:

$$\ddot{q}_k(t) + 2\zeta_k \omega_k \dot{q}_k(t) + \omega_k^2 q_k(t) = \frac{\hat{\kappa}}{\rho A_b} \sum_{i=1}^m \psi_{k_i} v_{a_i}(t) \quad (2.11)$$

donde  $\zeta_k$  es el coeficiente de amortiguamiento asociado a la ecuación diferencial ordinaria,  $\hat{\kappa}$  es una constante obtenida a través de las tensiones entre el transductor y la viga (Véase [2]), y  $\psi_{k_i}$  se define como:

$$\psi_{k_i} = \omega'_k(x_{2_i}) - \omega'_k(x_{1_i}) \quad (2.12)$$

Aplicando la transformada de Laplace, y asumiendo condiciones iniciales nulas, se obtiene la siguiente función de transferencia entre el vector de voltaje aplicado  $V_a(s) = [v_{a_1}(s), \dots, v_{a_m}(s)]$  y la deflexión de la viga  $z(x, s)$  en el punto  $x$ :

$$G(x, s) = \bar{\gamma} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\omega_k(x) \hat{\psi}'_k}{s^2 + 2\zeta_k \omega_k s + \omega_k^2} \quad (2.13)$$

donde  $\bar{\gamma} = \frac{\hat{k}}{\rho A_b}$ , mientras que  $\hat{\psi}_k$  se puede expresar como:

$$\hat{\psi}_k = \begin{bmatrix} \psi_{k_1} \\ \vdots \\ \psi_{k_m} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

El voltaje inducido en los sensores piezoeléctricos se puede expresar como:

$$V_{p_i} = \frac{-d_{31} E_p W_p (\frac{t_b}{2} + t_p)}{C_p} \sum_{k=1}^{\infty} \psi_{k_i} q_k(t) \quad (2.15)$$

donde  $C_p = \frac{L_p W_p e_{33}^{\sigma}}{t_p}$ . Por tanto, la función de transferencia entre el voltaje aplicado  $V_a(s) = [v_{a_1}(s), \dots, v_{a_n}(s)]$  y el voltaje medido en el sensor  $V_p(s) = [v_{p_1}(s), \dots, v_{p_m}(s)]$  se escribe como:

$$G_{vv}(s) = \hat{\gamma} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\hat{\psi}_k \hat{\psi}'_k}{s^2 + 2\zeta_k \omega_k s + \omega_k^2} \quad (2.16)$$

donde  $\hat{\gamma}$  se define como:

$$\hat{\gamma} = \frac{-d_{31} E_p W_p (\frac{t_b}{2} + t_p) \hat{k}}{C_p \rho A_b} \quad (2.17)$$

Dado que para el propósito de control únicamente interesa un determinado número N de modos de vibración, es necesario truncar la expresión (2.16) para el caso de un número finito de actuadores/sensores piezoeléctricos colocados. Existen diferentes técnicas con las que compensar los efectos de truncar la serie anterior e incluir la dinámica de los modos que se encuentran fuera del ancho de banda de interés (Véase [2]). En el presente trabajo se minimizan los efectos de truncar la serie añadiendo un elemento de transferencia directa a la expresión, resultando en:

$$G_{vv}(s) = \hat{\gamma} \sum_{k=1}^N \frac{\hat{\psi}_k \hat{\psi}'_k}{s^2 + 2\zeta_k \omega_k s + \omega_k^2} + D \quad (2.18)$$

Si se determina correctamente el valor de este término se puede conseguir una aproximación aceptable al comportamiento del sistema para aplicaciones que se encuentren dentro del ámbito de la ingeniería.

### 3 CONTROL DE ESTRUCTURAS FLEXIBLES

Este capítulo tiene como objetivo estudiar distintas estrategias de control para la supresión de vibraciones en una estructura de gran tamaño, una viga flexible, con idea de extrapolar los resultados de este análisis a la torre de una FOWT.

En el capítulo anterior se demostró que una estructura de este tipo se puede modelar mediante la expresión (2.18) cuando se instalan en su superficie  $N$  transductores piezoeléctricos coubicados. Entre sus propiedades más interesantes destaca el hecho de que diferentes funciones asociadas a la misma estructura tendrán polos idénticos, en gran cantidad, situados cerca del eje imaginario  $j\omega$ . A su vez, la fase oscilará desde los 0 hasta -180 grados, existiendo una interacción entre polos y ceros, con resonancias y anti-resonancias que se cancelan entre si.

Algunas de las características intrínsecas de las estructuras flexibles hacen que su control sea especialmente difícil. Al tratarse de funciones de transferencia de un orden muy elevado, el diseño de un controlador para un específico número de modos no garantiza la estabilidad del sistema en lazo cerrado, al poder existir otras frecuencias de resonancia fuera de ese rango. A pesar del inconveniente, utilizar pares de sensores/actuadores coubicados permitirá elaborar diseños de control capaces de reducir las vibraciones del sistema y asegurar la estabilidad en lazo cerrado del mismo.

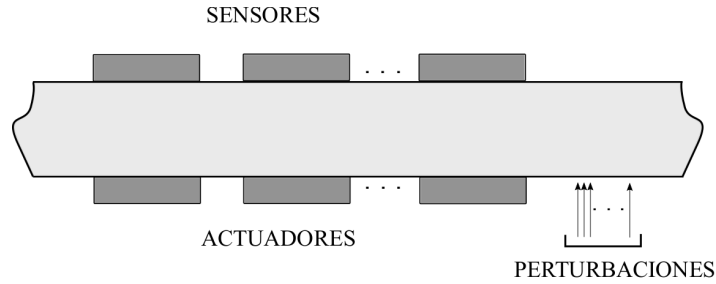
Las estructuras flexibles se pueden definir como sistemas distribuidos descritos por una ecuación hiperbólica en derivadas parciales. Por razones prácticas, los sistemas de este tipo suelen ser aproximados por elementos discretos agrupados, donde cada elemento está unido al anterior mediante acoplamientos muelle-amortiguador, véase (2.11). Estos modelos simplifican el estudio del sistema y permiten conocer de manera aproximada sus características dinámicas, siendo necesario emplear técnicas de modelado finito, análisis modal y/o identificación de sistemas.

Para seguir ahondando en el estudio del control de vibraciones de una viga flexible se parte del supuesto mostrado en la Figura 3.1, donde  $N$  transductores coubicados se colocan sobre una viga flexible sometida a una serie de perturbaciones. Como se demostró en la Sección 2.3.1, el comportamiento de un sistema de este tipo se puede aproximar mediante:

$$G_{vv}(s) = \sum_{i=1}^M \frac{\psi_i \psi_i'}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (3.1)$$

donde  $\psi$  es un vector de dimensión  $m \times 1$ , asumiendo  $m$  pares de actuadores/sensores, y  $M \rightarrow \infty$  (en este caso se ha eliminado el valor de  $\hat{\gamma}$  respecto de la ecuación (2.16) para simplificar el desarrollo). Dado que existe una serie de perturbaciones actuando sobre la estructura, la función de transferencia que relaciona el vector de perturbaciones  $W$  con el voltaje medido  $V_p$  se puede definir como:

$$G_{vw}(s) = \sum_{i=1}^M \frac{\psi_i \gamma_i'}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (3.2)$$

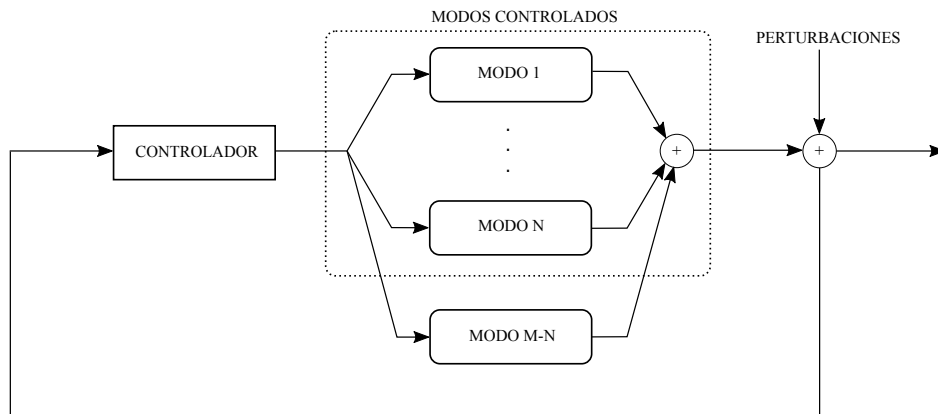


**Figura 3.1 Viga flexible con transductores piezoeléctricos coubicados. En la capa superior se sitúan los actuadores y en la capa inferior se ubican los sensores.**

donde  $\gamma_i$  es un vector  $l \times 1$ , sabiendo que  $l$  perturbaciones actúan sobre la superficie.

Se trata de un sistema altamente resonante, siendo necesario añadir amortiguamiento para lograr reducir las vibraciones indeseadas en la estructura. Existen distintas alternativas que permitirán dotar al sistema de esta rigidez. Una posible solución consiste en emplear una estrategia pasiva mediante el acoplo de circuitos resonantes al transductor piezoeléctrico, de modo que se logre absorber la energía eléctrica del sensor y, por tanto, disminuir la energía mecánica de la estructura en la vibración. Esta técnica puede resultar costosa en cuanto a la implementación se refiere. No obstante, no necesita que se asegure la estabilidad en lazo cerrado al tratarse de una estrategia pasiva. Otra posible solución consiste en utilizar estrategias de control activas mediante el diseño de controladores resonantes.

En la Figura 3.2 se puede ver un esquema de cuál sería el lazo en cuestión, lográndose el control de un número  $N$  de modos de vibración, manteniendo fuera de rango a  $M - N$  frecuencias de resonancia. Los modos descartados no son controlados, pudiendo provocar que el sistema se desestabilice en lazo cerrado. Se debe garantizar, por tanto, que el sistema sea estable para todos los modos de vibración en el caso activo.



**Figura 3.2 Lazo de control para  $N$  modos de vibración más perturbaciones**

### 3.1 Control pasivo de estructuras flexibles

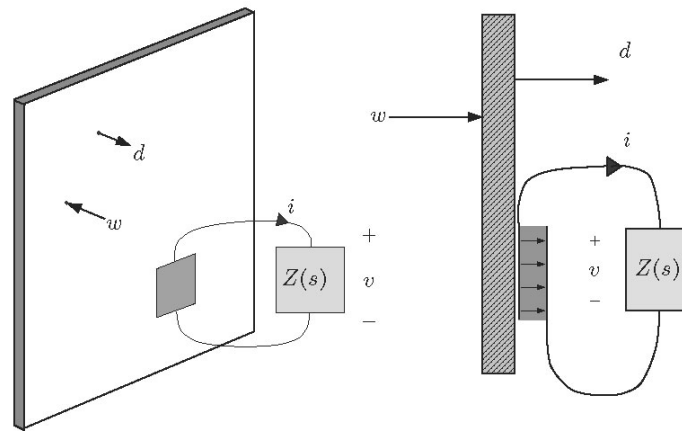


Figura 3.3 Control pasivo de vibraciones mediante transductores piezoeléctricos [2]

El concepto de control pasivo mediante transductores piezoeléctricos en estructuras se muestra en la Figura 3.3. Esta técnica está basada en conectar al transductor un circuito de impedancia  $Z(s)$  compuesto de componentes pasivos como resistencias, bobinas y condensadores, los cuales se encargarán de filtrar la corriente recibida del transductor. En la Figura 3.4 se puede ver el caso de un filtro pasa baja acoplado a un transductor piezoeléctrico.

