

---

# Aproximación al modelado y control de una barrera de contención ligada a un USV

---



Máster en Ingeniería de Sistemas y Control  
Proyecto de Fin de Máster

Guillermo Sierra Catalán  
Directora: Dra. Matilde Santos Peñas

Universidad Complutense de Madrid  
Universidad Nacional de Educación a Distancia

Junio 2015

Documento maquetado con T<sub>E</sub>XIS v.1.0+.

# Aproximación al modelado y control de una barrera de contención ligada a un USV

Proyecto de Fin de Máster

Dirigido por la Dra.

Matilde Santos Peñas

**Universidad Complutense de Madrid  
Universidad Nacional de Educación a Distancia**

**Junio 2015**



# Autorización

Autorizamos a la Universidad Complutense y a la UNED a difundir y utilizar con fines académicos, no comerciales y mencionando expresamente a sus autores, tanto la memoria de este Trabajo Fin de Máster, como el código, la documentación y/o el prototipo desarrollado.

Firmado:

Guillermo Sierra Catalán

*Para Anita*





# Agradecimientos

Quisiera recordar, en primer lugar a Matilde, por su dedicación durante todo este año. También a Fernando Morilla, por sus consejos y ayuda totalmente desinteresada. Me siento realmente agradecido por ello.

A mis padres y a Fede, les agradezco el apoyo constante y firme. A Anita toda su confianza, y el aguantar monólogos sobre barreras y controladores con una templanza envidiable. A Quico, el haberme dirigido y orientado; siempre está presente. Por último, a Juan y a Palomares, por hacer de recaderos y confidentes.



# Resumen

Este proyecto Fin de Máster trata sobre barreras de contención. Quizá no sea un tema conocido, pero las barreras de contención están presentes en nuestra sociedad y prestan un servicio imprescindible para limitar los daños de los vertidos de sustancias contaminantes en alta mar. Recogida de vertidos (petróleo, basuras), protección de espacios naturales, defensas anti-aéreas, etc son algunas de las áreas donde su uso está más extendido.

En el proyecto nos centraremos en el desarrollo e implementación de un modelo que represente el comportamiento de una barrera propulsada por dos barcos sujetos a sus extremos. Realizaremos también un análisis de interacción entre las variables del modelo, y terminaremos con el diseño de varias estrategias de control que nos permitan dirigir nuestra barrera hacia una posición deseada, con una configuración determinada.

*Palabras clave: barreras de contención, USV (unmanned surface vessels), modelado, acoplamiento, control, sistema multivariable, control inteligente*



# Índice

<b>Agradecimientos</b>	<b>IX</b>
<b>Resumen</b>	<b>XI</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Objetivos de este proyecto . . . . .	2
1.3. Estructura de la memoria . . . . .	2
<b>2. Estado del arte</b>	<b>5</b>
2.1. Barreras de contención . . . . .	5
2.2. Modelos de barreras . . . . .	6
2.3. Estrategias de control . . . . .	7
2.3.1. Control inteligente . . . . .	8
<b>3. Desarrollo e implementación del modelo</b>	<b>11</b>
3.1. Descripción del modelo . . . . .	12
3.2. Dinámica del sistema . . . . .	13
3.3. Implementación . . . . .	18
3.4. Simulaciones . . . . .	20
<b>4. Estrategias de control</b>	<b>25</b>
4.1. Análisis de la interacción entre las variables . . . . .	25
4.1.1. Análisis detallado de la interacción . . . . .	28
4.2. Control fuzzy . . . . .	30
4.3. Control PID por desacoplo . . . . .	38
4.3.1. Implementación del sistema de control. Simulaciones . . . . .	39
<b>5. Conclusiones</b>	<b>45</b>
5.1. Líneas de trabajo futuro . . . . .	45
<b>Bibliografía</b>	<b>47</b>



# Índice de figuras

2.1. Barrera de contención segmentada. De <a href="http://en.rcy.fr/the-oil-spill-boom-specialist/oil-spill-boom">http://en.rcy.fr/the-oil-spill-boom-specialist/oil-spill-boom</a> . . . . .	5
3.1. Barrera arrastrada por dos barcos. Imagen de Bhattacharya et al. (2011a). . . . .	11
3.2. Coordenadas de la barrera en el plano y sistema de referencia empleado. . . . .	13
3.3. Segmento $i$ -ésimo de la barrera, en el que se señalan su centro de masas y un punto $r_i(s)$ . Imagen de Bhattacharya et al. (2011a). . . . .	14
3.4. Velocidades paralela y horizontal a un segmento de la barrera. Imagen de Bhattacharya et al. (2011a). . . . .	14
3.5. Diagrama general del modelo de barreras. . . . .	18
3.6. Vista general de los subsistemas que componen el modelo. Los inputs (verde) son las cuatro fuerzas ya mencionadas. Las salidas (rojo) son las variables de estado. . . . .	19
3.7. Trayectoria de la barrera sometida a una fuerza en dirección SE. . . . .	20
3.8. Variación con respecto al tiempo de las fuerzas de arrastre. Izquierda: fuerzas $f_{Rx}$ y $f_{Lx}$ . Derecha: fuerzas $f_{Ry}$ y $f_{Ly}$ . Todas las fuerzas vienen expresadas en Newtons. . . . .	21
3.9. Trayectoria completa de la barrera sometida a un giro suave. . . . .	21
3.10. Trayectoria de la barrera sometida a un giro suave en distintos momentos. Se observa el movimiento de los dos vértices extremos y la barrera en el estado final. . . . .	22
3.11. Trayectoria de una barrera sometida a un giro brusco, para el confinamiento de manchas . . . . .	23
4.1. Vista general del sistema de control basado en controladores fuzzy SISO (bloques de color naranja). . . . .	30
4.2. Estructura interna de un bloque de control fuzzy-PD. . . . .	30

4.3.	Interfaz de la toolbox <i>fuzzy</i> , en la que se observan distintos parámetros del controlador. . . . .	31
4.4.	Funciones de pertenencia de la variable <i>eth1</i> . . . . .	32
4.5.	Superficie de reglas difusas. . . . .	33
4.6.	. . . . .	34
4.7.	Fuerzas generadas por los controladores SISO fuzzy para la situación del giro cerrado. De arriba a abajo y de izquierda a derecha: $f_{rx}$ , $f_{ry}$ , $f_{lx}$ , $f_{ly}$ . En todas las figuras el eje horizontal representa el tiempo, y el vertical el módulo de la fuerza en Newtons (con signo) . . . . .	35
4.8.	Valores obtenidos mediante los controladores fuzzy de los cuatro estados. De arriba a abajo y de izquierda a derecha: $\theta_1$ , $\theta_2$ , $\theta_3$ e $y_L$ . El eje horizontal representa el tiempo, y el vertical representa radianes para los ángulos, y metros para $y_L$ . . . . .	36
4.9.	. . . . .	37
4.10.	Fuerzas generadas por los controladores SISO fuzzy para la situación de la traslación en dirección NE. En todas las figuras el eje horizontal representa el tiempo, y el vertical el módulo de la fuerza en Newtons (con signo) . . . . .	37
4.11.	Los dos gráficos superiores representan el comportamiento en lazo cerrado de las salidas $\theta_2$ y $\dot{y}_L$ bajo el efecto de consignas consistentes en escalones de amplitud unitaria en los tiempo $t = 50$ y $t = 150$ respectivamente. . . . .	39
4.12.	Vista general del sistema, con controladores PID SISO para los lazos individuales, y el resto por desacoplo. . . . .	40
4.13.	Estructura del controlador PID $2 \times 2$ por desacoplo. . . . .	40
4.14.	. . . . .	41
4.15.	Fuerzas generadas por los controladores PID para la traslación en dirección SW. De arriba a abajo y de izquierda a derecha: $f_{rx}$ , $f_{ry}$ , $f_{lx}$ , $f_{ly}$ . . . . .	41
4.16.	. . . . .	42
4.17.	Fuerzas generadas por los controladores PID para la situación de giro cerrado. De arriba a abajo y de izquierda a derecha: $f_{rx}$ , $f_{ry}$ , $f_{lx}$ , $f_{ly}$ . . . . .	43

# Capítulo 1

## Introducción

Este primer capítulo servirá para presentar el tema sobre el que tratará el presente Proyecto de Fin de Máster. Se realizará una introducción y motivación del tema, basada en la problemática que suscitan los derrames de petróleo u otros vertidos en alta mar.

Se establecerán los objetivos propuestos para este trabajo, y se concluirá con la descripción de la estructura del trabajo.

### 1.1. Motivación

Los derrames de petróleo y otras sustancias nocivas constituyen un desastre de enorme magnitud tanto social y económicamente como, sobre todo, desde el punto de vista medioambiental. La enorme demanda a nivel mundial de petróleo y derivados hace necesarios numerosos viajes de cargueros de enormes dimensiones, que en algunos desafortunados casos como el Amoco Cadiz, el Exxon Valdez o los más recientes Prestige u Oleg Naydenov (cuyo caso ha acontecido este pasado mes de abril), como puede verse en Luoma (2009), pueden dar lugar a fugas o hundimientos, provocando así derrames de petróleo que contaminan el medio, repercutiendo fuertemente en la salud y biodiversidad de la zona, además del lógico gasto económico, tanto en cuanto a limpieza como a la propia pérdida del fuel u otro producto.

Así pues se entiende la necesidad de establecer modelos y estrategias de control para el confinamiento y limpieza de las manchas de las sustancias que intervienen en estos desastres. Los más populares son los basados en barreras de contención, propulsadas por uno o dos buques. La automatización del movimiento de estas barreras y optimización de las trayectorias a seguir son fundamentales para conseguir reducir el impacto provocado por los mencionados derrames. El enfoque que se le suele dar a estos trabajos es variado: desde el modelado de la propia mancha, estableciendo su dinámica de movimiento en un océano cerrado, al estudio hidrodinámico de la forma

de la barrera en sí, o de cada uno de los segmentos en los que se divide. El que nos ocupa en este trabajo es otro: el establecimiento de un modelo de la dinámica de la barrera, para su posterior control. Este se llevará a cabo mediante técnicas de control inteligente, y se establecerá una comparativa entre los resultados obtenidos con éstas y otros métodos más convencionales.

## 1.2. Objetivos de este proyecto

Este proyecto consta de tres tipos diferenciados de objetivos.

- En primer lugar, nos proponemos la realización de un estudio bibliográfico sobre las diferentes aplicaciones de las barreras de contención, en concreto sobre las relacionadas con el confinamiento de sustancias nocivas.
- El segundo objetivo es el desarrollo e implementación de un modelo que describe la dinámica de una barrera de contención. Dada la producción sobre este tema realizada por el grupo de investigación ISCAR de la UCM (Pereda et al. (2011), Giron-Sierra et al. (2015)), nos hemos propuesto avanzar en otra dirección, trabajando sobre un modelo diferente que aporte un enfoque distinto al estudio del control de la dinámica de la barrera. En este objetivo incluimos también la realización de simulaciones del comportamiento de la barrera, basadas en el modelo desarrollado.
- El último objetivo se basa en el diseño de distintas estrategias de control para el modelo desarrollado. En concreto, se realizará un análisis de las interacciones presentes entre las entradas y salidas del modelo, para luego diseñar distintas estrategias de control. En primer lugar emplearemos una serie de cuatro controladores fuzzy en paralelo, para cuatro lazos de control SISO. En segundo lugar, y tras un análisis más en profundidad del acoplamiento, se implementará una estrategia de control basada en controladores PID.

