



Universidad Nacional
de Educación a Distancia

Escuela Técnica Superior de
Ingeniería Informática



Universidad
Complutense de Madrid

Facultad de
Informática

MODELADO Y CONTROL DE UN SKYWALKER X8

Autor:

Antonio Palacio Hurtado

Directores:

Matilde Santos Peñas

J. Enrique Sierra-García

Trabajo de Fin de Máster

Máster Universitario
en Ingeniería de Sistemas y de Control

Convocatoria: Septiembre 2024

Universidad Nacional
de Educación a Distancia

Universidad
Complutense de Madrid

Escuela Técnica Superior de
Ingeniería Informática

Facultad de
Informática

MODELADO Y CONTROL DE UN SKYWALKER X8

Autor:

Antonio Palacio Hurtado

Directores:

Matilde Santos Peñas

J. Enrique Sierra-García

Trabajo de Fin de Máster

Máster Universitario
en Ingeniería de Sistemas y de Control

AUTORIZACIÓN

Autorizamos a la Universidad Complutense y a la UNED a difundir y utilizar con fines académicos, no comerciales y mencionando expresamente a sus autores, tanto la memoria de este Trabajo Fin de Máster, como el código, la documentación y/o el prototipo desarrollado.

Firmado:

A handwritten signature in black ink, enclosed within a large, irregular, hand-drawn loop. The signature consists of the name "P. Antonio" written in a cursive style, with the number "12" written below it.

RESUMEN

Los drones o UAVs (Unmanned Aerial Vehicle) tienen un gran potencial en áreas muy diversas, ya que pueden desplazarse rápidamente sobre un terreno irregular o accidentado y superar cualquier tipo de obstáculo ofreciendo imágenes a vista de pájaro y otro tipo de información recogida por diferentes sensores. Su utilización ha crecido exponencialmente durante los últimos años debido a la gran cantidad de aplicaciones donde pueden ser muy útiles. Como son aeronaves autónomas, es necesario dotarlas de un sistema de control que se encargue de enviar al UAV las acciones de control necesarias para realizar las maniobras deseadas.

Este documento recoge el desarrollo de un modelo dinámico de un vehículo aéreo no tripulado, de ala volante, concretamente del Skywalker X8, así como su posterior implementación en un modelo de Simulink, donde se ha diseñado y construido un sistema de control para una aeronave de estas características, pero separando los movimientos longitudinal y lateral-direccional debido a la ausencia de cola y al tamaño del modelo.

Para el modelado matemático, se ha utilizado un modelo dinámico no lineal que describe el comportamiento del UAV de la forma más realista posible, teniendo en cuenta que, al no disponer de cola, los alerones del UAV pueden comportarse como alerones (deflexión antisimétrica) y como elevadores (deflexión simétrica).

Para el sistema de control, se han diseñado controladores lineales (locales) para varios puntos de funcionamiento del UAV, para combinarlos luego y obtener un controlador robusto (global).

Una vez implementados el modelo del UAV y el sistema de control, se han realizado varias simulaciones para validar el modelo y estudiar el funcionamiento del sistema de control implementado, empleando tanto maniobras realistas como idealizadas.

Palabras clave: UAV, Control, Modelo dinámico, Alerones, Elevadores.

ABSTRACT

Drones or UAVs have great potential in very diverse areas, as they can move quickly over uneven or rugged terrain and overcome any type of obstacle, offering bird's-eye views and other types of information collected by different sensors. Their use has grown exponentially in recent years due to the large number of applications where they can be very useful. As they are autonomous aircraft, it is necessary to provide them with a control module that is responsible for sending the UAV the control actions necessary to perform the desired maneuvers.

This document includes the development of a dynamic model of an unmanned aerial vehicle with a flying wing, specifically the Skywalker X8, as well as its subsequent implementation in a Simulink model, where the typical control module of an aircraft of these characteristics has been built, but separating the longitudinal and lateral-directional movements, due to the absence of a tail and the size of the model.

For mathematical modelling, a non-linear dynamic model has been used that describes the behaviour of the UAV in the most realistic way possible, taking into account that, as it does not have a tail, the UAV's ailerons can behave as ailerons (antisymmetric deflection) and as elevators (symmetric deflection).

For the control module, linear (local) controllers have been designed for various operating points of the UAV, to combine them and obtain a robust (global) controller.

Once the UAV model and the control module have been implemented, several simulations will be carried out to study the operation of the implemented control system, using both realistic and idealised manoeuvres.

Keywords: UAV, Control, Dynamic model, Ailerons, Elevators.

ÍNDICE

1.	INTRODUCCIÓN	17
1.1	Introducción y Motivación	17
1.2	Objetivos	18
1.3	Estructura de la memoria	18
2.	ESTADO DEL ARTE	21
3.	CONCEPTOS PREVIOS	23
3.1	Linealización de Sistemas	23
3.2	LQR y Asignación de Polos	24
3.3	Control Fuzzy	27
4.	MODELADO DEL SISTEMA UAV	31
4.1	Modelo del UAV SKYWALKER X8	32
4.2	Sistemas de Referencia	33
4.3	Relaciones Cinemáticas	34
4.4	Relaciones Dinámicas	35
4.5	Fuerzas y Momentos	35
4.6	Desacoplamiento del Modelo	39
4.6.1	Modelo Longitudinal	39
4.6.2	Modelo Lateral-Direccional	41
4.6.3	Validación del Acoplamiento entre Modelos	44
5.	CONTROL LONGITUDINAL	49
5.1	Modelo Nominal: Linealización y Análisis	49
5.2	Diseño del sistema de control: Controladores locales	52
5.3	Diseño del sistema de control: Controlador global	57
5.4	Simulación y Resultados	60
6.	CONTROL LATERAL-DIRECCIONAL	65
6.1	Modelo Nominal: Linealización y Análisis	65
6.2	Diseño del Sistema de Control: Controladores Locales	69
6.3	Diseño del sistema de control: Controlador global	74
6.4	Simulación y Resultados	75

7. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	81
7.1 Conclusiones	81
7.2 Trabajos Futuros	82
8. BIBLIOGRAFÍA	83
ANEXO I. DATASHEET DEL MOTOR	85
ANEXO II. OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES DE LIGADURAS	87
ANEXO III. CÓDIGOS DE MATLAB	91

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Características físicas generales del Skywalker X8.	33
Tabla 2. Parámetros mecánicos y aerodinámicos del Skywalker X8.	36
Tabla 3. Comparación entre los motores XOAR Titan T8120 y AS 2820 Long Shaft KV1250.	38
Tabla 4. Comparativa de las palas APC 9*6 y APC 10*5.5.	39
Tabla 5. Controlabilidad de los modos del sistema nominal (longitudinal).	51
Tabla 6. Observabilidad de los modos del sistema nominal (longitudinal).	52
Tabla 7. Errores del control LQR para distintas referencias con el modelo longitudinal nominal (asiento variable).	54
Tabla 8. Errores para distintas referencias para el modelo longitudinal 12.	55
Tabla 9. Errores para distintas referencias para el modelo longitudinal nominal (velocidad variable).	55
Tabla 10. Errores para distintas referencias para el modelo longitudinal 14.	56
Tabla 11. Errores para distintos métodos de control para el modelo longitudinal 23.	56
Tabla 12. Errores para distintos métodos de control para el modelo longitudinal 1.	57
Tabla 13. Errores para distintos métodos de control para el modelo longitudinal 2.	57
Tabla 14. Lista de controladores longitudinales locales.	57
Tabla 15. Errores para distintas referencias para el control fuzzy longitudinal (asiento variable).	59
Tabla 16. Errores para distintas referencias para el control Fuzzy longitudinal (velocidad variable).	60
Tabla 17. Controlabilidad de los modos del sistema nominal (lateral-direccional).	68
Tabla 18. Observabilidad de los modos del sistema nominal (lateral-direccional).	69
Tabla 19. Errores para distintas referencias para el modelo lateral-direccional nominal.	73
Tabla 20. Errores para distintas referencias para el modelo lateral-direccional 10.	73
Tabla 21. Errores para distintas referencias para el modelo lateral-direccional 45.	73
Tabla 22. Lista de controladores lateral-direccionales locales.	74
Tabla 23. Errores para distintas referencias para el control fuzzy lateral-direccional.	75

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. FT-ALTEA (izquierda), Skywalker X8 (centro) y DJI Phantom (derecha).	17
Figura 2. Arquitectura del sistema de control en Simulink.	25
Figura 3. Arquitectura del sistema de control con reajuste de ganancias en Simulink.	26
Figura 4. Arquitectura general de un sistema de control Fuzzy.	28
Figura 5. Ángulo de ataque y ángulo de resbalamiento.	31
Figura 6. Superficies aerodinámicas.	32
Figura 7. Sistema de referencia de ejes cuerpo (BFS).	33
Figura 8. Sistema de referencia de ejes viento (WF).	34
Figura 9. Validación longitudinal: Velocidad aerodinámica.	40
Figura 10. Validación longitudinal: Ángulo de asiento de velocidad (izquierda) y del avión (derecha).	41
Figura 11. Validación longitudinal: Velocidad de cabeceo	41
Figura 12. Validación lateral-direccional: Ángulo de guiñada de velocidad (izquierda) y del avión (derecha).	43
Figura 13. Validación lateral-direccional: Ángulo de balance del avión.	43
Figura 14. Validación lateral-direccional: Velocidad de balance (izquierda) y de guiñada (derecha)	44
Figura 15. Representación en Simulink del modelo completo.	44
Figura 16. Validación acoplamiento: Velocidad aerodinámica (izquierda) y ángulo de asiento de velocidad (derecha)	45
Figura 17. Validación acoplamiento: Ángulo de asiento del avión (izquierda) y velocidad de cabeceo (derecha)	45
Figura 18. Validación acoplamiento: Ángulo de guiñada de velocidad (izquierda) y del avión (derecha)	46
Figura 19. Validación acoplamiento: Ángulo de balance del avión	46
Figura 20. Validación acoplamiento: Velocidad de balance (izquierda) y de guiñada (derecha)	47
Figura 21. Arquitectura del sistema de control longitudinal "local" en Simulink	53
Figura 22. Arquitectura del sistema de control longitudinal "global" en Simulink.	59
Figura 23. Modo Fugoide: Velocidad aerodinámica (izquierda) y ángulo de asiento de velocidad (derecha).	61

Figura 24. Modo Fugoide: Ángulo de asiento del avión (izquierda) y velocidad de cabeceo (derecha).	61
Figura 25. Modo Fugoide: Fuerza propulsiva (izquierda) y deflexión de los elevadores (derecha).	62
Figura 26. Ascenso: Velocidad aerodinámica (izquierda) y ángulo de asiento de velocidad (derecha).	62
Figura 27. Ascenso: Ángulo de asiento del avión (izquierda) y velocidad de cabeceo (derecha).	63
Figura 28. Ascenso: Fuerza propulsiva (izquierda) y deflexión de los elevadores (derecha).	63
Figura 29. Arquitectura del sistema de control lateral-direccional “local” en Simulink.	69
Figura 30. Control L-D Nominal LQR: Variables de Estado (izquierda) y Variables de Entrada (derecha).	71
Figura 31. Control L-D Nominal LQR-V: Variables de Estado (izquierda) y Variables de Entrada (derecha).	71
Figura 32. Control L-D Nominal PLACE: Variables de Estado (izquierda) y Variables de Entrada (derecha).	72
Figura 33. Control L-D Nominal PLACE-V: Variables de Estado (izquierda) y Variables de Entrada (derecha).	72
Figura 34. Arquitectura del sistema de control lateral-direccional “global” en Simulink.	75
Figura 35. Modo Balanceo Holandés: Ángulo de guiñada de velocidad.	76
Figura 36. Modo Balanceo Holandés: Ángulo de guiñada del avión (izquierda) y Velocidad de guiñada (derecha).	76
Figura 37. Modo Balanceo Holandés: Ángulo de balance del avión (izquierda) y Velocidad de balance (derecha).	77
Figura 38. Modo Balanceo Holandés: Deflexión de los alerones (izquierda) y Velocidad aerodinámica (derecha).	77
Figura 39. Modo Balanceo Holandés (Acelerado): Ángulo de guiñada de velocidad.	78
Figura 40. Modo Balanceo Holandés (Acelerado): Ángulo de guiñada del avión (izquierda) y Velocidad de guiñada (derecha).	78
Figura 41. Modo Balanceo Holandés (Acelerado): Ángulo de balance del avión (izquierda) y Velocidad de balance (derecha).	79
Figura 42. Modo Balanceo Holandés (Acelerado): Deflexión de los alerones (izquierda) y Velocidad aerodinámica (derecha).	79

NOTACIÓN

AR	Relación de aspecto
α	Ángulo de ataque
α_0	Ángulo de ataque de entrada en pérdida
b	Envergadura del ala
β	Ángulo de resbalamiento
c	Cuerda media aerodinámica
C_{D*}	Coefficiente de resistencia aerodinámica
C_{l*}	Coefficiente de momento aerodinámico alrededor del eje longitudinal del UAV
C_{L*}	Coefficiente de sustentación aerodinámica
C_{m*}	Coefficiente de momento aerodinámico alrededor del eje transversal del UAV
C_{n*}	Coefficiente de momento aerodinámico alrededor del eje vertical del UAV
C_{Q*}	Coefficiente de fuerza lateral aerodinámica
χ	Ángulo de guiñada de velocidad
δ_a	Ángulo de deflexión de los alerones
δ_e	Ángulo de deflexión de los elevadores
δ_r	Ángulo de deflexión del radder
e	Factor de Oswald
η	Tasa de consumo del sistema de propulsión
F_*	Fuerza ejercida sobre el UAV
g	Aceleración de la gravedad
γ	Ángulo de asiento de velocidad
h	Altitud en el sistema de referencia ECEF
I_*	Momento de inercia del UAV
J_{**}	Producto de inercia del UAV
K	Matriz de Ganancias del sistema de control
K_r	Matriz de Reajuste de ganancias del sistema de control
l	Longitud de los alerones y elevadores

λ	Longitud en el sistema de referencia ECEF
m	Masa del UAV
M_*	Momento de las fuerzas externas ejercidas sobre el UAV
μ	Ángulo de balance de velocidad
p	Velocidad de rotación alrededor del eje longitudinal del UAV
P	Potencia generada por el sistema de propulsión
ϕ	Ángulo de balance del avión
φ	Latitud en el sistema de referencia ECEF
ψ	Ángulo de guiñada del avión
q	Velocidad de rotación alrededor del eje transversal del UAV
r	Velocidad de rotación alrededor del eje vertical del UAV
ρ	Densidad de la atmósfera
S	Superficie alar
S_δ	Superficie de los alerones y elevadores
T	Fuerza producida por el sistema de propulsión
θ	Ángulo de asiento del avión
V	Velocidad aerodinámica total del UAV
ω_0	Frecuencia natural del actuador
ξ	Factor de amortiguamiento del actuador

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Introducción y Motivación

Las aeronaves no tripuladas, en un principio, se utilizaban en áreas de espacio limitadas y protegidas. Con el paso del tiempo, gracias al avance tecnológico y al desarrollo en la industria del sector aeronáutico, estas aeronaves han pasado a tener cada vez más protagonismo ya que las áreas de acceso son cada vez mayores, al igual que los objetivos, ya sea en el campo civil o en el militar.

El término UAV proviene de las siglas en inglés *Unmanned Aerial Vehicle*. La Organización de Aviación Civil Internacional (OACI) los define como: “vehículo aéreo no tripulado que vuela sin un piloto al mando a bordo y que se controla a distancia y plenamente desde otro lugar (tierra, otra aeronave, espacio) o que ha sido programada y es plenamente autónoma” (www.icao.int). El término más conocido, generalmente, para estas aeronaves es *drone*.

Las aeronaves no tripuladas se están utilizando en una gran cantidad de áreas, como militar, ocio, vigilancia aérea, filmación, medio ambiente, investigación científica, entre otras (Aguilera, 2019).

Actualmente, las aeronaves no tripuladas se clasifican principalmente en tres grandes conjuntos: de ala fija, de ala volante y de ala rotatoria.

- UAV de ala fija: aeronave capaz de planear, pudiendo realizar maniobras de gran distancia y autonomía de vuelo, a velocidades superiores que un multicoptero. Un ejemplo de este conjunto sería un FT-ALTEA (Figura 1).
- UAV de ala volante: aeronave capaz de realizar un vuelo estable y controlable sin presencia de fuselaje claramente diferenciado de las alas ni de superficies verticales, a excepción de winglets en la punta de las alas. El Skywalker X8 es un ejemplo de ala volante (Figura 1).
- UAV de ala rotatoria: también conocidos como multicopteros, son helicópteros con más de dos motores. Se caracterizan por la capacidad de mantenerse estáticos en el aire, como puede ser el caso de un DJI Phantom (Figura 1).



Figura 1. FT-ALTEA (izquierda), Skywalker X8 (centro) y DJI Phantom (derecha).
Fuentes: www.elmundo.es , es.aliexpress.com , www.utiltech.es

El UAV más extendido en la actualidad es el cuadricóptero, que es un multicoptero de cuatro motores, que generan el empuje necesario para: despegar y aterrizar verticalmente, volar hacia adelante y hacia atrás, volar de forma lateral y mantenerse en vuelo en una posición determinada. Los 6 grados de libertad de los que disponen los cuadricópteros, su

facilidad de maniobra y el bajo coste de fabricación los hacen ideales para las aplicaciones antes descritas.

Sin embargo, el uso tan extendido de esta clase de UAV hace que el resto sean cada vez menos usados. Pensando en grandes dimensiones, el equivalente de un cuadricóptero sería un helicóptero, y el equivalente de los UAV de ala fija sería cualquier avión comercial. La principal ventaja de un helicóptero respecto de un avión es que es capaz de mantenerse estático en el aire, pero un avión tiene mejores propiedades aerodinámicas, mejor sistema de propulsión (algunos pueden superar la barrera del sonido y alcanzar velocidades supersónicas) y una estructura con mejores propiedades mecánicas.

Por lo tanto, en este Trabajo Fin de Máster, se va a emplear un UAV de ala fija, ya que puede tener mejor aerodinámica, sistema de propulsión y estructura que un UAV de ala rotatoria. Para poder trabajar con datos veraces, se han utilizado las características másicas, aerodinámicas y geométricas del Skywalker X8.

1.2 Objetivos

El objetivo general de este Trabajo Fin de Máster es modelar un UAV de ala fija y diseñar un sistema de control global para el movimiento completo del Skywalker X8.

Hablando con más detalle, este objetivo general se desglosa de forma resumida en los siguientes objetivos específicos:

- Desarrollar un modelo dinámico del Skywalker X8.
- Desacoplar el modelo para los movimientos longitudinal y lateral-direccional, y validarlos en simulación, junto al acoplamiento de ambos movimientos.
- Diseñar varias estrategias de control local para el modelo longitudinal y para el modelo lateral-direccional.
- Diseñar una estrategia de control global, a partir de los controladores locales, para cada uno de los movimientos.

1.3 Estructura de la memoria

La memoria de este trabajo se divide en siete capítulos:

- Capítulo 1: se puede encontrar una breve introducción a los UAVs y los objetivos que se pretenden conseguir en este TFM.
- Capítulo 2: se revisan los principales modelos dinámicos que existen para UAVs, y se introducen las principales técnicas de control utilizadas en UAVs.
- Capítulo 3: se explican los fundamentos teóricos necesarios para comprender los conceptos de: linealización respecto un punto de funcionamiento, técnicas de control local empleadas, como el regulador cuadrático lineal (LQR) y el método de asignación de polos para control moderno, y técnicas de control inteligente, como el control Fuzzy.
- Capítulo 4: se presenta el modelo dinámico del Skywalker X8 empleado, con las ecuaciones que se han obtenido para su implementación en simulación. Además se realiza el desacoplamiento del modelo para distinguir el movimiento longitudinal y el movimiento lateral-direccional.
- Capítulo 5: se explica el diseño de la arquitectura de control general para el modelo longitudinal y se emplean técnicas de control local con varios puntos de funcionamiento. Además, los controles locales se combinan para obtener un controlador global y se realizan varias simulaciones.

- Capítulo 6: se explica el diseño de la arquitectura de control general para el modelo lateral-direccional y se emplean técnicas de control local con varios puntos de funcionamiento. Además, los controles locales se combinan para obtener un controlador global y se realizan varias simulaciones.
- Capítulo 7: se recogen las conclusiones sobre este trabajo y futuras líneas de trabajo.

El documento termina con la bibliografía utilizada.

2. ESTADO DEL ARTE

En este capítulo se van a citar algunos de los trabajos y artículos relacionados con los modelos matemáticos de UAVs y las técnicas de control aplicadas, con especial interés en los UAVs de ala fija/volante. En la literatura son escasos los trabajos dedicados a este tipo de UAVs, y en concreto al caso de uso propuesto en este trabajo.