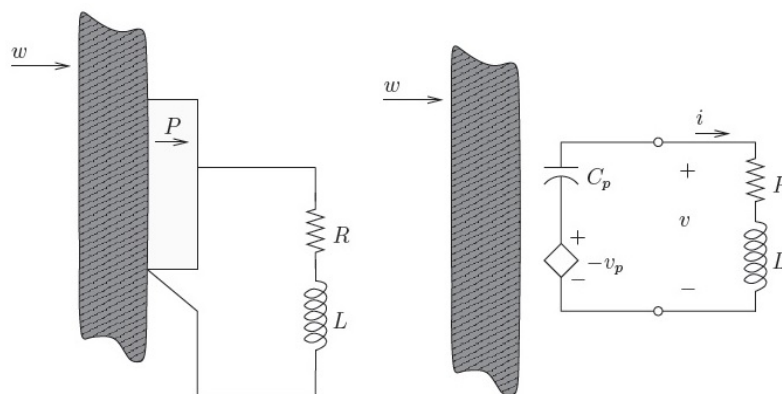


Figura 3.4 Red pasa baja acoplada a un transductor piezoeléctrico más circuito equivalente del transductor

El control mediante redes resonantes acopladas a los transductores piezoeléctricos es pasivo si se cumple que la red no suministra energía al sistema. En términos matemáticos esto significa que:

$$\int_0^{\infty} v(t)i(t)dt \geq 0 \quad (3.3)$$

donde  $i(t)$  y  $v(t)$  son el voltaje y corriente mostrados en la Figura 3.4. En los sistemas lineales, la pasividad de una impedancia  $Z(s = j\omega)$  está garantizada si y solo si:

$$\Re(v(j\omega) \cdot i^*(j\omega)) \geq 0, \text{ o, } \Re(Z(j\omega)) \geq 0, \forall \omega \quad (3.4)$$

donde  $i^*(j\omega)$  es el complejo conjugado de  $i(j\omega)$ .

La pasividad de la red lleva a la conclusión más importante de esta técnica: no aportar energía al sistema asegura la estabilidad en lazo cerrado para todos los modos de vibración. El inconveniente que presenta está relacionado con la implementación. Es muy probable que los valores de las bobinas tiendan a ser altos, siendo necesario circuitos activos de inversión de impedancia. Por otro lado, debe existir una red de adaptación ante los posibles cambios que puedan aparecer en el circuito por humedad y variación de temperatura, de modo que se fuerce a la red a permanecer en todo momento en torno a la misma frecuencia de resonancia.

## 3.2 Control activo de estructuras flexibles

Otra posible solución para el control de vibraciones mediante transductores piezoeléctricos consiste en utilizar estrategias de control activo. En este apartado se detallan dos posibles estrategias de control, demostrándose analíticamente la estabilidad del sistema en lazo cerrado.

### 3.2.1 Realimentación de velocidad

Un tipo de controlador que garantiza la estabilidad en lazo cerrado para sistemas de este tipo se consigue mediante la realimentación de velocidad, siendo su función de transferencia de la forma:

$$K(s) = \gamma' \gamma s \quad (3.5)$$

donde  $\gamma$  es una matriz de  $1 \times m$ , siendo  $m$  el número de pares sensores/actuadores colocados. Tal y como se ha comentado anteriormente, para el caso de un sistema SISO con una función de transferencia como la dada en (3.1), la fase oscilará desde los 0 hasta los  $-180$  grados. Añadir un control de este tipo será equivalente a sumar 90 grados a la fase del sistema, lo cual, junto con la realimentación negativa, asegura su estabilidad.

Para probar la estabilidad del sistema multivariable es necesario recurrir a los siguientes teoremas [2]:

**Teorema 1.** *Considérese el siguiente sistema multivariable de segundo orden*

$$\ddot{x}(t) + D\dot{x}(t) + Kx(t) = 0 \quad (3.6)$$

donde  $\mathcal{D}, \mathcal{K} \in \mathcal{R}^{N \times N}$  y  $x \in \mathcal{R}^{N \times 1}$ . Se asume que  $\mathcal{D} = \mathcal{D}' > 0$ . El sistema es exponencialmente estable si y sólo si  $\mathcal{K} = \mathcal{K}' > 0$ .

**Prueba.** El sistema dado en (3.6) se puede reescribir como un sistema de primer orden definiendo  $X(t) = [x(t) \dot{x}(t)]$ :

$$\dot{X}(t) = Ax(t) \quad (3.7)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\mathcal{K} & -\mathcal{D} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Tomando  $P$  como:

$$P = \begin{bmatrix} K + \tau \mathcal{D} & \tau I \\ \tau I & I \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

donde

$$0 < \tau < \lambda_{\min} \mathcal{D} \quad (3.10)$$

es fácil verificar que se cumple:

$$A'P + PA = \begin{bmatrix} -2\tau \mathcal{K} & 0 \\ 0 & 2(\tau I - \mathcal{D}) \end{bmatrix} < 0 \quad (3.11)$$

lo cual es condición suficiente para garantizar la estabilidad exponencial del sistema autónomo.

El siguiente teorema demuestra que el sistema es estable en lazo cerrado.

**Teorema 2.** La realimentación negativa de (3.1) y (3.5) es exponencialmente estable.

**Prueba.** La función de transferencia dada en (3.1) se puede definir como:

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) + 2Z\Omega\dot{x}(t) + \Omega^2x(t) &= \Psi'u(t) \\ y(t) &= \Psi x(t) \end{aligned} \quad (3.12)$$

donde

$$Z = \begin{bmatrix} \zeta_1 & & & \\ & \zeta_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \zeta_M \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_1 & & & \\ & \omega_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \omega_M \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\Psi = [\psi_1 \quad \psi_2 \quad \dots \quad \psi_M] \quad (3.15)$$

Incorporando la expresión del controlador al dominio del tiempo:

$$u(t) = -\gamma' \gamma \dot{y}(t) \quad (3.16)$$

La dinámica del sistema en lazo cerrado se define como:

$$\ddot{x}(t) + (2Z\Omega + \Psi' \gamma' \gamma \Psi) \dot{x}(t) + \Omega^2 x(t) = 0 \quad (3.17)$$

Dado que  $(2Z\Omega + \Psi' \gamma' \gamma \Psi)$  es claramente una matriz simétrica, definida positiva. De acuerdo al Teorema 1, se puede decir que el sistema representado en (3.17) es estable en lazo cerrado.

Por tanto, gracias a la realimentación de velocidad se consigue controlar una estructura flexible, aunque las dificultades de implementar un control puro diferencial obligan a añadir una dinámica extra al controlador, lo cual puede provocar que el sistema no sea completamente estable para altas frecuencias. Por ello, es conveniente estudiar otras alternativas como la que se muestra a continuación.

### 3.2.2 Realimentación positiva de posición (PPF)

Para un sistema definido por la función de transferencia dada en (3.1), un control con realimentación positiva de posición (PPF) se define como:

$$K_{pp} = \sum_{i=1}^{\tilde{N}} \frac{-\gamma_i \gamma_i'}{s^2 + 2\delta_i \tilde{\omega}_i s + \tilde{\omega}_i^2} \quad (3.18)$$

donde  $\gamma_i \in \mathcal{R}^{m \times 1}$  y  $\delta_i > 0$  para  $i = 1, 2, \dots, \tilde{N}$ .

Para definir las condiciones de estabilidad de este lazo se parte de la expresión (3.1), sobre la que se han truncado los primeros  $N$  modos de vibración dentro de la banda de interés añadiendo el término de transferencia directa  $D$ . De este modo la dinámica del sistema se puede aproximar por:

$$G_{vv}^N(s) = \sum_{i=1}^N \frac{\psi_i \psi_i'}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} + D \quad (3.19)$$

El siguiente teorema muestra las condiciones necesarias para garantizar la estabilidad en lazo cerrado de un sistema con control PPF:

**Teorema 3.** La realimentación negativa de (3.19) y (3.18), con  $Z > 0$ , es estable si y sólo si:

$$\tilde{\Omega}^2 - \Gamma' D \Gamma > 0 \quad (3.20)$$

y

$$\tilde{\Omega}^2 - \Psi' \Gamma (\tilde{\Omega}^2 - \Gamma' D \Gamma)^{-1} \Gamma' \Psi > 0 \quad (3.21)$$

donde

$$Z = \begin{bmatrix} \zeta_1 & & & \\ & \zeta_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \zeta_n \end{bmatrix}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_1 & & & \\ & \omega_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_n \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} \delta_1 & & & \\ & \delta_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \delta_n \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\Omega} = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_1 & & & \\ & \tilde{\omega}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \tilde{\omega}_n \end{bmatrix}$$

$$\Psi = [\psi_1 \quad \psi_2 \quad \dots \quad \psi_N]$$

$$\Gamma = [\gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \dots \quad \gamma_N]$$

**Prueba.** Empleando la notación anterior, (3.18) y (3.19) se pueden representar como los siguientes sistemas en el espacio de estado:

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) + 2Z\Omega\dot{x}(t) + \Omega^2x(t) &= \Psi'u(t) \\ y(t) &= \Psi x(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (3.22)$$

y

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{x}}(t) + 2\Delta\tilde{\Omega}\dot{\tilde{x}}(t) + \Omega^2\tilde{x}(t) &= \Gamma'u(t) \\ u(t) &= \Gamma\tilde{x}(t) \end{aligned} \quad (3.23)$$

El sistema en lazo cerrado se puede escribir como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}(t) \\ \tilde{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2Z\Omega & 0 \\ 0 & 2\Delta\tilde{\Omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \dot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Omega^2 & -\Psi'\Gamma \\ -\Gamma'\Psi & \tilde{\Omega}^2 - \Gamma'D\Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \dot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

donde

$$\begin{bmatrix} 2Z\Omega & 0 \\ 0 & 2\Delta\tilde{\Omega} \end{bmatrix} > 0 \quad (3.25)$$

de acuerdo al Teorema 1, el sistema en lazo cerrado es estable si y sólo si:

$$\begin{bmatrix} \Omega^2 & -\Psi'\Gamma \\ -\Gamma'\Psi & \tilde{\Omega}^2 - \Gamma'D\Gamma \end{bmatrix} > 0 \quad (3.26)$$

Aplicando el complemento de Schur a la desigualdad se tiene que [28]:

$$\tilde{\Omega}^2 - \Gamma'D\Gamma > 0 \quad (3.27)$$

y

$$\tilde{\Omega}^2 - \Psi'\Gamma(\tilde{\Omega}^2 - \Gamma'D\Gamma)^{-1}\Gamma'\Psi > 0 \quad (3.28)$$

Validándose el Teorema 3.

Se llega por tanto al siguiente Lema:

**Lema 1.** El conjunto de controladores PPF son un conjunto convexo caracterizados por la siguiente desigualdad lineal matricial (LMI):

$$\Delta > 0 \quad (3.29)$$

y

$$\begin{bmatrix} \Omega^2 & -\Psi'\Gamma & 0 \\ -\Gamma'\Psi & \tilde{\Omega}^2 & \Gamma' \\ 0 & \Gamma & D^{-1} \end{bmatrix} > 0 \quad (3.30)$$

**Prueba.** Lo cual puede ser comprobado empleando el complemento de Schur:

$$\begin{bmatrix} \Omega^2 & -\Psi'\Gamma \\ -\Gamma'\Psi & \tilde{\Omega}^2 - \Gamma'D\Gamma \end{bmatrix} > 0 \quad (3.31)$$

$$\begin{bmatrix} \Omega^2 & -\Psi'\Gamma \\ -\Gamma'\Psi & \tilde{\Omega}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma' \end{bmatrix} D \begin{bmatrix} 0 & \Gamma \end{bmatrix} > 0 \quad (3.32)$$

y por tanto

$$\begin{bmatrix} \Omega^2 & -\Psi'\Gamma & 0 \\ -\Gamma'\Psi & \tilde{\Omega}^2 & \Gamma' \\ 0 & \Gamma & D^{-1} \end{bmatrix} > 0 \quad (3.33)$$

El Lema 1 implica que todo controlador PPF que cumpla esta condición conseguirá estabilizar al sistema en lazo cerrado para todos los modos de vibración del sistema, incluidos aquellos que se encuentran fuera del ancho de banda de interés.