## 1.3. Estructura de la memoria

La estructura de este trabajo se ha organizado en varios capítulos, que pasan a describirse a continuación:

- En primer lugar, en el capítulo 2 se llevará a cabo un estudio de las diferentes aplicaciones de las barreras de contención, centrándose en el confinamiento de sustancias vertidas en el mar. El tema es amplio y puede ser estudiado desde numerosos puntos de vista, que van desde a la optimización de trayectorias, como se expone en Soonkyum (2014),

hasta el diseño de barreras tipo *funnel & gate* (cuyo uso está muy extendido), que proponen autores como McGovern et al. (2002), o al desarrollo de modelos y sistemas de control, que es el ámbito que nos ocupará.

- En el capítulo 3 se estudiará el modelo de Bhattacharya et al. (2011a). Se expondrá el desarrollo necesario para obtener un sistema de ecuaciones diferenciales que representa en el espacio de estados el movimiento de la barrera. Se describirá cómo se ha implementado dicho modelo, y cómo se ha llegado a la mencionada representación, la cual no aparece en el artículo original. Se finalizará con la realización y análisis de varias simulaciones del comportamiento de la barrera.
- En el capítulo 4 se aplicarán dos técnicas de control: fuzzy y PID. Se incluirán todos los análisis de interacción realizados, y que han influido en el diseño de las distintas configuraciones de control.
- El trabajo termina con un último capítulo en el que se exponen las conclusiones obtenidas y los trabajos futuros planteados.



## Capítulo 2

# Estado del arte

Este capítulo se divide en varias secciones. En la primera se habla de las barreras de contención, mencionando tipos, características y aplicaciones. Se sigue con una sección sobre el establecimiento de distintos modelos de barreras. Finalmente se incluye una sección sobre estrategias de control de barreras de contención, en la que se incluye una breve reseña sobre control inteligente.

### 2.1. Barreras de contención

Las barreras de contención son un elemento de gran relevancia en el confinamiento y transporte de vertidos en el mar. Se distinguen dos tipos: barreras rígidas y barreras hinchables. Todas éstas suelen presentar una estructura segmentada, como se aprecia en la figura 2.1.



Figura 2.1: Barrera de contención segmentada. De <http://en.rcy.fr/the-oil-spill-boom-specialist/oil-spill-boom>

La mayoría de barreras que se comercializan son hinchables, aunque existen otros tipos, como la denominada de *túnel y puerta*. Sin embargo, la estructura hinchable permite establecer modelos matemáticos de las barreras por medio de submodelos de cada segmento, estudiando los ángulos formados entre dichos segmentos y las velocidades relativas entre éstos.

El perfil y, en general la forma de la barrera es otro aspecto decisivo en su comportamiento, dado que la hidrodinámica puede afectar a ésta desviando su trayectoria o alterando su velocidad. En Castro et al. (2010) puede encontrarse un análisis bastante detallado acerca de este aspecto. En el presente trabajo no nos centraremos en esta característica, considerando la barrera como una composición de cilindros unidos en sus extremos.

Mencionamos también otro planteamiento del concepto de barrera que difiere de lo anteriormente citado. En lugar de barreras flexibles y segmentadas, en McGovern et al. (2002) se propone el uso de una barrera hueca, a modo de tubo. Dicha barrera consta de una puerta de entrada que regula la entrada del vertido que se pretenda recoger. Estos sistemas se denominan *funnel and gate* (túnel y puerta). Esta misma idea se emplea también con barreras permeables, y su uso se extrapola a la recogida de otros tipos de vertidos, como puede verse en los estudios realizados por Shabalala et al. (2014) y Mumford et al. (2014).

Por otro lado, existen multitud de influencias externas que afectan a la dinámica de las barreras de contención. El viento, la corriente, las olas y otros factores ambientales o humanos influyen de forma decisiva en el comportamiento de la barrera, y puede complicar su dinámica bastante.

En cuanto a aplicaciones, aparte de las destinadas al confinamiento de manchas de sustancias en superficies acuáticas, que trataremos en el siguiente capítulo, destacan

- Las destinadas al confinamiento de basuras, Slat (2013)
- Puentes flotantes: Watanabe et al. (2004), aunque constituya un caso algo alejado del que nos ocupa
- Defensas anti-proyectiles, Murray (1990)
- Preservación del medio costero. Puede citarse como ejemplo un programa del gobierno australiano para la preservación de manglares: Russell y Michaels (2012)

## 2.2. Modelos de barreras

Dado que el objetivo de este trabajo es el diseño de estrategias de control, es imprescindible contar con un modelo que describa el comportamiento de

la barrera. A este respecto, la tesis de Amini (2007) propone un amplísimo estudio sobre diversos aspectos relacionados con las barreras y el vertido de petróleo que están destinadas a recoger. Se presentan modelos numéricos y simulaciones experimentales. Estos modelos están muy relacionados con modelos de la dinámica de la propia mancha de petróleo. Uno de estos es el propuesto por Badesha et al. (1993), donde se aplican métodos basados en elementos finitos para estudiar el comportamiento tridimensional del vertido. Otros, como el publicado por Lu et al. (2015) tratan el comportamiento de barreras neumáticas en aguas con presencia de corrientes.

Otros modelos son más sencillos. Zhu y Strunin (2002) proponen un modelo numérico basado en un sistema integral de cálculo de flujos bajo la suposición de una densidad del agua muy baja, lo que simplifica las expresiones obtenidas. Xing et al. (2011) plantea otro modelo, basado en representaciones numéricas de olas, y en el *momentum source method*. Se propone así un modelo bastante robusto, que tiene en cuenta los efectos de viento y olas.

Los modelos planteados hasta ahora no proporcionan una representación en el espacio de estados ni mediante función de transferencia de la dinámica de la barrera. Estas representaciones son las más prácticas, ya que facilitan el diseño de controladores, lo que constituye nuestro objetivo. Una búsqueda bibliográfica nos lleva a artículos como Pereda et al. (2011), en el que se plantea un modelo matemático en el espacio de estados basado en una barrera segmentada, por el cual se establecen las relaciones entre dichos segmentos. En Bhattacharya et al. (2011a) y Bhattacharya et al. (2011b) se proponen otros modelos en el espacio de estados basados en el cálculo de tensiones y momentos entre los distintos segmentos de la barrera, aunque bajo un planteamiento diferente que los artículos Pereda et al. (2011) y Giron-Sierra et al. (2015).

Uno de los modelos propuestos por Bhattacharya et al. (2011a), en el cual se toman como entradas las fuerzas ejercidas por los barcos en cada extremo de la barrera, y como salida las posiciones y ángulos entre segmentos, ha sido el modelo elegido para nuestro trabajo, que desarrollaremos en el siguiente capítulo.

## 2.3. Estrategias de control

Algunas de las estrategias de control existentes para barreras se citarán a continuación. En Giron-Sierra et al. (2015) se propone una estrategia de control que combina el autopiloto de los dos barcos que arrastran la barrera con la propia dinámica de ésta. En este caso se controla el rumbo de los barcos que arrastran la barrera, unidos a los extremos de ésta. Se les especifica a los barcos una trayectoria a seguir, y se controla el rumbo de ambos mediante los valores obtenidos de error del rumbo (con respecto a un rumbo de consigna) y error lateral (desviación con respecto a la línea que debería seguir cada

barco).

Un enfoque muy similar lo propone Arrichiello et al. (2010), donde se presenta una arquitectura de control jerárquico en la que se definen varios niveles de acción interconectados. Asimismo es común el uso de controladores PID (en el mismo Giron-Sierra et al. (2015) aparece como elemento del control cooperativo, y en la mayoría de estrategias aparecen de uno u otro modo).

Otra estrategia interesante la propone Pereda et al. (2011). Se definen varios requerimientos de control (los barcos que arrastran la barrera deben mantener una distancia de seguridad entre ellos, el centroide de los mismos debe seguir una trayectoria consigna, y la línea que los une debe ser perpendicular al rumbo que están siguiendo). Una vez definidos estos requerimientos, se emplea una estrategia de control *Null-Space-Based*, que proporciona resultados bastante satisfactorios, como puede comprobarse en el mismo artículo.

Finalmente comentamos también la estrategia de control propuesta por Bhattacharya et al. (2011a), en el mismo artículo del que hemos extraído el modelo que implementaremos en este trabajo. En este caso se propone una estrategia de control cooperativo, destinado a afrontar problemas sobre maximización de área abarcada por la barrera, y control de la forma de ésta, para que se adecue a la recogida de manchas de vertidos con formas irregulares.

Sin embargo, la aplicación de técnicas de control inteligente a este problema concreto es novedosa, y en combinación con las presentadas puede introducir un enfoque interesante. A continuación incluimos una pequeña sección en la que introducimos los conceptos básicos relativos al control inteligente.

### 2.3.1. Control inteligente

El control inteligente consiste en la aplicación de técnicas de inteligencia artificial para el diseño de sistemas de control complejos que, o bien por su dificultad son inabordables mediante técnicas clásicas, o dicha aplicación supone una mejora importante en el rendimiento. La aplicación de estas técnicas lleva a controladores *heurísticos, no lineales y quizá con aprendizaje*.

Su éxito se debe en parte a la aplicación de técnicas denominadas como *soft computing*, que consisten en la combinación de diferentes técnicas de control inteligente (lógica fuzzy, redes neuronales, algoritmos genéticos...) en un mismo problema de manera cooperativa.

En este trabajo emplearemos estrategias de control difuso (fuzzy control). Éste se basa en la lógica difusa, la cual es una generalización de la lógica clásica, por la cual se establece un grado de verdad en el intervalo  $[0, 1]$ , en lugar de asignar únicamente la verdad (1) o la falsedad (0) de una afirmación. De este modo se pueden diseñar sistemas de control que superan en robustez

y adaptabilidad a otras técnicas convencionales, aunque también presentan una estructura (no lineal) más compleja. Para más detalle sobre control fuzzy y su diseño, además de aplicaciones reales, puede consultarse el artículo de Santos (2011).



## Capítulo 3

# Desarrollo e implementación del modelo

En este capítulo estudiaremos el modelo de fuerzas controladas presentado por Bhattacharya et al. (2011a). Se trata de un modelo que describe la evolución de una barrera arrastrada por dos barcos, cada uno de ellos anclado en un extremo de la misma, como puede verse en la figura (3.1).

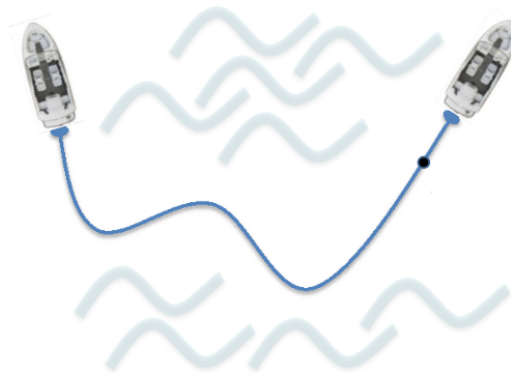


Figura 3.1: Barrera arrastrada por dos barcos. Imagen de Bhattacharya et al. (2011a).

### 3.1. Descripción del modelo

Se considera que el movimiento se desarrolla en el plano que forma la superficie acuática en la que se mueve la barrera, es decir, sin tener en cuenta movimientos verticales. Este modelo se basa en dividir la barrera en un número  $n$  de segmentos, con longitud  $L_i$  y masa  $m_i$ , para  $i = 1, \dots, n$ . Para este trabajo hemos tomado  $n = 3$  y  $L_i = m_i = 1$  para todo  $i = 1, \dots, n$ . Los segmentos se consideran rígidos, y con uniones articuladas entre ellos. Así pues la barrera presentará dos vértices extremos, que van unidos a los barcos, y otros dos vértices medios.

Dado un sistema de referencia inercial, en coordenadas cartesianas, se consideran las siguientes entradas al modelo:

- $f_{rx}$ : Fuerza en la dirección del eje OX que ejerce el barco derecho
- $f_{ry}$ : Fuerza en la dirección del eje OY que ejerce el barco derecho
- $f_{lx}$ : Fuerza en la dirección del eje OX que ejerce el barco izquierdo
- $f_{ly}$ : Fuerza en la dirección del eje OY que ejerce el barco izquierdo.