- En (Gryte, 2015), se realiza el modelado matemático del Skywalker X8, empleando un sistema de referencia de ejes cuerpo, obteniendo las características másicas, geométricas, y sobre todo, aerodinámicas. Además el autor propone una estrategia de control para aterrizajes con alto ángulo de ataque α .
- En (Vila, 2011), se realiza el modelado matemático de un UAV de ala fija y el diseño de una ley de control. Para el modelado matemático se emplea el sistema de ejes cuerpo, linealiza las ecuaciones, obtiene las derivadas de estabilidad (derivadas respecto de las variables de estado de la suma de fuerzas y momentos aerodinámicos y propulsivos), y adimensionaliza las ecuaciones, dividiendo la dinámica del sistema en movimiento longitudinal y movimiento lateral-direccional. Para el diseño de leyes de control se centra en dos técnicas de control moderno, LQR y asignación de polos.
- En (Aguilera, 2019), también se desarrolla un modelo matemático que describe el comportamiento dinámico del Skywalker X8, en ejes cuerpo y con los diferentes movimientos acoplados, y posteriormente estudia diferentes misiones que pueda llevar a cabo. Para el estudio de las misiones se ha diseñado sistemas de control de vuelo, como controlador de cabeceo, controlador de actitud y de velocidad mediante cabeceo, controlador de velocidad mediante empuje, y controladores de rumbo y alabeo, empleando reguladores PID.
- En (Farhadi, 2017), se sugiere el procedimiento two-steps para ajustar el control PID robusto para el sistema dinámico no lineal incierto del Skywalker X8, basado en la optimización no lineal y el método de error de salida en el dominio del tiempo. Este procedimiento se aplica para diseñar el control PID robusto para el balanceo y guiñada.
- En (van Wyk, 2020), se diseña el sistema de guiado, control y navegación (GNC) del UAV de ala volante, Skywalker X8. Para el modelado, separa las dinámicas longitudinal y lateral-direccional y las linealiza. Para el control, utiliza el método de Gain Scheduling (planificación de ganancias) y diseña varios tipos de controladores longitudinales (cabeceo, velocidad y altitud) y controladores laterales (balanceo y rumbo).
- (Högnadóttir, 2022) compara un modelo de controlador adaptativo de referencia (MRAC) con controladores PID. Ambos están desarrollados para el UAV de ala fija Skywalker X8 que opera en condiciones de formación de hielo, lo que incluye formación de hielo asimétrica en las alas y efectividad de control reducida. El esquema MRAC está dado por un modelo lineal con un término de sesgo para capturar efectos no modelados y modificado con el operador de proyección para aumentar la robustez.
- (Zhou, 2015) propone un tipo de método de control de vehículos aéreos no tripulados (UAV) para la dinámica longitudinal, que incluye control de velocidad (lazo interior) y control de altura (lazo exterior). Para el lazo interior, se utiliza el control adaptativo multimodelo, y para el lazo exterior, se emplea un controlador Fuzzy PID.

Comparando lo que se propone en este trabajo con los artículos comentados, (Vila, 2011) y (Aguilera, 2019) desarrollan modelos matemáticos linealizados y adimensionales, mientras que este trabajo desarrolla un modelo matemático no lineal y separa la dinámica del UAV en los dos movimientos (longitudinal y lateral-direccional) debido a la configuración aerodinámica del Skywalker X8, describiendo el comportamiento del UAV de la forma más realista posible.

Continuando con la comparación, todos los artículos comentados emplean técnicas de control, como LQR, asignación de polos, PID o planificación de ganancias. En este trabajo, se combinan leyes de control locales para obtener un controlador robusto para todo el rango de operación del UAV.

3. CONCEPTOS PREVIOS

En este capítulo se explican los fundamentos teóricos necesarios para comprender la linealización de sistemas no lineales, las técnicas de control que se van a aplicar, como el regulador cuadrático lineal (LQR) y el método de asignación de polos, y la lógica Fuzzy.

3.1 Linealización de Sistemas

La mayoría de los sistemas dinámicos reales poseen características no lineales, pero muchos de ellos pueden ser aproximados de manera razonable mediante modelos lineales, al menos en la proximidad de ciertos puntos de operación del sistema. El análisis y control de un sistema dinámico resulta más sencillo usando un modelo lineal. De ahí el interés por obtener un modelo lineal de un sistema, siempre que sea posible.

Se conoce como linealización al proceso de obtención de un modelo lineal a partir de un modelo no lineal. La técnica más popular de linealización consiste en el desarrollo en serie de Taylor de las funciones no lineales del sistema alrededor de un determinado punto de operación.

Se considera un sistema dinámico con p entradas, q salidas y n variables de estado descrito por el siguiente modelo no lineal:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= h(x(t), u(t))\end{aligned}\tag{1}$$

El vector de funciones f de dimensión $n \times 1$ establece la tasa de variación del vector de estado en función del estado x y de las entradas u . Mientras que el vector de funciones h de dimensión $q \times 1$ proporciona las salidas en función del estado x y las entradas u .

Suponiendo que el sistema se encuentra en el punto de operación definido por el vector de estados $x_Q(t)$ y el vector de entradas $u_Q(t)$, se cumple que $x_Q(t)$ es solución de las ecuaciones (1).

$$\begin{aligned}\dot{x}_Q(t) &= f(x_Q(t), u_Q(t)) \\ y_Q(t) &= h(x_Q(t), u_Q(t))\end{aligned}\tag{2}$$

Si las desviaciones del estado $\Delta x = x - x_Q$ y de la entrada $\Delta u = u - u_Q$ respecto del punto de equilibrio son pequeñas, se puede utilizar el desarrollo de Taylor de primer orden de las funciones no lineales alrededor del punto de operación (x_Q, u_Q) para obtener una aproximación lineal del sistema no lineal:

$$\begin{aligned}\dot{\Delta x}(t) &= A(t) \cdot \Delta x(t) + B(t) \cdot \Delta u(t) \\ \Delta y(t) &= C(t) \cdot \Delta x(t) + D(t) \cdot \Delta u(t)\end{aligned}\tag{3}$$

donde

$$A(t) = \left. \frac{df}{dx} \right|_{(x_Q, u_Q)} \quad B(t) = \left. \frac{df}{du} \right|_{(x_Q, u_Q)} \quad C(t) = \left. \frac{dh}{dx} \right|_{(x_Q, u_Q)} \quad D(t) = \left. \frac{dh}{du} \right|_{(x_Q, u_Q)} \quad (4)$$

son matrices Jacobianas. Señalar que la dependencia con el tiempo t de estas matrices proviene del hecho de que el vector de estados $x_Q(t)$ y el vector de entradas $u_Q(t)$ también dependen en general del tiempo.

En el caso de que el punto de operación sea también un punto de equilibrio, entonces x_Q , u_Q e y_Q no dependen del tiempo y se cumple que $\dot{x}_Q = f(x_Q, u_Q) = 0$, con lo que las matrices Jacobianas no dependen del tiempo y el modelo en el espacio de estados toma la forma:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x}(t) &= A. \Delta x(t) + B. \Delta u(t) \\ \Delta y(t) &= C. \Delta x(t) + D. \Delta u(t) \end{aligned} \quad (5)$$

Con respecto al método de linealización descrito, hay que realizar los siguientes comentarios:

- Aplicando este método de linealización se obtiene un modelo que es lineal respecto a las desviaciones del estado, las entradas y las salidas alrededor de un punto de operación (modelo de pequeña-sígnal).
- El modelo lineal obtenido proporciona una aproximación razonable del sistema no lineal si las desviaciones del estado y de la entrada respecto al punto de operación son pequeñas. En caso contrario, el modelo lineal proporcionará resultados imprecisos puesto que no es posible desprestigiar los términos de segundo orden o superiores en el desarrollo en serie de Taylor. De hecho, dichos términos pueden utilizarse para establecer el error de modelado.
- En ingeniería de control, un sistema opera normalmente entorno a un punto de equilibrio. Si las señales que se le aplican son pequeñas en torno al equilibrio, entonces es posible aproximar el sistema no lineal con un sistema lineal. Dicho sistema lineal es equivalente al no lineal si se considera un rango limitado de operación en dicho punto de equilibrio.
- Un modelo lineal es solo un modelo aproximado, y por lo tanto debe ser utilizado con la cautela apropiada (como de hecho deben ser utilizados todos los modelos).

3.2 LQR y Asignación de Polos

Como en el control clásico, el control del sistema implica conocer cómo se está comportando el sistema y modificar su comportamiento para ajustarlo al deseado mediante una realimentación. Pero a diferencia del control clásico, en el espacio de estados no se realimenta la salida sino que se realimentan las variables de estado.

Pero para saber si se puede controlar un sistema primero hay que analizar su controlabilidad. Es decir, si realimentando el sistema se pueden mover sus polos a cualquier sitio que se quiera del diagrama de polos.

Para comprobar la controlabilidad de un sistema existen varios métodos:

- Un sistema es controlable si el rango de la matriz de controlabilidad $M = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]$ es igual al número de variables de estado del sistema, es decir, $|M| = |B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B| \neq 0$.
- Un sistema es controlable si todos sus modos son controlables. Un modo es controlable si y solo si $q_i^H B \neq 0$, donde q_i^H es el autovector (fila) del modo i .

Una vez se verifica que el sistema es completamente controlable se puede ver cómo se va a controlar el sistema.

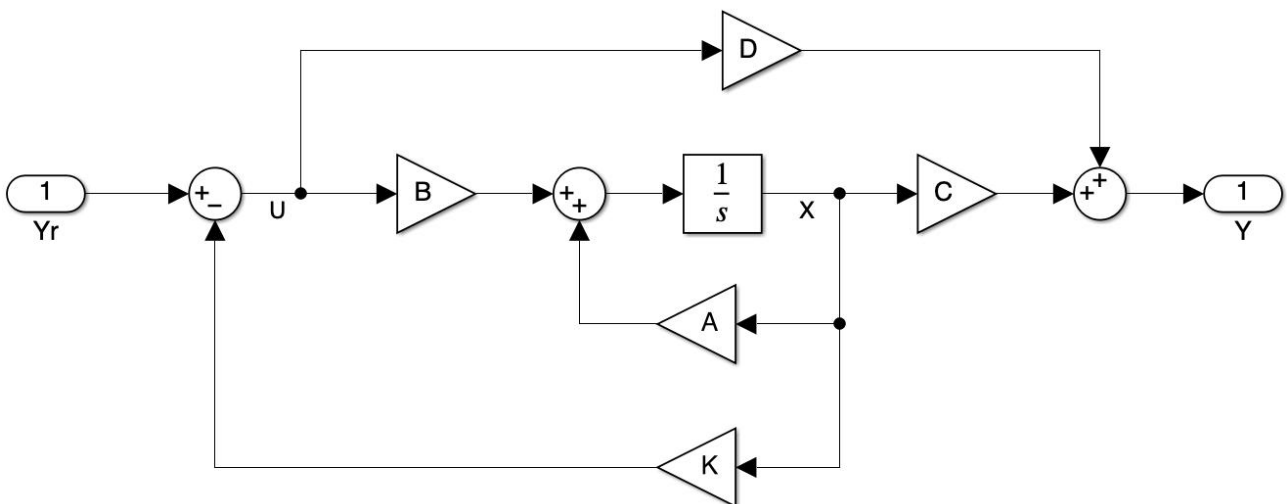


Figura 2. Arquitectura del sistema de control en Simulink.

En la Figura 2 se muestra un esquema de la arquitectura del control, donde se define la matriz K como la matriz de ganancias para cada variable de estado que se va a realimentar. Con lo que el sistema de ecuaciones del espacio de estados (5) se ve modificado:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x}(t) &= A \cdot \Delta x(t) + B(\Delta y_r(t) - K\Delta x(t)) \rightarrow \Delta \dot{x}(t) = (A - BK)\Delta x(t) + B \cdot \Delta y_r(t) \\ \Delta y(t) &= C \cdot \Delta x(t) + D(\Delta y_r(t) - K\Delta x(t)) \rightarrow \Delta y(t) = (C - DK)\Delta x(t) + D \cdot \Delta y_r(t) \end{aligned} \quad (6)$$

Para obtener el valor de la matriz K se pueden utilizar una amplia variedad de métodos, entre ellos algunos de los más destacados son el Regulador Cuadrático Lineal (LQR) y el método de asignación de polos. La metodología de estos dos métodos se explicará en breve.

Sin embargo, al emplear la arquitectura de la Figura 2 es habitual que se produzcan desajustes en las ganancias en estado estacionario, alcanzando otros valores. Para solucionar este problema se puede multiplicar el vector de referencia $y_r(t)$ por una matriz

K_r , que es igual a la inversa de la Matriz de Ganancias en Estado Estacionario (SSGM) del sistema controlado (6), como se muestra en la Figura 3.

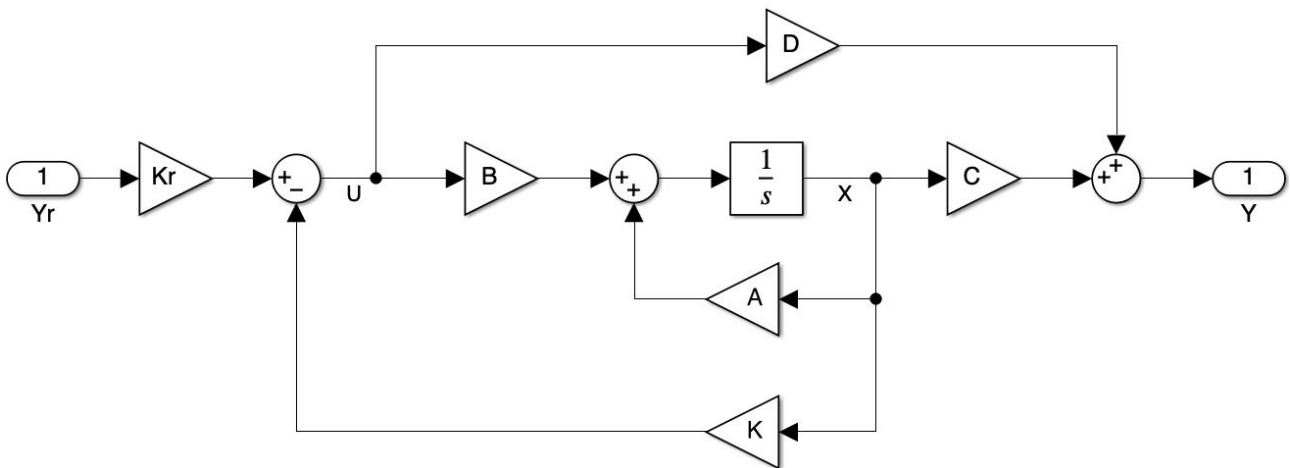


Figura 3. Arquitectura del sistema de control con reajuste de ganancias en Simulink.

Control LQR

El diseño de sistemas óptimos de control es una tarea importante en la ingeniería de control. El propósito del diseño es realizar un sistema con componentes prácticos que proporcione el comportamiento de operación deseado. Para el diseño de un sistema óptimo de control, se considera que el sistema está descrito mediante una formulación de variables de estado. La realimentación será como la que se ha considerado de inicio.

En el control óptimo lo que se intenta es minimizar el índice de comportamiento, o función de coste, que viene dado por la siguiente función (Vila, 2011):

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (7)$$

Donde:

- Q es una matriz cuadrada de orden n y simétrica real, y representa la desviación de los estados respecto a los estados deseados (señal de entrada).
- R es el factor de peso escalar, el cual se minimiza cuando $K = R^{-1} B^T P$. R es una matriz cuadrada de orden p , siendo p el número de entradas del sistema.

La matriz P , que es cuadrada de orden n , se determina como solución de la ecuación matricial reducida de Riccati (Vila, 2011):

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (8)$$

Los pasos del diseño de esta ley de control se plantean del modo siguiente: resolver la ecuación matricial reducida de Riccati, obteniendo la matriz P , y sustituir esta matriz P en la ecuación $K = R^{-1} B^T P$, obteniendo así la matriz K óptima.

A la hora de diseñar un controlador óptimo cuadrático, se debe elegir el valor de las matrices Q y R . La única regla que existe a la hora de hacerlo es que los valores de los coeficientes deben ser siempre cero o positivos. Un método simple consiste en escoger matrices diagonales, asignando valores grandes a aquellas variables a minimizar.

La ventaja más importante del controlador LQR es que independientemente de las matrices Q y R escogidas, se obtendrá una ley de control que haga un sistema estable.

Para el diseño del controlador LQR en este trabajo, las matrices Q y R son matrices que sólo tienen valores en la diagonal principal, y estos valores son el inverso del máximo valor aceptable de las variables de estado y las entradas, respectivamente.

En MATLAB, existe la función *lqr*, que da como resultado el valor de la matriz K que minimiza el índice de comportamiento dadas las matrices Q y R , no teniendo así que calcular a mano la matriz P del controlador.

Asignación de Polos

Una forma de abordar el control de este sistema es decidir qué polos se quiere que tenga el sistema en lazo cerrado. Así se define qué tipo de salida se quiere, mejorando las características de control y estabilizándolo si es necesario.

Una vez se ha decidido qué polos se quieren en el sistema, se calcula la ecuación característica del sistema controlado (6), en función de los coeficientes de la matriz K , y se iguala a la ecuación característica, definida por los polos deseados, obteniendo un sistema de ecuaciones a resolver.

Este sistema de ecuaciones es sencillo de resolver si la planta es un sistema SISO (Single Input, Single Output), pero bastante complejo de resolver si la planta es un sistema MIMO (Multiple Input, Multiple Output), debido a que el sistema de ecuaciones tiene n ecuaciones, pero la matriz K contiene $n \times p$ coeficientes.

En MATLAB, hay una función llamada *place*. Esta función calcula la matriz K para cualquier sistema MIMO (y SISO) lo más aproximado posible a los valores de polos deseados.

3.3 Control Fuzzy

El control Fuzzy o difuso es una alternativa práctica para una variedad de aplicaciones de control desafiantes, ya que proporciona un método conveniente para construir controladores no lineales mediante el uso de información heurística.

Dicha información heurística puede provenir de un operador que ha actuado como un controlador "humano" en el proceso. En la metodología de diseño de control difuso se representan en reglas el conocimiento del operador sobre cómo controlar el proceso. Luego se incorporan a un sistema de inferencia difuso que emula el proceso de toma de decisiones del experto humano.

En otros casos, la información puede provenir de un ingeniero de control que ha realizado un extenso modelado matemático, análisis y desarrollo de algoritmos de control para un

proceso en particular. Nuevamente, dicha experiencia se carga en el controlador difuso para automatizar los procesos de razonamiento y las acciones del experto.

Independientemente de dónde provenga el conocimiento, el control difuso proporciona un formalismo fácil de usar para representar e implementar la información que se tiene del control mediante reglas en lenguaje natural.

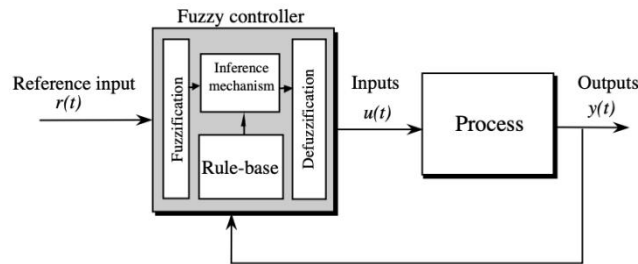


Figura 4. Arquitectura general de un sistema de control Fuzzy. (Passino, 1998)

En la Figura 4 se muestra un diagrama de bloques de un sistema de control difuso. El controlador difuso se compone de los siguientes cuatro elementos:

1. Una base de reglas (un conjunto de reglas If-Then), que contiene una cuantificación de lógica difusa de la descripción lingüística del experto sobre cómo lograr un buen control.
2. Un mecanismo de inferencia (también llamado “motor de inferencia” o módulo de “inferencia difusa”), que emula la toma de decisiones del experto al interpretar y aplicar el conocimiento sobre la mejor manera de controlar la planta.
3. Una interfaz de fuzzificación, que convierte las entradas del controlador en información que el mecanismo de inferencia puede usar fácilmente para activar y aplicar reglas.
4. Una interfaz de defuzzificación, que convierte las conclusiones del mecanismo de inferencia en entradas reales para el proceso.

A continuación se presenta la metodología empleada para diseñar el algoritmo de control propuesto en este trabajo, el algoritmo Takagi-Sugeno (T-S).

Modelado basado en un Sistema Fuzzy Takagi-Sugeno

El sistema difuso T-S permite aproximar un modelo no lineal como una combinación de modelos lineales locales. Un modelo difuso dinámico T-S se describe por un conjunto de reglas “If-Then”. La regla i -ésima del modelo no lineal es (Farfán, 2010):

$$\text{If } z_1(t) \text{ es } M_{i1} \text{ y } \dots \text{ y } z_g(t) \text{ es } M_{ig} \quad \text{then} \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i \cdot x(t) + B_i \cdot u(t) \\ y(t) = C_i \cdot x(t) + D_i \cdot u(t) \end{cases} \quad (9)$$

Donde:

- $i = 1, 2, \dots, r$; $j = 1, 2, \dots, g$
- r es el número de reglas ; g es el número de variables medibles o referencias

- $z_1(t) \dots z_g(t)$ son las variables medibles o referencias del sistema.
- M_{ij} son los conjuntos difusos.

El estado y la salida final del sistema difuso se describen como:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \lambda_i[z(t)] \cdot (A_i \cdot x(t) + B_i \cdot u(t)) \\ y(t) &= \sum_{i=1}^r \lambda_i[z(t)] \cdot (C_i \cdot x(t) + D_i \cdot u(t)) \end{aligned} \quad (10)$$

Donde:

- $\lambda_i[z(t)]$ es el grado de pertenencia de $z_j(t)$ en M_{ij}

Respecto al algoritmo Takagi-Sugeno, la regla i -ésima del controlador es:

$$\text{If } z_1(t) \text{ es } M_{i1} \text{ y } \dots \text{ y } z_g(t) \text{ es } M_{ig} \quad \text{then } u_i(t) = -K_i \cdot x(t) \quad (11)$$

El controlador Fuzzy global será una combinación de todos los controladores locales:

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r \lambda_i[z(t)] \cdot K_i \cdot x(t) \quad (12)$$

4. MODELADO DEL SISTEMA UAV

Este capítulo se dedica tanto a la descripción del UAV como al modelo dinámico base que se usará en el simulador, incluyendo la modificación en el sistema de propulsión que se ha realizado.

Primero se presentarán las características físicas del UAV, tomadas de la literatura, y que aportarán los valores másicos, aerodinámicos y geométricos necesarios para la posterior resolución de las ecuaciones.

A continuación se definen los sistemas de referencia empleados, para poder establecer una correcta definición de las relaciones cinemáticas y dinámicas. En particular, se emplean los ejes tierra para las ecuaciones cinemáticas, los ejes viento para las ecuaciones de fuerzas, y los ejes cuerpo para las ecuaciones de momentos.