Para garantizar la estabilidad del control PPF en lazo cerrado se ha partido de un sistema truncado con N modos de vibración. Esto, que podría ser problemático desde el punto de vista matemático, no genera ningún impedimento a la hora de implementar controladores de este tipo sobre estructuras reales.

## 4 MODELO PARAMÉTRICO DE UNA FOWT

Siguiendo las pautas de la sección anterior, donde se ha desarrollado la base teórica para el control de vibraciones en una viga, el objetivo de este trabajo consiste en adaptar esta misma estrategia al control de vibraciones de una estructura FOWT. Para las labores de diseño será necesario disponer de un modelo paramétrico que represente la dinámica del sistema y permita trabajar de forma analítica. De forma similar a lo presentado en [29], se ha empleado el modelo de turbina mostrado en la Figura 4.1, sobre la cual se han colocado dos pares de actuadores/sensores y un actuador libre para simular las perturbaciones provocadas por el entorno.

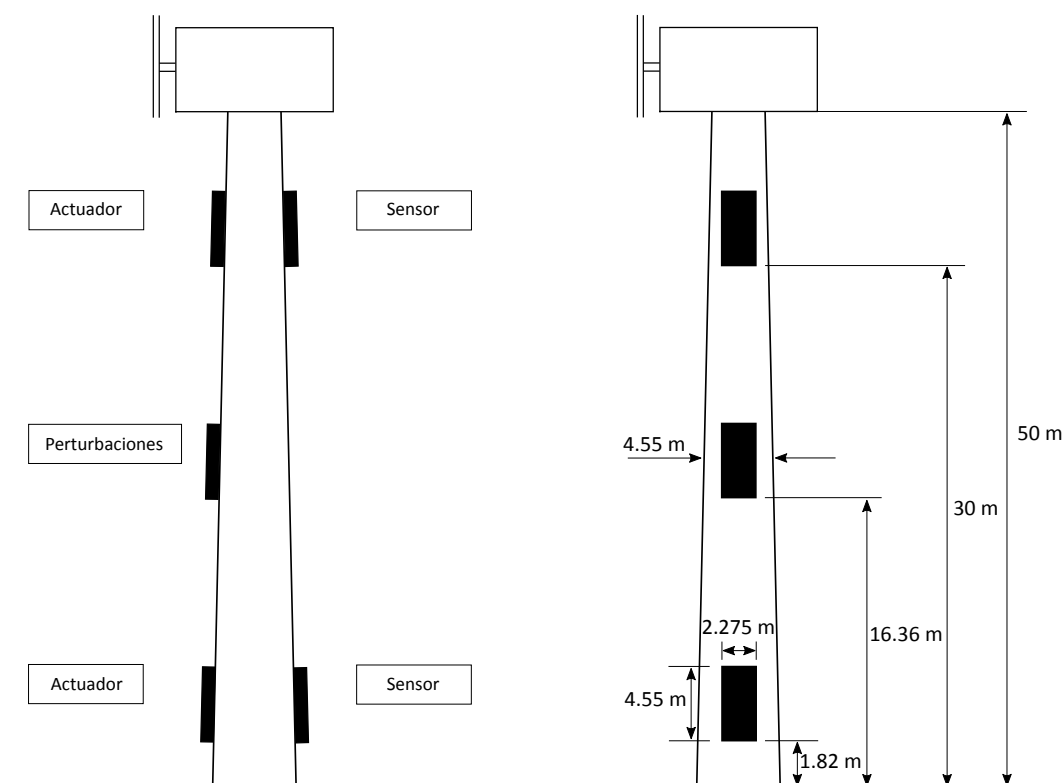
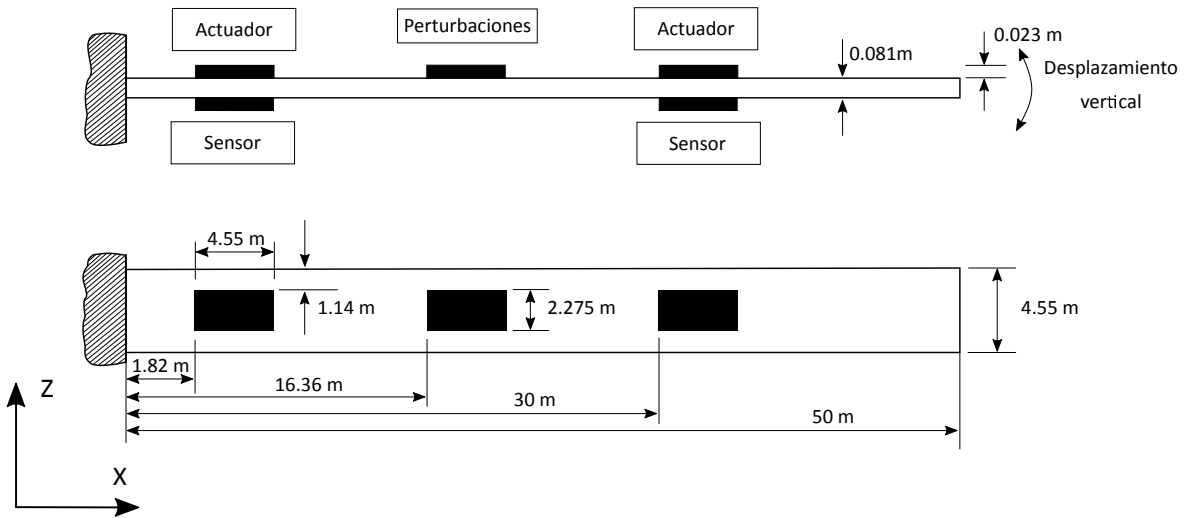


Figura 4.1 Esquema conceptual del modelo empleado de FOWT

Para obtener información acerca del comportamiento dinámico de la turbina se ha empleado la herramienta de simulación *COMSOL Multiphysics* [30], un software que permite implementar modelos tridimensionales finitos de la estructura y analizar, entre otras cuestiones, la respuesta en frecuencia del sistema ante una serie de perturbaciones armónicas.

Como es habitual en este ámbito, se ha decidido trabajar con un modelo mecánico simplificado que presenta un comportamiento similar al de una turbina flotante. Concretamente, se ha empleado una viga empotrada de acero laminado con una serie de sensores/actuadores piezoeléctricos distribuidos (Figura 4.2), en la que se incluyen un par cercano al anclaje, un par cercano al extremo libre y un piezoeléctrico libre para simular las perturbaciones a las que está sometida la estructura. Las características del modelo simplificado se muestran

en la Tabla 4.1.



**Figura 4.2** Modelo simplificado de una FOWT con transductores piezoeléctricos coubicados. En la capa superior se sitúan los actuadores y el generador de perturbaciones. En la capa inferior se sitúan los sensores. IMAGEN NO A ESCALA.

**Tabla 4.1** Parámetros geométricos e hidrodinámicos utilizados en simulación.

Propiedad		Valor	Unidad
Longitud Mod.Simplificado	$(L)$	50	m
Longitud Piezo	$(L_p)$	4.55	m
Ancho Mod. Simplificado	$(W)$	4.55	m
Ancho Piezo	$(W_p)$	2.275	m
Grosor Mod. Simplificado	$(t_b)$	8.1	cm
Grosor Piezo	$(t_p)$	2.3	cm
Densidad Mod. Simplificado	$(\rho)$	7850	kg/m <sup>3</sup>
Densidad Piezo	$(\rho_p)$	7600	kg/m <sup>3</sup>
Módulo de Young Mod. Simplificado	$(E)$	200e9	Pa
Coefficiente de Poisson Mod. Simplificado	$(\nu)$	0.3	-

Se considera que el modelo simplificado y el modelo de turbina tienen un comportamiento dinámico similar, es decir, que sus respuestas, tanto temporales como en frecuencia, son similares. Según la teoría de vigas, las frecuencias naturales de un sistema continuo de este tipo son inversamente proporcionales a su longitud para el caso de deflexión en el eje Z, teniendo este parámetro mayor peso que otros como el grosor o la rigidez [27]. Una estructura de gran tamaño tendrá sus primeros picos de resonancia a frecuencias muy bajas, además de un tiempo de establecimiento muy alto. Por tanto, es razonable pensar que una viga empotrada y una torre de turbina con las mismas longitudes y grosores tendrán frecuencias de resonancia similares.

En base a esta simplificación, se puede tratar a la FOWT como una planta multivariable 3x3, tal y como se muestra en la Figura 4.3.

- $V_1, V_2 \rightarrow$  voltajes aplicados a los actuadores piezoeléctricos.
- $V_{p1}, V_{p2} \rightarrow$  voltajes inducidos en los sensores.
- $W \rightarrow$  voltaje de entrada del generador de perturbaciones.
- $Y_{tip} \rightarrow$  deflexión del extremo libre oscilando en torno al eje Z.

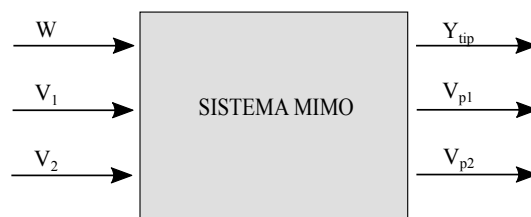


Figura 4.3 Sistema MIMO 3x3

Utilizando el software *COMSOL Multiphysics* se consigue implementar los módulos de sólido mecánico y de efecto piezoeléctrico que se necesitan, e incorporar estas dinámicas al modelo. Cada uno de estos módulos define una serie de características que permiten configurar con detalle propiedades del sistema. Sobre el módulo de sólido mecánico se ha impuesto la condición de no desplazamiento sobre uno de sus extremos, así como indicar que se determinen los coeficientes de amortiguamiento de manera automática. Al módulo de efecto piezoeléctrico se le han asignado las entradas  $V_1$ ,  $V_2$  y  $W$ , configurándolas como perturbaciones armónicas. De este modo, una vez seleccionado el ancho de banda de interés, el software inyecta una señal del mismo espectro con el propósito de obtener la respuesta en frecuencia deseada. Para el caso aquí analizado no se ha tenido en cuenta el efecto de la gravedad con el propósito de simplificar todo lo posible el proceso de simulación.

Los pasos a seguir para implementar el modelo finito en *COMSOL Multiphysics* son sencillos. En primer lugar es necesario definir la geometría del modelo mediante bloques. Posteriormente se definen los tipos de materiales empleados para cada bloque geométrico. De este modo, el software entenderá qué partes corresponden a los transductores piezoeléctricos y cuáles a la viga. Del mismo modo, se asignan las dinámicas a los bloques geométricos correspondientes. Por último, se definen las características del mallado y del estudio en frecuencia empleado. En la Figura 4.4 se muestra el asistente para el modelado que implementa el software ordenado por bloques, mientras que en la Figura 4.5 se puede ver el modelo 3D resultante. En el Anexo A se pueden encontrar más detalles acerca del material piezoeléctrico empleado.