Así pues, se requiere que los barcos izquierdo y derecho controlen las fuerzas que aplican a los cables que los unen a la barrera. Las salidas asociadas, como puede observarse en la figura (3.2), son:

- $x_L$ : coordenada X del extremo izquierdo de la barrera
- $y_L$ : coordenada Y del extremo izquierdo de la barrera
- $\theta_1$ : ángulo que forma el primer segmento con el eje OX positivo
- $\theta_2$ : ángulo que forma el segundo segmento con el eje OX positivo
- $\theta_3$ : ángulo que forma el tercer segmento con el eje OX positivo.

De este modo, empleando las coordenadas  $(x_L, y_L)$  del extremo izquierdo de la barrera y los ángulos  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  y  $\theta_3$ , se pueden obtener las coordenadas de los vértices de la barrera y de su extremo derecho, como se verá más adelante. A partir de este punto, las fuerzas se medirán en Newtons, los ángulos en radianes a partir del semieje X positivo, y las coordenadas cartesianas en metros, según el sistema de referencia indicado en la figura (3.2).

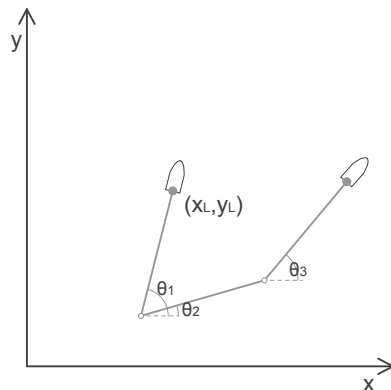


Figura 3.2: Coordenadas de la barrera en el plano y sistema de referencia empleado.

### 3.2. Dinámica del sistema

Una vez definidas las variables del modelo, podemos establecer expresiones para desarrollarlo.

Sea  $S_i$  el segmento  $i$ -ésimo de la barrera, entonces la posición de su centro de masas  $p_i$  viene dada como

$$p_i = \begin{bmatrix} x_L \\ y_L \end{bmatrix} + \sum_{j=1}^{i-1} \begin{bmatrix} \cos(\theta_j) \\ \sin(\theta_j) \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

Por tanto, la posición de un punto  $r_i(s)$ , a distancia  $s$  del centro de masa de su segmento, vendrá dada como

$$r_i(s) = p_i + s \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

En la figura (3.3) podemos observar las posiciones relativas de los elementos que se han definido.

También podemos definir los vectores tangente  $u_i^{\parallel}$  y ortogonal ( $u_i^{\perp}$ ) al segmento  $S_i$  como:  $u_i^{\parallel} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) \end{bmatrix}$  y  $u_i^{\perp} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta_i) \\ \cos(\theta_i) \end{bmatrix}$ .

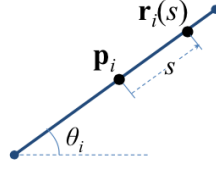


Figura 3.3: Segmento  $i$ -ésimo de la barrera, en el que se señalan su centro de masas y un punto  $r_i(s)$ . Imagen de Bhattacharya et al. (2011a).

Así pues, dado un punto  $r_i(s)$  del segmento, a distancia  $s$  del centro de masas  $p_i$  de dicho segmento, podemos definir los vectores velocidad paralela y ortogonal al segmento:

$$\begin{aligned} v_i^{\parallel}(s) &= \left( u_i^{\parallel} \cdot \dot{r}_i(s) \right) u^{\parallel} \\ v_i^{\perp}(s) &= \left( u_i^{\perp} \cdot \dot{r}_i(s) \right) u^{\perp}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

En la figura (3.4) se observa una representación gráfica de estas variables. La velocidad ortogonal va en la dirección del vector ortogonal, e igualmente con los paralelos.

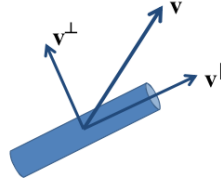


Figura 3.4: Velocidades paralela y horizontal a un segmento de la barrera. Imagen de Bhattacharya et al. (2011a).

Por otro lado, definamos la fuerza externa neta,  $F_i$ , y el torque,  $\tau_i$ , debidos al arrastre del  $i$ -ésimo segmento:

$$\begin{aligned} F_i &= \begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \end{bmatrix} = - \int_{-1/2}^{1/2} \left( c_V v_i^{\parallel}(s) + c_S v_i^{\perp}(s) \right) ds \\ \tau_i &= - \int_{-1/2}^{1/2} \left( r_i(s) \times \left( c_V v_i^{\parallel}(s) + c_S v_i^{\perp}(s) \right) \right) ds. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Donde  $c_V$  y  $c_S$  son parámetros en función del número de Reynolds  $Re$ , el

coeficiente de arrastre  $C_D$ , la densidad viscosa  $\mu$  y la densidad del agua  $\rho$ , c.f. Bhattacharya et al. (2011a).

En la ecuación (3.4.), la notación  $\times$  no denota producto vectorial, sino expresa que  $[a, b] \times [c, d] = ac - bd$ .

Una vez conocidas las expresiones de estas variables, estamos en condiciones de definir las fuerzas generalizadas que nos permitirán plantear las ecuaciones del movimiento de Lagrange. Estas fuerzas son:

$$\begin{aligned} Q_{xL} &= f_{lx} + f_{rx} + \sum_{j=1}^3 F_j \cdot \frac{\partial p_j}{\partial xL} \\ Q_{yL} &= f_{ly} + f_{ry} + \sum_{j=1}^3 F_j \cdot \frac{\partial p_j}{\partial yL} \\ Q_{\theta_i} &= -f_{rx} \sin(\theta_i) + f_{ry} \cos(\theta_i) + \tau_i + \sum_{j=1}^3 F_j \cdot \frac{\partial p_j}{\partial \theta_i}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

para  $i = 1, 2, 3$ . (Dado que estamos empleando  $n = 3$  segmentos, trabajamos con 3 ángulos  $\theta_1, \theta_2$  y  $\theta_3$ .)

Así pues, la energía cinética de la barrera en conjunto será:

$$K = \sum_{i=1}^3 \left( \frac{1}{2} |\dot{p}_i|^2 + \frac{1}{24} |\dot{\theta}_i|^2 \right), \quad (3.6)$$

donde  $\dot{p}_i$  es la velocidad del centro de masas del segmento  $S_i$ , y  $\dot{\theta}_i$  la velocidad angular que presenta este segmento. El primer término  $\frac{1}{2} |\dot{p}_i|^2$  corresponde a la energía de traslación de la barrera, mientras que  $\frac{1}{24} |\dot{\theta}_i|^2$  a la de rotación.

De este modo, las ecuaciones de movimiento en coordenadas generalizadas de Lagrange vendrán dadas por la siguiente expresión:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_i} - Q_{q_i} = 0, \quad (3.7)$$

donde  $q_i \in \{x_L, y_L, \theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ . Estas  $n + 2 = 5$  ecuaciones definen el comportamiento de la barrera.

Se han implementado en Matlab funciones representando las variables definidas en las ecuaciones (3.1)-(3.7), empleando lenguaje simbólico. Mediante una combinación adecuada de estas funciones, siguiendo las pautas indicadas en el desarrollo anterior, se llega a un sistema de ecuaciones diferenciales que modela en el espacio de estados el comportamiento de la barrera.

Un ejemplo de una de estas funciones es la diseñada para la posición del centro de masas  $p_i$  de cada segmento:

```
function p1 = position1(xL, yL, theta, i)
```

```

p1=[xL yL]+(1/2)*[cos(theta(i)) sin(theta(i))];
for j=2:i-1
    p1=p1+[cos(theta(j)) sin(theta(j))];
end

end

```

Para obtener las derivadas como  $\dot{x}_L$  o  $\dot{\theta}_i$ , que son necesarias en el proceso de construcción del sistema de ecuaciones diferenciales final, se han definido como simbólicas estas variables, y se han expresado del siguiente modo:

```

syms xL;
syms yL;
syms theta1;
syms theta2;
syms theta3;

%%

syms xLdot;
syms yLdot;
syms theta1dot;
syms theta2dot;
syms theta3dot;

%%

xL=xLdot*t;
yL=yLdot*t;
theta1=theta1dot*t;
theta2=theta2dot*t;
theta3=theta3dot*t;

```

Mediante esta definición podemos derivar simbólicamente, obteniendo que  $\text{diff}(xL, t)=xLdot$ , y expresiones análogas para cada variable de estado.

Empleando estas funciones hemos hallado la expresión de la energía cinética, empleando la siguiente función:

```

function K = kinetic( p, theta)
syms t;
K=1/2*(norm(diff(p(1), t))^2+(1/12)*norm(diff(theta(1), t))^2);

for j=2:3
    K=K+1/2*(norm(diff(p(j), t))^2+(1/12)*norm(diff(theta(j), t))^2);
end

```

end

La ejecutamos, empleando como variables de entrada los vectores  $p=[\text{position1}(xL, yL, \text{theta}, 1), \text{position1}(xL, yL, \text{theta}, 2), \text{position1}(xL, yL, \text{theta}, 3)]$  y  $\text{theta}=[\text{theta1}, \text{theta2}, \text{theta3}]$ . Obtenemos la siguiente expresión:

```
K=kinetic([position1(xL, yL, theta, 1), position1(xL, yL, theta, 2),
           position1(xL, yL, theta, 3)], theta);
```

La expresión final de la energía cinética es la siguiente:

$$K = (yLdot + (\text{theta1dot} * \cos(\text{theta1})) / 2)^2 / 2 + \\ (xLdot - (\text{theta1dot} * \sin(\text{theta1})) / 2)^2 / 2 + \\ (xLdot - (\text{theta2dot} * \sin(\text{theta2})) / 2)^2 / 2 + (\text{theta1dot})^2 / 24 + \\ (\text{theta2dot})^2 / 24 + (\text{theta3dot})^2 / 24;$$

Una vez obtenida, hemos realizado las derivadas necesarias para obtener las ecuaciones finales. A continuación mostramos las derivadas realizadas para obtener las  $\frac{\partial K}{\partial \dot{x}_L}$  y  $\frac{d(\frac{\partial K}{\partial \dot{x}_L})}{dt}$ , que se han empleado para obtener las ecuaciones de movimiento de Lagrange. Notamos que para realizar este proceso es necesario limpiar los valores de las variables de estado, de modo que no exista relación entre  $xL$  y  $xLdot$ ,  $yL$  e  $yLdot$ , etc.

```
%(d(K, zdot):
```

```
dKxLdot=diff(Kk, xLdot);
```

```
%d(d(K, zdot), t). Se calcula con la regla de la cadena para todas las
%variables:
```

```
dKxLdott=diff(dKxLdot, xL)*xLdot + diff(dKxLdot, xLdot)*xLdotdot+
diff(dKxLdot, yL)*yLdot + diff(dKxLdot, yLdot)*yLdotdot +
diff(dKxLdot, theta1)*theta1dot+diff(dKxLdot, theta2)*theta2dot+
diff(dKxLdot, theta3)*theta3dot+(diff(dKxLdot, xLdot)*xLdotdot +
diff(dKxLdot, yLdot)*yLdotdot + diff(dKxLdot, theta1dot)*theta1dotdot
+diff(dKxLdot, theta2dot)*theta2dotdot+diff(dKxLdot, theta3dot)*theta3dotdot);
```

Hemos realizado estas mismas operaciones para cada variable de estado, obteniendo así las 5 ecuaciones de movimiento de Lagrange, para los estados

$x_L, y_L, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ . Estas ecuaciones son las siguientes:

$$\frac{dx_L}{dt} = \frac{f_{rx} + f_{lx}}{9}$$

$$\frac{dy_L}{dt} = \frac{f_{ry} + f_{ly}}{9}$$

$$\frac{d^2\theta_1}{dt^2} = -18(\cos(\theta_1)\dot{y}_L - \dot{x}_L \sin(\theta_1) - f_{ry} \cos(\theta_1) + f_{rx} \sin(\theta_1) + \frac{1}{8} \sin(\theta_1)(1 + \dot{\theta}_1))$$

$$\frac{d^2\theta_2}{dt^2} = -54(\cos(\theta_2)\dot{y}_L - \dot{x}_L \sin(\theta_2) - f_{ry} \cos(\theta_2) + f_{rx} \sin(\theta_2) + \frac{1}{8} \sin(\theta_2)(1 + \dot{\theta}_2))$$

$$\frac{d^2\theta_3}{dt^2} = -18(\cos(\theta_3)\dot{y}_L - \dot{x}_L \sin(\theta_3) - f_{ry} \cos(\theta_3) + f_{rx} \sin(\theta_3) + \frac{1}{8} \sin(\theta_3)(1 + \dot{\theta}_3))$$

(3.8)

Los coeficientes numéricos que aparecen se han obtenido empleando los límites de integración que se han mencionado en las ecuaciones (3.1)-(3.7), resultados de particularizar las ecuaciones generales que aparecen en Bhat-tacharya et al. (2011a) para  $n = 3$  y  $L_i = m_i = 1$  para todo  $i = 1, \dots, n$ .