Una vez establecidas las características del vehículo y presentados los sistemas de referencia, se proceden a plantear las ecuaciones en sí de nuestro modelo. Las relaciones cinemáticas se plantearán en función de la velocidad de la aeronave y de los ángulos de Euler, mientras que las relaciones dinámicas se plantearán en función de las componentes de la velocidad lineal y angular, la masa del UAV, y las componentes de las fuerzas a la que se encuentra sometido.

Tras plantear las ecuaciones del modelo, se desglosan las fuerzas y momentos que intervienen. Estas fuerzas son de origen gravitatorio, aerodinámico y propulsivo, mientras que los momentos serán solo de origen aerodinámico debido a que las fuerzas gravitatoria y propulsiva pasan por el centro de gravedad.

Finalmente, se desacopla el modelo en dos submodelos distintos (longitudinal y lateral-direccional) debido a la influencia de las variables en cada uno de los submodelos. También se procederá a la validación tanto de los submodelos como del modelo completo.

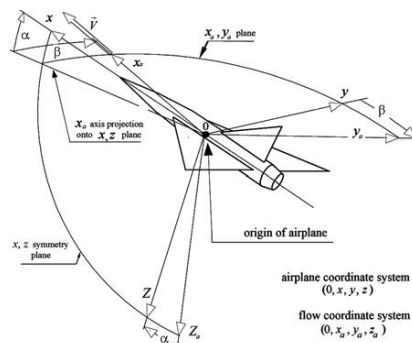


Figura 5. Ángulo de ataque y ángulo de resbalamiento. (www.researchgate.net)

Las hipótesis de trabajo son:

- No hay perturbaciones atmosféricas, para facilitar la simulación del UAV.
- Ángulo de ataque α muy pequeño: ya que volar con ángulo de ataque grande, en la mayoría de los casos, es un riesgo para la estabilidad de las aeronaves (Figura 5).

- Ángulo de resbalamiento β muy pequeño: ya que volar con ángulo de resbalamiento no es una posición normal de funcionamiento de la aeronave, ya que incrementa la resistencia y crea fuerzas laterales que hay que compensar (Figura 5).

- Aceleración de la gravedad constante: para la variación en las alturas de vuelo en el que opera el UAV, la diferencia de gravedad es inferior a 0.01%. Por lo tanto, se puede tomar como constante y de valor $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

- Densidad de la atmósfera constante: para la variación en las alturas de vuelo en el que opera el UAV, la variación de densidad es inferior al 5%, por lo que se puede tomar como constante y de valor $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$.

4.1 Modelo del UAV SKYWALKER X8

El drone seleccionado es el Skywalker X8, que es un UAV de ala fija en una configuración de ala volante, es decir, no tiene cola y no hay una clara distinción entre el ala y el fuselaje. Este modelo se ha seleccionado porque, entre los UAV de ala fija disponibles en el mercado, se disponía de información más detallada, y es un sistema representativo de UAVs de ala fija con configuración de ala volante. El Skywalker X8 fue diseñado originalmente para vuelos FPV (First Person View), pero desde su lanzamiento ha sido ampliamente aceptado por la comunidad de modelos de aeronaves.

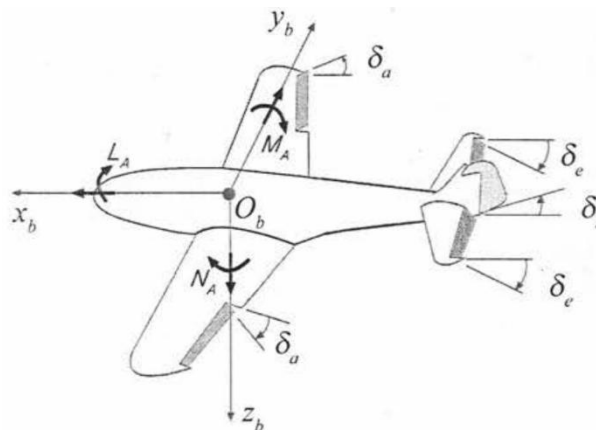


Figura 6. Superficies aerodinámicas.

En la Figura 6 se muestran las superficies aerodinámicas de una aeronave general. Para el Skywalker X8, al no disponer de cola, no tiene deflexión del rudder δ_r , y los alerones se deflexan de forma antisimétrica (deflexión de los alerones δ_a) o de forma simétrica (deflexión de los elevadores δ_e).

Sus características físicas generales se recogen en la Tabla 1, obtenidas a partir de la referencia (Grite, 2015), "High Angle of Attack Landing of an Unmanned Aerial Vehicle".

Tabla 1. Características físicas generales del Skywalker X8.

Características	Valor (unidades)
Envergadura	2100 mm
Longitud	780 mm
Superficie Alar	75 dm ²
Máximo peso en vuelo	3500 kg
Cuerda media aerodinámica	35.71 cm
Superficie de los elevadores / alerones	7.5 dm ²
Longitud de los elevadores / alerones	35.71 cm

A continuación se mencionarán los sistemas de referencia que se han utilizado, para posteriormente poder definir las ecuaciones cinemáticas y dinámicas.

4.2 Sistemas de Referencia

En aeronáutica, es imprescindible el uso de varios sistemas de referencia debido a la cantidad de elementos que afectan al comportamiento de la aeronave. En este trabajo, se han utilizado los siguientes sistemas de referencia:

- Sistema de ejes Tierra o ECEF (Earth Centered, Earth Fixed): sistema topocéntrico giratorio, también conocido como “sistema navegacional”, ya que es muy útil para representar la trayectoria de la aeronave desde su aeropuerto de salida. Los parámetros que se usan para representar la posición en este sistema de referencia son los ángulos de longitud (λ), latitud (φ) y la altitud (h).

- Sistema de ejes horizonte local o NED (North, East, Down): sistema de referencia local centrado en un punto, se encuentre o no sobre la superficie terrestre. Se traslada al moverse el punto de referencia. Los parámetros que usan para definirlo son Norte (N), Este (E) y vertical hacia abajo (D).

- Sistema de ejes cuerpo o BFS (Body Fixed System): sistema que representa al sólido rígido de la aeronave y que permanece ligado a él en todos sus movimientos. Utilizado para definir la actitud (u orientación) de la aeronave respecto al sistema de ejes horizonte local. Los parámetros que la determinan son los ángulos de Euler de alabeo (ϕ), cabeceo (θ) y guiñada (ψ) (Figura 7).

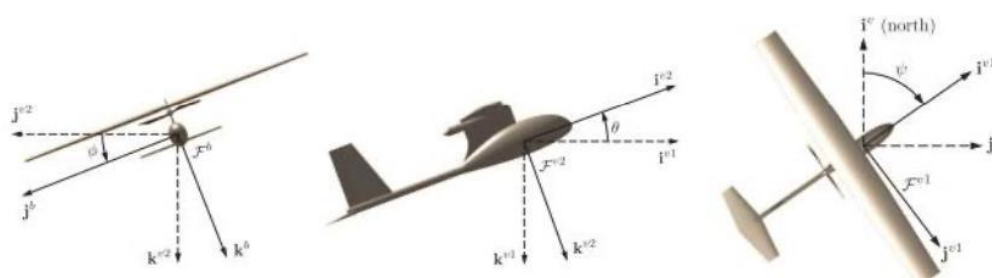


Figura 7. Sistema de referencia de ejes cuerpo (BFS). (Aguilera, 2019)

- Sistema de ejes viento o WF (Wind Flame): sistema ligado a la velocidad aerodinámica instantánea de la aeronave, que sirve para orientar el viento respecto de la aeronave. Si no hay viento, coincide con el sistema de ejes cuerpo. Los parámetros que lo definen son su magnitud, el ángulo de ataque (α) y el ángulo de resbalamiento (β) (Figura 8).

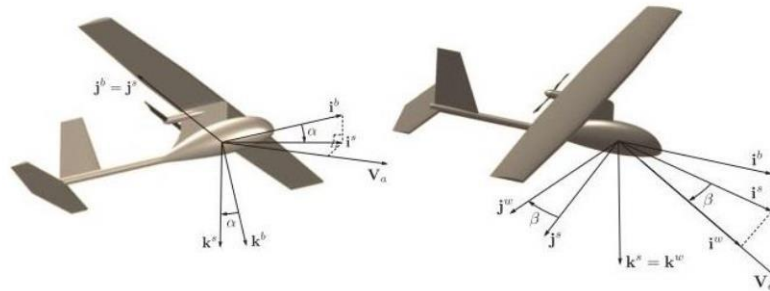


Figura 8. Sistema de referencia de ejes viento (WF). (Aguilera, 2019)

4.3 Relaciones Cinemáticas

A continuación se presentan las ecuaciones cinemáticas. Por un lado, se calcula la derivada de la posición en ejes tierra del Skywalker X8 en función de las componentes de la velocidad lineal y su orientación (ángulos de Euler) en ejes viento. Por otro lado, se calcula la derivada de la actitud a partir de las componentes de la velocidad angular y la actitud en ejes cuerpo, en función de los ángulos de Euler de alabeo (ϕ), cabeceo (θ) y guiñada (ψ).

- Ratio de cambio de posición en ejes tierra:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{z}_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

Donde: c representa el coseno del ángulo y s representa el seno del ángulo.

- Ratio de cambio de actitud en ejes tierra:

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \text{sen}(\phi)\tan(\theta) & \text{cos}(\phi)\tan(\theta) \\ 0 & \text{cos}(\phi) & -\text{sen}(\phi) \\ 0 & \text{sen}(\phi)\text{sec}(\theta) & \text{cos}(\phi)\text{sec}(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (14)$$

Donde: p es la velocidad de balance, q es la velocidad de cabeceo y r es la velocidad de guiñada.

Las ecuaciones (13) y (14) se han obtenido considerando el sistema de ejes tierra como sistema inercial y paralelo a los ejes horizonte local, y empleando la matriz de transformación entre el sistema de ejes horizonte local y el sistema de ejes cuerpo. Integrando estas ecuaciones y considerando sus respectivos valores iniciales se obtiene la posición en ejes tierra y la actitud en un instante dado.

4.4 Relaciones Dinámicas

De igual forma se obtienen las ecuaciones dinámicas. Por un lado, se calcula la derivada de la velocidad lineal, en función de las componentes de la velocidad lineal y angular, la masa del UAV y las componentes de las fuerzas a la que se encuentra sometido, expresadas en ejes viento, porque son más convenientes. Por otro lado, se calcula la derivada de la velocidad angular, en función de las velocidades angulares, el tensor de inercia y los momentos de las fuerzas experimentadas por el UAV, expresadas en ejes cuerpo, ya que el tensor de inercia se mantiene constante.

- Ratio de cambio de la velocidad lineal en ejes viento:

$$\begin{aligned} F_X &= m\dot{V} \\ F_Y &= mV(\dot{\chi}\cos(\gamma)\cos(\mu) - \dot{\gamma}\sin(\mu)) \\ F_Z &= -mV(\dot{\chi}\cos(\gamma)\sin(\mu) + \dot{\gamma}\cos(\mu)) \end{aligned} \quad (15)$$

Donde: F_X , F_Y , F_Z son el sumatorio de fuerzas ejercidas sobre los ejes x, y, z, respectivamente.

- Ratio de cambio de la velocidad angular en ejes cuerpo:

$$\begin{aligned} M_X &= I_X\dot{p} - J_{XZ}\dot{r} + (I_Z - I_Y)qr - J_{XZ}pq \\ M_Y &= I_Y\dot{q} - (I_Z - I_X)pr + J_{XZ}(p^2 - r^2) \\ M_Z &= I_Z\dot{r} - J_{XZ}\dot{p} + (I_X - I_Y)pq - J_{XZ}qr \end{aligned} \quad (16)$$

Donde: M_X , M_Y , M_Z son el sumatorio de momentos ejercidos sobre los ejes x, y, z, respectivamente.

Integrando estas ecuaciones y considerando sus respectivos valores iniciales, se obtiene la velocidad lineal y angular en un instante determinado.

4.5 Fuerzas y Momentos

En este apartado se expresan las ecuaciones que permiten calcular las componentes de las fuerzas y momentos a los que está sometido el UAV. Las ecuaciones genéricas tienen la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= \vec{F}_{gravitatoria} + \vec{F}_{aerodinamica} + \vec{F}_{propulsiva} = m\vec{a} \\ \sum \vec{M} &= \sum (\vec{r} \times \vec{F}) = \vec{M}_{aerodinamica} = I\dot{\omega} \end{aligned} \quad (17)$$

Como se puede observar, el sumatorio de fuerzas se compone de tres grandes bloques: la fuerza gravitatoria, la fuerza aerodinámica y la fuerza propulsiva.

- Fuerza gravitatoria: se rige por el modelo de gravedad EGM96 (Earth Gravitational Model '96), el cual se encuentra incluido en el sistema de coordenadas WGS84 (World Geodetic System '84), que es un sistema de coordenada geodésico estándar en navegación y utilizado por el sistema GPS (Global Positioning System).

Como no se producen grandes cambios en la latitud y altitud del UAV, se ha decidido considerar la aceleración de la gravedad constante y de valor $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. De la misma manera, se considera la densidad de la atmósfera constante y de valor $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$.

Por lo tanto, el vector fuerza gravitatoria, expresado en ejes viento, quedaría de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} \vec{F}_g \end{pmatrix}_w = \begin{pmatrix} -mg\text{sen}(\gamma) \\ mg\text{cos}(\gamma)\text{sen}(\mu) \\ mg\text{cos}(\gamma)\text{cos}(\mu) \end{pmatrix} \quad (18)$$

- Fuerza aerodinámica: al ser imposible realizar ensayos experimentales de ningún tipo sobre el UAV, se ha optado por realizar un trabajo de investigación previo el cual concluyó con la decisión de utilizar una serie de coeficientes mecánicos y aerodinámicos obtenidos a partir de una serie de experimentos efectuados sobre el Skywalker X8 (Gryte, 2015). Los parámetros seleccionados son los momentos y productos de inercia y coeficientes aerodinámicos.

Además, se han integrado los parámetros dimensionales que se encuentran en la Tabla 1. Todos los parámetros que definen la aeronave se recogen en la Tabla 2.

Tabla 2. Parámetros mecánicos y aerodinámicos del Skywalker X8.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
m	3.5000	$C_{L\alpha}$	4.0191	C_{l_r}	0.0250
b	2.1000	C_{Lq}	3.8954	$C_{l_{\delta_a}}$	0.2987
c	0.3571	$C_{L_{\delta_e}}$	0.5872	C_{m_0}	0.0180
l	0.3571	C_{D_0}	0.0102	C_{m_α}	-0.2524
S	0.7500	C_{Dq}	0	C_{m_q}	-1.3047
S_δ	0.0750	$C_{D_{\delta_e}}$	0.8461	$C_{m_{\delta_e}}$	-0.4857
AR	5.8800	C_{Q_0}	3.2049e-18	C_{n_0}	-2.2667e-7
I_X	1.2290	C_{Q_β}	-0.1949	C_{n_β}	0.0403
I_Y	0.1702	C_{Q_p}	-0.1172	C_{n_p}	-0.0247

I_Z	0.8808	C_{Q_r}	0.0959	C_{n_r}	-0.1252
J_{XZ}	0.9343	$C_{Q_{\delta_a}}$	-0.0696	$C_{n_{\delta_a}}$	0.0076
e	0.9935	C_{l_0}	1.1518e-18		
α_0	0.2670	C_{l_β}	-0.0765		
C_{L_0}	0.0254	C_{l_p}	-0.4018		

Por lo tanto, el vector fuerza aerodinámica, expresado en ejes viento, quedaría de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} \vec{F}_a \end{pmatrix}_w = \begin{pmatrix} -0.5\rho V^2 S C_D \\ -0.5\rho V^2 S C_Q \\ -0.5\rho V^2 S C_L \end{pmatrix} \quad (19)$$

Donde: C_D es coeficiente de resistencia aerodinámica, C_Q es el coeficiente de fuerza lateral aerodinámica, C_L es el coeficiente de sustentación aerodinámica, ρ es la densidad de la atmósfera, V es la velocidad aerodinámica del UAV, S es la superficie alar.

Además, como se ha mencionado anteriormente, los momentos serán solo de origen aerodinámico. El vector momento aerodinámico, expresado en ejes cuerpo, quedaría de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} \vec{M}_a \end{pmatrix}_b = \begin{pmatrix} 0.5\rho V^2 S c C_l \\ 0.5\rho V^2 S b C_m \\ 0.5\rho V^2 S b C_n \end{pmatrix} \quad (20)$$

Donde: C_l , C_m , C_n son los coeficientes de momento aerodinámico alrededor de los ejes x, y, z, respectivamente; ρ es la densidad de la atmósfera, V es la velocidad aerodinámica del UAV, S es la superficie alar, c es la cuerda media aerodinámica, b es la envergadura.

Los coeficientes aerodinámicos tienen la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
C_D &= C_{D_0} + \frac{c}{2V} C_{D_q} \cdot q + \frac{S_\delta}{S} C_{D_{\delta_e}} \cdot \delta_e \\
C_Q &= C_{Q_0} + C_{Q_\beta} \cdot \beta + \frac{b}{2V} (C_{Q_p} \cdot p + C_{Q_r} \cdot r) + \frac{S_\delta}{S} C_{Q_{\delta_a}} \cdot \delta_a \\
C_L &= C_{L_0} + C_{L_\alpha} \cdot \alpha + \frac{c}{2V} C_{L_q} \cdot q + \frac{S_\delta}{S} C_{L_{\delta_e}} \cdot \delta_e \\
C_l &= C_{l_0} + C_{l_\beta} \cdot \beta + \frac{b}{2V} (C_{l_p} \cdot p + C_{l_r} \cdot r) + \frac{S_\delta l_a}{SC} C_{l_{\delta_a}} \cdot \delta_a \\
C_m &= C_{m_0} + C_{m_\alpha} \cdot \alpha + \frac{b}{2V} C_{m_q} \cdot q + \frac{S_\delta l_e}{SC} C_{m_{\delta_e}} \cdot \delta_e \\
C_n &= C_{n_0} + C_{n_\beta} \cdot \beta + \frac{b}{2V} (C_{n_p} \cdot p + C_{n_r} \cdot r) + \frac{S_\delta l_a}{SC} C_{n_{\delta_a}} \cdot \delta_a
\end{aligned} \tag{21}$$

- Fuerza propulsiva: producida por el sistema de propulsión. El Skywalker X8 dispone de un motor XOAR Titan T8120, que es un motor eléctrico, pero se ha comparado con un motor AS 2820 Long Shaft KV1250, también eléctrico, para ver cuál tiene una mejor tasa de consumo para un vuelo en crucero y a una velocidad $V = 45 \text{ m/s}$. Dicha comparación está reflejada en la Tabla 3, obteniéndola a partir de la referencia (Gryte, 2015) y datos del fabricante. Estos datos se pueden encontrar tabulados en el Anexo I.

La ecuación para el cálculo de la tasa de consumo en crucero es:

$$\eta = \frac{P}{P_{max}} = \frac{0.5\rho V^3 S (C_{D_0} + C_{D_{\delta_e}} \delta_e)}{P_{max}} \tag{22}$$

Tabla 3. Comparación entre los motores XOAR Titan T8120 y AS 2820 Long Shaft KV1250.

Motor	Cantidad	Masa total (kg)	Tasa de Consumo en Crucero (%)
XOAR Titan T8120	1	0.556	78.98
AS 2820 Long Shaft KV1250	2	0.288	81.98
	3	0.432	54.65

Analizando la Tabla 3 se observa que tres motores AS 2820 Long Shaft KV1250 tienen una tasa de consumo en crucero de aproximadamente 55%, bastante inferior a la tasa de consumo del motor que se encontraba incorporado en el UAV, es decir, estos tres motores juntos consumen menos batería y proporcionan una mayor autonomía al UAV. Por lo tanto, se ha decidido “sustituir” el motor XOAR Titan T8120 por tres motores AS 2820 Long Shaft KV1250, y sin producir un aumento de la masa total del UAV.

A continuación hay que seleccionar las palas que van a llevar los motores. Para ello, la Tabla 4 muestra una comparativa de la autonomía de dos tipos de palas diferentes en el vuelo en crucero anteriormente descrito. Se ha utilizado la tabla del Anexo I.

*Tabla 4. Comparativa de las palas APC 9*6 y APC 10*5.5.*

Pala	Autonomía
APC 9*6	22 min 36 s
APC 10*5.5	19 min 36 s

Por lo tanto, las palas APC 9*6 son seleccionadas para los motores ya que tienen una autonomía mayor que las palas APC 10*5.5.

Por lo tanto, el vector fuerza propulsiva, expresada en ejes viento, quedaría de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} \vec{F}_p \\ \end{pmatrix}_w = \begin{pmatrix} T \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (23)$$

4.6 Desacoplamiento del Modelo

Analizando las relaciones cinemáticas y dinámicas, así como las fuerzas y momentos, se observa que el modelo está compuesto de 9 ecuaciones, una cantidad bastante elevada. Para simplificar este complejo modelo, se divide en dos submodelos completamente desacoplados, representando un tipo de movimiento distinto cada uno.

4.6.1 Modelo Longitudinal

El modelo longitudinal es aquel que estudia el movimiento longitudinal del UAV. Para ello se considera que: sólo hay movimiento de cabeceo, existe variación en las fuerzas en el eje X y en el eje Z, y no hay momento de alabeo ni momento de guiñada.