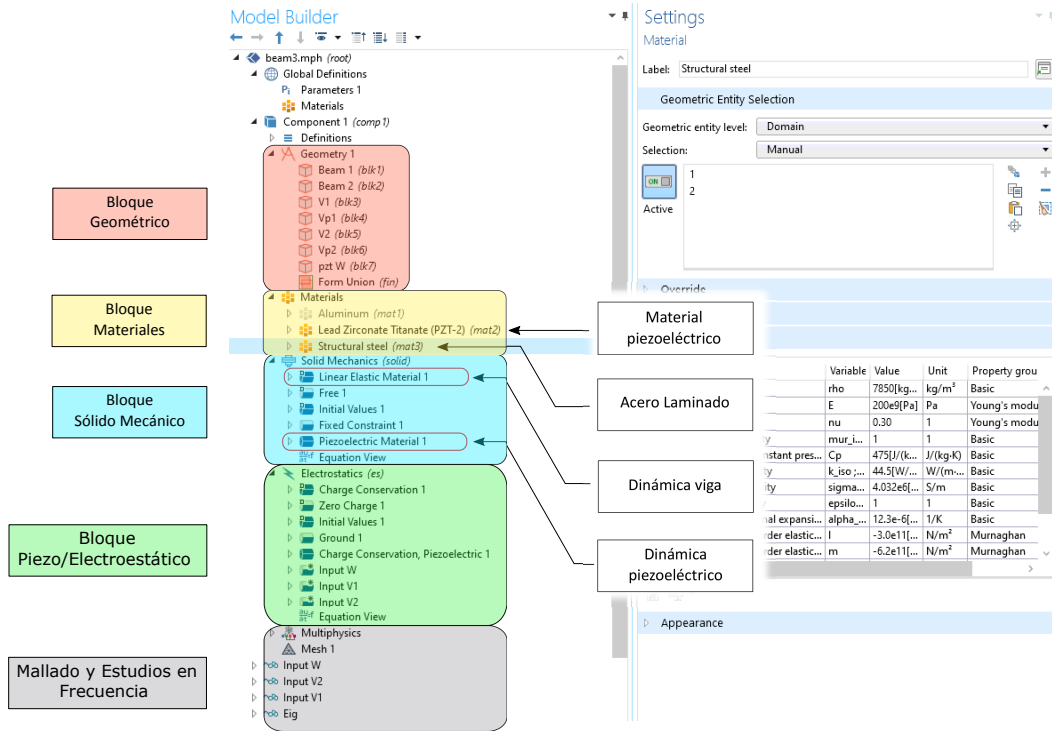


Figura 4.4 Asistente al modelado de COMSOL. Se muestran las dinámicas del sólido mecánico y del efecto piezoeléctrico implementado en el modelo. Las características de los materiales vienen incluidas en el propio software.

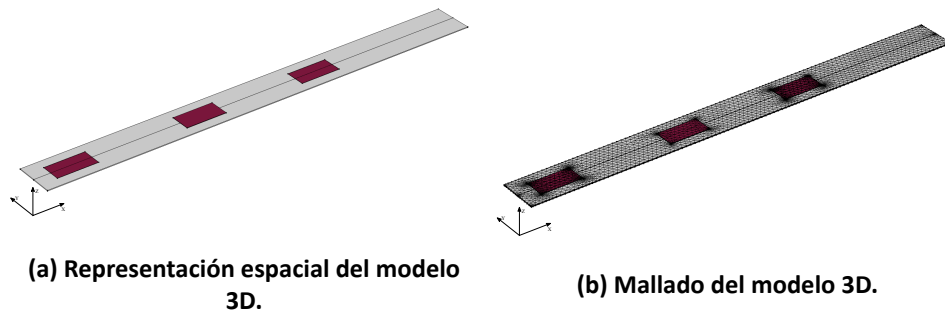
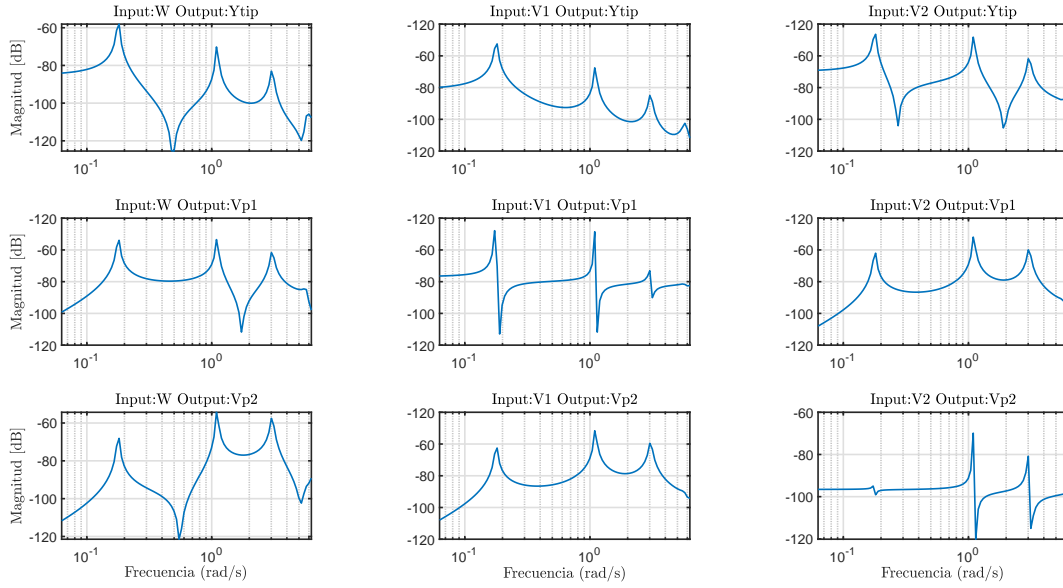


Figura 4.5 Modelo 3D de COMSOL Multiphysics de una viga.

Para obtener la respuesta en frecuencia es necesario inyectar una perturbación armónica en cada una de las entradas para estimular al sistema. Suponiendo un comportamiento lineal, la respuesta se obtendrá midiendo la relación de amplitudes y el desfase entre entrada y salida para cada una de las frecuencias dentro del rango. En la Figura 4.6 se puede ver la respuesta para los 3 primeros picos de resonancia. Estos primeros modos suelen ser los más destructivos en la mayoría de estructuras de gran tamaño. El resto de modos de mayor frecuencia han sido descartados al estar fuera de la región de interés por producir un efecto de fatiga en la estructura que puede despreciarse.



**Figura 4.6** Respuesta en frecuencia del modelo simplificado de FOWT. En este sistema multivariable de 3x3 elementos las filas se corresponden con las salidas y las columnas con las entradas. La sucesión de resonancias y anti-resonancias es un comportamiento típico de los sistemas mecánicos.

La respuesta en frecuencia de un sistema mecánico se caracteriza por tener sucesiones de resonancias y anti-resonancias en el comportamiento dinámico. Para el caso aquí analizado, la adición de piezoeléctricos a la estructura no ha modificado este comportamiento tal y como se puede ver en la respuesta de  $Y_{tip}$ , deflexión del extremo libre, a la entrada de perturbaciones  $W$ . La respuesta de los piezoeléctricos coubicados concuerda con el comportamiento típico de estos dispositivos, también con resonancias y anti-resonancias consecutivas, con una reactancia (parte imaginaria de la impedancia total del componente) que varía de inductiva a capacitiva en función de la frecuencia [31].

#### 4.1 Identificación de sistemas

Para estudiar de forma analítica el comportamiento del sistema, y especialmente su estabilidad, se puede definir el comportamiento dinámico de una FOWT con piezoeléctricos coubicados mediante un modelo en el espacio de estados según el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_w w(t) + B_v V(t) \\
 y_{tip}(t) &= C_y x(t) + D_{yw} w(t) + D_{yv} V(t) \\
 V_p(t) &= C_v x(t) + D_{vw} w(t) + D_{vv} V(t)
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

donde  $y_{tip}$  es la deflexión del extremo libre,  $w$  es la señal de entrada de perturbaciones,  $V$  es el voltaje de entrada a los actuadores y  $V_p$  el voltaje de salida medido por los sensores:

$$V(t) = [v_1 \quad v_2] \quad (4.2)$$

$$V_p(t) = [v_{p1} \quad v_{p2}] \quad (4.3)$$

Para definir las matrices del modelo se han considerado únicamente los 3 primeros modos de vibración, en concordancia con la respuesta en frecuencia obtenida en el apartado anterior. De acuerdo a [2], éstas se pueden definir como:

- Matriz del sistema:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_1^2 & -2\zeta_1\omega_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_2^2 & -2\zeta_2\omega_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_3^2 & -2\zeta_3\omega_3 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

- Matriz de entrada:

$$B = [B_w \quad B_{v1} \quad B_{v2}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \beta_1 & \Psi_1^{v1} & \Psi_1^{v2} \\ 0 & 0 & 0 \\ \beta_2 & \Psi_2^{v1} & \Psi_2^{v2} \\ 0 & 0 & 0 \\ \beta_3 & \Psi_3^{v1} & \Psi_3^{v2} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

- Matriz de salida:

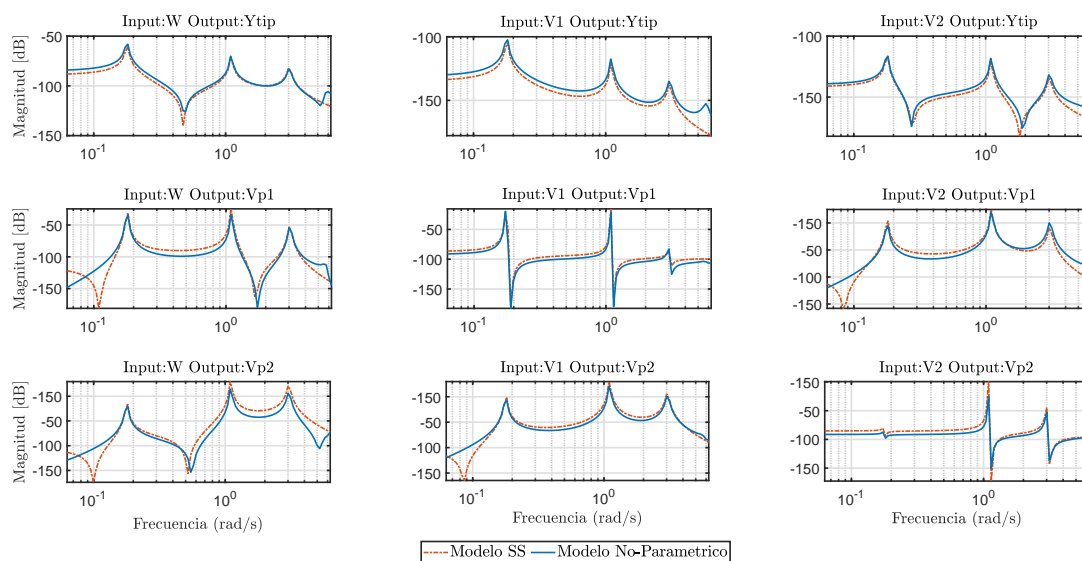
$$C = \begin{bmatrix} C_y \\ C_{v1} \\ C_{v2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & \alpha_2 & 0 & \alpha_3 & 0 \\ \Psi_1^{v1} & 0 & \Psi_2^{v1} & 0 & \Psi_3^{v1} & 0 \\ \Psi_1^{v2} & 0 & \Psi_2^{v2} & 0 & \Psi_3^{v2} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

- Matriz de transferencia directa:

$$D = \begin{bmatrix} D_{yw} & D_{yv} \\ D_{vw} & D_{vv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{yw} & D_{yv1} & D_{yv2} \\ D_{v1w} & D_{v1v1} & D_{v1v2} \\ D_{v2w} & D_{v2v1} & D_{v2v2} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

donde  $\zeta_k$  y  $\omega_k$  son el amortiguamiento y la frecuencia natural del modo  $k$ , los parámetros  $\beta_i$ ,  $\alpha_j$  y  $\Psi_{ij}^v$  constituyen las matrices de entrada  $B$  y de salida  $C$ , y los coeficientes  $D_{ij}$  son los elementos de transferencia directa. Tal y como se puede ver en la matriz del sistema, el modelo en espacio de estado se comporta como una sucesión de tres sistemas de segundo orden independientes, cuyas frecuencias de resonancia coinciden con las propias del modelo no-paramétrico de respuesta en frecuencia de la sección anterior. A partir del modelo no-paramétrico se puede definir  $G(i\omega)$  como una matriz de 3x3 elementos, siendo  $G_{ij}(i\omega)$ ,  $i, j = 1, 2, 3$  igual a:

$$G_{ij}(i\omega) = \frac{Y_i(i\omega)}{U_j(i\omega)} \quad (4.8)$$



**Figura 4.7** Respuesta en frecuencia del modelo simplificado y del modelo paramétrico en espacio de estado de una FOWT. A excepción de los valores en el extremo, la respuesta en frecuencia del modelo se ajusta con bastante precisión en las frecuencias de resonancia.

donde  $U_j(i\omega)$  e  $Y_i(i\omega)$  son las transformadas de Fourier de la salida  $i$  y la entrada  $j$ , respectivamente. Para obtener los valores del sistema en el espacio de estados, y obtener así el modelo paramétrico de la FOWT, se recurre a un método clásico que consiste en minimizar la función de coste siguiente:

$$M = \sum_{i,j=1}^3 \sum_{k=1}^M \left| \frac{G_{ij}^N(i\omega_k) - G_{ij}(i\omega_k)}{G_{ij}(i\omega_k)} \right|^2 \quad (4.9)$$

donde  $G_{ij}^N(i\omega_k)$  es la respuesta en frecuencia del sistema en el espacio de estado y  $G_{ij}(i\omega_k)$  hace referencia al modelo no-paramétrico de FOWT en los puntos donde existen valores de la respuesta en frecuencia. Se ha usado el software *MATLAB*, en concreto la herramienta *Optimization Toolbox*, para minimizar la función de coste (4.9) mediante *fminbnd*.