### 3.3. Implementación

Una vez hallado el sistema de ecuaciones diferenciales que describe el comportamiento del sistema (3.8), pasamos a simularlo. Para ello lo hemos implementado en Simulink. En la figura (3.5) se observa una vista general del diagrama.

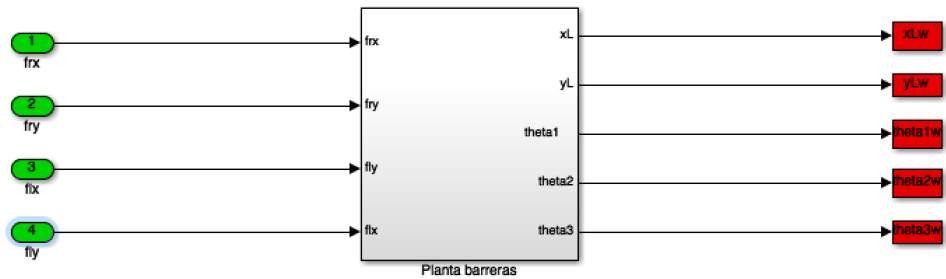


Figura 3.5: Diagrama general del modelo de barreras.



### 3.4. Simulaciones

Hemos realizado simulaciones que muestran el comportamiento de la barrera en distintas situaciones. En primer lugar se muestra una trayectoria en rumbo sureste, fruto de aplicar fuerzas  $f_{rx} = f_{lx} = 1$  y  $f_{ry} = f_{ly} = -1$ , y partiendo de las condiciones iniciales  $x_L = y_L = 0$  metros,  $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_2 = 0$ ,  $\theta_3 = -\frac{\pi}{2}$  radianes.

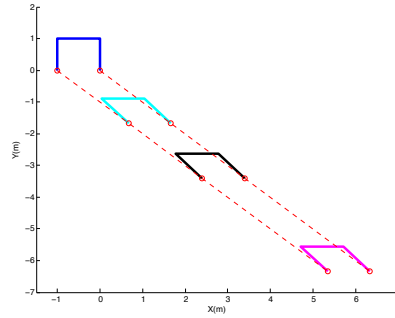


Figura 3.7: Trayectoria de la barrera sometida a una fuerza en dirección SE.

La barrera desciende (avanza en sentido negativo respecto al eje Y), a la vez que avanza en sentido positivo con respecto al eje X. La posición inicial corresponde a la primera que se muestra en la figura (3.7.), en color rojo.

Se observa que la barrera mantiene sus tres segmentos con una forma predeterminada, lo que corresponde a las fuerzas de entrada de igual módulo, en todas las direcciones.

También hemos llevado a cabo una simulación que representa un giro hacia la derecha, precedido de una trayectoria descendente (en el sentido negativo del eje Y). Se ha conseguido empleando funciones sigmoideas para las fuerzas de entrada. El módulo de las fuerzas  $f_{rx}$  y  $f_{lx}$  cambia suavemente de 0 a 1 Newtons, lo que representa fuerzas horizontales que comienzan siendo nulas y terminan con módulo 1 y sentido positivo (hacia la derecha).

Las fuerzas  $f_{ry}$  y  $f_{ly}$  siguen una evolución de igual forma pero trasladada: comienzan tomando un valor de  $-1$  (fuerza con sentido negativo, con respecto al eje Y) a 0 Newtons (provocando un movimiento puramente en la dirección del eje X: horizontal).

En la figura (3.8) se muestran estas fuerzas aplicadas:

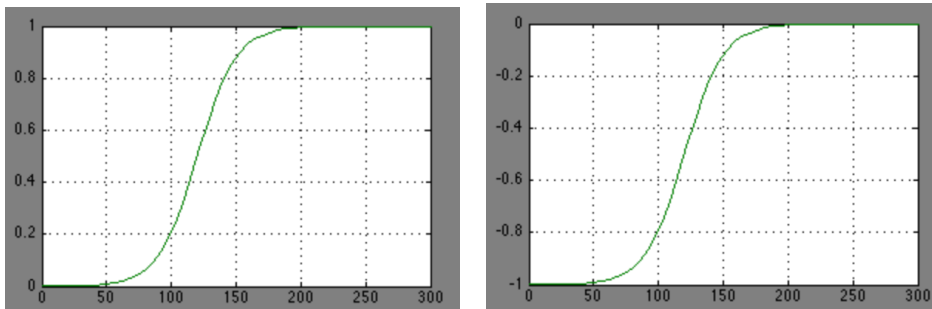


Figura 3.8: Variación con respecto al tiempo de las fuerzas de arrastre. Izquierda: fuerzas  $f_{Rx}$  y  $f_{Lx}$ . Derecha: fuerzas  $f_{Ry}$  y  $f_{Ly}$ . Todas las fuerzas vienen expresadas en Newtons.

Partiendo de las condiciones iniciales  $x_L = y_L = 0$  metros,  $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_2 = 0$ ,  $\theta_3 = -\frac{\pi}{2}$  radianes, y empleando estas fuerzas, hemos realizado una simulación de un giro suave a la derecha, incluyendo además la siguiente saturación en los ángulos:

$$\theta_1 \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right) \quad \theta_2 \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right) \quad \theta_3 \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right) \quad (3.9)$$

La trayectoria completa puede observarse en la siguiente figura:

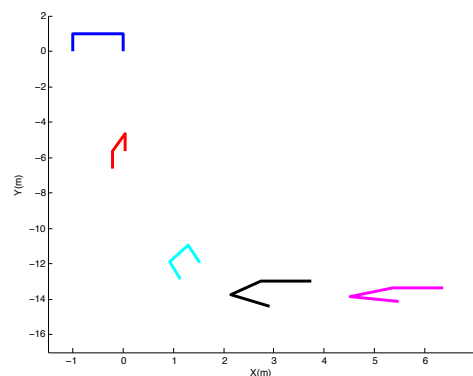


Figura 3.9: Trayectoria completa de la barrera sometida a un giro suave.

En las siguientes imágenes se aprecia el comportamiento conseguido, mostrando la barrera y la evolución de la posición de sus extremos a lo largo del tiempo.

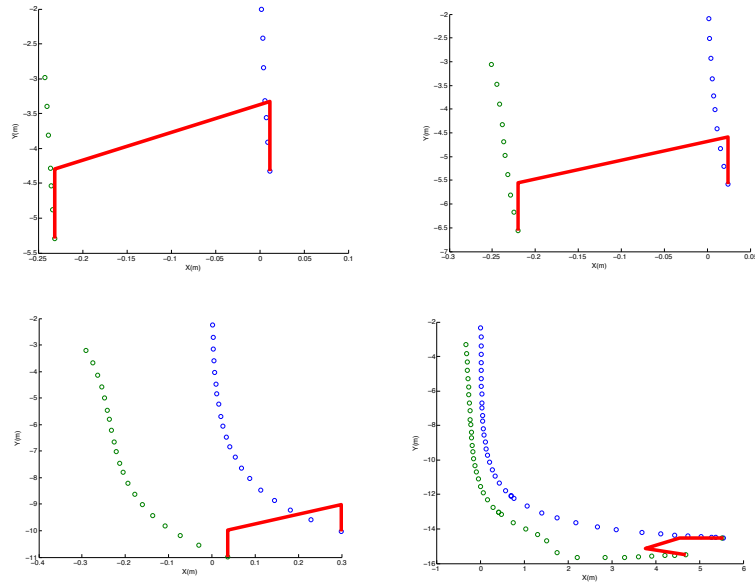


Figura 3.10: Trayectoria de la barrera sometida a un giro suave en distintos momentos. Se observa el movimiento de los dos vértices extremos y la barrera en el estado final.

Por último, hemos llevado a cabo otra simulación en la que se representa un giro cerrado, en el cual las coordenadas  $(x_L, y_L)$  no varían. Este giro podría ser útil para el confinamiento de una cierta mancha de algún vertido que deseemos recoger. Se ha partido de las mismas condiciones iniciales que en las simulaciones anteriores ( $x_L = y_L = 0$ ,  $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_2 = 0$ ,  $\theta_3 = -\frac{\pi}{2}$ ) y se han aplicado las fuerzas  $f_{rx} = f_{ry} = -1$  y  $f_{lx} = f_{ly} = 1$ . Este movimiento, al igual que los asociados a las simulaciones anteriores, se intentará reproducir mediante el uso de las estrategias de control diseñadas en el Capítulo 4.

Los resultados obtenidos pueden observarse en la imagen 3.11:

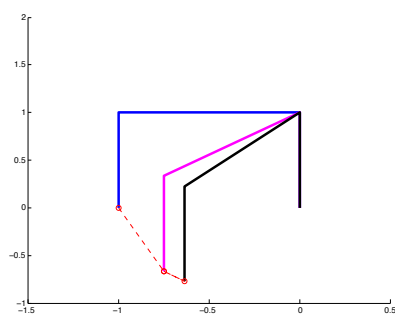


Figura 3.11: Trayectoria de una barrera sometida a un giro brusco, para el confinamiento de manchas

Así pues, observamos que el modelo implementado puede reproducir el comportamiento de la barrera en la mayoría de situaciones que se pueden presentar en cuanto a confinamiento de manchas de vertidos, y de traslaciones para alcanzar dichas manchas.



## Capítulo 4

# Estrategias de control

En este capítulo desarrollaremos varias estrategias para intentar controlar de forma adecuada el comportamiento de la barrera. Nos basaremos en el modelo expuesto en el capítulo 3. En primer lugar incluiremos un análisis de la interacción presente entre las variables de nuestro modelo. Posteriormente, y basándonos en dicho análisis, implementaremos controladores fuzzy y PID con distintas configuraciones. Finalmente discutiremos los resultados obtenidos.

### 4.1. Análisis de la interacción entre las variables

Dado que la barrera, tal como ha sido modelada, es un sistema multivariable, realizaremos en primer lugar un análisis de las posibles interacciones entre las entradas y salidas de la misma. Para ello nos basaremos en la matriz de ganancias relativas o RGA (*relative gain array*), que fue introducida por Bristol (1966).