Además, como las ecuaciones de fuerzas están escritas en ejes viento y la ecuación de momentos está descrita en ejes cuerpo, es necesario introducir la siguiente ecuación de ligaduras que permita establecer una conexión entre ellas.

$$\theta = \alpha + \gamma \quad (24)$$

Por lo tanto, el modelo longitudinal está descrito por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
m\dot{V} &= T - \frac{1}{2}\rho V^2 S \left(C_{D_0} + \frac{c}{2V} C_{D_q} \cdot q + \frac{S_\delta}{S} C_{D_{\delta_e}} \cdot \delta_e \right) - mg \sin(\gamma) \\
mV\dot{\gamma} &= \frac{1}{2}\rho V^2 S \left(C_{L_0} + C_{L_\alpha} \cdot \alpha + \frac{c}{2V} C_{L_q} \cdot q + \frac{S_\delta}{S} C_{L_{\delta_e}} \cdot \delta_e \right) - mg \cos(\gamma) \\
\dot{\theta} &= q \\
I_y \dot{q} &= \frac{1}{2}\rho V^2 S c \left(C_{m_0} + C_{m_\alpha} \cdot \alpha + \frac{b}{2V} C_{m_q} \cdot q + \frac{S_\delta l_e}{S c} C_{m_{\delta_e}} \cdot \delta_e \right) \\
\theta &= \alpha + \gamma
\end{aligned} \tag{25}$$

Las entradas del modelo longitudinal son la fuerza propulsiva T y el ángulo de deflexión de los elevadores δ_e . Las variables de estado son la velocidad aerodinámica V , el ángulo de asiento de velocidad γ , el ángulo de asiento del avión θ y la velocidad de cabeceo q .

Finalmente, para demostrar que el modelo longitudinal está bien definido, se realiza la validación del modelo. En la validación del modelo longitudinal se eligen como entradas: $T = 4.2 \text{ N}$, $\delta_e = 15^\circ$

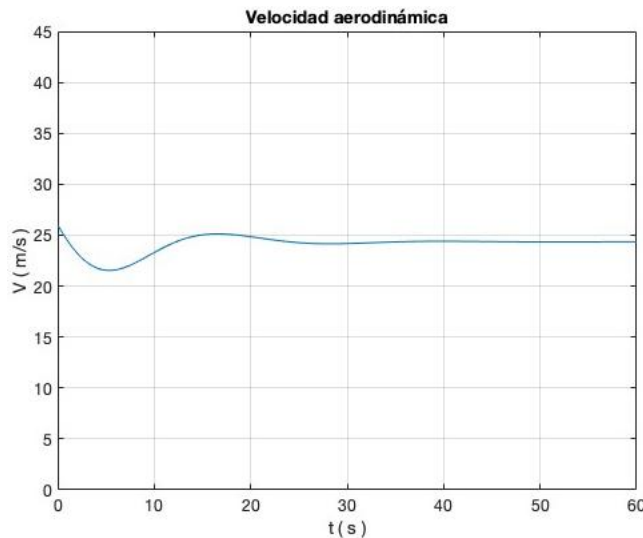


Figura 9. Validación longitudinal: Velocidad aerodinámica.

Analizando la Figura 9 se observa que, inicialmente, la velocidad es 26 m/s. Esta disminuye hasta mantenerse en un valor fijo, ya que la potencia de entrada es menor que la potencia necesaria para tener una velocidad de 26 m/s. Este comportamiento es razonable.

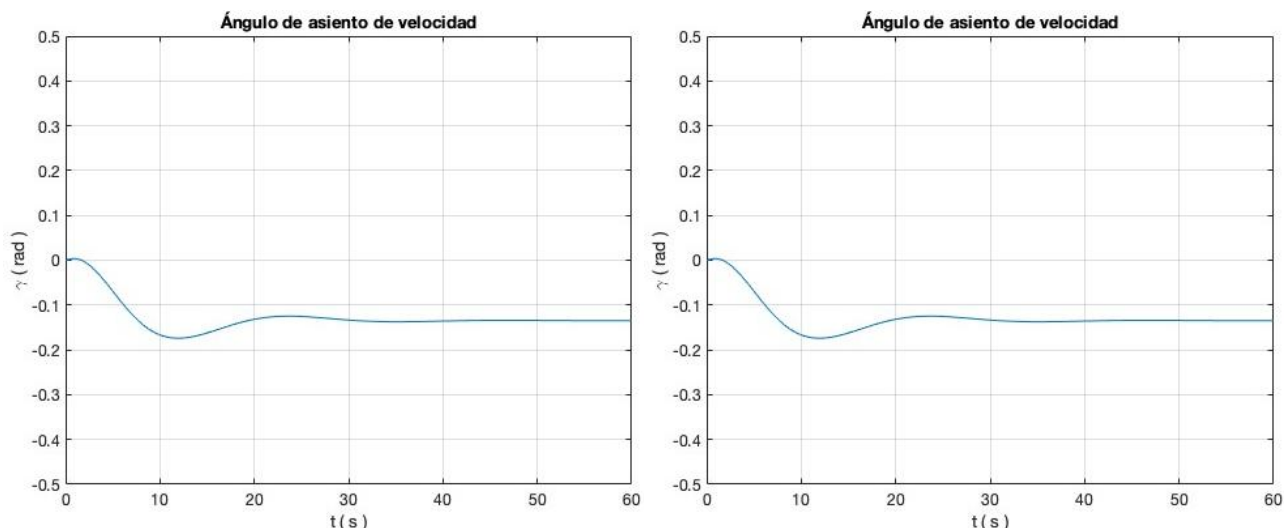


Figura 10. Validación longitudinal: Ángulo de asiento de velocidad (izquierda) y del avión (derecha).

En la Figura 10 se observa que, inicialmente, el valor es 0 rad y cerca de 0 rad. Aumenta al principio debido a delta, pero luego disminuye hasta mantenerse en un valor fijo, ya que la potencia de entrada es menor que la potencia necesaria para mantener el vuelo en crucero ($\gamma = 0$). De nuevo es un comportamiento esperado y razonable.

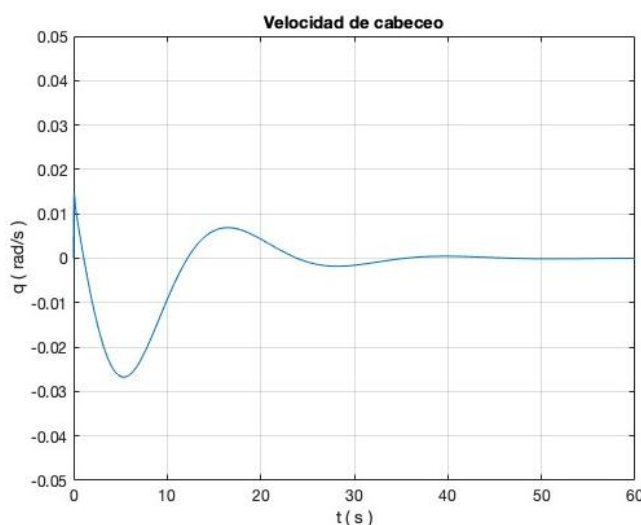


Figura 11. Validación longitudinal: Velocidad de cabeceo.

Analizando la Figura 11 se observa que, inicialmente vale 0 rad/s. Se corresponde con la derivada de θ . El comportamiento es correcto.

4.6.2 Modelo Lateral-Direccional

El modelo Lateral-Direccional es aquel que estudia el movimiento lateral-direccional del UAV. Para ello se considera que: no hay movimiento de cabeceo, no existe variación en las fuerzas en el eje X y en el eje Z, y solo hay momento de alabeo y de guiñada.

Además, como la ecuación de fuerzas está escrita en ejes viento y las ecuaciones de momentos están descritas en ejes cuerpo, es necesario introducir las siguientes ecuaciones de ligaduras que permita establecer una conexión entre ellas.

$$\begin{aligned}\psi &= \chi - \beta \\ \mu &= \phi\end{aligned}\tag{26}$$

Por lo tanto, el modelo Lateral-Direccional está descrito por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}mV\dot{\chi}\cos(\mu) &= mg\sin(\mu) - \frac{1}{2}\rho V^2 S \left(C_{Q_0} + C_{Q_\beta} \cdot \beta + \frac{b}{2V} (C_{Q_p} \cdot p + C_{Q_r} \cdot r) + \frac{S_\delta}{S} C_{Q_{\delta_a}} \cdot \delta_a \right) \\ \dot{\phi} &= p \\ \dot{\psi} &= \cos(\phi) \cdot r \\ \left[I_x - \frac{J_{xz}^2}{I_z} \right] \cdot \dot{p} &= \frac{1}{2} \rho V^2 S b \left[C_l(\beta, p, r, \delta_a) + \frac{J_{xz}}{I_z} C_n(\beta, p, r, \delta_a) \right] \\ \left[I_z - \frac{J_{xz}^2}{I_x} \right] \cdot \dot{r} &= \frac{1}{2} \rho V^2 S b \left[C_n(\beta, p, r, \delta_a) + \frac{J_{xz}}{I_x} C_l(\beta, p, r, \delta_a) \right] \\ C_l &= C_{l_0} + C_{l_\beta} \cdot \beta + \frac{b}{2V} (C_{l_p} \cdot p + C_{l_r} \cdot r) + \frac{S_\delta l_a}{S C} C_{l_{\delta_a}} \cdot \delta_a \\ C_n &= C_{n_0} + C_{n_\beta} \cdot \beta + \frac{b}{2V} (C_{n_p} \cdot p + C_{n_r} \cdot r) + \frac{S_\delta l_a}{S C} C_{n_{\delta_a}} \cdot \delta_a \\ \mu &= \phi \\ \psi &= \chi - \beta\end{aligned}\tag{27}$$

Las entradas del modelo Lateral-Direccional son el ángulo de deflexión de los alerones δ_a y la velocidad aerodinámica V . Las variables de estado son el ángulo de guiñada de velocidad χ , el ángulo de balance del avión ϕ , el ángulo de guiñada del avión ψ , la velocidad de balance p y la velocidad de guiñada r .

Finalmente, para demostrar que el modelo lateral-direccional está bien definido, se realiza la validación del modelo. En la validación del modelo lateral-direccional se eligen como entradas: $V = 8 \text{ m/s}$, $\delta_a = 0^\circ$

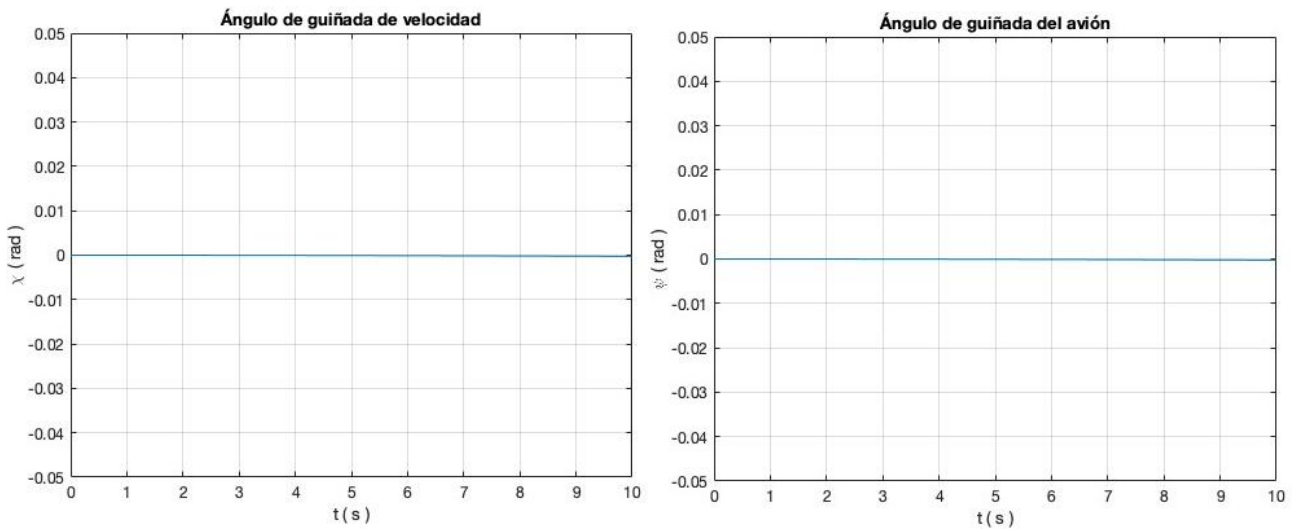


Figura 12. Validación lateral-direccional: Ángulo de guiñada de velocidad (izquierda) y del avión (derecha).

Analizando la Figura 12, se observa que, inicialmente tienen un valor 0° . Durante la simulación se mantienen en valores muy pequeños (orden de -4).

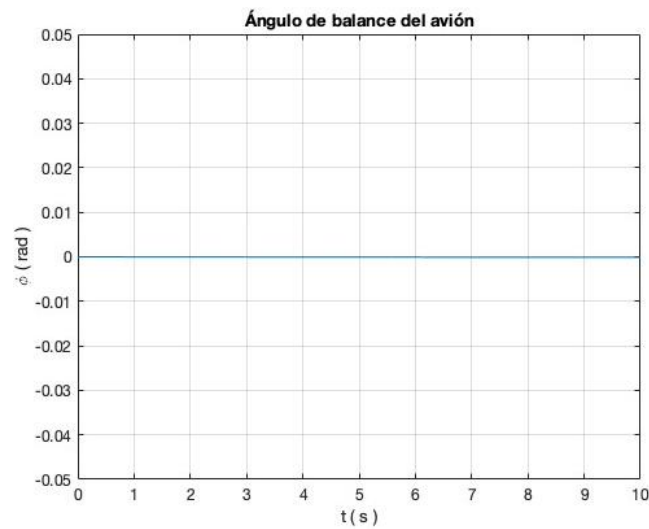


Figura 13. Validación lateral-direccional: Ángulo de balance del avión.

Analizando la Figura 13 se observa que, inicialmente, su valor es 0° . Durante la simulación, se mantienen en valores muy pequeños (orden de -4).

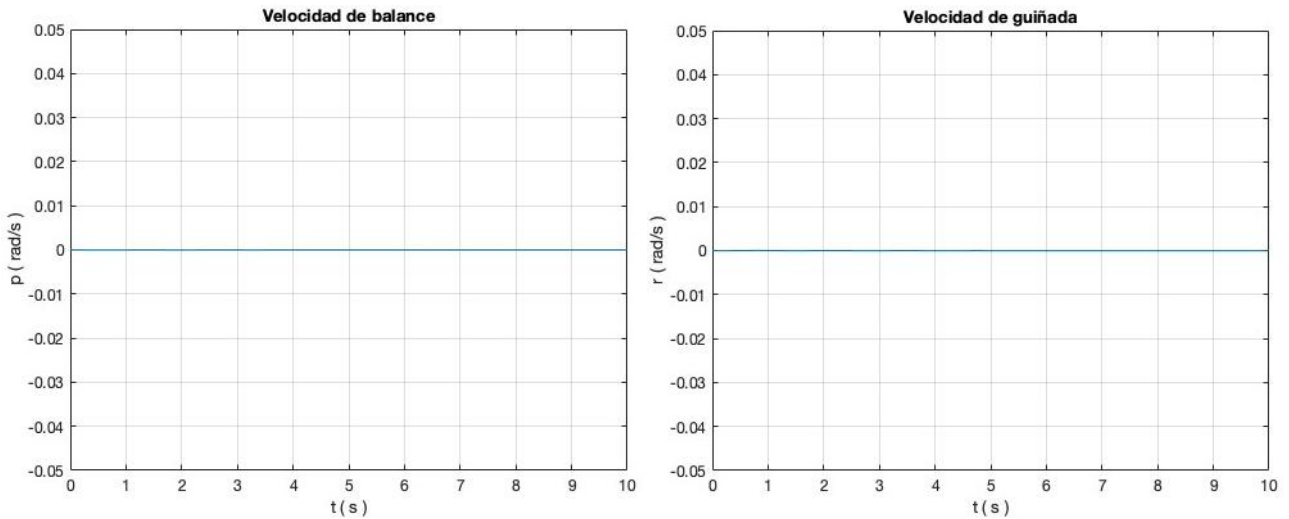


Figura 14. Validación lateral-direccional: Velocidad de balance (izquierda) y de guiñada (derecha)

Analizando la Figura 14 se observa que, inicialmente, su valor es 0 rad/s . Se corresponden con la derivada de ϕ y la derivada de ψ , respectivamente. El comportamiento es correcto.

4.6.3 Validación del Acoplamiento entre Modelos

Para finalizar este capítulo, se realiza la validación de ambos modelos juntos para comprobar que el modelo completo, que es la unión en serie de ambos modelos, también funciona correctamente (Figura 15). En la validación del modelo completo se eligen como entradas: $T = 4.2 N$, $\delta_e = 15^\circ$, $\delta_a = 0^\circ$

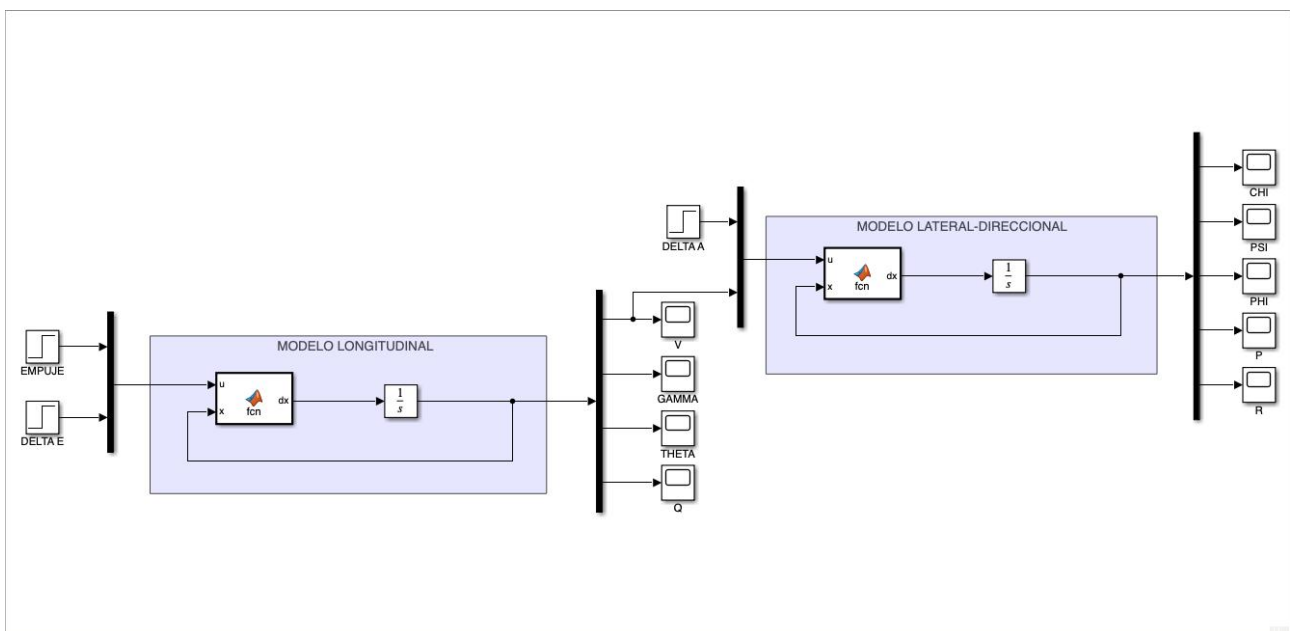


Figura 15. Representación en Simulink del modelo completo.

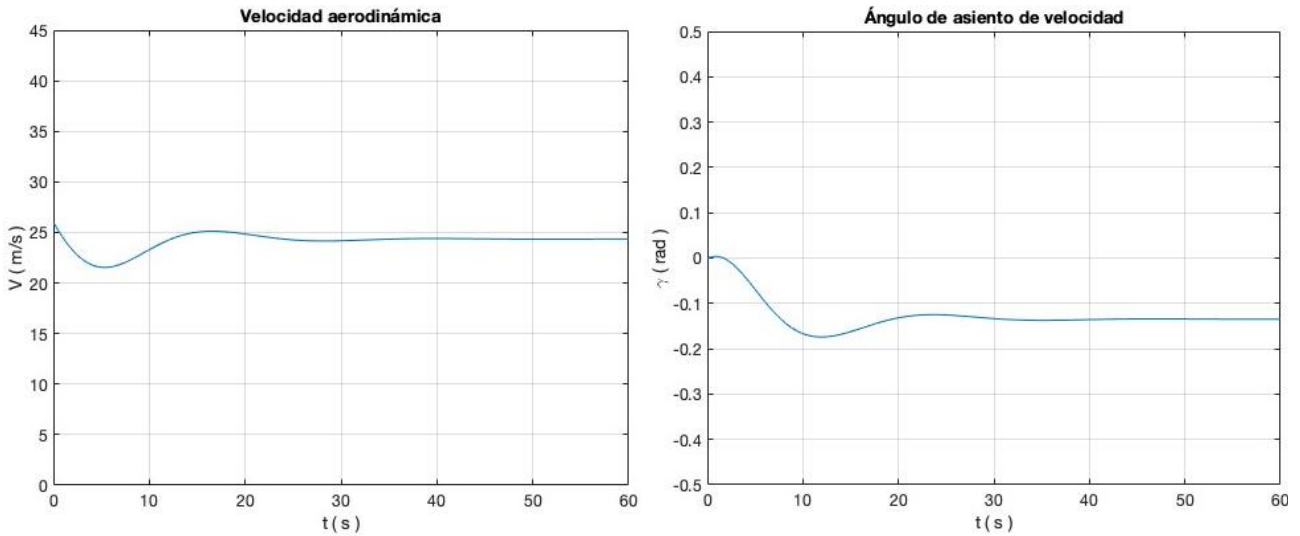


Figura 16. Validación acoplamiento: Velocidad aerodinámica (izquierda) y ángulo de asiento de velocidad (derecha)

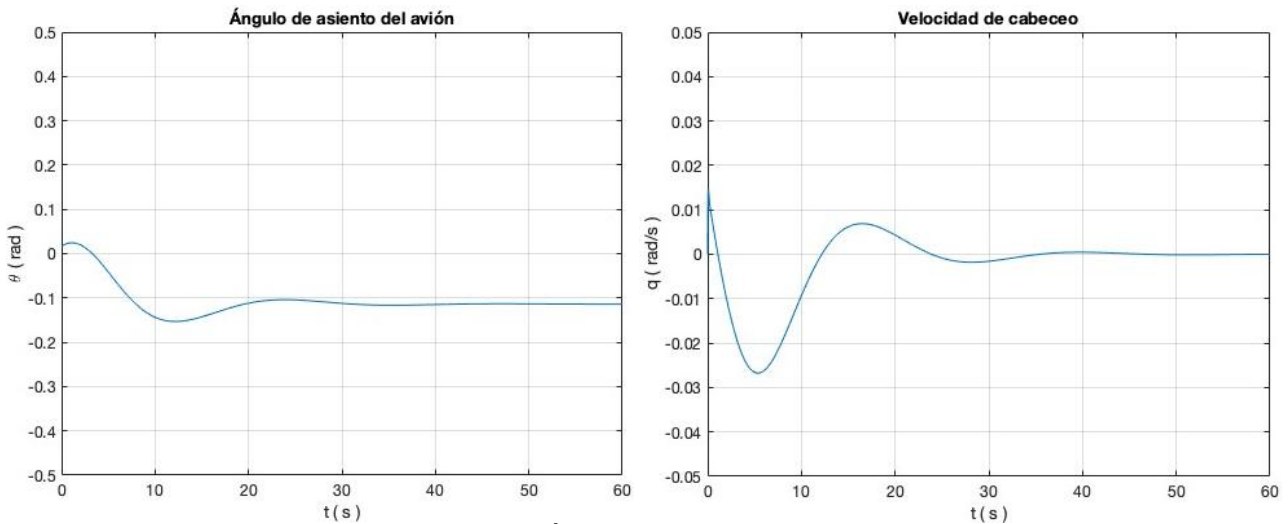


Figura 17. Validación acoplamiento: Ángulo de asiento del avión (izquierda) y velocidad de cabeceo (derecha)

Analizando las variables longitudinales, Figuras 16 y 17, se observa que se obtienen los mismos resultados que con su validación individual, ya que las entradas son las mismas.