En la Figura 4.7 se muestra el ajuste de ambas respuestas. Se puede ver como la respuesta en frecuencia del modelo en espacio de estado consigue ajustarse a la respuesta en frecuencia obtenida mediante *COMSOL Multiphysics* de manera aceptable. Si bien no coinciden perfectamente, el ajuste es lo suficientemente bueno para los propósitos de control de este trabajo. En el Anexo B se pueden encontrar más detalles numéricos del modelo en espacio de estado.



## 5 DISEÑO DE UN CONTROLADOR PPF CON RESTRICCIONES LMI PARA UNA FOWT

El diseño de la estrategia de control se basa en el modelo paramétrico en espacio de estados del capítulo anterior, el cual se sintetiza a partir de la respuesta en frecuencia del modelo simplificado de una FOWT, una viga empotrada de dimensiones similares al de una turbina eólica. Según la ecuación (4.8), sus entradas y salidas están relacionadas mediante la función de transferencia  $G_{ij}(i\omega)$ . La variable  $Y_{tip}$  da una medida de la amplitud de las vibraciones en el extremo libre, mientras que la variable  $W$  se corresponde con la entrada de perturbaciones. La relación entre estas dos variables  $Y_{tip}$  y  $W$  es, por tanto, un indicador del comportamiento del sistema a las perturbaciones del entorno, denominándose en lazo abierto como  $G_{OL,Y_w}(i\omega)$ . Esta misma relación en lazo cerrado se denota por  $G_{CL,Y_w}(i\omega)$ .

El criterio a utilizar para determinar si la estrategia de control funciona correctamente será:

$$|G_{CL,Y_w}(i\omega^*)| \leq |G_{OL,Y_w}(i\omega^*)| \quad (5.1)$$

que indica que la reducción de vibraciones es efectiva si la ganancia en los picos de resonancia es menor en lazo cerrado que en lazo abierto, siendo  $\omega^*$  la frecuencia de dichos picos. La reducción de  $|G_{CL,Y_w}(i\omega^*)|$  se consigue aumentando el amortiguamiento  $\zeta$ , alejando todo lo posible los polos del sistema del eje imaginario (véase Figura 5.1).

Dado que el tiempo de asentamiento se puede definir como el tiempo requerido para que la respuesta del sistema esté dentro de un margen del 5 % del valor final:

$$t_e \approx \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad (5.2)$$

cualquier aumento de la parte real mejorará el comportamiento del sistema a las perturbaciones en lazo cerrado al aumentar su rapidez. En [32], gracias a una función de coste con pesos para la parte real y la parte compleja, se consigue sintonizar un sistema de control estructural PPF situando los polos en lazo cerrado en una determinada ubicación del plano complejo.

De acuerdo al número de entradas y salidas, el sistema de control deberá tener una estructura multivariable 2x2, relacionando los voltajes de los sensores  $V_p(t) = [v_{p1} v_{p2}]'$  y los actuadores  $V(t) = [v_1 v_2]'$ . Con estas variables, el control PPF se puede expresar en el espacio de estados como:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{\Gamma}V_p(t) \\ V(t) &= \tilde{\Gamma}'\tilde{x}(t) \end{aligned} \quad (5.3)$$

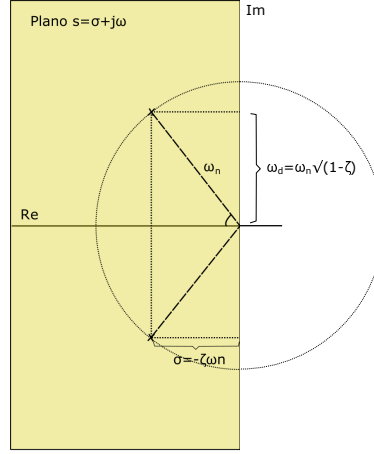


Figura 5.1 Ubicación de dos polos en el plano complejo para el caso de un sistema de segundo orden

Para el caso que aquí se analiza, se han definido 3 modos de vibración en concordancia con el número de modos del modelo paramétrico en espacio de estado de una FOWT, de modo que las matrices del controlador se definen como:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\tilde{\omega}_1^2 & -2\delta_1\tilde{\omega}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\tilde{\omega}_2^2 & -2\delta_2\tilde{\omega}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\tilde{\omega}_3^2 & -2\delta_3\tilde{\omega}_3 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$\tilde{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \tilde{\Gamma}_1^{vp1} & \tilde{\Gamma}_1^{vp2} \\ 0 & 0 \\ \tilde{\Gamma}_2^{vp1} & \tilde{\Gamma}_2^{vp2} \\ 0 & 0 \\ \tilde{\Gamma}_3^{vp1} & \tilde{\Gamma}_3^{vp2} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

donde  $\delta_k$  y  $\tilde{\omega}_k$  son el amortiguamiento y la frecuencia natural  $k$  del controlador PPF, mientras que los parámetros  $\tilde{\Gamma}_i^{vpj}$  definen las matrices de entrada y salida  $\tilde{\Gamma}$ . Así, si se designa la salida  $V(t)$  de (5.3) como entrada de (4.1), y se opera, el sistema en lazo cerrado se definirá de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_v\tilde{\Gamma}' \\ \tilde{\Gamma}C_v & \tilde{A} + \tilde{\Gamma}D_{vv}\tilde{\Gamma}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_w \\ \tilde{\Gamma}D_{vw} \end{bmatrix} w \quad (5.6)$$

$$Y_{tip} = [C_y \quad D_{yv}\tilde{\Gamma}'] \begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \end{bmatrix} + D_{yw}w$$

Dado que el polinomio característico se define como:

$$p(s) = \det [sI - A_{CL}] \quad (5.7)$$

siendo  $A_{CL}$ :

$$A_{CL} = \begin{bmatrix} A & B_v \tilde{\Gamma}' \\ \tilde{\Gamma} C_v & \tilde{A} + \tilde{\Gamma} D_{vv} \tilde{\Gamma}' \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

y sabiendo que los polos coinciden con sus raíces, o valores propios de la matriz de estado, bastará con modificar esta última para conseguir una mejor respuesta a las perturbaciones. Concretamente, se deben modificar los parámetros del controlador incluidos en  $A_{CL}$  para sintetizar la estrategia de control estructural.

Como se puede observar en la Figura 5.2, el sistema en lazo cerrado se comporta como un sistema SISO, relacionando la entrada  $W$  y la salida  $Y_{tip}$ . Por tanto, es evidente que gracias a este método se alcanzará el objetivo de reducir la ganancia  $|G_{CL,yw}(i\omega^*)|$ .

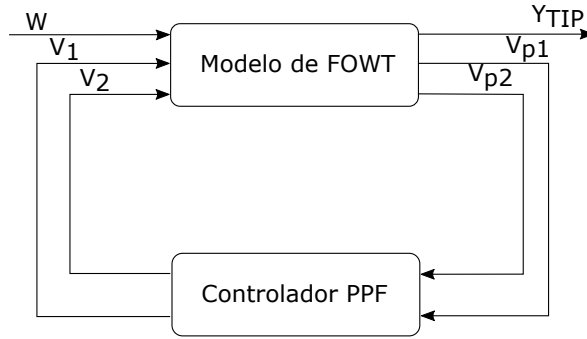


Figura 5.2 Estructura del sistema en lazo cerrado

La elección de los valores de los parámetros del controlador no está exenta de restricciones en el proceso de diseño. Según se comentó en el apartado 3.2, para extender la estabilidad a todos los modos de vibración se debe cumplir la condición dada por el Lema 1, debiéndose respetar la restricción LMI definida en (3.33). Por tanto, si se quiere alcanzar el objetivo de reducir vibraciones y a la vez asegurar la estabilidad, se debe definir el siguiente problema de optimización con restricciones:

$$\min_{\tilde{\Omega}, \Delta, \Gamma} \|G_{CL,yw}(i\omega)\| \quad (5.9)$$

sujeto a:

$$\begin{bmatrix} \Omega^2 & -\Psi' \tilde{\Gamma} & 0 \\ -\tilde{\Gamma}' \Psi & \tilde{\Omega}^2 & \Gamma' \\ 0 & \tilde{\Gamma} & D^{-1} \end{bmatrix} > 0 \quad (5.10)$$

donde  $\|\cdot\|$  hace referencia a la norma  $H_\infty$ ,  $\Omega$  y  $\tilde{\Omega}$  son matrices diagonales de 3x3 elementos con las frecuencias de resonancia de la planta y del controlador,  $D$  es la matriz con los elementos de transferencia directa  $D_{vv}$ , y  $\Psi$  se define como:

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_1^{v_1} & \Psi_2^{v_1} & \Psi_3^{v_1} \\ \Psi_1^{v_2} & \Psi_2^{v_2} & \Psi_3^{v_2} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Para una matriz  $P$  y un controlador  $K$ :

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

$$K(s) = [K_{11}(s) \quad K_{22}(s)] \quad (5.13)$$

la norma  $H_\infty$  se define como:

$$\|F_l(P, K)\|_\infty = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(F_l(P, K)(j\omega)) \quad (5.14)$$

siendo  $F_l(P, K)$ :

$$F_l(P, K) = P_{11} + P_{12}K(sI - P_{22}K)^{-1}P_{21} \quad (5.15)$$

y  $\bar{\sigma}$  el mayor valor singular de  $F_l(P, K)(j\omega)$ . La norma  $H_\infty$  se puede interpretar como la mayor ganancia alcanzada por el sistema en lazo cerrado para cualquier frecuencia, la cual se regula modificando los términos de las matrices  $\tilde{\Gamma}$ ,  $\Delta$  y  $\tilde{\Omega}$ , alcanzando el equivalente a un problema de búsqueda no lineal con restricciones.