Para computar ésta, en primer lugar calculamos la matriz de ganancias en el estado estacionario, o SSGM (*steady state gain matrix*). Para hallar esas matrices necesitamos tener nuestro sistema representado mediante funciones de transferencia, para lo que se ha de linealizar previamente. Para realizar este proceso completo, hemos desarrollado un script en Matlab mediante el cual obtenemos finalmente la matriz RGA. Se han definido los puertos de entrada y salida del sistema para la linearización, y se han calculado los puntos de operación.

```
%SCRIPT PARA EL ESTUDIO DE LA INTERACCIÓN
```

```
%1. Calculamos las especificaciones que nos permitan calcular los  
%puntos de operación para la linearización
```

```
opspec = operspec('Planta_barreras');
```

```
%2. Hallamos los puntos de operación.
op = findop('Planta_barreras',opspec);

%3. Definimos puertos de entrada y salida para la linearización sobre el
%mismo diagrama de simulink (Click derecho > Linear Analysis Points).
%Después definimos el vector de Input/Output:

io=getlinio('Planta_barreras');

%4. Calculamos la representación del sistema linealizado

linsys = linearize('Planta_barreras',op,io);

%5. Por último pasamos el sistema a la representación de función de
%transferencia

TF=tf(linsys);

%Pasamos al estudio de la interacción. Calculamos la matriz RGA:

SSGM=dcgain(TF);
RGA=SSGM.*(pinv(SSGM))';
%Aplicamos la pseudoinversa, ya que el proceso no es cuadrado.
```

Observamos en la matriz de funciones de transferencia  $TF$  que en las filas 4ª y 5ª aparecen de integradores puros. La mejor forma de lidiar con este problema (no se puede calcular la  $SSGM = \lim_{s \rightarrow 0} TF(s)$ , ya que presentaría valores infinitos, y por tanto tampoco la RGA), es tomar las derivadas de las salidas  $(\dot{x}_L, \dot{y}_L)$ , en lugar de las variables originales  $(x_L, y_L)$ . Tomando estas variables, se obtiene la siguiente RGA (4.2), que ya no presenta ningún problema.

$$TF = \begin{bmatrix} \frac{4}{s^2+1,5s+8} & 0 & \frac{4}{s^2+1,5s+8} & 0 \\ 0 & \frac{1,885e6}{s^2-1,5} & 0 & -\frac{1,885e6}{s^2-1,5} \\ \frac{-2}{s^2+1,5s+8} & 0 & \frac{10}{s^2+1,5s+8} & 0 \\ \frac{0,1111}{s} & 0 & \frac{0,1111}{s} & 0 \\ 0 & \frac{0,1111}{s} & 0 & \frac{0,1111}{s} \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

La matriz RGA, con 4 columnas (asociadas a  $f_{Lx}$ ,  $f_{Ly}$ ,  $f_{Rx}$ ,  $f_{Ry}$ ) y 5 filas (asociadas a  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$ ,  $x_L$  e  $y_L$  respectivamente) es:

$$RGA = \begin{bmatrix} 0,7941 & 0 & 0,1588 & 0 \\ 0 & 0,5000 & 0 & 0,5000 \\ 0,1667 & 0 & 0,8333 & 0 \\ 0,0392 & 0 & 0,0078 & 0 \\ 0 & 0,5000 & 0 & 0,5000 \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

La regla de emparejamiento nos dice que es aconsejable emparejar cada entrada con la salida con la cual presente una ganancia relativa positiva más cercana a la unidad. De este modo, obtenemos el siguiente emparejamiento:

- $f_{Lx}$  con  $\theta_1$
- $f_{Ly}$  con  $\theta_2$  (pese a presentar una ganancia relativa con un valor de 0,5).
- $f_{Rx}$  con  $\theta_3$
- $f_{Ry}$  con  $\dot{y}_L$ . (pese a presentar una ganancia relativa con un valor de 0,5).

Obtenemos un sistema cuadrado de orden 4, en el cual la salida  $x_L$  no está emparejada con ninguna entrada, al presentar ganancias relativas asociadas positivas y muy alejadas de la unidad. Esta situación nos sugiere una configuración de control basada en cuatro controladores SISO independientes. Dicha configuración se desarrollará en la siguiente sección, empleado controladores SISO fuzzy.

Otra configuración posible se basaría en emparejar  $f_{Lx}$  con  $\theta_1$ ,  $f_{Rx}$  con  $\theta_3$ ,  $f_{Ly}$  con  $\dot{y}_L$  y  $f_{Ry}$  con  $\theta_2$  (aprovechando que las dos ganancias relativas 0,5 nos permiten otro posible orden). Como trabajo futuro nos planteamos tratar esta configuración para observar si proporciona resultados interesantes.

En cualquier caso, hemos emparejado dos variables cuya ganancia relativa asociada es 0,5, no demasiado próxima al óptimo: la unidad. Así pues, vamos a llevar a cabo un análisis de la interacción más profundo.

#### 4.1.1. Análisis detallado de la interacción

El sistema resultado de la linearización no es trivial, debido a la complejidad inherente del sistema original. La matriz de funciones de transferencia asociada es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \frac{4}{s^2+1,5s+8} & 0 & \frac{4}{s^2+1,5s+8} & 0 \\ 0 & \frac{1,885e6}{s^2-1,5} & 0 & -\frac{1,885e6}{s^2-1,5} \\ \frac{-2}{s^2+1,5s+8} & 0 & \frac{10}{s^2+1,5s+8} & 0 \\ 0,1111 & 0 & 0,1111 & 0 \\ 0 & 0,1111 & 0 & 0,1111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{lx} \\ f_{ly} \\ f_{rx} \\ f_{ry} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ x_L \\ y_L \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Las columnas se corresponden con las entradas  $f_{lx}$ ,  $f_{ly}$ ,  $f_{rx}$  y  $f_{ry}$ , en ese orden. Las filas, con las salidas  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$ ,  $x_L$  e  $y_L$ . De este modo, por ejemplo, el elemento 1,1 de  $G$  que es  $\frac{4}{s^2+1,5s+8}$ , corresponde a la función de transferencia que relaciona  $f_{lx}$  con  $\theta_1$ , y así respectivamente.

Observando la matriz de funciones de transferencia, podemos concluir lo siguiente:

- Hay dinámicas comunes por filas.
- Las salidas  $\dot{x}_L$  e  $\dot{y}_L$  presentan algunas dinámicas nulas, o únicamente la parte integral que se eliminó para evitar los integradores.
- La salida  $\theta_2$  es inestable en lazo abierto, dado que los elementos asociados de la función de transferencia tienen un polo en el semiplano derecho.

En estas condiciones no es aconsejable emplear control por desacoplo, y menos dinámico. Una alternativa menos ambiciosa pero más factible sería emplear un desacoplo estático en dos variables. Para llegar a esta estructura seguimos los siguientes pasos.

En primer lugar eliminamos las dinámicas por filas en la matriz de funciones de transferencia (4.3):  $\frac{4}{s^2+1,5s+8}$  de la primera,  $\frac{1,885e6}{s^2-1,5}$  de la segunda,  $\frac{10}{s^2+1,5s+8}$  de la tercera, 0,1111 de la cuarta y 0,1111 de la quinta. Nos queda una matriz estática  $5 \times 4$ , cuya expresión corresponde a la SSGM (la

denotarremos  $SSGM_{simplif}$ ).

$$SSGM_{simplif} = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0 & 1,0000 & 0 \\ 0 & 1,0000 & 0 & -1,0000 \\ -0,2000 & 0 & 1,0000 & 0 \\ 1,0000 & 0 & 1,0000 & 0 \\ 0 & 1,0000 & 0 & 1,0000 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

La RGA asociada  $5 \times 4$  (la denotarremos  $RGA_{simplif}$ ) resultante es más directa de analizar que la RGA original:

$$RGA_{simplif} = \begin{bmatrix} 0,4167 & 0 & 0,0833 & 0 \\ 0 & 0,5000 & 0 & 0,5000 \\ 0,1667 & 0 & 0,8333 & 0 \\ 0,4167 & 0 & 0,0833 & 0 \\ 0 & 0,5000 & 0 & 0,5000 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

En la  $SSGM_{simplif}$   $5 \times 4$ , las filas 1<sup>a</sup> y 4<sup>a</sup> son iguales (luego estas las dos variables son linealmente dependientes). Lo mismo ocurre con las filas 2<sup>a</sup> y 5<sup>a</sup>. Así pues eliminamos la fila 4<sup>1</sup> y nos quedamos con una matriz SSGM  $4 \times 4$ , cuya RGA nos informa, más claramente que la RGA  $5 \times 4$ , que la salida 1 ( $f_{Lx}$ ) se debería controlar con la entrada 1 ( $\theta_1$ ) y la salida 3 ( $f_{Rx}$ ) con la entrada 3 ( $\theta_3$ ), mientras que el subsistema  $2 \times 2$  restante está muy acoplado, como puede verse observando las SSGM y RGA  $2 \times 2$  correspondientes.

$$SSGM_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$RGA_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Así pues, a este subsistema  $2 \times 2$  formado por las entradas  $\theta_2$  e  $\dot{y}_L$ , y las salidas  $f_{Ly}$  y  $f_{Ry}$  se le aplicará desacoplo, mientras que las dos variables restantes se controlarán de forma individual.

---

<sup>1</sup>Otra alternativa sería eliminar la fila 5 en lugar de la 4, y continuar con el mismo proceso. Como trabajo futuro nos proponemos aplicar esta estrategia y analizar y comparar los resultados que se obtengan con los actuales.

## 4.2. Control fuzzy

En esta sección desarrollaremos una estrategia de control basada en el uso de cuatro controladores fuzzy, para los subsistemas SISO obtenidos mediante el análisis de interacción expuesto en la sección anterior. En la figura (4.1) puede verse una vista general del sistema de control.

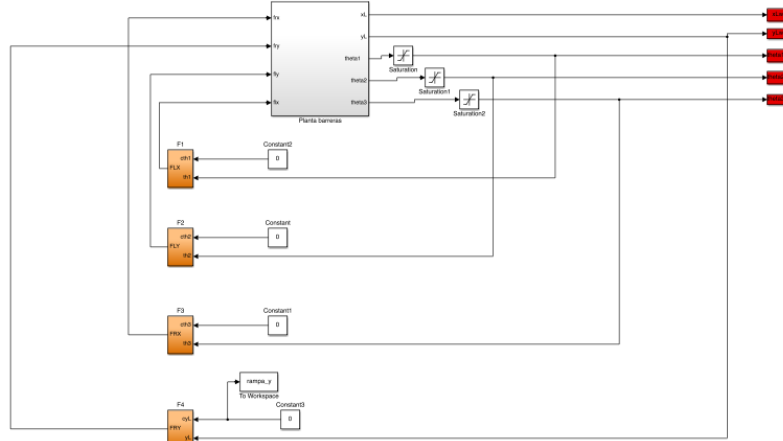


Figura 4.1: Vista general del sistema de control basado en controladores fuzzy SISO (bloques de color naranja).

Los controladores presentan una estructura fuzzy-PD, y tienen como variables de entrada el error entre la consigna que se le proporciona y la variable de estado que corresponda ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  o  $y_L$ ), y la derivada del error correspondiente. La salida es la fuerza que se especifica en el análisis anterior.

La estructura interna de cada controlador (bloque naranja) viene representada en la figura (4.2).

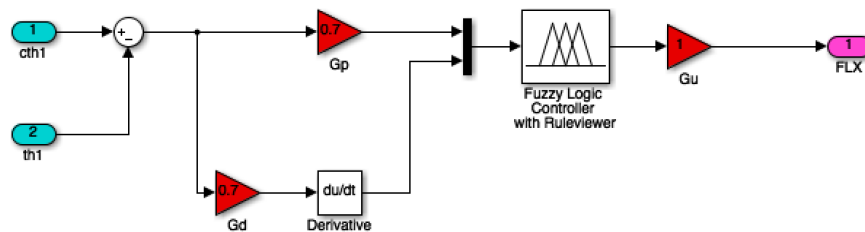


Figura 4.2: Estructura interna de un bloque de control fuzzy-PD.