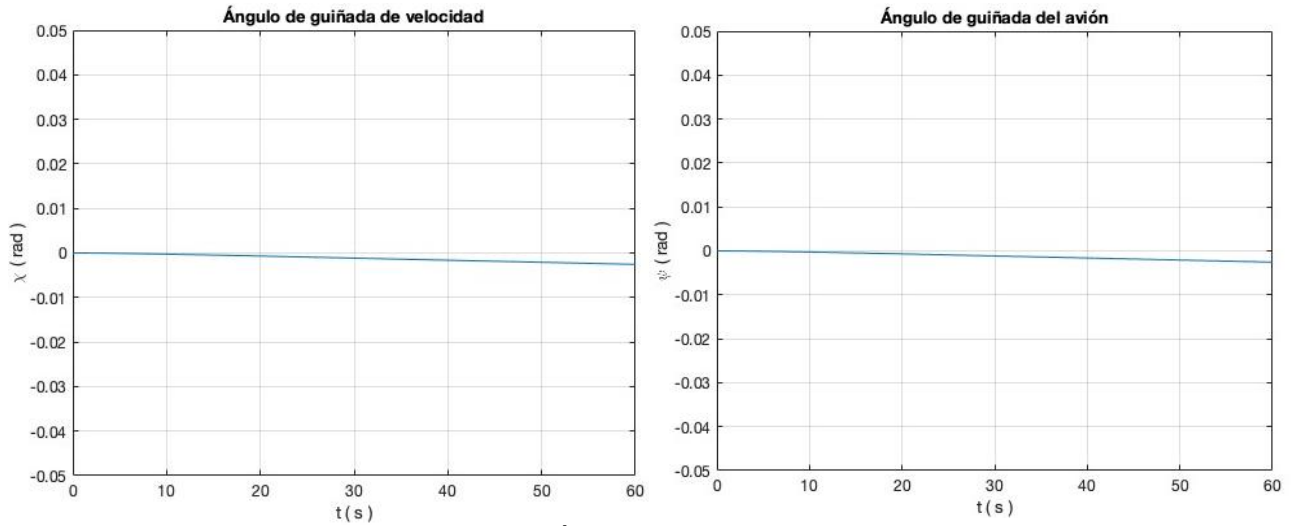


Figura 18. Validación acoplamiento: Ángulo de guiñada de velocidad (izquierda) y del avión (derecha)

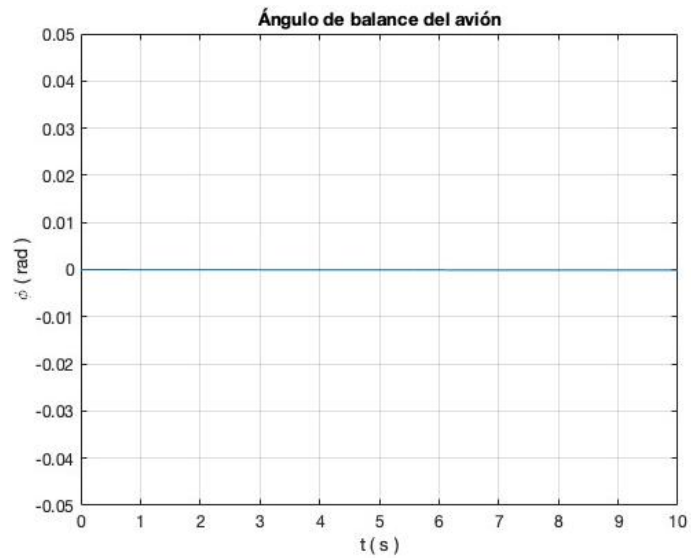


Figura 19. Validación acoplamiento: Ángulo de balance del avión

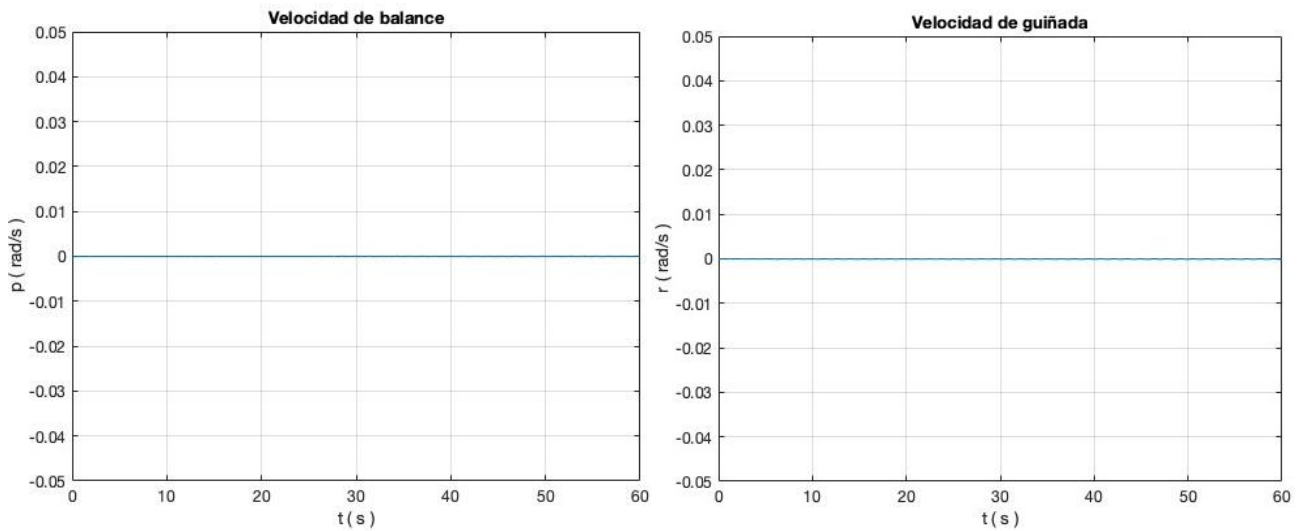


Figura 20. Validación acoplamiento: Velocidad de balance (izquierda) y de guiñada (derecha)

Analizando las variables lateral-direccionales, Figuras 18, 19 y 20, se observa que presentan valores de órdenes bajos, similar a los órdenes obtenidos con su validación individual.

En resumen, se ha validado el modelo, tanto los movimientos longitudinal y lateral-direccional como el acoplamiento entre estos. Estos modelos se van a usar para diseñar y probar diversas leyes de control.

5. CONTROL LONGITUDINAL

En este capítulo se diseñará un sistema de control “global” para el modelo Longitudinal del Skywalker X8, a partir de varios controladores “locales”. Estos controladores “locales” se obtendrán para el modelo linealizado en varios puntos de operación.

5.1 Modelo Nominal: Linealización y Análisis

Revisando el Capítulo 4, el modelo Longitudinal está descrito por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 m\dot{V} &= T - \frac{1}{2}\rho V^2 S \left(C_{D_0} + \frac{c}{2V} C_{D_q} \cdot q + \frac{S_\delta}{S} C_{D_{\delta_e}} \cdot \delta_e \right) - mg \sin(\gamma) \\
 mV\dot{\gamma} &= \frac{1}{2}\rho V^2 S \left(C_{L_0} + C_{L_\alpha} \cdot \alpha + \frac{c}{2V} C_{L_q} \cdot q + \frac{S_\delta}{S} C_{L_{\delta_e}} \cdot \delta_e \right) - mg \cos(\gamma) \\
 \dot{\theta} &= q \\
 I_y \dot{q} &= \frac{1}{2}\rho V^2 S c \left(C_{m_0} + C_{m_\alpha} \cdot \alpha + \frac{b}{2V} C_{m_q} \cdot q + \frac{S_\delta l_e}{S c} C_{m_{\delta_e}} \cdot \delta_e \right) \\
 \theta &= \alpha + \gamma
 \end{aligned} \tag{28}$$

El sistema de ecuaciones (28) es no lineal. Por lo tanto, habrá que linealizarlo, despreciando los términos de orden superior. El punto de funcionamiento nominal (más habitual) será vuelo en crucero $\gamma_s = 0 \text{ rad}$, a una velocidad constante de valor $V_s = 26 \text{ m/s}$, y el resto de variables se obtienen de las ecuaciones en equilibrio. Esto implica que el modelo linealizado, cuando el UAV se encuentra en el punto de funcionamiento nominal, será muy próximo al modelo no lineal.

La principal consecuencia es que cuando el UAV se encuentra alejado del punto de funcionamiento, el controlador diseñado no tiene por qué proporcionar las especificaciones para las que fue diseñado, pudiendo ser incapaz de estabilizar el UAV.

Linealizando el sistema de ecuaciones (28) usando la metodología de las ecuaciones (4) y (5), se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \Delta \dot{V} \\ \Delta \dot{\gamma} \\ \Delta \dot{\theta} \\ \Delta \dot{q} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V_V & V_\gamma & V_\theta & V_q \\ \Gamma_V & \Gamma_\gamma & \Gamma_\theta & \Gamma_q \\ \Theta_V & \Theta_\gamma & \Theta_\theta & \Theta_q \\ Q_V & Q_\gamma & Q_\theta & Q_q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \gamma \\ \Delta \theta \\ \Delta q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_T & V_{\delta_e} \\ \Gamma_T & \Gamma_{\delta_e} \\ \Theta_T & \Theta_{\delta_e} \\ Q_T & Q_{\delta_e} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta T \\ \Delta \delta_e \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} \Delta \dot{V} \\ \Delta \dot{\gamma} \\ \Delta \dot{\theta} \\ \Delta \dot{q} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V_V & V_\gamma & 0 & 0 \\ \Gamma_V & \Gamma_\gamma & \Gamma_\theta & \Gamma_q \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ Q_V & Q_\gamma & Q_\theta & Q_q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \gamma \\ \Delta \theta \\ \Delta q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_T & V_{\delta_e} \\ 0 & \Gamma_{\delta_e} \\ 0 & 0 \\ 0 & Q_{\delta_e} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta T \\ \Delta \delta_e \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{29}$$

Donde:

$$\begin{aligned}
 V_V &= - \left(\frac{\rho V_s S C_{D_{\delta_e}} \delta_{es}}{10m} + \frac{\rho V_s S C_{D_0}}{m} \right) \\
 V_\gamma &= - g \cos(\gamma_s) \\
 V_T &= \frac{1}{m} \\
 V_{\delta_e} &= - \frac{\rho V_s^2 S C_{D_{\delta_e}} \delta_{es}}{20m}
 \end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma_V &= \frac{\rho S C_{L_0}}{2m} + \frac{\rho S C_{L_\alpha} (\theta_s - \gamma_s)}{2m} + \frac{\rho S C_{L_{\delta_e}} \delta_{es}}{20m} + \frac{g \cos(\gamma_s)}{V_s^2} \\
 \Gamma_\gamma &= \frac{g \sin(\gamma_s)}{V_s} - \frac{\rho S V_s C_{L_\alpha}}{2m} \\
 \Gamma_\theta &= \frac{\rho S V_s C_{L_\alpha}}{2m} \\
 \Gamma_q &= \frac{\rho S C_{L_q}}{4m} \\
 \Gamma_{\delta_e} &= \frac{\rho S C_{L_{\delta_e}} V_s}{20m}
 \end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned}
 Q_V &= \frac{\rho S c}{I_y} \left[V_s C_{m_0} + C_{m_\alpha} V_s (\theta_s - \gamma_s) + \frac{C_{m_q} b q_s}{4} + \frac{C_{m_{\delta_e}} V_s \delta_{es}}{10} \right] \\
 Q_\gamma &= - \frac{\rho S c C_{m_\alpha} V_s^2}{2I_y} \\
 Q_\theta &= \frac{\rho S c C_{m_\alpha} V_s^2}{2I_y} \\
 Q_q &= \frac{\rho S c b C_{m_q} V_s}{4I_y} \\
 Q_{\delta_e} &= \frac{\rho S c C_{m_{\delta_e}} V_s^2}{20I_y}
 \end{aligned} \tag{32}$$

Además, se considerará que las salidas del sistema son todas las variables de estado. Se realizará el análisis del modelo y se obtendrán las variables de estado más adecuadas para ser variables de salida.

Para realizar el análisis del modelo nominal:

- Se estudiará la estabilidad del sistema (29), calculando los autovalores del sistema y comprobando que todos tienen parte real negativa.
- Se estudiarán la controlabilidad y observabilidad de cada uno de los autovalores, para comprobar que son controlables y observables.
- Se seleccionarán las variables de salida, si todo lo anterior ha salido bien, a partir de la Matriz de Ganancias Relativas Generalizadas (GRGA),

Estabilidad del sistema “nominal”

Una forma directa de estudiar la estabilidad de un sistema es calculando sus polos (función de transferencia) o sus autovalores (espacio de estados), y comprobando que todos tienen parte real negativa.

Calculando los autovalores, se obtiene:

$$p_{1,2} = -24.0175 \pm j6.5703 \quad , \quad p_{3,4} = -0.1212 \pm j0.2466$$

Analizando los autovalores se observa que todos tienen parte real negativa, por lo tanto el sistema nominal es estable.

Controlabilidad y Observabilidad del sistema “nominal”

Una forma directa de estudiar la controlabilidad y observabilidad de un sistema es comprobando que el modo asociado a cada autovalor es controlable y observable.

Un modo es controlable si el producto entre el autovector de su autovalor y la matriz de entrada B es distinto de cero.

Tabla 5. Controlabilidad de los modos del sistema nominal (longitudinal).

Modo	Vector de Controlabilidad
1	$[0.0002 - j0.0001 \quad -1.5484 - j0.8909]$
2	$[0.0002 + j0.0001 \quad -1.5484 + j0.8909]$
3	$[-0.0046 - j0.0091 \quad 0.9538 + j0.2473]$
4	$[-0.0046 + j0.0091 \quad 0.9538 - j0.2473]$

Analizando la Tabla 5 se observa que los vectores de controlabilidad de todos los modos son distintos de cero, por tanto todos los modos son controlables.

Un modo es observable si el producto entre el autovector de su autovalor y la matriz de salida C es distinto de cero.

Tabla 6. Observabilidad de los modos del sistema nominal (longitudinal).

Modo	Vector de Observabilidad
1	$[0.0061 + j0.0138 \quad 0.0239 + j0.0293 \quad -0.0387 - j0.0106 \quad 0.9984]$
2	$[0.0061 - j0.0138 \quad 0.0239 - j0.0293 \quad -0.0387 + j0.0106 \quad 0.9984]$
3	$[0.9992 \quad -0.0113 - j0.0251 \quad -0.0129 - j0.0251 \quad 0.0078 - j0.0001]$
4	$[0.9992 \quad -0.0113 + j0.0251 \quad -0.0129 + j0.0251 \quad 0.0078 + j0.0001]$

Analizando la Tabla 6, se observa que los vectores de observabilidad de todos los modos son distintos de cero, por tanto todos los modos son observables.

Selección de las variables de salida

Para la selección de las variables de salida se calcula la Matriz de Ganancias Relativas Generalizadas (GRGA), que muestra el grado de interacción que existe entre, en este caso, las variables de estado y las variables de entrada.

El método de selección consiste en elegir las variables que tengan un grado de interacción lo más cercano a la unidad posible, descartando los valores negativos.

Calculando la GRGA a partir del producto de Hadamart entre la Matriz de Ganancia en Estado Estacionario (SSGM) y su pseudo-inversa, se obtiene:

$$GRGA = \begin{bmatrix} 0.0000 & 1.0000 \\ 0.5000 & -0.0000 \\ 0.5000 & 0.0000 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Analizando la GRGA se observa que la primera variable de estado (velocidad aerodinámica) tiene un grado de interacción igual a la unidad con una de las entradas. Por lo tanto la velocidad aerodinámica será una de las variables de salida.

Continuando con el análisis de la GRGA se observa que la segunda y tercera variables de estado (ángulo de asiento de velocidad y ángulo de asiento del avión) tienen el mismo grado de interacción con la otra entrada; por lo tanto, una de esas dos será la otra variable de salida. Para tener una mejor visión del movimiento del UAV, el ángulo de asiento de velocidad se ha seleccionado para ser la otra variable de salida.

5.2 Diseño del sistema de control: Controladores locales

El diseño del sistema de control "local" consistirá en el diseño de controladores lineales a partir de modelos linealizados del modelo no lineal (29), que se aplicarán sobre el modelo no lineal (28). Para el diseño de los controladores lineales se usarán técnicas de realimentación lineal del vector de estados, el método de asignación de polos y el Regulador Cuadrático Lineal (LQR), que se explicaron en el capítulo 3.

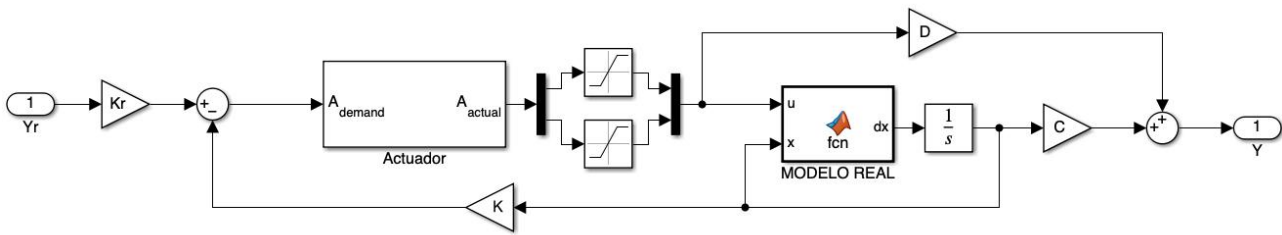


Figura 21. Arquitectura del sistema de control longitudinal “local” en Simulink.

En la Figura 21 se muestra la arquitectura del sistema de control, para los controladores locales, en Simulink, donde se puede apreciar que es muy similar a la arquitectura de la Figura 3, pero el modelo está descrito por sus ecuaciones diferenciales no lineales, en vez de en el espacio de estados.

El sistema incluye un actuador, que tiene una frecuencia natural $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$ y un factor de amortiguamiento $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$, y una saturación en la deflexión de los elevadores ($-30^\circ, 35^\circ$). Estos valores se han tomado de la referencia (Gryte, 2015). La función del actuador y de la saturación es conseguir que el modelo simulado se aproxime a la realidad lo máximo posible.

Para el método de asignación de polos se desean que los polos del sistema controlado sean $(-10, -20, -30, -40)$.

Para el LQR, son necesarias las matrices Q y R :

- La matriz R será una matriz diagonal con la inversa de los valores máximos al cuadrado que puede tomar cada entrada. Es decir, se debe poner la fuerza propulsora máxima y el ángulo límite de deflexión de los elevadores del UAV. Sus valores son:

$$T_{max} = \frac{P_{max}}{V_{min}} = 468 \text{ N} \quad \delta_{e,max} = 35^\circ = 35 \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

- Para diseñar la matriz Q se necesitan los valores máximos que se va a permitir que adquieran las variables de estado V, γ, θ, q :

$$V_{max} = 55 \text{ m/s} \quad \gamma_{max} = \theta_{max} = 80^\circ = 80 \frac{\pi}{180} \text{ rad} \quad q_{max} = 0.65 \text{ rad/s}$$

Para rendimiento máximo del sistema de propulsión, el UAV es capaz de alcanzar una velocidad aerodinámica máxima de 55 m/s . Como se ha supuesto la hipótesis de ángulo de ataque α pequeño, entonces el ángulo de asiento de velocidad γ y el ángulo de asiento del avión θ tomarán valores muy similares, y sus valores máximos se han escogido de forma que el UAV pueda realizar importantes maniobras de ascenso. Finalmente, el valor de q se ha escogido de forma que no sea demasiado grande.

En el controlador longitudinal, las variables de salida son la velocidad aerodinámica V y el ángulo de asiento de velocidad γ :

- Con un rendimiento del sistema de propulsión del 100%, las baterías durarían menos de 1 minuto; por tanto, la velocidad aerodinámica máxima de referencia será $V_{r,max} = 45 \text{ m/s}$. Además, cuando el UAV vuele a una velocidad por debajo de 7 m/s no será capaz de mantener un vuelo en crucero, y comenzará a caer. Y debido también a la posible presencia de errores en estado estacionario al emplear controladores locales, la velocidad aerodinámica mínima de referencia será $V_{r,min} = 16.5 \text{ m/s}$.
- Debido a la posible presencia de errores en estado estacionario al emplear control local, el ángulo de ascenso máximo de referencia será $\gamma_{r,max} = 60^\circ \approx 1 \text{ rad}$, para así tener un cierto margen. Además, la saturación en la deflexión de los elevadores no es simétrica ($-30^\circ, 35^\circ$); esto tiene sentido ya que en descensos la fuerza gravitatoria actúa a favor del movimiento, por lo que el ángulo de descenso máximo de referencia será $\gamma_{r,min} = -45^\circ \approx -0.7 \text{ rad}$.