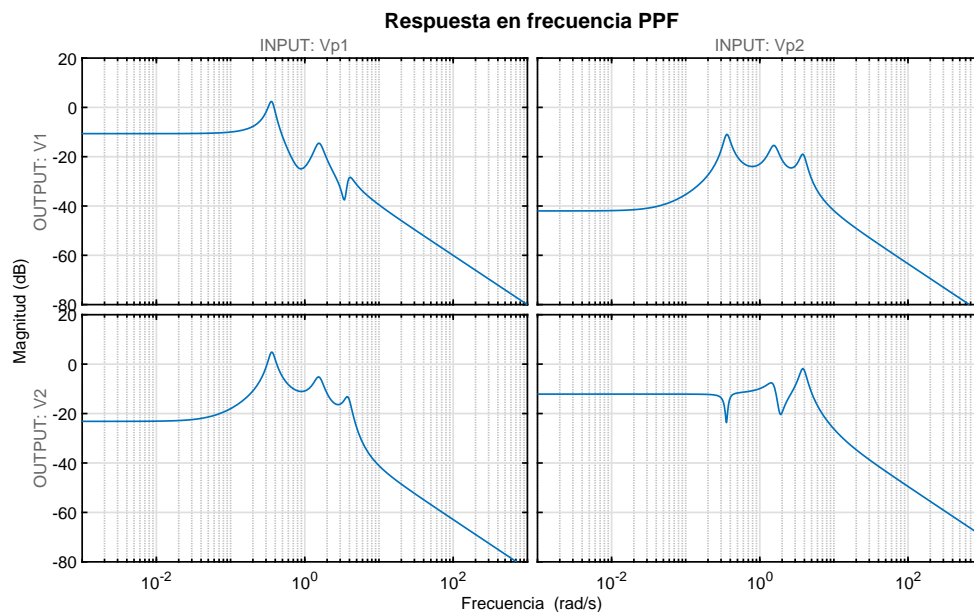
Para resolver este problema se debe realizar una búsqueda no lineal con una condición inicial adecuada. Esta condición se puede obtener resolviendo la restricción LMI de manera independiente mediante los *LMI solvers* de MATLAB. Según [2], para simplificar esta tarea se deben fijar las frecuencias naturales y los valores de amortiguamiento del controlador a valores cercanos a los de la planta ya que, de no ser así, se alcanzarían ganancias muy elevadas en el controlador, con el consiguiente problema de implementación que ello supone:

$$\begin{aligned} \tilde{\Omega} &= \sqrt{2}\Omega \\ \delta_i &= \frac{\zeta_i}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (5.16)$$

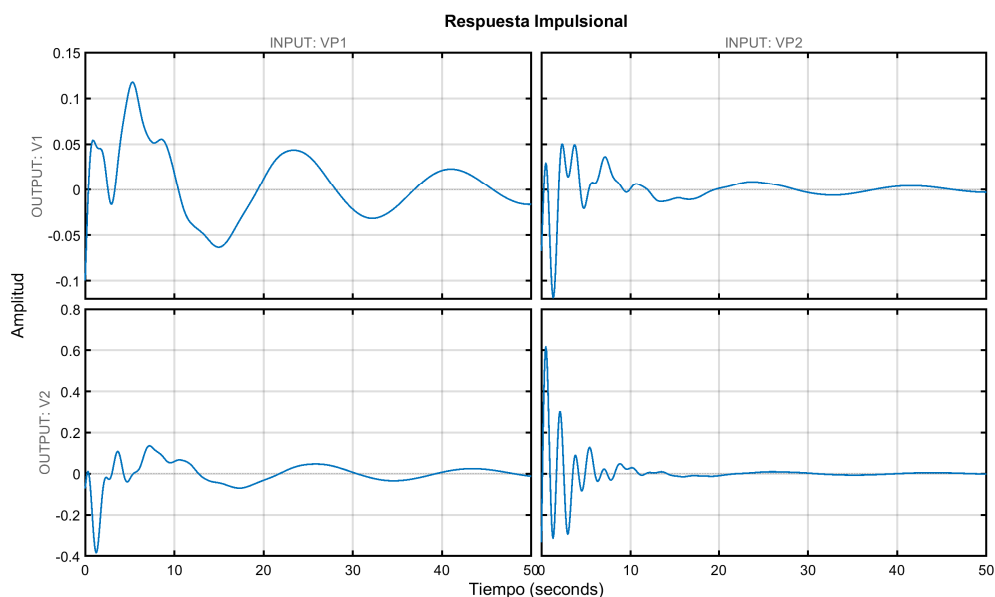
Resolver esta búsqueda no es tarea fácil. Debido a la existencia de mínimos locales es posible que no se alcance un diseño factible del controlador. Afortunadamente, con la herramienta *Robust Control Toolbox* de Matlab es posible diseñar estrategias de control de ganancia  $H_\infty$  con restricciones LMI mediante la función *hinfsyn*, a partir de la planta en lazo abierto, el número de entradas y salidas, y la ganancia objetivo  $H_\infty$  en lazo cerrado.

Dado que el propósito final es la reducción de vibraciones, es interesante mantener un nivel de ganancia tan bajo como sea posible, siempre y cuando la convergencia esté garantizada. El resultado de esta síntesis indica que el menor valor que garantiza una respuesta estable del sistema es de  $H_\infty = 0,000225$ , obteniéndose el controlador PPF representado en la Figura 5.3. La respuesta impulsional viene dada en la Figura 5.4, gracias a la cual se comprueba que el controlador es estable, con un rápido transitorio para los casos de información captada por el sensor más cercano al extremo libre y una respuesta más lenta para el sensor más cercano a la base.

Este comportamiento puede tener múltiples interpretaciones; entre otras, se podría definir la actuación en dos fases distintas. Una primera fase de ataque a la perturbación en el par sensor/actuador del extremo libre para cancelar los armónicos de mayor frecuencia y evitar la deflexión, similar a como lo haría un sistema de adaptación de impedancia; y una segunda fase de cancelación más lenta en la base de la estructura para atenuar oscilaciones de menor frecuencia.



**Figura 5.3** Respuesta en frecuencia del controlador PPF. Se puede ver que efectivamente hay tres picos de resonancia en concordancia con el modelo paramétrico de FOWT.



**Figura 5.4** Respuesta impulsiva del controlador. Gracias a la respuesta temporal se puede comprobar de manera sencilla que el controlador PPF es estable.

Por tanto, se da por concluido el diseño de la estrategia de control a partir del modelo paramétrico de FOWT. Con una estrategia de control estable cuyas frecuencias de resonancias y parámetros de amortiguamiento se encuentran en valores cercanos a los del modelo.



## 6 RESULTADOS

Para comprobar la eficiencia de la estrategia de control propuesta se debe comparar la respuesta del sistema en lazo cerrado con la respuesta en lazo abierto. En la Figura 6.1 se muestran las dos respuestas en frecuencia, y se puede observar que gracias al control PPF se produce un incremento del amortiguamiento al apreciarse una atenuación de los picos de resonancia, confirmándose que el control estructural es factible, al menos de manera teórica, en estructuras de gran tamaño. Se puede apreciar también una reducción de la sensibilidad, entendida como la pendiente de la fase en frecuencia. En términos cuantitativos, se logra una reducción del 32 % para el primer y segundo pico de resonancia, y de un 7,5 % en el tercer pico.

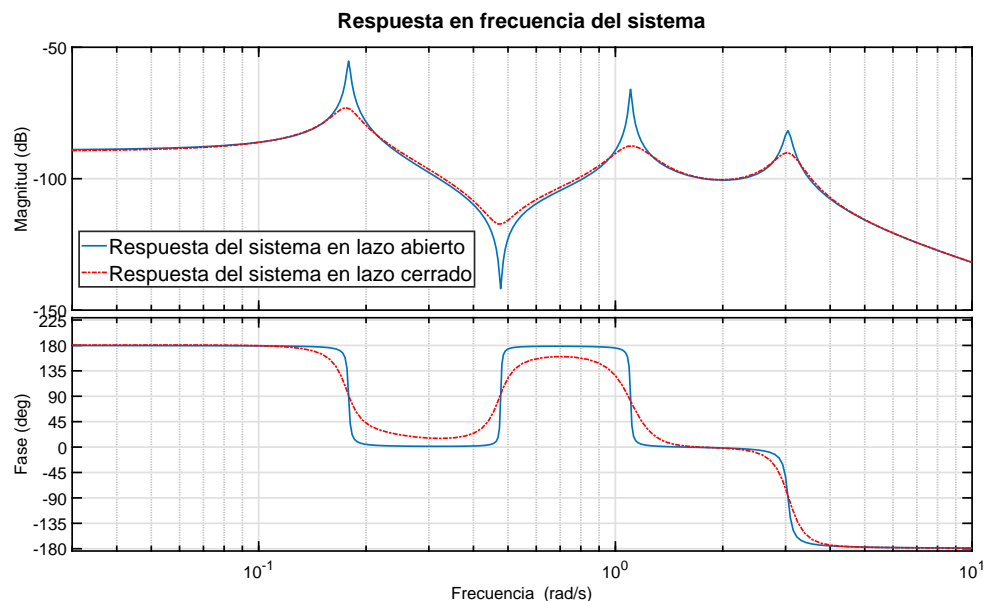


Figura 6.1 Respuesta del sistema en lazo abierto y en lazo cerrado

Para aumentar el amortiguamiento es necesario alejar todo lo posible los polos del sistema del eje imaginario, pudiéndose interpretar el objetivo de diseño de minimizar la norma  $H_{\infty}$  como una reducción del factor de calidad  $Q = 2\zeta^{-1}$ . En la Figura 6.2 se puede ver cómo se desplazan los polos hacia la izquierda del plano complejo, apreciándose además un incremento en el número de polos en lazo cerrado debido a los estados del controlador. La presencia de un par de polos complejos conjugados cercanos al origen es debido a que el primer modo de vibración es de baja frecuencia, algo típico en sistemas mecánicos de grandes dimensiones. Es importante entender que el desplazamiento se produce únicamente hacia el lado izquierdo de manera horizontal; cualquier movimiento en el eje vertical se traduciría como un incremento de la frecuencia natural del modo de vibración, algo no deseable *a priori*. Para el caso que aquí se analiza, se produce un mayor desplazamiento de los polos asociados con el segundo y tercer modo de vibración.

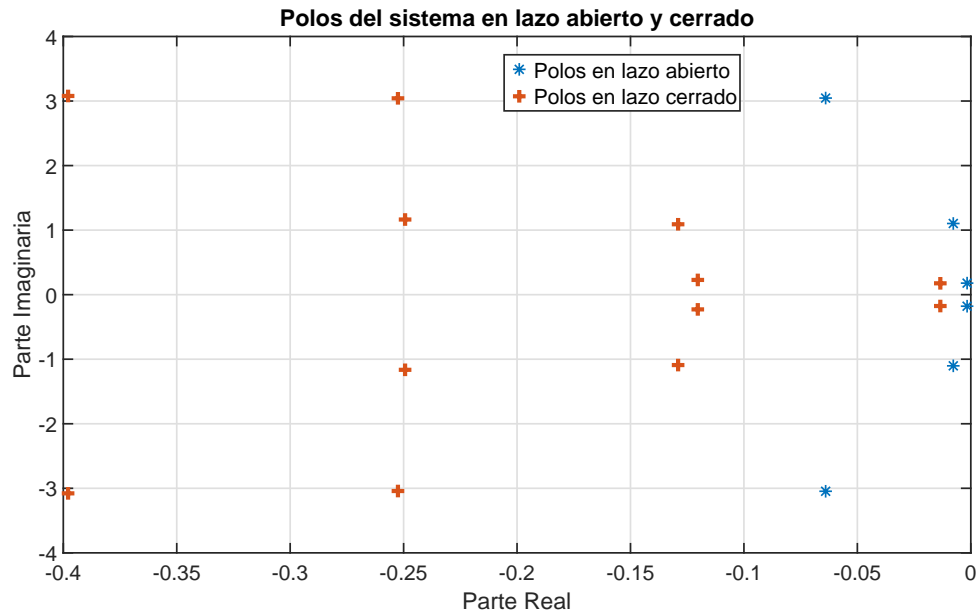
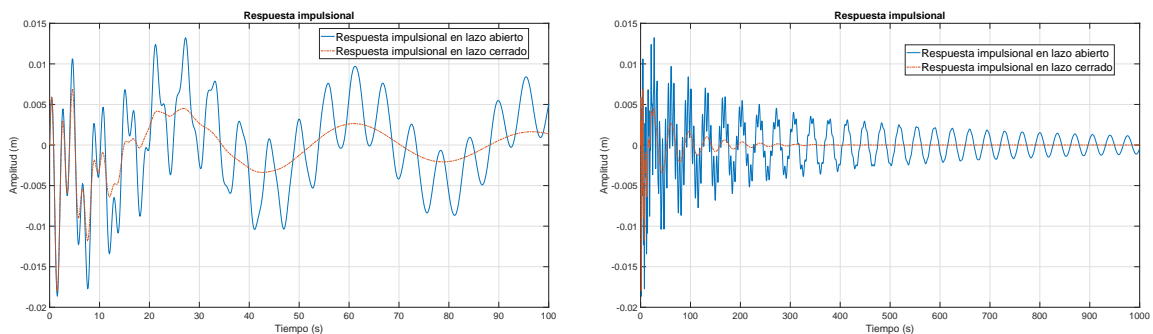