Los controladores fuzzy se han definido empleando la toolbox *fuzzy* de Matlab. Tal y como muestra la figura (4.3), a la hora de definir el controlador se ha optado por un modelo tipo Mandami. En la imagen también se pueden observar los tipos de operadores, métodos de defuzzificación, etc. utilizados: como método de defuzzificación el centroide, para la implicación, al igual que para el operador *and*, el mínimo, y para la agregación, el máximo.

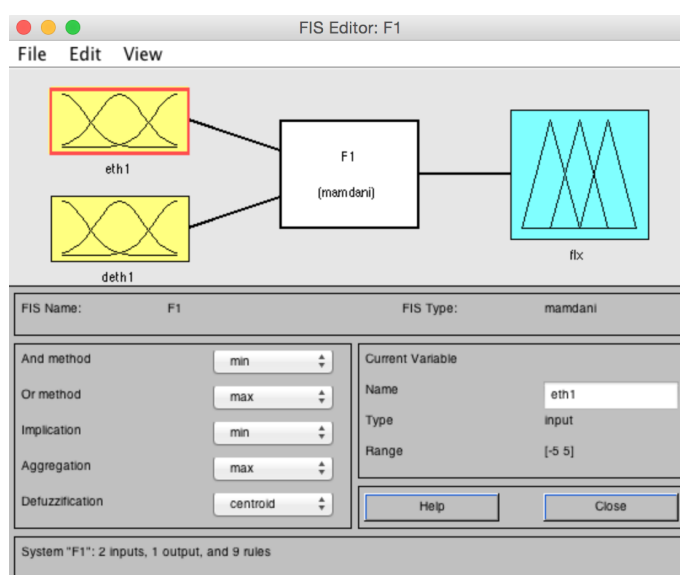


Figura 4.3: Interfaz de la toolbox *fuzzy*, en la que se observan distintos parámetros del controlador.

Se han empleado tres funciones de pertenencia (negativo (N), cero (Z) y positivo (P)) para cada variable, tanto de entrada como de salida, por razones de simplicidad. Las entradas de tipo error en ángulo y sus derivadas tienen todas rango  $[-2\pi, 2\pi]$  radianes (error en  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ) o radianes por segundo (para las derivadas de dichos errores), ya que ése mismo es el intervalo al que pertenecen todos los ángulos. La entrada error de  $y_L$  presenta rango  $[-5, 5]$  metros, dado la mayoría de errores de esta variable pertenecen a dicho intervalo. Las salidas tienen todas rango  $[-1, 1]$  Newtons (las fuerzas en sí están todas normalizadas en dicho intervalo). Las funciones de pertenencia se han diseñado de modo que exista solapamiento entre ellas, y que las de los extremos sean de tipo trapezoidal. En la figura (4.4) pueden observarse las funciones de pertenencia para la variable error en  $\theta_1$ : *eth1*.

Por otro lado, se han definido 9 reglas difusas, teniendo en cuenta todas las combinaciones entre las entradas. En todos los controladores se han empleado las mismas reglas. Las mostramos a continuación, escritas como

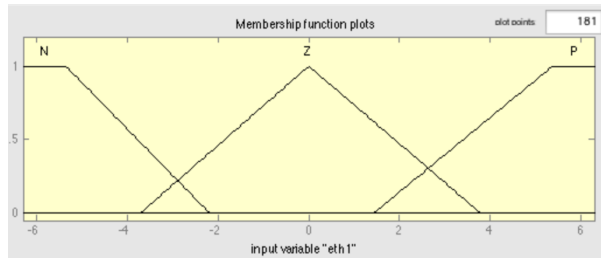


Figura 4.4: Funciones de pertenencia de la variable *eth1*.

seudocódigo (se denota  $e$  como el error y  $de$  como la derivada de éste, para cada lazo de control, y la salida (fuerza) se denota como  $f$ ):

- If  $e$  is N and  $de$  is N then  $f$  is P
- If  $e$  is N and  $de$  is Z then  $f$  is P
- If  $e$  is N and  $de$  is P then  $f$  is Z
- If  $e$  is Z and  $de$  is N then  $f$  is P
- If  $e$  is Z and  $de$  is Z then  $f$  is Z
- If  $e$  is Z and  $de$  is P then  $f$  is Z
- If  $e$  is P and  $de$  is N then  $f$  is Z
- If  $e$  is P and  $de$  is Z then  $f$  is Z
- If  $e$  is P and  $de$  is P then  $f$  is N

A partir de estas definiciones, Matlab permite obtener la superficie de control que determina el comportamiento del controlador difuso. En la figura (4.5) puede observarse dicha superficie.

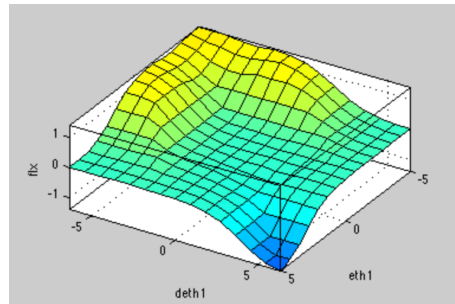


Figura 4.5: Superficie de reglas difusas.

Se han llevado a cabo varias simulaciones del control, basadas en distintas consignas a aplicar a cada entrada. Como primer ejemplo, en la figura (4.6) se muestra el comportamiento de la barrera en la que se especifica que:

- $\theta_1$  permanece constante igual a  $\frac{\pi}{2}$  radianes,
- $\theta_2$  aumenta de forma lineal (en estos casos se emplea como consigna un bloque tipo rampa),
- $\theta_3$  permanece constante igual a  $\frac{\pi}{2}$  radianes
- $y_L$  permanece constante. Se aprecia una pequeña variación en las coordenadas  $y_L$  de la barrera en distintos tiempos.

Las fuerzas que han generado los controladores para esta situación vienen representadas en la figura (4.7), y los valores que se ha producido de los estados  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  e  $y_L$  se muestran en la figura (4.8).

Como segundo caso, hemos llevado a cabo otra simulación en la que  $y_L$  varía. Las consignas han sido:

- $\theta_1$  permanece constante tomando el valor  $\pi$  radianes.
- $\theta_2$  permanece constante tomando el valor  $\frac{3\pi}{2}$  radianes,
- $\theta_3$  permanece constante. Se observa una pequeña variación desde su estado inicial, pese a estabilizarse después.
- $y_L$  aumenta de forma lineal.

En la figura (4.9) puede observarse el resultado obtenido, el cual tiene bastante semejanza con la simulación de la figura (3.11). En la figura (4.10) pueden observarse las cuatro fuerzas generadas por el controlador para esta situación.

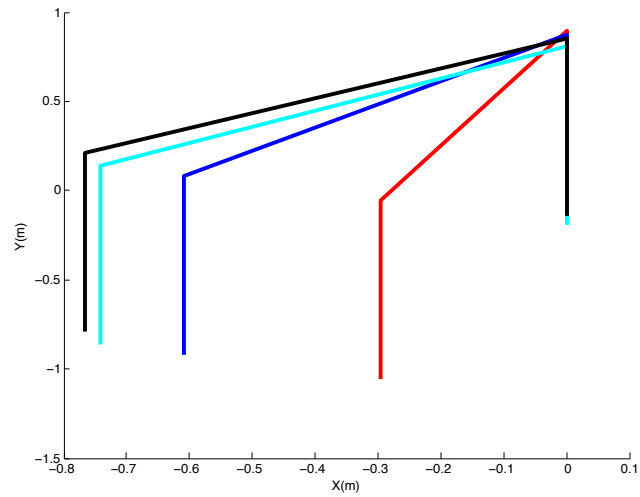


Figura 4.6

Estos comportamientos responden a una posible necesidad real, ya que podemos desear alcanzar y rodear una mancha de petróleo o cualquier sustancia. La figura (4.6) representan un movimiento destinado al confinamiento, una vez alcanzada la posición deseada. La figura (4.9) representa una traslación con una leve apertura de la barrera, lo que puede emplearse para el transporte de una mancha de grandes dimensiones ya confinada.

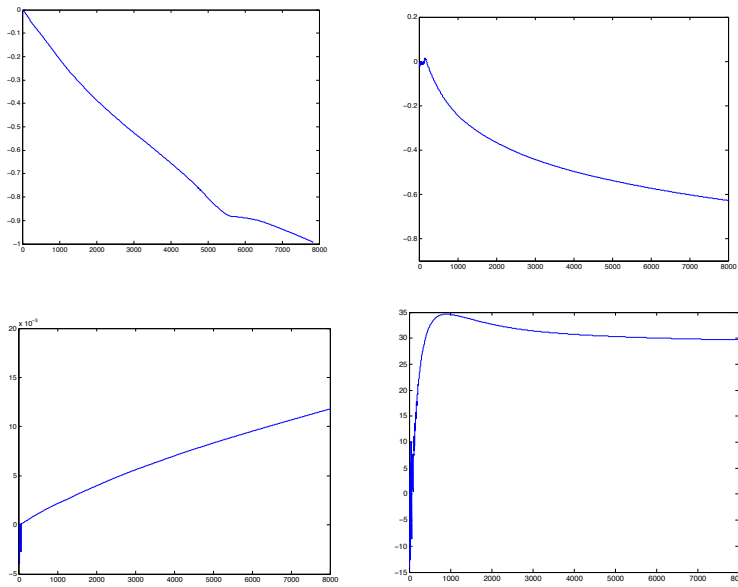


Figura 4.7: Fuerzas generadas por los controladores SISO fuzzy para la situación del giro cerrado. De arriba a abajo y de izquierda a derecha:  $f_{rx}$ ,  $f_{ry}$ ,  $f_{lx}$ ,  $f_{ly}$ . En todas las figuras el eje horizontal representa el tiempo, y el vertical el módulo de la fuerza en Newtons (con signo)

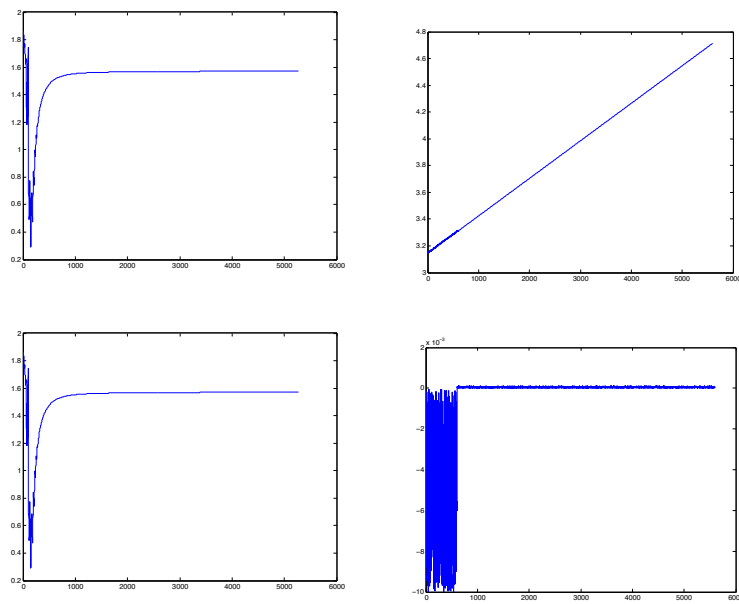


Figura 4.8: Valores obtenidos mediante los controladores fuzzy de los cuatro estados. De arriba a abajo y de izquierda a derecha:  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  e  $y_L$ . El eje horizontal representa el tiempo, y el vertical representa radianes para los ángulos, y metros para  $y_L$ .