Comenzando con el diseño de controladores lineales, primero se diseñará un controlador LQR para el Modelo Nominal, es decir, punto de funcionamiento $V_s = 26 \text{ m/s}$ y $\gamma_s = 0 \text{ rad}$. Este controlador LQR se aplicará al sistema no lineal, y se prueba con distintas referencias.

Tabla 7. Errores del control LQR para distintas referencias con el modelo longitudinal nominal (asiento variable).

Modelo Nominal : $V = 26 \text{ m/s}$, $\text{Gamma} = 0 \text{ rad}$		LQR	
Referencia		Error en estado estacionario	
Velocidad (m/s)	Asiento (rad)	Velocidad (m/s)	Asiento (rad)
26	0	0,727	0,012
26	0,5	0,055	0,039
26	0,7	0,615	0,069
26	1	2,164	0,147
26	-0,5	0,131	0,031
26	-0,7	0,464	0,049

En la Tabla 7 se han obtenido los errores en estado estacionario para la velocidad y el ángulo de asiento para distintos valores de referencia, concretamente una velocidad de referencia fija de $V_r = 26 \text{ m/s}$ y un ángulo de asiento de referencia variable de $\gamma_r \in [-0.7, 1] \text{ rad}$.

Analizando la Tabla 7, se observa que los errores son bastante pequeños para todos los valores de referencia, excepto cuando $\gamma_r = 1 \text{ rad}$.

Para mejorar esos resultados se diseña otro controlador LQR, para un modelo linealizado entorno al punto de funcionamiento $V_s = 26 \text{ m/s}$ y $\gamma_s = 1 \text{ rad}$, al que se le llama Modelo 12, y se aplica al sistema no lineal, probando con referencias intermedias entre el Modelo Nominal y el Modelo 12.

Tabla 8. Errores para distintas referencias para el modelo longitudinal 12.

Modelo 12 : V = 26 m/s , Gamma = 1 rad LQR			
Referencia		Error	
Velocidad (m/s)	Asiento (rad)	Velocidad (m/s)	Asiento (rad)
26	0,5	0,576	0,019
26	0,7	0,429	0,008
26	1	0,394	0,003

Analizando la Tabla 8, se observa que se han reducido bastante los errores para la referencia $V_r = 26 \text{ m/s}$ y $\gamma_r = 1 \text{ rad}$, pero se han aumentado los errores para algunas referencias intermedias. Esto no es ningún problema ya que en la práctica, para esas referencias intermedias, se empleará una combinación lineal entre los LQR de los Modelos Nominal y 12.

Tabla 9. Errores para distintas referencias para el modelo longitudinal nominal (velocidad variable).

Modelo Nominal : V = 26 m/s , Gamma = 0 rad LQR			
Referencia		Error	
Velocidad (m/s)	Asiento (rad)	Velocidad (m/s)	Asiento (rad)
26	0	0,727	0,012
35,5	0	2,382	0,065
45	0	5,379	0,221
16,5	0	2,345	0,056

En la Tabla 9 se han obtenido los errores en estado estacionario para la velocidad y el ángulo de asiento para distintos valores de referencia, concretamente una velocidad de referencia variable de $V_r \in [16.5,45] \text{ m/s}$ y un ángulo de asiento de referencia fijo de $\gamma_r = 0 \text{ rad}$.

Analizando la Tabla 9 se observa que los errores son bastante grandes para todos los valores de referencia, excepto cuando $V_r = 26 \text{ m/s}$.

Para mejorar esos resultados, primero se diseña otro controlador LQR para un modelo linealizado entorno al punto de funcionamiento $V_s = 35.5 \text{ m/s}$ y $\gamma_s = 0 \text{ rad}$, al que se le llama Modelo 14, y se aplica al sistema no lineal, probando con referencias de velocidades mayores de 26 m/s .

Tabla 10. Errores para distintas referencias para el modelo longitudinal 14.

Modelo 14 : V = 35,5 m/s , Gamma = 0 rad LQR			
Referencia		Error	
Velocidad (m/s)	Asiento (rad)	Velocidad (m/s)	Asiento (rad)
35,5	0	0,834	0,352
45	0	1,275	0,335

Analizando la Tabla 10 se observa que se han reducido bastante los errores para todas las referencias.

Para mejorar los resultados para las referencias de velocidades menores de 26 m/s se diseña un controlador LQR y otro por Asignación de Polos, para un modelo linealizado entorno al punto de funcionamiento $V_s = 16.5 \text{ m/s}$ y $\gamma_s = 0 \text{ rad}$, al que se le llama Modelo 23, y se aplica al sistema no lineal, probándolo para ese mismo punto de funcionamiento.

Tabla 11. Errores para distintos métodos de control para el modelo longitudinal 23.

Modelo 23 : V = 16,5 m/s , Gamma = 0 rad				
Control	Referencia		Error	
Método	Velocidad (m/s)	Asiento (rad)	Velocidad (m/s)	Asiento (rad)
LQR	16,5	0	33,265	1,316
PLACE	16,5	0	0,061	0,184

Analizando la Tabla 11 se observa que los errores con el controlador PLACE (Asignación de Polos) son muchísimo más bajos que los errores con el controlador LQR. Por lo tanto, nos quedamos con el controlador PLACE para el Modelo 23.

Entre todos los controladores lineales diseñados, hay un total de 4 modelos distintos (Modelo Nominal, Modelo 12, Modelo 14 y Modelo 23). Entre estos 4 controladores, hay 3 referencias de velocidad (16.5, 26, 35.5) y 2 referencias de ángulo de asiento distintas (0, 1), lo que daría lugar a 6 controladores distintos; por tanto faltarían por diseñar 2 más.

Los puntos de funcionamiento faltantes son $V_s = 35.5 \text{ m/s}$ y $\gamma_s = 1 \text{ rad}$, al que se le denominará Modelo 1, y el punto de funcionamiento $V_s = 16.5 \text{ m/s}$ y $\gamma_s = 1 \text{ rad}$, que se denominará Modelo 2. Al igual que con el Modelo 23, se diseña un controlador LQR y otro por Asignación de Polos para un modelo linealizado entorno a estos puntos de funcionamiento.

Tabla 12. Errores para distintos métodos de control para el modelo longitudinal 1.

Modelo 1 : V = 35,5 m/s , Gamma = 1 rad				
Control	Referencia		Error	
Método	Velocidad (m/s)	Asiento (rad)	Velocidad (m/s)	Asiento (rad)
LQR	35,5	1	1,351	0,359
PLACE	35,5	1	0,431	0,022

Analizando la Tabla 12 se observa que los errores con el controlador PLACE son más bajos que los errores con el controlador LQR. Por lo tanto, se selecciona el controlador PLACE para el Modelo 1.

Tabla 13. Errores para distintos métodos de control para el modelo longitudinal 2.

Modelo 2 : V = 16,5 m/s , Gamma = 1 rad				
Control	Referencia		Error	
Método	Velocidad (m/s)	Asiento (rad)	Velocidad (m/s)	Asiento (rad)
LQR	16,5	1	54,493	1,618
PLACE	16,5	1	0,021	0,186

Analizando la Tabla 13 se observa que los errores con el controlador PLACE son muchísimo más bajos que los errores con el controlador LQR. Por lo tanto, se selecciona el controlador PLACE para el Modelo 2.

Finalmente, la lista de todos los controladores locales y sus puntos de operación quedan recogidos en la Tabla 14.

Tabla 14. Lista de controladores longitudinales locales.

Controlador local	Punto de funcionamiento
Modelo Nominal	$V = 26 \text{ m/s}$ $\gamma = 0 \text{ rad}$
Modelo 12	$V = 26 \text{ m/s}$ $\gamma = 1 \text{ rad}$
Modelo 14	$V = 35.5 \text{ m/s}$ $\gamma = 0 \text{ rad}$
Modelo 23	$V = 16.5 \text{ m/s}$ $\gamma = 0 \text{ rad}$
Modelo 1	$V = 35.5 \text{ m/s}$ $\gamma = 1 \text{ rad}$
Modelo 2	$V = 16.5 \text{ m/s}$ $\gamma = 1 \text{ rad}$

5.3 Diseño del sistema de control: Controlador global

Para el diseño del sistema de control “global”, nos hemos inspirado en un sistema fuzzy para obtener una interpolación ponderada de los controladores lineales obtenidos en el

apartado 5.2 según la referencia, y que se ha denominado así por analogía. Para ello se usará el algoritmo Takagi-Sugeno que se explicó en el capítulo 3.

El algoritmo de Takagi-Sugeno, adaptado a la arquitectura del sistema de control de la Figura 21, está descrito por la siguiente ecuación:

$$u(t) = \sum_{i=1}^r \lambda_i[y_r(t)] \cdot (K_{r,i} \cdot y_r(t) - K_i \cdot x(t)) \quad (33)$$

Donde:

- $\lambda_i[y_r(t)]$ es el grado de pertenencia (o cercanía) de la referencia $y_r(t)$ al punto de funcionamiento del modelo i .
- $K_{r,i}$ es la matriz de reajuste de ganancias del modelo i .
- K_i es la matriz de ganancias del modelo i .

Los conjuntos difusos que se emplearán serán los modelos de los controladores locales que se encuentran recogidos en la Tabla 14.

El grado de pertenencia $\lambda_i[y_r(t)]$ se obtiene como la suma de las distancias desde el punto de funcionamiento de los conjuntos distintos del conjunto i hasta la referencia $y_r(t)$, dividido por la suma de las distancias de todos los conjuntos y multiplicado por el número de conjuntos que son distintos del conjunto i . Así, la suma de todos los grados de pertenencia es igual a la unidad.

$$\lambda_i = \frac{\sum_j^{i \neq j} d_j}{(n-1) \sum_{j=1}^n d_j} \quad \sum_i \lambda_i = 1$$

Respecto a la fuzzyficación de las entradas, se va a emplear una fuzzyficación adaptativa, para ajustar dinámicamente los grados de pertenencia en función de las entradas. Además, se utilizarán los conjuntos difusos más convenientes para cada situación.

Los conjuntos difusos que se combinarán para el control fuzzy variarán en función del vector de referencia $y_r(t) = [V_r, \gamma_r]$:

- Si $V_r = 26 \text{ m/s}$ y $\gamma_r \in [-0.7, 0] \text{ rad}$, entonces solo se usará el controlador del modelo Nominal.
- Si $V_r = 26 \text{ m/s}$ y $\gamma_r \in (0, 1] \text{ rad}$, entonces se usarán los controladores de los modelos Nominal y 12.
- Si $V_r \in (26, 35.5] \text{ m/s}$ y $\gamma_r \in [-0.7, 0] \text{ rad}$, entonces se usarán los controladores de los modelos Nominal y 14.
- Si $V_r \in [16.5, 26) \text{ m/s}$ y $\gamma_r \in [-0.7, 0] \text{ rad}$, entonces se usarán los controladores de los modelos Nominal y 23.

- Si $V_r \in (35.5,45] \text{ m/s}$ y $\gamma_r \in [-0.7,0] \text{ rad}$, entonces solo se usará el controlador del modelo 14.
- Si $V_r \in (26,35.5] \text{ m/s}$ y $\gamma_r \in (0,1] \text{ rad}$, entonces se usarán los controladores de los modelos Nominal, 14, 1 y 12.
- Si $V_r \in (35.5,45] \text{ m/s}$ y $\gamma_r \in (0,1] \text{ rad}$, entonces se usarán los controladores de los modelos 14 y 1.
- Si $V_r \in [16.5,26) \text{ m/s}$ y $\gamma_r \in (0,1] \text{ rad}$, entonces se usarán los controladores de los modelos Nominal, 12, 2 y 23.

Al igual que con los controladores locales, este controlador fuzzy se aplicará al sistema no lineal, y se prueba con las mismas referencias que el controlador del modelo Nominal.

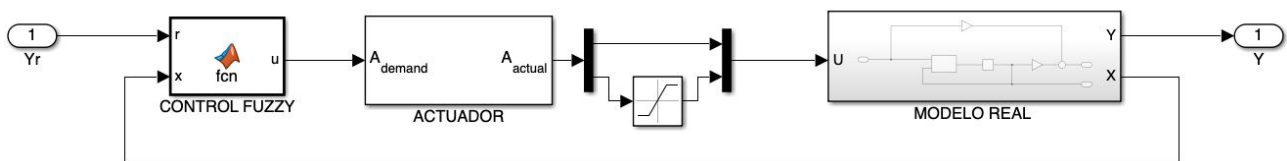


Figura 22. Arquitectura del sistema de control longitudinal “global” en Simulink.

En la Figura 22 se muestra la arquitectura del sistema de control para el controlador global, en Simulink, donde se puede apreciar que es similar a la arquitectura de la Figura 21, pero el controlador está implementado como una función de MATLAB.

La arquitectura del controlador fuzzy por dentro es la de la Figura 4. El algoritmo implementado en el bloque CONTROL FUZZY se encuentra en el ANEXO III, junto al resto de códigos de MATLAB.

Tabla 15. Errores para distintas referencias para el control fuzzy longitudinal (asiento variable).

Referencia		Error en estado estacionario	
Velocidad (m/s)	Asiento (rad)	Velocidad (m/s)	Asiento (rad)
26	0	0,719	0,012
26	0,5	0,209	0,027
26	0,7	0,392	0,022
26	1	0,294	0,000
26	-0,5	0,124	0,031
26	-0,7	0,470	0,049

Analizando la Tabla 15 se observa que los errores son igual a la combinación lineal entre sus errores “locales”, o incluso más pequeños. Es decir, para estas referencias el control fuzzy es bastante bueno.

Tabla 16. Errores para distintas referencias para el control Fuzzy longitudinal (velocidad variable).

Referencia		Error	
Velocidad (m/s)	Asiento (rad)	Velocidad (m/s)	Asiento (rad)
26	0	0,719	0,012
35,5	0	1,308	0,351
45	0	1,241	0,332
16,5	0	0,061	0,184

Analizando la Tabla 16 se observa que los errores son igual a la combinación lineal entre sus errores "locales". Para altas velocidades, el error del ángulo de asiento es un poco elevado. El control fuzzy es bueno para velocidades bajas y no tanto para velocidades altas.

A continuación se realizarán varias simulaciones para comprobar el funcionamiento del sistema de control global en casos realistas.

5.4 Simulación y Resultados

Para finalizar este capítulo se simulará el sistema de control longitudinal global para dos maniobras más complejas. Estas maniobras son el modo longitudinal Fugoide, y el ascenso a velocidad aerodinámica constante.

Modo Fugoide

El modo Fugoide es un movimiento longitudinal de una aeronave en el que, sucesivamente, pica hacia arriba y sube, para luego inclinarse hacia abajo y descender. Va acompañado por sucesivas aceleraciones y desaceleraciones ya que va hacia arriba y hacia abajo.

Se desea que el ángulo de asiento de velocidad y la velocidad aerodinámica sigan trayectorias sinusoidales, seleccionando como frecuencia 0.2 rad/s y como amplitudes 0.5 rad y 5 m/s , además de iniciar en vuelo en crucero $\gamma_0 = 0 \text{ rad}$ y a una velocidad constante de valor $V_0 = 26 \text{ m/s}$.

Para un tiempo de simulación de 5 minutos se han obtenido los siguientes resultados, medidos en el Sistema Internacional de Unidades:

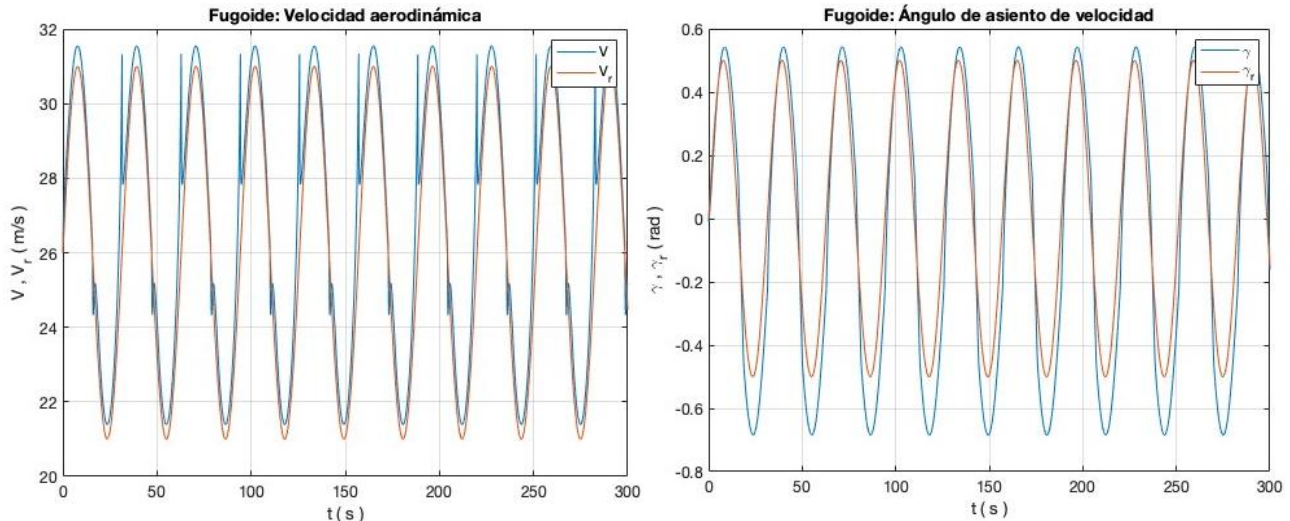


Figura 23. Modo Fugoide: Velocidad aerodinámica (izquierda) y ángulo de asiento de velocidad (derecha).

Analizando la Figura 23 se observa que el UAV es capaz de seguir las referencias, aunque con un pequeño error en la amplitud de la sinusoides. Además, en la trayectoria de la velocidad aerodinámica se observan unos picos, que pueden deberse a imprecisiones en el modelo, teniendo en cuenta que el control fuzzy implementado depende del valor de las referencias.

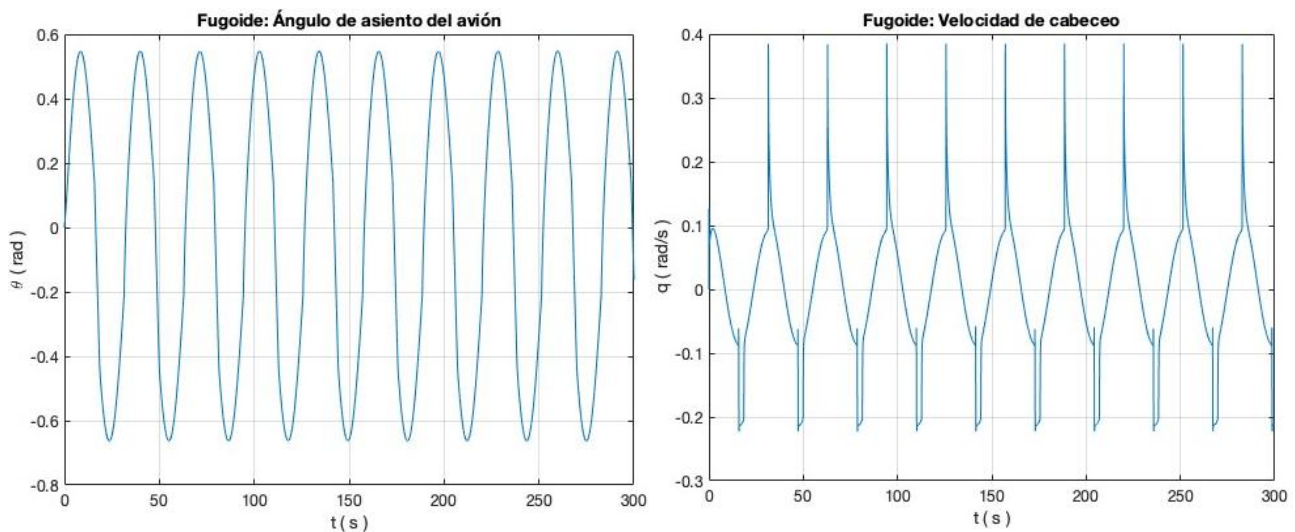


Figura 24. Modo Fugoide: Ángulo de asiento del avión (izquierda) y velocidad de cabeceo (derecha).

En la Figura 24 se observa que el ángulo de asiento del avión sigue una trayectoria bastante similar a la del ángulo de asiento de velocidad, demostrando que se cumple la hipótesis de ángulo de ataque α muy pequeño. Además, se cumple que la velocidad de cabeceo es la derivada del ángulo de asiento del avión, que es distinta de cero en los instantes de tiempo en los que el ángulo de asiento del avión no se mantiene constante.