Figura 6.2 Polos del sistema en lazo abierto y lazo cerrado

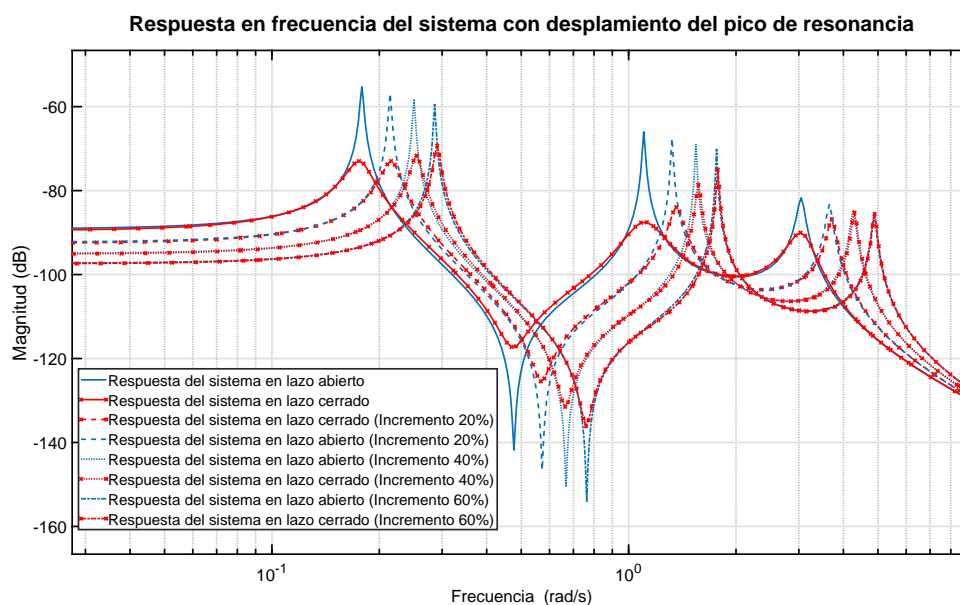
Los efectos de la atenuación se pueden comprobar también en el dominio del tiempo. La expresión (5.2) indica que un incremento del amortiguamiento producirá una reducción del tiempo de establecimiento. En las Figuras 6.2 y 6.3 se muestra que la respuesta impulsional del sistema en lazo cerrado es significativamente más rápida y suave que en lazo abierto. En apenas 30 segundos el sistema de control logra filtrar la mayor parte de la perturbación, con el consiguiente beneficio para la estructura.



(a) Respuesta impulsional pasados 100 segundos      (b) Respuesta impulsional pasados 1000 segundos

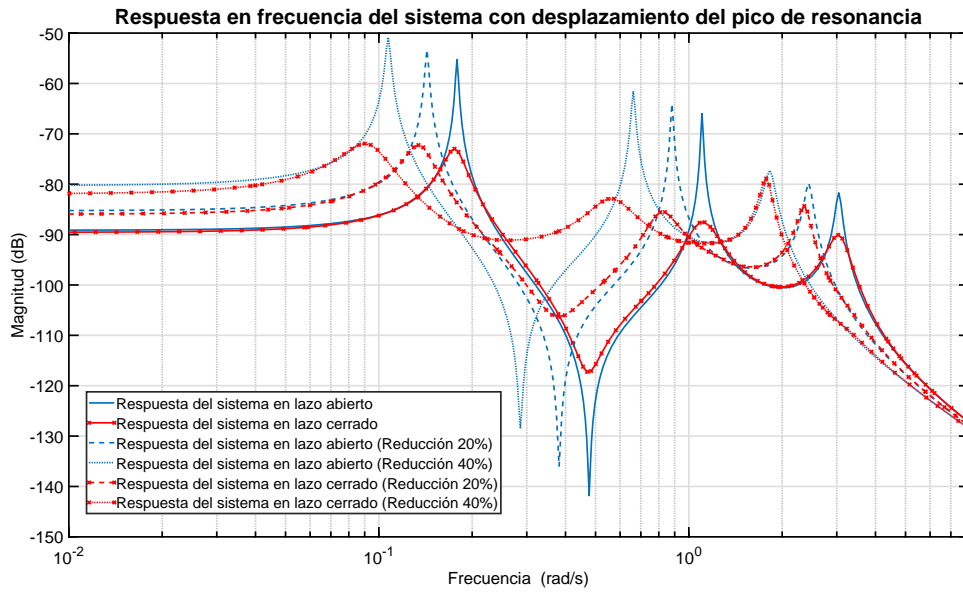
Figura 6.3 Respuesta impulsional del sistema en lazo abierto y en lazo cerrado

En la práctica, debido al desgaste, humedad, temperatura y otros factores ambientales, es posible que las propiedades de los materiales de toda la estructura y de los dispositivos piezoeléctricos cambien. Este fenómeno puede desplazar las frecuencias de resonancia del sistema, algo que puede poner en serio compromiso la eficacia del control estructural. Un buen diseño de control debe ser robusto y proporcionar un buen amortiguamiento ante situaciones adversas de este tipo. Para comprobar la robustez del controlador se han forzado cambios en el sistema, modificando su frecuencia de resonancia y manteniendo intactos los parámetros de control. De este modo se pretenden emular los cambios producidos por un posible envejecimiento del sistema. Se han incrementado las frecuencias de resonancia en un 20 %, 40 % y 60 % de su valor original y se ha simulado la respuesta empleando el entorno *Simulink* de *MATLAB*. En la Figura 6.4 se puede comprobar el desplazamiento en frecuencia y cómo el control estructural pierde efectividad a medida que se aleja de las condiciones de diseño. No obstante, el controlador parece comportarse bastante bien en condiciones relativamente adversas.



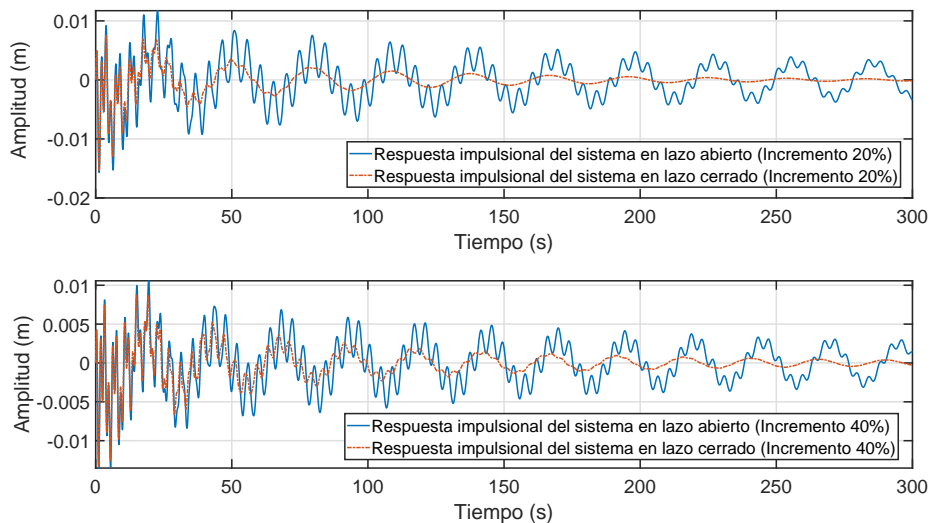
**Figura 6.4** Respuesta en frecuencia del sistema en lazo cerrado ante un posible envejecimiento. Incremento de la frecuencia de resonancia.

Al igual que puede producirse un incremento en alguna de las frecuencias de resonancia, también puede producirse un decremento. Para analizar este caso se ha forzado una reducción del 20 % y 40 %. Reducciones mayores al 50 % generan un mal funcionamiento del controlador, resultando en una compensación nula e inapreciable, por lo que no se han considerado decrementos por debajo del 40 %. En la Figura 6.5 se muestra la respuesta en frecuencia de los citados casos. Se puede ver cómo el control estructural consigue adaptarse eficazmente y demostrar cierto grado de robustez.

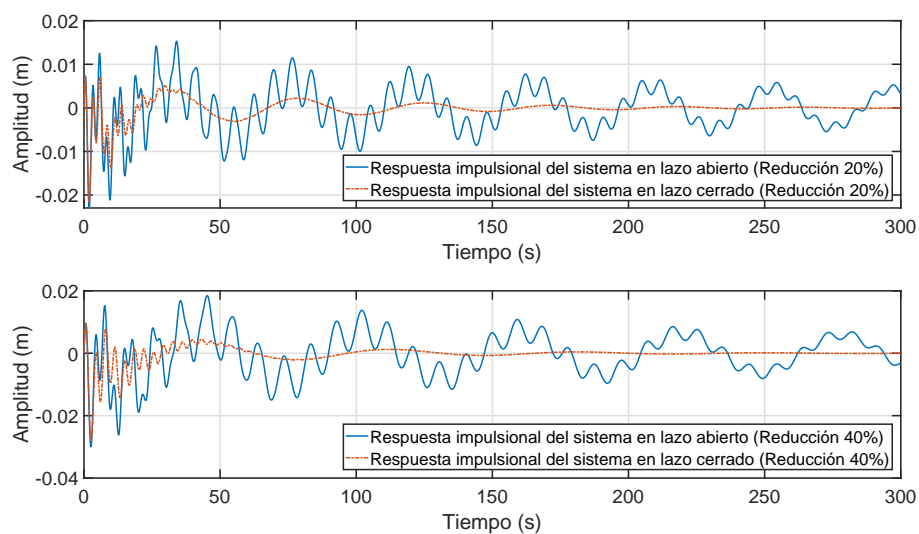


**Figura 6.5** Respuesta en frecuencia del sistema en lazo cerrado ante un posible envejecimiento. Decremento de la frecuencia de resonancia.

Finalmente, el envejecimiento de la planta provoca que la atenuación de las vibraciones sea más lenta. En la Figuras 6.6 y 6.7 se muestra una comparativa de la respuesta impulsional para los casos en los que se produce un desplazamiento del 20 % y 40 % respecto del valor original de frecuencia.



**Figura 6.6** Respuesta temporal del sistema en lazo cerrado ante un posible envejecimiento. Incremento de la frecuencia de resonancia.



**Figura 6.7 Respuesta temporal del sistema en lazo cerrado ante un posible envejecimiento. Decremento de la frecuencia de resonancia.**

Por lo tanto, ha quedado probada la eficiencia y el funcionamiento de la estrategia de control basada en utilizar dispositivos piezoeléctricos en estructuras flexibles de gran tamaño, en concreto en una FOWT, remarcando la importancia de un buen diseño dada su alta sensibilidad a variaciones en las frecuencias de los dispositivos.



## 7 CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este trabajo se ha analizado el uso de dispositivos piezoeléctricos para la reducción de vibraciones en FOWTs. Para ello, y dada la novedad de la propuesta, se han obtenido modelos de variable compleja de estructuras de gran tamaño con piezoeléctricos acoplados. Se han estudiado algunas de las estrategias de control resonante más típicas, presentándose las dos opciones más relevantes: un control por realimentación de velocidad para introducir criterios de estabilidad básicos y la estrategia de control por realimentación positiva de posición (PPF) con restricciones de tipo LMI.