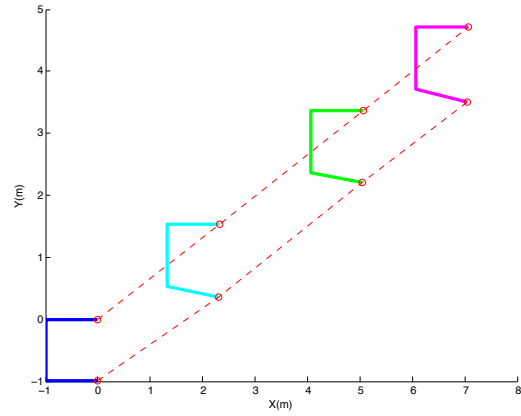


Figura 4.9

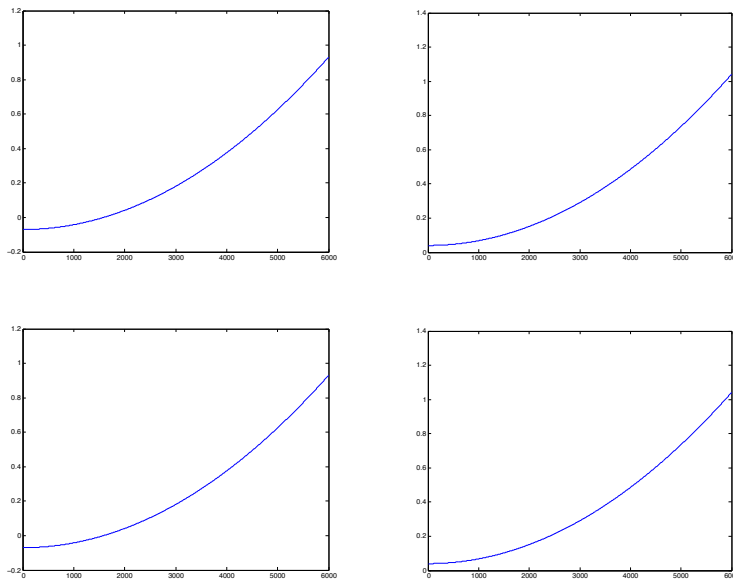


Figura 4.10: Fuerzas generadas por los controladores SISO fuzzy para la situación de la traslación en dirección NE. En todas las figuras el eje horizontal representa el tiempo, y el vertical el módulo de la fuerza en Newtons (con signo)

### 4.3. Control PID por desacoplo

En esta sección aplicaremos técnicas de control PID tras el análisis detallado de la interacción existente entre las variables de entrada y salida. De este modo, los lazos SISO de control formados por los pares entrada-salida  $(f_{lx}, \theta_1)$  y  $(f_{rx}, \theta_3)$  se tratarán mediante controladores PID SISO. El subsistema con entradas  $f_{ly}$  y  $f_{ry}$ , y salidas  $\theta_2$  e  $y_L$  se controlará por desacoplo. Estas técnicas pueden verse detalladas en Morilla et al. (2013).

En primer lugar, trataremos el diseño del controlador PID  $2 \times 2$  que regula las variables acopladas. Para su diseño y sintonización hemos empleado el software TITO, desarrollado por Vázquez y Morilla (1999). Elegimos un desacoplo simplificado de tipo 1, es decir, que presente 1 en los elementos de la diagonal de red de desacoplo asociada,  $D$ . Obtuvimos:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Aplicando esta red de desacoplo obtenemos un proceso aparente con menos interacción que el original, que viene dado por la siguiente matriz de funciones de transferencia:

$$Q = G \cdot D = \begin{bmatrix} \frac{3,77e06s^2 - 5,655e06}{s^4 - 3s^2 + 2,25} & 0 \\ 0 & 0,2222 \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

la cual es diagonal. Una vez calculada  $D$ , pasamos al diseño del controlador. Emplearemos la técnica denominada "diseño explícito de controladores por desacoplo", es decir, diseñaremos un controlador diagonal  $K_d$  para las funciones de transferencia no nulas del proceso aparente  $Q$ , y después generaremos el controlador  $K$  del proceso original  $G$  haciendo  $K = D \cdot K_d$ . Al igual que el diseño de  $D$ , la sintonía de los parámetros de  $K_d$  se ha realizado mediante TITO. Se ha empleado una configuración PI para el lazo de control  $\theta_2$ - $f_{Ly}$ , y uno PID para el lazo  $\dot{y}_L$ - $f_{Ry}$ . Obtenemos la expresión del controlador:

$$K = \begin{bmatrix} \frac{-5,673e-07s^2 - 3,291e-07s - 3,291e-07}{41,36s} & \frac{-2,25s - 2,25}{0,5827s} \\ \frac{-2,25s - 2,25}{0,5827s} & \frac{-5,673e-07s^2 - 3,291e-07s - 3,291e-07}{41,36s} \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

En la figura (4.11) se observa cómo se ajustan las señales de las variables  $\theta_2$  e  $\dot{y}_L$  a las señales de consigna. Estos gráficos se han obtenido mediante el software TITO. Puede observarse un buen ajuste.

En esta figura, el eje horizontal representa el tiempo, mientras que el vertical representa la amplitud de las señales. En la gráfica superior no se

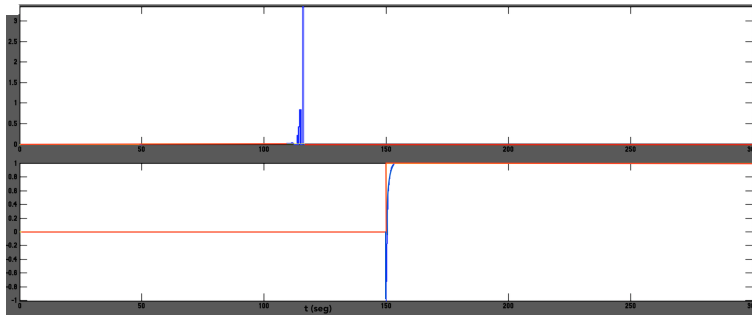


Figura 4.11: Los dos gráficos superiores representan el comportamiento en lazo cerrado de las salidas  $\theta_2$  y  $\dot{y}_L$  bajo el efecto de consignas consistentes en escalones de amplitud unitaria en los tiempo  $t = 50$  y  $t = 150$  respectivamente.

aprecia muy bien el escalón correspondiente a la consigna, dado que la escala está fijada en unidades (Newtons o radianes)  $\times 10^2$  en el eje vertical. Los parámetros de configuración de los gráficos en TITO están predeterminados, y no pueden cambiarse ni los colores empleados, ni las escalas de los ejes.

Por otro lado, los controladores SISO restantes se han sintonizado mediante la función `pidtune()` de Matlab, para las funciones de transferencia SISO asociadas.

#### 4.3.1. Implementación del sistema de control. Simulaciones

Una vez diseñados los controladores pasamos a aplicarlos al sistema en lazo cerrado. La vista general del diagrama de Simulink empleado puede verse en la figura (4.12).

Es importante notar la presencia de un bloque integrador en la señal  $y_L$ , después de realimentarse. Esto es debido a que la linearización, y por tanto el diseño de la red de desacoplo y del controlador  $K$ , se llevaron a cabo tomando las variables derivadas  $\dot{x}_L$ ,  $\dot{y}_L$  en lugar de  $x_L$  e  $y_L$ . Así pues la realimentación se lleva a cabo con  $\dot{y}_L$ , aunque la salida del sistema sea  $y_L$  (junto con el resto de estados).

La estructura interna del controlador por desacoplo se representa en la figura (4.13).

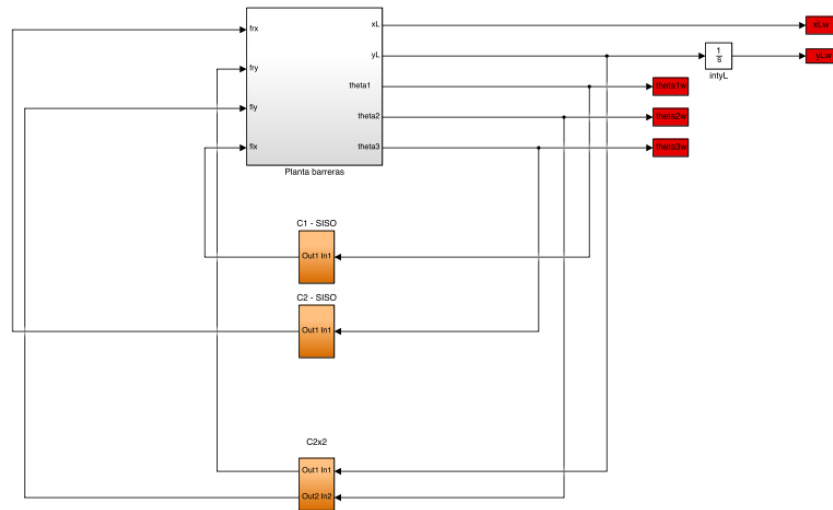


Figura 4.12: Vista general del sistema, con controladores PID SISO para los lazos individuales, y el resto por desacoplo.

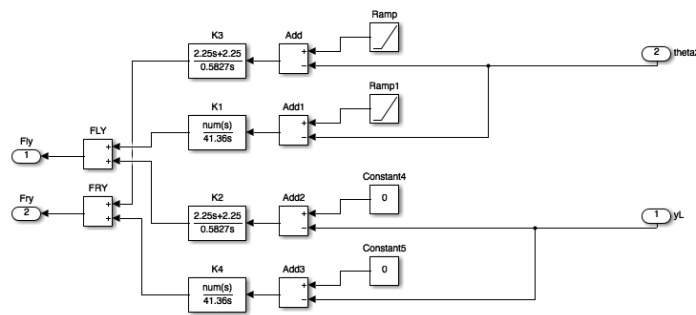


Figura 4.13: Estructura del controlador PID  $2 \times 2$  por desacoplo.

Empleando estas configuraciones, hemos realizado varias simulaciones, para distintos valores de consigna. En primer lugar, hemos introducido consignas constantes con valores  $\frac{\pi}{4}$ ,  $\frac{3\pi}{4}$  y  $\frac{\pi}{4}$  radianes respectivamente para los ángulos  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  y  $\theta_3$ , y una rampa descendente para  $y_L$ . En la figura (4.14) podemos observar el resultado obtenido. El comportamiento se adecua bastante bien al esperado, dadas las consignas proporcionadas.

Las fuerzas que los controladores han generado para estas consignas vienen representadas en la figura (4.15)

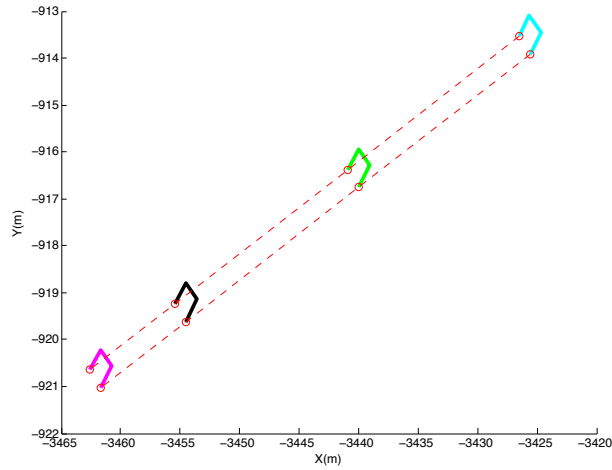


Figura 4.14

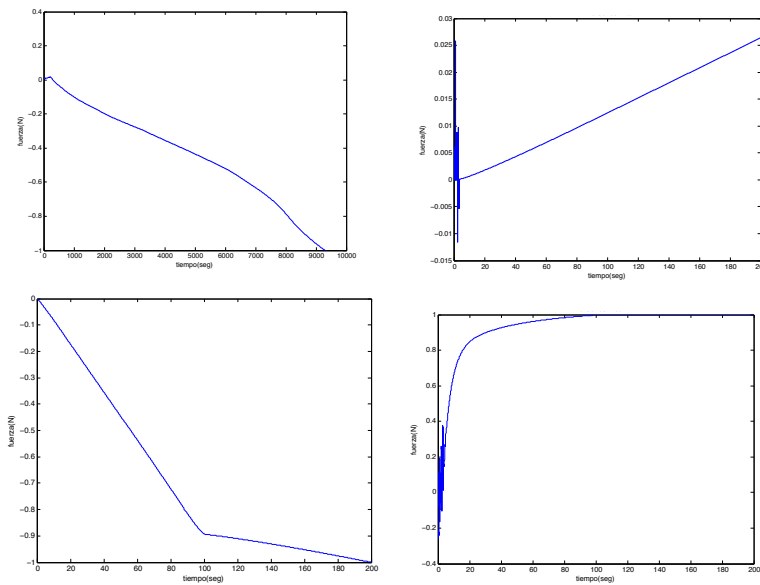


Figura 4.15: Fuerzas generadas por los controladores PID para la traslación en dirección SW. De arriba a abajo y de izquierda a derecha:  $f_{rx}$ ,  $f_{ry}$ ,  $f_{lx}$ ,  $f_{ly}$ .