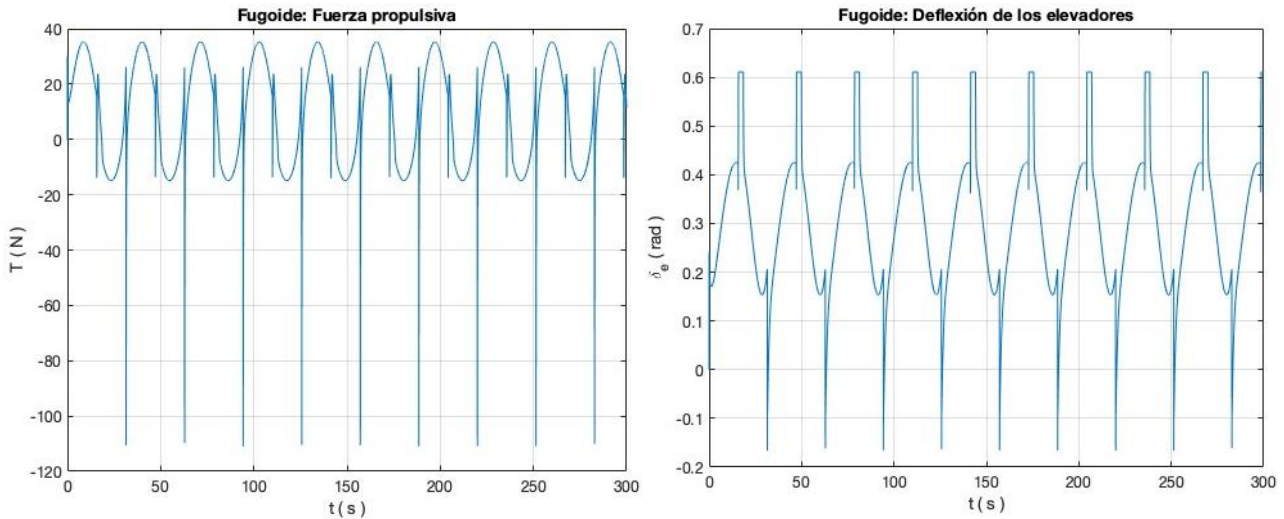


Figura 25. Modo Fugoide: Fuerza propulsiva (izquierda) y deflexión de los elevadores (derecha).

La Figura 25 muestra que las variables de entrada, la fuerza propulsiva y el ángulo de deflexión de los elevadores, también siguen trayectorias sinusoidales. Además se observan unos picos que pueden deberse a imprecisiones en el modelo, teniendo en cuenta que el control fuzzy implementado depende del valor de las referencias.

Ascenso

Se desea que el ángulo de asiento de velocidad sea igual a 0.5 rad durante 30 segundos, con una rápida, pero no inmediata, transición entre el estado de ascenso y el estado de crucero. Respecto a la velocidad aerodinámica, se desea que se mantenga constante e igual a 26 m/s .

Para un tiempo de simulación de 90 segundos se han obtenido los siguientes resultados medidos en el Sistema Internacional de Unidades:

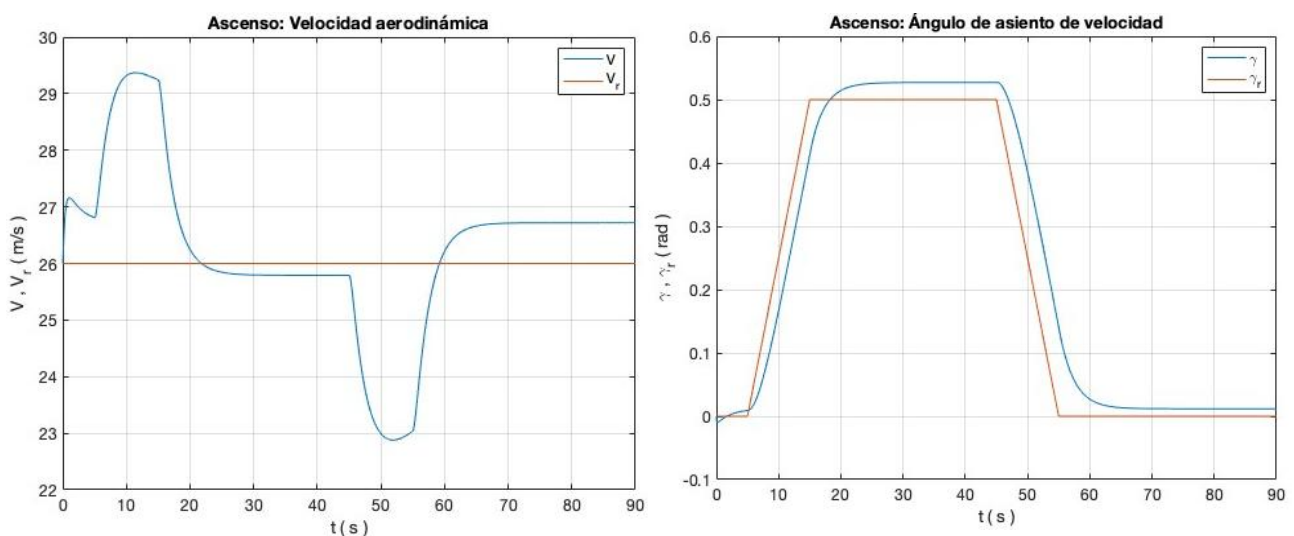


Figura 26. Ascenso: Velocidad aerodinámica (izquierda) y ángulo de asiento de velocidad (derecha).

En la Figura 26 se observa que el UAV es capaz de seguir el ángulo de asiento de velocidad de referencia, aunque con unos pequeños retardos y error. Sin embargo, el UAV no es capaz de mantener la velocidad aerodinámica constante, siendo necesario un aumento/disminución de ésta para aumentar/disminuir el ángulo de asiento. Esto suele ser bastante común cuando la deflexión de los elevadores no es suficiente.

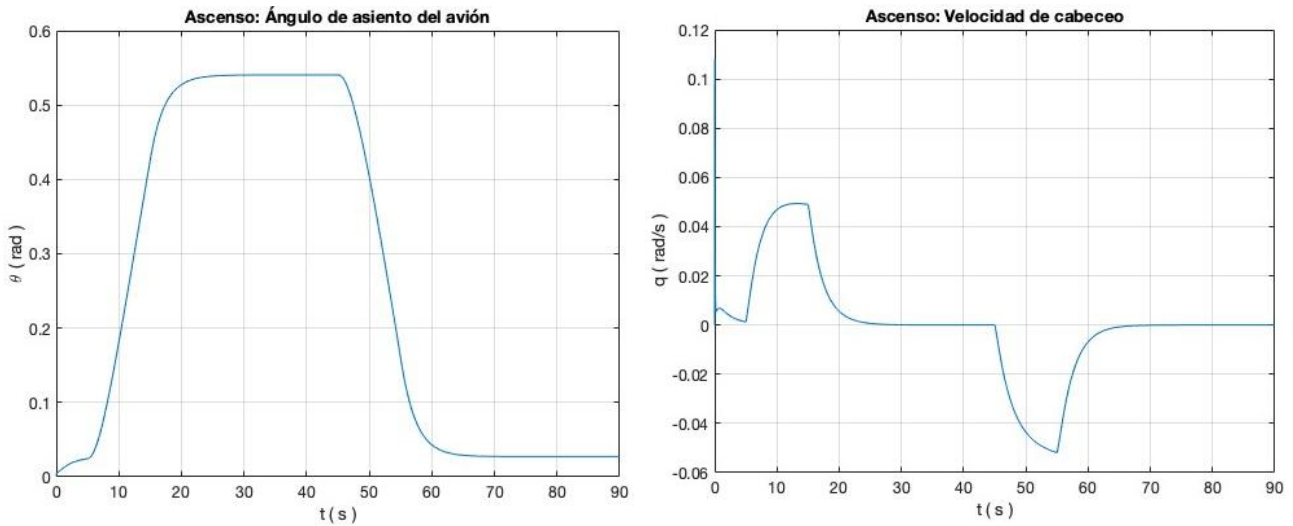


Figura 27. Ascenso: Ángulo de asiento del avión (izquierda) y velocidad de cabeceo (derecha).

Analizando la Figura 27 se observa que, al igual que en la Figura 24, el ángulo de asiento del avión sigue una trayectoria bastante similar a la del ángulo de asiento de velocidad de referencia, y la velocidad de cabeceo se corresponde con la derivada del ángulo de asiento del avión.

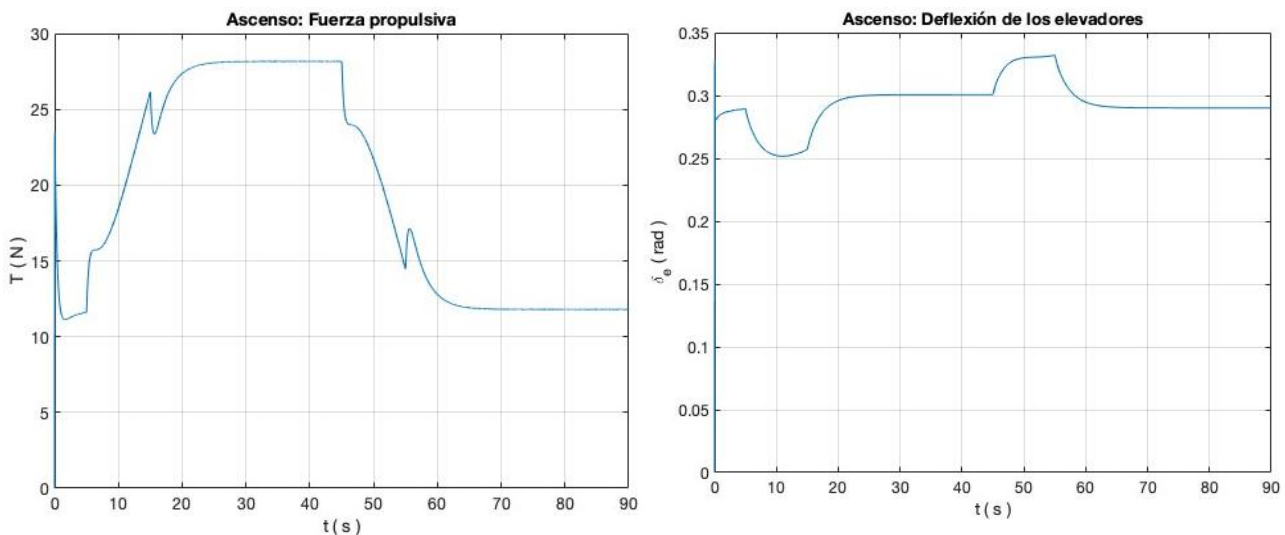


Figura 28. Ascenso: Fuerza propulsiva (izquierda) y deflexión de los elevadores (derecha).

En la Figura 28 se observa que la fuerza propulsiva sigue una trayectoria similar a la del ángulo de asiento de velocidad, y el ángulo de deflexión de los elevadores sigue una trayectoria similar a la de la velocidad aerodinámica, demostrando los grados de interacción que se observaron con la Matriz de Ganancias Relativas Generalizada.

La conclusión principal, que se puede obtener de este sistema de control, es que, mediante técnicas de control local combinadas según la referencia, se ha conseguido unos buenos resultados. Por lo tanto, se ha comprobado que el controlador global funciona para el movimiento longitudinal.

6. CONTROL LATERAL-DIRECCIONAL

En este capítulo se diseña un sistema de control “global” para el modelo Lateral-Direccional del Skywalker X8 a partir de varios controladores “locales”. Estos controladores “locales” se han obtenido para el modelo linealizado en varios puntos de operación.

6.1 Modelo Nominal: Linealización y Análisis

Revisando el Capítulo 4, el modelo Lateral-Direccional está descrito por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 mV\dot{\chi}\cos(\mu) &= mg\sin(\mu) - \frac{1}{2}\rho V^2 S \left(C_{Q_0} + C_{Q_\beta} \cdot \beta + \frac{b}{2V} (C_{Q_p} \cdot p + C_{Q_r} \cdot r) + \frac{S_\delta}{S} C_{Q_{\delta_a}} \cdot \delta_a \right) \\
 \dot{\phi} &= p \\
 \dot{\psi} &= \cos(\phi) \cdot r \\
 \left[I_x - \frac{J_{xz}^2}{I_z} \right] \cdot \dot{p} &= \frac{1}{2} \rho V^2 S b \left[C_l(\beta, p, r, \delta_a) + \frac{J_{xz}}{I_z} C_n(\beta, p, r, \delta_a) \right] \\
 \left[I_z - \frac{J_{xz}^2}{I_x} \right] \cdot \dot{r} &= \frac{1}{2} \rho V^2 S b \left[C_n(\beta, p, r, \delta_a) + \frac{J_{xz}}{I_x} C_l(\beta, p, r, \delta_a) \right] \\
 C_l &= C_{l_0} + C_{l_\beta} \cdot \beta + \frac{b}{2V} (C_{l_p} \cdot p + C_{l_r} \cdot r) + \frac{S_\delta l_a}{S C} C_{l_{\delta_a}} \cdot \delta_a \\
 C_n &= C_{n_0} + C_{n_\beta} \cdot \beta + \frac{b}{2V} (C_{n_p} \cdot p + C_{n_r} \cdot r) + \frac{S_\delta l_a}{S C} C_{n_{\delta_a}} \cdot \delta_a \\
 \mu &= \phi \\
 \psi &= \chi - \beta
 \end{aligned} \tag{34}$$

El sistema de ecuaciones (34) es no lineal; por lo tanto, habrá que linealizarlo despreciando los términos de orden superior. El punto de funcionamiento nominal (más habitual) será vuelo en crucero $\chi_s = 0 \text{ rad}$, a una velocidad constante de valor $V_s = 26 \text{ m/s}$, y el resto de variables se obtienen de las ecuaciones en equilibrio. Esto implica que el modelo linealizado, cuando el UAV se encuentra en el punto de funcionamiento nominal, será muy próximo al modelo no lineal.

La principal consecuencia es que, cuando el UAV se encuentra alejado del punto de funcionamiento, el controlador diseñado no tiene por qué mantener las especificaciones para las que fue diseñado, pudiendo ser incapaz de estabilizar el UAV.

Linealizando el sistema de ecuaciones (34) usando la metodología de las ecuaciones (4) y (5), se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta\chi} \\ \dot{\Delta\phi} \\ \dot{\Delta\psi} \\ \dot{\Delta p} \\ \dot{\Delta r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_\chi & X_\phi & X_\psi & X_p & X_r \\ \Phi_\chi & \Phi_\phi & \Phi_\psi & \Phi_p & \Phi_r \\ \Psi_\chi & \Psi_\phi & \Psi_\psi & \Psi_p & \Psi_r \\ P_\chi & P_\phi & P_\psi & P_p & P_r \\ R_\chi & R_\phi & R_\psi & R_p & R_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\chi \\ \Delta\phi \\ \Delta\psi \\ \Delta p \\ \Delta r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_a} & X_V \\ \Phi_{\delta_a} & \Phi_V \\ \Psi_{\delta_a} & \Psi_V \\ P_{\delta_a} & P_V \\ R_{\delta_a} & R_V \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\delta_a \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta\chi} \\ \dot{\Delta\phi} \\ \dot{\Delta\psi} \\ \dot{\Delta p} \\ \dot{\Delta r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_\chi & X_\phi & X_\psi & X_p & X_r \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\phi_s) \\ P_\chi & 0 & P_\psi & P_p & P_r \\ R_\chi & 0 & R_\psi & R_p & R_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\chi \\ \Delta\phi \\ \Delta\psi \\ \Delta p \\ \Delta r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_a} & X_V \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ P_{\delta_a} & P_V \\ R_{\delta_a} & R_V \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\delta_a \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

Donde:

$$\begin{aligned} X_\chi &= -\frac{\rho V_s S C_{Q_\beta}}{2m \cdot \cos(\phi_s)} \\ X_\phi &= \frac{g \cdot \sec^2(\phi_s)}{V_s} \\ &\quad - \frac{\rho V_s S}{2m} \sec(\phi_s) \tan(\phi_s) \left(C_{Q_0} + C_{Q_\beta} (\chi_s - \psi_s) + \frac{S_\delta}{S} C_{Q_{\delta_a}} \cdot \delta_{a_s} \right) \\ X_\psi &= \frac{\rho V_s S C_{Q_\beta}}{2m \cdot \cos(\phi_s)} \\ X_p &= -\frac{\rho S b}{4m \cdot \cos(\phi_s)} C_{Q_p} \\ X_r &= -\frac{\rho S b}{4m \cdot \cos(\phi_s)} C_{Q_r} \\ X_{\delta_a} &= -\frac{\rho S V}{20m \cdot \cos(\phi_s)} C_{Q_{\delta_a}} \\ X_V &= -g \frac{\tan(\phi_s)}{V_s^2} - \frac{\rho S}{2m \cdot \cos(\phi_s)} \left(C_{Q_0} + C_{Q_\beta} (\chi_s - \psi_s) + \frac{S_\delta}{S} C_{Q_{\delta_a}} \cdot \delta_{a_s} \right) \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned}
P_\chi &= \frac{I_z}{I_x I_z - J_{xz}^2} \frac{\rho V_s^2 S b}{2} \left(C_{l_\beta} + \frac{J_{xz}}{I_z} C_{n_\beta} \right) \\
P_\psi &= -\frac{I_z}{I_x I_z - J_{xz}^2} \frac{\rho V_s^2 S b}{2} \left(C_{l_\beta} + \frac{J_{xz}}{I_z} C_{n_\beta} \right) \\
P_p &= \frac{I_z}{I_x I_z - J_{xz}^2} \frac{\rho V_s S b^2}{4} \left(C_{l_p} + \frac{J_{xz}}{I_z} C_{n_p} \right) \\
P_r &= \frac{I_z}{I_x I_z - J_{xz}^2} \frac{\rho V_s S b^2}{4} \left(C_{l_r} + \frac{J_{xz}}{I_z} C_{n_r} \right) \\
P_{\delta_a} &= \frac{I_z}{I_x I_z - J_{xz}^2} \frac{\rho V_s^2 S b}{20} \left(C_{l_{\delta_a}} + \frac{J_{xz}}{I_z} C_{n_{\delta_a}} \right) \\
P_V &= \frac{I_z}{I_x I_z - J_{xz}^2} \rho V_s S b \left[\left(C_{l_0} + C_{l_\beta} (\chi_s - \psi_s) + \frac{C_{l_{\delta_a}}}{10} \delta_{a_s} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{J_{xz}}{I_z} \left(C_{n_0} + C_{n_\beta} (\chi_s - \psi_s) + \frac{C_{n_{\delta_a}}}{10} \delta_{a_s} \right) \right]
\end{aligned} \tag{37}$$

$$\begin{aligned}
R_\chi &= \frac{I_x}{I_x I_z - J_{xz}^2} \frac{\rho V_s^2 S b}{2} \left(C_{n_\beta} + \frac{J_{xz}}{I_x} C_{l_\beta} \right) \\
R_\psi &= -\frac{I_x}{I_x I_z - J_{xz}^2} \frac{\rho V_s^2 S b}{2} \left(C_{n_\beta} + \frac{J_{xz}}{I_x} C_{l_\beta} \right) \\
R_p &= \frac{I_x}{I_x I_z - J_{xz}^2} \frac{\rho V_s S b^2}{4} \left(C_{n_p} + \frac{J_{xz}}{I_x} C_{l_p} \right) \\
R_r &= \frac{I_x}{I_x I_z - J_{xz}^2} \frac{\rho V_s S b^2}{4} \left(C_{n_r} + \frac{J_{xz}}{I_x} C_{l_r} \right) \\
R_{\delta_a} &= \frac{I_x}{I_x I_z - J_{xz}^2} \frac{\rho V_s^2 S b}{20} \left(C_{n_{\delta_a}} + \frac{J_{xz}}{I_x} C_{l_{\delta_a}} \right) \\
R_V &= \frac{I_x}{I_x I_z - J_{xz}^2} \rho V_s S b \left[\left(C_{n_0} + C_{n_\beta} (\chi_s - \psi_s) + \frac{C_{n_{\delta_a}}}{10} \delta_{a_s} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{J_{xz}}{I_x} \left(C_{l_0} + C_{l_\beta} (\chi_s - \psi_s) + \frac{C_{l_{\delta_a}}}{10} \delta_{a_s} \right) \right]
\end{aligned} \tag{38}$$

Además se considerará que las salidas del sistema son todas las variables de estado. Se realizará el análisis del modelo y se obtendrán las variables de estado más adecuadas para ser variables de salida.

Para realizar el análisis del modelo nominal:

- Se estudiará la estabilidad del sistema (35), calculando los autovalores del sistema y comprobando que todos tienen parte real negativa.

- Se estudiarán la controlabilidad y observabilidad de cada uno de los autovalores, para comprobar que son controlables y observables.
- Se seleccionarán las variables de salida, si todo lo anterior ha salido bien, a partir de la Matriz de Ganancias Relativas Generalizadas (GRGA),

Estabilidad del sistema “nominal”

Una forma directa de estudiar la estabilidad de un sistema es calculando sus polos (función de transferencia) o sus autovalores (espacio de estados), y comprobando que todos tienen parte real negativa.

Calculando los autovalores, se obtiene:

$$p_1 = -62.2252 \quad p_2 = 17.0266 \quad p_3 = -1.4515$$

$$p_4 = 0.1723 \quad p_5 = -0.0000$$

Analizando los autovalores se observa que algunos tienen parte real positiva, por lo tanto el sistema nominal es inestable.

Controlabilidad y Observabilidad del sistema “nominal”

Una forma directa de estudiar la controlabilidad y observabilidad de un sistema es comprobando que el modo asociado a cada autovalor es controlable y observable.

Un modo es controlable si el producto entre el autovector de su autovalor y la matriz de entrada B es distinto de cero.

Tabla 17. Controlabilidad de los modos del sistema nominal (lateral-direccional).

Modo	Vector de Controlabilidad
1	[-48.9162 0]
2	[-0.6446 0]
3	[0.9595 0]
4	[-1.5266 0]
5	[1.5577 0]

Analizando la Tabla 17 se observa que los vectores de controlabilidad de todos los modos son distintos de cero para la primera variable de entrada; por tanto, todos los modos son controlables.

Un modo es observable si el producto entre el autovector de su autovalor y la matriz de salida C es distinto de cero.

Tabla 18. Observabilidad de los modos del sistema nominal (lateral-direccional).

Modo	Vector de Observabilidad
1	$[0.0026 \ 0.0106 \ 0.0121 \ -0.6613 \ -0.7499]^T$
2	$[0.5615 \ -0.0480 \ 0.0067 \ -0.8181 \ 0.1146]^T$
3	$[0.4441 \ -0.1719 \ 0.4784 \ 0.2495 \ -0.6944]^T$
4	$[0.6706 \ -0.3209 \ 0.6568 \ -0.0553 \ 0.1132]^T$
5	$[0.7071 \ 0 \ 0.7071 \ 0 \ 0]^T$

Analizando la Tabla 18 se observa que los vectores de observabilidad de todos los modos son distintos de cero para la primera y tercera variable de estado; por tanto, todos los modos son observables.