Para trasladar esas estrategias a las estructuras flotantes, se ha obtenido un modelo simplificado de la FOWT, con dispositivos piezoeléctricos acoplados, y se ha implementado dicho modelo con el software COMSOL Multiphysics. Con el objetivo de poder aplicar la estrategia de control y probar su estabilidad se ha desarrollado además un modelo de la turbina marina como una planta MIMO de 3x3 entradas/salidas. Se ha obtenido su modelo en el espacio de estados, calculándose sus parámetros a partir de la respuesta en frecuencia, y se ha validado con el modelo simulado por COMSOL.

Por último, se ha diseñado una estrategia de control PPF con restricciones LMI a partir del modelo en el espacio de estados. Se ha comprobado tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia que el control de vibraciones funciona correctamente en las condiciones de diseño, reduciendo las oscilaciones. Además se ha hecho un análisis en condiciones adversas provocadas por un posible envejecimiento de la planta, lo que ha demostrado la robustez del controlador y su eficiencia.

La principal aportación de este trabajo es que se ha probado que la aplicación de dispositivos piezoeléctricos para estructuras flotantes de gran tamaño es posible, y que producen resultados muy positivos que se pueden seguir explotando.

### 7.1 Trabajos Futuros

En este Proyecto Fin de Máster se ha comprobado que teóricamente es posible reducir las vibraciones en una FOWT mediante una estrategia de control PPF y dispositivos piezoeléctricos. Sin embargo, debido al gran tamaño de la turbina, se han utilizado dispositivos piezoeléctricos de dimensiones elevadas, siendo necesario realizar un estudio similar al de este trabajo, sustituyendo estos dispositivos por otros de menor tamaño y en mayor cantidad.

También se podría estudiar qué material piezoeléctrico sería el adecuado para este tipo de aplicación, ya que se generan grandes tensiones y se necesitan aplicar momentos de gran envergadura sobre la estructura. Del mismo modo, sería conveniente analizar otro tipo de distribución a la empleada en este trabajo, o incluso apostar por soluciones que incorporen compuestos de fibras en el interior de la estructura (AFC), transformando la torre de la turbina en un único transductor piezoeléctrico *per se*.

Por otro lado, en relación a los piezoeléctricos, es necesario comprobar que esta tecnología es adecuada para una respuesta de baja frecuencia, así como estudiar el uso de seguidores

de señal en los sensores para garantizar que el efecto capacitivo de los piezoeléctricos no arruina la señal de medida. Por último, es necesario estudiar el uso de carga en lugar de voltaje como señal de entrada en los actuadores para paliar los efectos de las no-linealidades.

Respecto a los modelos de FOWT, es necesario obtener una aproximación que incluya los efectos del oleaje y de las corrientes marinas, así como conseguir un mejor ajuste del modelo en el espacio de estados mediante técnicas de optimización no-lineales más elaboradas. En cuanto a la implementación, sería conveniente realizar ensayos en modelos a escala e ir actualizando estas configuraciones en base a los resultados. De este modo, se conseguirá una fuerte base teórica y una posterior certificación experimental.

Finalmente, y no por ello menos importante, es imprescindible realizar un estudio económico y de viabilidad acerca de la implementación de esta tecnología en una FOWT, así como de las necesidades actuales que tienen las empresas involucradas en el sector. De este modo, se conseguirá ahorrar mucho tiempo y se optimizarán los recursos y esfuerzos del investigador.

## 8 BIBLIOGRAFÍA

- [1] M. Tomás-Rodríguez and M. Santos, “Tutorial: modelado y control de turbinas eólicas marinas flotantes,” *RIAI*, 2011.
- [2] S. R. Moheimani and A. J. Fleming, *Piezoelectric transducers for vibration control and damping*. Springer, 2006.
- [3] AAE, “Asociación empresarial eólica.” [Online]. Disponible en: <https://www.aeeolica.org/>
- [4] M. A. Lackner and M. A. Rotea, “Structural control of floating wind turbines,” *Mechatronics*, vol. 21, no. 4, pp. 704–719, jun 2011.
- [5] J. Yang, E. He, and Y. Hu, “Dynamic modeling and vibration suppression for an offshore wind turbine with a tuned mass damper in floating platform,” *Applied Ocean Research*, vol. 83, pp. 21–29, feb 2019.
- [6] K. T. Tse, K. C. S. Kwok, and Y. Tamura, “Performance and cost evaluation of a smart tuned mass damper for suppressing wind-induced lateral-torsional motion of tall structures,” *Journal of Structural Engineering*, vol. 138, no. 4, pp. 514–525, apr 2012.
- [7] J. A. Ahijón, M. S. Peñas, and M. Tomás-Rodríguez, “Optimización heurística con criterios de error de control tmd en turbinas marinas flotantes,” 2019.
- [8] D. Villoslada, M. Santos, and M. Tomás-Rodríguez, “Identification and validation of a barge floating offshore wind turbine model with optimized tuned mass damper.”
- [9] M. Tomas-Rodriguez, K. Feroz, and M. Santos, “Floating offshore wind turbines oscillations damping.”
- [10] E. J. N. Menezes, A. M. Araújo, and N. S. B. da Silva, “A review on wind turbine control and its associated methods,” *Journal of Cleaner Production*, vol. 174, pp. 945–953, feb 2018.
- [11] K. Marakakis, G. K. Tairidis, P. Koutsianitis, and G. E. Stavroulakis, “Shunt piezoelectric systems for noise and vibration control: A review,” *Frontiers in Built Environment*, vol. 5, may 2019.
- [12] N. Hagood and A. V. Flotow, “Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks,” 1991.
- [13] D. Halim and S. R. Moheimani, “An optimization approach to optimal placement and of collocated piezoelectric actuators and sensors,” *Mechatronics*, 2003.
- [14] S. S. Aphale, A. J. Fleming, and S. O. R. Moheimani, “Integral resonant control of collocated smart structures,” *Smart Materials and Structures*, vol. 16, no. 2, pp. 439–446, feb 2007.
- [15] V. Piefort, “Finite element modelling of piezoelectric active structures,” Ph.D. dissertation, Université Libre de Bruxelles, 2000.

- 
- [16] D. Halim and S. R. Moheimani, "Spatial resonant and control of flexible and structures—application to a piezoelectric laminate beam," *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, 2001.
- [17] S. Moheimani and B. Vautier, "Resonant control of structural vibration using charge-driven piezoelectric actuators," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 13, no. 6, pp. 1021–1035, nov 2005.
- [18] J. Kim, B. L. Grisso, J. K. Kim, D. S. Ha, and D. J. Inman, "Electrical modeling of piezoelectric ceramics for analysis and evaluation of sensory systems," in *IEEE Sensors Applications Symposium*. IEEE, 2008.
- [19] M. J. Guan and W. H. Liao, "On the equivalent circuit models of piezoelectric ceramics," *Ferroelectrics*, vol. 386, no. 1, pp. 77–87, aug 2009.
- [20] S. F. Ali and S. Adhikari, "Energy harvesting dynamic vibration absorbers," *Journal of Applied Mechanics*, 2013.
- [21] A. Jbaily and R. W. Yeung, "Piezoelectric devices for ocean energy: a brief survey," *Journal of Ocean Engineering and Marine Energy*, vol. 1, no. 1, pp. 101–118, nov 2014.
- [22] A. Ledoux, "Theory of piezoelectric materials and their applications in civil engineering," 2011.
- [23] G. Song, V. Sethi, and H.-N. Li, "Vibration control of civil structures using piezoceramic smart materials: A review," *Engineering Structures*, vol. 28, no. 11, pp. 1513–1524, sep 2006.
- [24] G. Chen and C. Chen, "Semiactive control of the 20-story benchmark building with piezoelectric friction dampers," *JOURNAL OF ENGINEERING MECHANICS*, 2004.
- [25] G. Song, P. Qiao, V. Sethi, and A. Prasad, "Active vibration control of a smart pultruded fiber-reinforced polymer i-beam," *Smart Materials and Structures*, vol. 13, no. 4, pp. 819–827, jun 2004.
- [26] B. Vautier and S. Moheimani, "Charge driven piezoelectric actuators for structural vibration control: issues and implementation," *Smart Materials and Structures*, 2014.
- [27] L. Meirovitch, *Elements of vibration analysis*, 2nd ed. McGraw-Hill, 1996.
- [28] F. Zhang, "Schur complements and matrix inequalities in the Löwner ordering," *Linear Algebra and its Applications*, 2000.
- [29] J. Jonkman, S. Butterfield, W. Musial, and G. Scott, "Definition of a 5-mw reference wind turbine for offshore system development," National Renewable Energy Laboratory, Tech. Rep., 2009.
- [30] "Comsol multiphysics." [Online]. Disponible en: <https://www.comsol.com/>
- [31] A. S. Sedra and K. C. Smith, *Circuitos Microelectrónicos*. Mc Graw Hill, 2006.
-

- [32] S. Moheimani, B. Vautier, and B. Bhikkaji, "Experimental implementation of extended multivariable PPF control on an active structure," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 14, no. 3, pp. 443–455, may 2006.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

**E.T.S. INGENIERÍA INFORMÁTICA**

# **Control estructural en turbinas eólicas flotantes mediante actuación piezoeléctrica**

## **ANEXOS**

TRABAJO PRESENTADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
MÁSTER EN INGENIERÍA DE SISTEMAS Y DE CONTROL

POR

**LÓPEZ ROMERO, MIGUEL ÁNGEL**

MADRID, JUNIO DE 2020



## A Propiedades material piezoeléctrico

A continuación se muestran detalles numéricos del material piezoeléctrico utilizado en *COMSOL Multiphysics*

- Matriz de elasticidad:

$$S_{ij}^{-1} = \begin{bmatrix} 1,34868e11 & 6,78883e10 & 6,80876e10 & 0 & 0 & 0 \\ 6,78883e10 & 1,34868e11 & 6,80876e10 & 0 & 0 & 0 \\ 6,80876e10 & 6,80876e10 & 1,13297e11 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,22222e10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,22222e10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,34448e10 \end{bmatrix} [Pa] \quad (A.1)$$

- Matriz de acoplamiento:

$$g_{mi}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 9,77778 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9,77778 & 0 & 0 \\ -1,81603 & -1,81603 & 9,05058 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [C/m^2] \quad (A.2)$$

- Permitividad Relativa:

$$\beta_{ik} = \begin{bmatrix} 504,1 & 0 & 0 \\ 0 & 504,1 & 0 \\ 0 & 0 & 270 \end{bmatrix} \quad (A.3)$$



## B Matrices del sistema en espacio de estado

En este Anexo se muestran las matrices numéricas del sistema en espacio de estado presentado en la Sección 4. De forma resumida, el modelo en espacio de estado se puede expresar como:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

Siendo las matrices de la expresión:

- Matriz del sistema:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,03193 & -0,003252 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1,216 & -0,01544 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9,282 & -0,128 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

- Matriz de entrada:

$$B = [B_w \quad B_{v1} \quad B_{v2}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0,01 & -0,02 & -0,0049 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0,0019 & 0,002 & -0,002 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0,004 & 0,002 & 0,003 \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

- Matriz de salida:

$$C = \begin{bmatrix} C_y \\ C_{v1} \\ C_{v2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0001 & 0 & -0,0045 & 0 & 0,008 & 0 \\ -0,25 & 0 & 50 & 0 & 100 & 0 \\ -0,05 & 0 & -63 & 0 & 295 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

- Matriz de transferencia directa:

$$D = \begin{bmatrix} D_{yw} & D_{yv} \\ D_{vw} & D_{vv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,8 & 0 \\ 0 & 0 & 1,9 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$