También hemos realizado otra simulación indicando como consigna que

la variable  $y_L$  permaneciera constante igual a cero, al igual que los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$ . Sin embargo,  $\theta_3$  aumenta de forma lineal. Se muestran los resultados obtenidos en la figura (4.16).

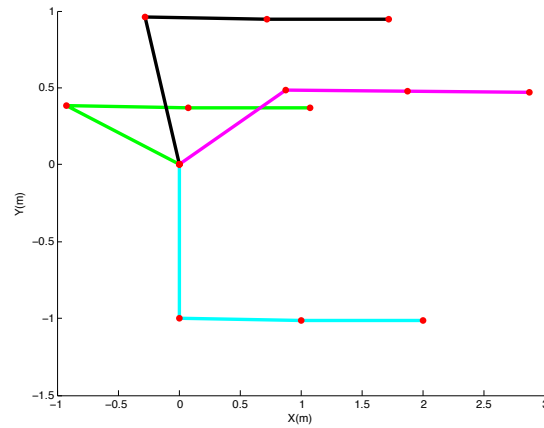


Figura 4.16

Y finalmente, representamos las fuerzas que los controladores han generado para estos valores de las consignas. Pueden observarse en la figura (4.17).

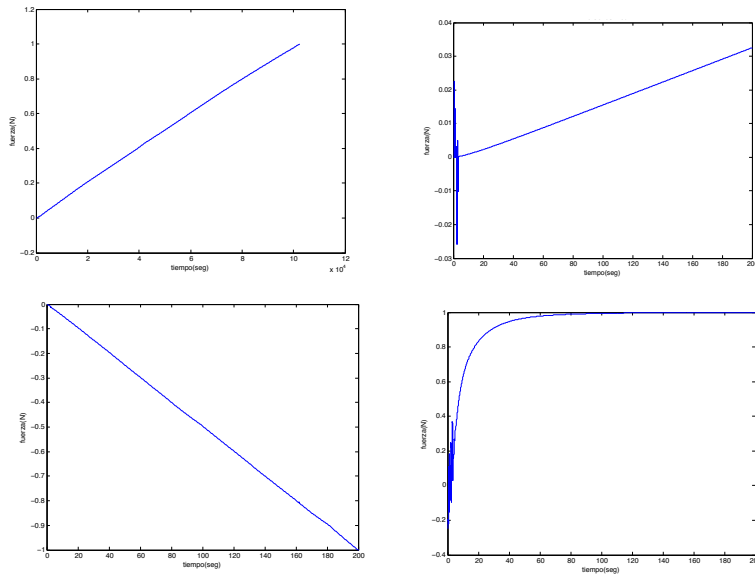


Figura 4.17: Fuerzas generadas por los controladores PID para la situación de giro cerrado. De arriba a abajo y de izquierda a derecha:  $f_{rx}$ ,  $f_{ry}$ ,  $f_{lx}$ ,  $f_{ly}$ .

Los resultados obtenidos con esta estrategia de control son bastante satisfactorios. Esto se debe a una mejor interpretación de la matriz RGA, y por tanto al diseño de una mejor configuración de control basada en el análisis de interacción.



## Capítulo 5

# Conclusiones

En este último capítulo repasaremos los resultados obtenidos, realizando una comparativa de éstos con los objetivos iniciales del proyecto.

- Se ha realizado un estudio de la literatura científica relativa a barreras de contención y de su modelado, simulación y control.
- Basándonos en el modelo señalado por Bhattacharya et al. (2011a) y empleando cálculo simbólico en Matlab se ha obtenido un sistema de ecuaciones diferenciales que describe el comportamiento de la barrera, bajo la acción de fuerzas aplicadas por los barcos situados en los extremos de ésta. Se ha obtenido un modelo relativamente sencillo, y que exhibe un comportamiento bastante realista.
- Se ha llevado a cabo un análisis de la interacción de las variables del modelo. En la literatura sobre barreras que hemos encontrado, no aparece ningún modelo para el cual se haya llevado a cabo un estudio del acomplamiento.
- Basándonos en los resultados obtenidos hemos aplicado dos estrategias de control (PID y fuzzy), y con ambas se han obtenido resultados satisfactorios.

### 5.1. Líneas de trabajo futuro

Algunas de las oportunidades que plantea este estudio para seguir investigando son:

- Hallar e implementar un modelo similar al (3.8), pero para un número  $n$  de segmentos mayor. Cuanto mayor es el número de segmentos en el cual se parte la barrera, más suave es su movimiento, y más se asemeja

al de las barreras de uso real, las cuales suelen constar de 10 o más segmentos. Esto no se ha realizado dada la complejidad del problema, pero con la experiencia adquirida parece un reto abordable.

- Diseñar una estrategia de control similar a la planteada mediante controladores PID por desacoplo, pero usando control fuzzy en los lazos SISO, e incluso un controlador fuzzy  $2 \times 2$  para el lazo doble por desacoplo. El problema que supone este planteamiento radica en la dificultad de sintonizar los controladores fuzzy adecuadamente, ya que mediante el método ensayo y error, nunca existe la certeza de estar ante la sintonización óptima.
- Realizar el desacoplo perfecto de este sistema. Existen expresiones para el desacoplo perfecto  $4 \times 4$ , pero presentan una complejidad bastante grande, además de problemas de viabilidad.
- Emplear el emparejamiento que se menciona en la sección 4.1.1., y analizar los resultados que se obtengan en comparación con los asociados a las configuraciones que se han usado en este trabajo.
- Emplear controladores difusos que impliquen más funciones de pertenencia, para conseguir mayor precisión. No se ha llevado a cabo en este trabajo por razones de simplicidad.
- Por último, otro reto posible es emplear otro modelo distinto del propuesto por Bhattacharya et al. (2011a), que presente menos problemas de acoplamiento, que dificulta el control.

# Bibliografía

- AMINI, A. *Contractile floating barriers for confinement and recuperation of oil slicks*. Tesis Doctoral, École polytechnique Fédérale de Lausanne, 2007.
- ARRICHELLO, F., HEIDARSSON, H., CHIAVERINI, S. y SUKHATME, G. Cooperative caging using autonomous aquatic surface vehicles. En *Robotics and automation (ICRA), 2010 IEEE international conference on*, páginas 4763–4769. IEEE, 2010.
- BADESHA, S. S., HUNT, J. y WENCK, E. Structural analysis of oil containment booms. En *1993 International oil spill conference: Prevention, preparedness, response*. 1993.
- BHATTACHARYA, S., HEIDARSSON, H., SUKHATME, G. y KUMAR, V. Cooperative control of autonomous surface vehicles for oil skimming and cleanup. En *Robotics and automation (ICRA), 2011 IEEE international conference on*, páginas 2374–2379. IEEE, 2011a.
- BHATTACHARYA, S., HEIDARSSON, H., SUKHATME, G. S. y KUMAR, V. Supplementary report: Cooperative control of autonomous surface vehicles for oil skimming and cleanup. Informe técnico, 2011b.
- BRISTOL, E. On a new measure of interaction for multivariable process control. *IEEE transactions on automatic control*, páginas 133–134, 1966.
- CASTRO, A., IGLESIAS, G., CARBALLO, R. y FRAGUELA, J. Floating boom performance under waves and currents. *Journal of hazardous materials*, vol. 174(1), páginas 226–235, 2010.
- GIRON-SIERRA, J. M., GHEORGHITA, A. T., ANGULO, G. y JIMENEZ, J. F. Preparing the automatic spill recovery by two unmanned boats towing a boom: Development with scale experiments. *Ocean Engineering*, vol. 95, páginas 23–33, 2015.
- LU, J., XU, Z., XU, S., XIE, S., WU, H., YANG, Z. y LIU, X. Experimental and numerical investigations on reliability of air barrier on oil containment in flowing water. *Marine pollution bulletin*, 2015.

- LUOMA, E. Oil spills and safety legislation. *Publications from the Centre for Maritime Studies, University of Turku, Finland*, 2009.
- MCGOVERN, T., GUERIN, T. F., HORNER, S. y DAVEY, B. Design, construction and operation of a funnel and gate in-situ permeable reactive barrier for remediation of petroleum hydrocarbons in groundwater. *Water, Air, and Soil Pollution*, vol. 136(1-4), páginas 11–31, 2002.
- MORILLA, F., GARRIDO, J. y VÁZQUEZ, F. Control multivariable por desacoplo. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, vol. 10(1), páginas 3–17, 2013.
- MUMFORD, K., RAYNER, J., SNAPE, I. y STEVENS, G. Hydraulic performance of a permeable reactive barrier at casey station. *Chemosphere*, vol. 117, páginas 223–231, 2014.
- MURRAY, M. N. Anti-projectile protection fence and method for marine surface vessels. 1990. US Patent 4,961,393.
- PEREDA, F. J., DE MARINA, H. G., GIRON-SIERRA, J. M. y JIMENEZ, J. Towards automatic oil spill confinement with autonomous marine surface vehicles. En *OCEANS, 2011 IEEE-Spain*, páginas 1–6. IEEE, 2011.
- RUSSELL, M. y MICHAELS, K. Effectiveness of melaleuca. 2012.
- SANTOS, M. Aplicaciones exitosas de control inteligente a casos reales. *Science Direct, Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 2011.
- SHABALALA, A. N., EKOLU, S. O. y DIOP, S. Permeable reactive barriers for acid mine drainage treatment: a review. *IOS Press*, 2014.
- SLAT, B. The ocean clean up. *Eronment+ Technology. Boyan Slat*, nd Web, vol. 15, 2013.
- SOONKYUM, B. S. K. V., K. Path planning for a tethered mobile robot. En *Robotics and Automation (ICRA), 2014 IEEE International Conference on*, páginas 1132–1139. IEEE, 2014.
- VÁZQUEZ, D. S., F. y MORILLA, F. An iterative method for tuning decentralized proportional-integral-derivative controllers. *14th World Congress of IFAC International Federation of Automatic Control*, 1999.
- WATANABE, E., WANG, C., UTSUNOMIYA, T. y MOAN, T. Very large floating structures: applications, analysis and design. *CORE Report*, vol. 2, 2004.

- 
- XING, F., WANQING, W. y WENFENG, W. Numerical simulation technology of oil containment by boom. *Procedia Environmental Sciences*, vol. 8, páginas 40–47, 2011.
- ZHU, S.-P. y STRUNIN, D. A numerical model for the confinement of oil spill with floating booms. *Spill Science & Technology Bulletin*, vol. 7(5), páginas 249–255, 2002.