Selección de las variables de salida

Como el sistema nominal es inestable, no se puede obtener la GRGA. Sin embargo, los modos son observables para los ángulos de guiñada de velocidad y del avión, que son aproximadamente las mismas; por lo tanto, se decide que el ángulo de guiñada de velocidad χ sea la variable de salida.

6.2 Diseño del Sistema de Control: Controladores Locales

El diseño del sistema de control "local" consistirá en el diseño de controladores lineales, a partir de modelos linealizados del modelo no lineal (35), que se aplicarán sobre el modelo no lineal (34). Para el diseño de los controladores lineales se usarán técnicas de realimentación lineal del vector de estados, como el método de asignación de polos y el Regulador Cuadrático Lineal (LQR), que se explicaron en el capítulo 3.

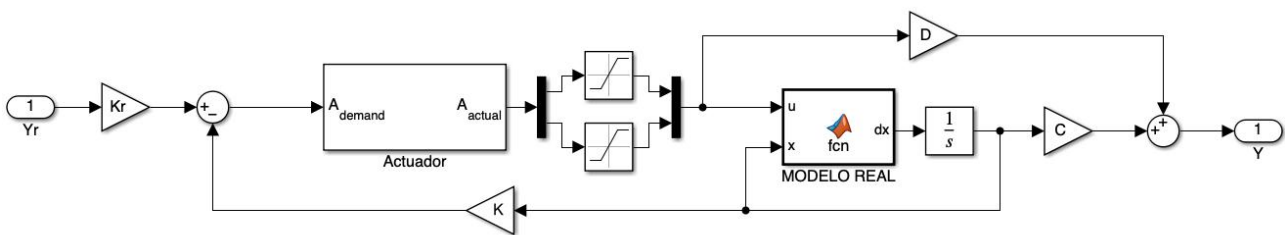


Figura 29. Arquitectura del sistema de control lateral-direccional "local" en Simulink.

En la Figura 29 se muestra la arquitectura del sistema de control para los controladores locales en Simulink, donde se puede apreciar que es igual a la arquitectura de la Figura 21, pero el bloque MODELO REAL y las variables (estado, entradas y salidas) son del lateral-direccional.

El sistema incluye un actuador, que tiene una frecuencia natural $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$ y un factor de amortiguamiento $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$, y una saturación en la deflexión de los alerones ($-30^\circ, 35^\circ$). Estos valores se han tomado de la referencia (Gryte, 2015). La función del

actuador y de la saturación es conseguir que el modelo simulado se aproxime a la realidad lo máximo posible.

Para el método de asignación de polos, se desean que los polos del sistema controlado sean $(-10, -20, -30, -40, -50)$.

Para el LQR, son necesarias las matrices Q y R :

- La matriz R será una matriz diagonal con la inversa de los valores máximos al cuadrado que puede tomar cada entrada. Es decir, se debe poner el ángulo límite de deflexión de los alerones y la velocidad aerodinámica del UAV. Sus valores son:

$$\delta_{a,max} = 35^\circ = 35 \frac{\pi}{180} \text{ rad} \quad V_{max} = 45 \text{ m/s}$$

- Para diseñar la matriz Q , se necesitan los valores máximos que se van a permitir adquirir a las variables de estado χ , ϕ , ψ , p , q :

$$\chi_{max} = \psi_{max} = 180^\circ = \pi \text{ rad} \quad \phi_{max} = 90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \quad p_{max} = r_{max} = 1 \text{ rad/s}$$

Como se ha supuesto la hipótesis de ángulo de resbalamiento β muy pequeño, entonces el ángulo de guiñada de velocidad χ y el ángulo de guiñada del avión ψ tomarán valores muy similares, y sus valores máximos se han escogido de forma que el UAV pueda realizar importantes maniobras laterales. Respecto al ángulo de balance del avión ϕ , se ha escogido su valor máximo evitando que el UAV quede abatido al girar. Finalmente, los valores de p y r se han escogido de forma que no sea demasiado grande.

En el controlador lateral-direccional, la variable de salida es el ángulo de guiñada de velocidad χ .

Comenzando con el diseño de controladores lineales, primero se diseñará un controlador LQR para el Modelo Nominal, es decir, punto de funcionamiento $V_s = 26 \text{ m/s}$ y $\chi_s = 0 \text{ rad}$. Este controlador LQR se aplicará al sistema no lineal, y se prueba para la referencia $\chi_r = 0 \text{ rad}$.

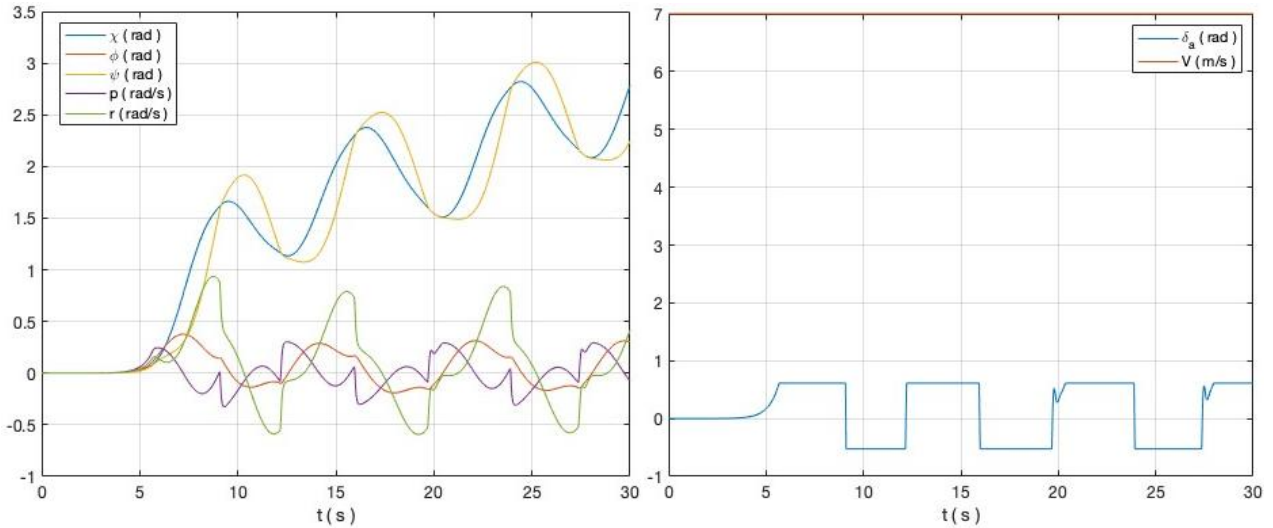


Figura 30. Control L-D Nominal LQR: Variables de Estado (izquierda) y Variables de Entrada (derecha).

Analizando la Figura 30 se observa que los ángulos de guiñada (χ y ψ) son inestables, por lo que este controlador no funciona correctamente.

Para mejorarlo se va a repetir la misma simulación, pero con velocidad aerodinámica fija y de valor $V = 26 \text{ m/s}$.

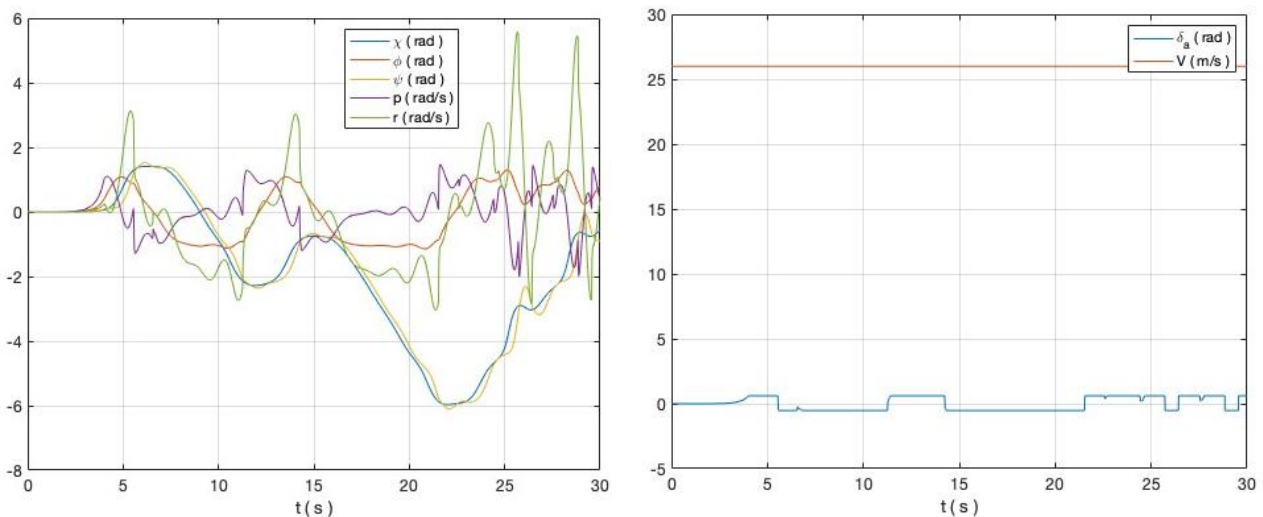


Figura 31. Control L-D Nominal LQR-V: Variables de Estado (izquierda) y Variables de Entrada (derecha).

Analizando la Figura 31 se observa que los ángulos de guiñada (χ y ψ) siguen siendo inestables, por lo que este controlador tampoco funciona correctamente.

Para mejorarlo se va a repetir la misma simulación, pero con velocidad aerodinámica variable y usando un controlador PLACE (asignación de polos).

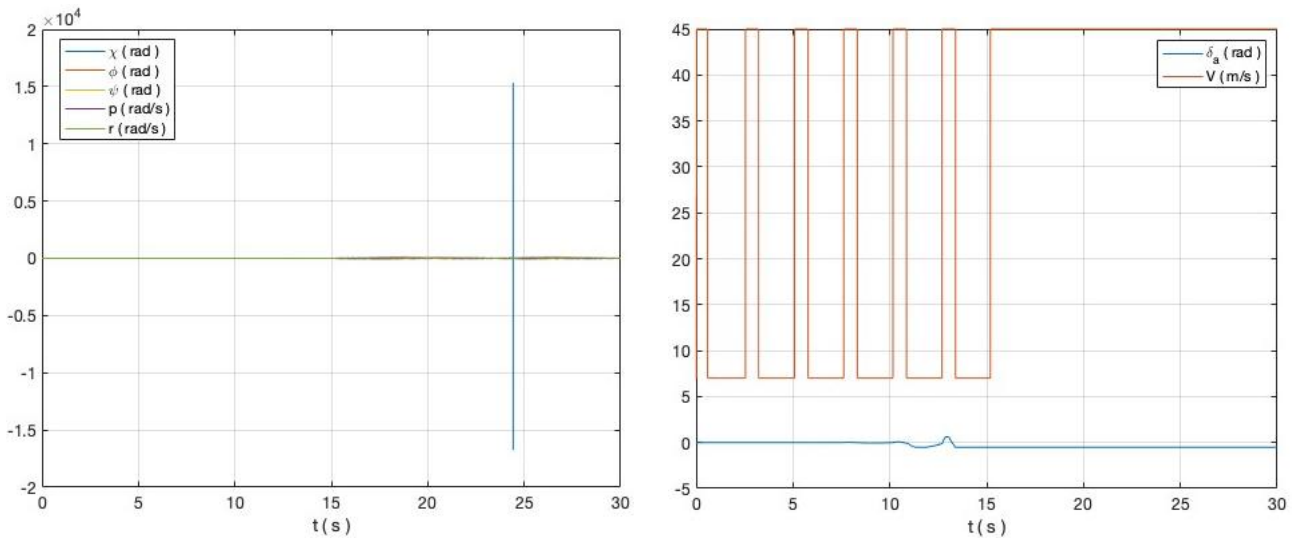


Figura 32. Control L-D Nominal PLACE: Variables de Estado (izquierda) y Variables de Entrada (derecha).

Analizando la Figura 32, se observa que los ángulos de guiñada (χ y ψ) son inestables, por lo que este controlador no funciona.

Para mejorarlo, se va a repetir la misma simulación pero con velocidad aerodinámica fija y de valor $V = 26 \text{ m/s}$.

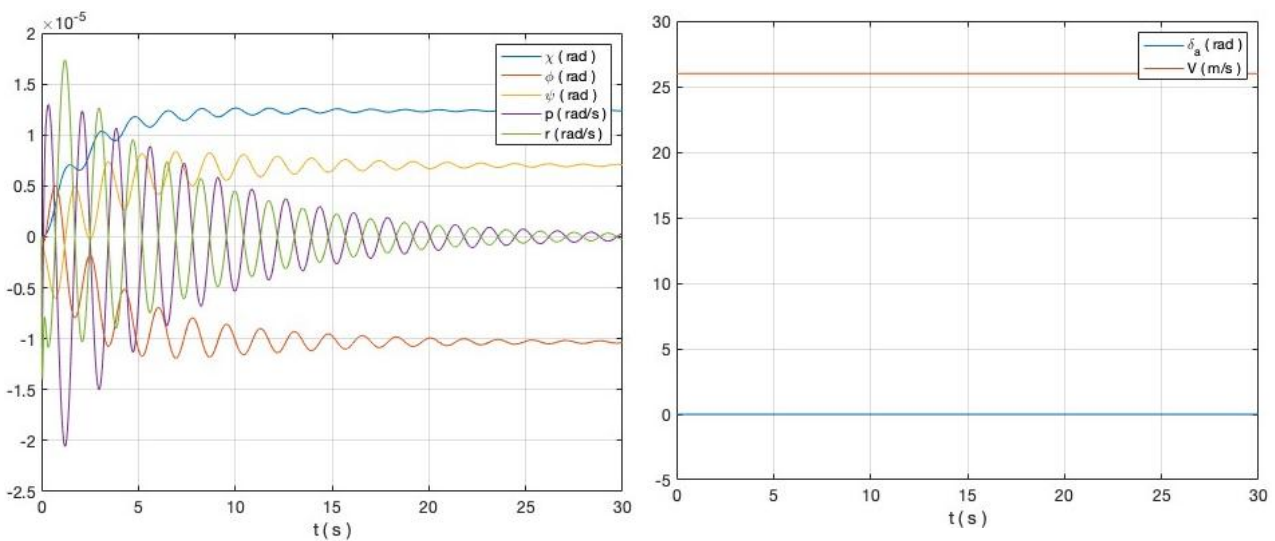


Figura 33. Control L-D Nominal PLACE-V: Variables de Estado (izquierda) y Variables de Entrada (derecha).

En la Figura 33 se observa que todas las variables de estado son estables, por lo que este controlador sí funciona y el método de asignación de polos será la estrategia de control para los controladores locales.

A continuación se prueba este controlador Nominal para distintas referencias y velocidades fijas.

Tabla 19. Errores para distintas referencias para el modelo lateral-direccional nominal.

Modelo Nominal : V = 26 m/s , Chi = 0 rad PLACE							
m/s \ rad	$-\pi$	-2	-1	0	1	2	π
16,5	$\pm 0,173$	$\pm 0,173$	$\pm 0,173$	$\pm 0,000^*$	$\pm 0,215$	$\pm 0,215$	$\pm 0,215$
26	0	0	0	0	0	0	0
35,5	0	0	0	0	0	0	∞
45	0,021*	0,018*	0,014*	0	0,018*	0,018*	∞

Analizando la Tabla 19 se observa que el controlador Nominal funciona perfectamente para velocidad aerodinámica $V \in [26,33] m/s$. A velocidades superiores a 33 m/s es inestable para $\chi_r = \pi rad$. Además, el símbolo \pm significa que la respuesta es oscilatoria y el símbolo * significa que el error sigue creciendo (se muestran los valores para un tiempo de simulación de 1 minuto).

Para mejorar esos resultados se diseñan otros dos controladores PLACE: un modelo linealizado entorno al punto de funcionamiento $V_s = 10 m/s$ y $\chi_s = 0 rad$, al se le llama Modelo 10, y otro modelo linealizado entorno al punto de funcionamiento $V_s = 45 m/s$ y $\chi_s = 0 rad$, que se le llama Modelo 45. Estos controladores se aplican al sistema no lineal, probando con las referencias intermedias.

Tabla 20. Errores para distintas referencias para el modelo lateral-direccional 10.

Modelo 10 : V = 10 m/s , Chi = 0 rad PLACE							
m/s \ rad	$-\pi$	-2	-1	0	1	2	π
16,5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

En la Tabla 20 se observa que para una velocidad aerodinámica fija de $V = 16.5 m/s$ se han reducido bastante los errores, haciendo incluso que la respuesta deje de ser oscilatoria.

Tabla 21. Errores para distintas referencias para el modelo lateral-direccional 45.

Modelo 45 : V = 45 m/s , Chi = 0 rad PLACE							
m/s \ rad	$-\pi$	-2	-1	0	1	2	π
35,5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	∞
45	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	∞

Analizando la Tabla 21 se observa que para una velocidad aerodinámica fija de $V = 45 m/s$ se han reducido bastante los errores, pero no es posible un cambio de sentido a velocidades aerodinámicas superiores a 34 m/s. Por lo tanto, si se desea hacer un cambio de sentido, éste se realizará girando en sentido opuesto.

Entre todos los controladores lineales diseñados hay un total de 3 modelos distintos (Modelo Nominal, Modelo 10 y Modelo 45). Con estos 3 controladores, hay 3 referencias de velocidad (16.5, 26, 35.5) y 1 referencia de ángulo de guiñada (0), lo que daría lugar a 3 controladores distintos, y por tanto, no es necesario obtener más.

Finalmente, la lista de todos los controladores locales y sus puntos de operación quedan recogidos en la Tabla 22.

Tabla 22. Lista de controladores lateral-direccionales locales.

Controlador local	Punto de funcionamiento
Modelo Nominal	$V = 26 \text{ m/s} \quad \chi = 0 \text{ rad}$
Modelo 10	$V = 10 \text{ m/s} \quad \chi = 0 \text{ rad}$
Modelo 45	$V = 45 \text{ m/s} \quad \chi = 0 \text{ rad}$

6.3 Diseño del sistema de control: Controlador global

Para el diseño del sistema de control “global”, nos hemos inspirado en un sistema fuzzy para obtener una interpolación ponderada de los controladores lineales obtenidos en el apartado 6.2 según la referencia, y que se ha denominado así por analogía. Para ello se usará el algoritmo Takagi-Sugeno, adaptado para la arquitectura del sistema de control de la Figura 29, que se explicó en el capítulo 5.

El algoritmo de Takagi-Sugeno está descrito por la ecuación (33). Recordándolo rápidamente, este algoritmo consiste en que la señal de control $u(t)$ es el sumatorio de la señal de control de los controladores locales, multiplicado cada uno por su grado de pertenencia o cercanía al conjunto fuzzy correspondiente.

Los conjuntos difusos que se emplearán serán los modelos de los controladores locales que se encuentran recogidos en la Tabla 22.

El grado de pertenencia $\lambda_i[y_r(t)]$ se obtiene como la suma de las distancias desde el punto de funcionamiento de los conjuntos distintos del conjunto i hasta la referencia $y_r(t)$, dividido por la suma de las distancias de todos los conjuntos y multiplicado por el número de conjuntos que son distintos del conjunto i .

Los conjuntos difusos que se combinarán para el sistema fuzzy variarán según la velocidad aerodinámica:

- Si $V_r \in [16.5, 26) \text{ m/s}$, entonces solo se usará el controlador del modelo 10.
- Si $V_r \in [26, 35.5] \text{ m/s}$, entonces se usarán los controladores de los modelos Nominal y 45.
- Si $V_r \in (35.5, 45] \text{ m/s}$, entonces solo se usará el controlador del modelo 45.

Al igual que con los controladores locales, este sistema Fuzzy se aplicará al sistema no lineal, y se prueba con las mismas referencias que el controlador del modelo Nominal.

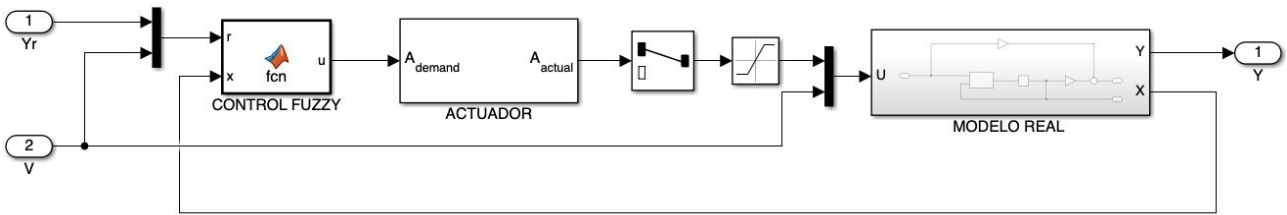


Figura 34. Arquitectura del sistema de control lateral-direccional "global" en Simulink.

En la Figura 34 se muestra la arquitectura del sistema de control para el controlador global, en Simulink, donde se puede apreciar que es similar a la arquitectura de la Figura 26, pero el controlador está implementado como una función de MATLAB, en vez de como bloques de Simulink, y la velocidad se convierte en una entrada del sistema controlado.

La arquitectura de lo que tiene el controlador fuzzy por dentro es la arquitectura de la Figura 4. El algoritmo implementado en el bloque CONTROL FUZZY se encuentra en el ANEXO III, junto al resto de códigos de MATLAB.

Tabla 23. Errores para distintas referencias para el control fuzzy lateral-direccional.

m/s \ rad	$-\pi$	-2	-1	0	1	2	π
16,5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
26	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
35,5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	∞
45	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	∞

Analizando la Tabla 23 se observa que los errores son igual a la combinación lineal entre sus errores "locales". Por tanto, el control fuzzy es bastante bueno para todo el rango de referencias.

A continuación, se realizarán varias simulaciones para comprobar el funcionamiento del sistema de control global en casos más reales.

6.4 Simulación y Resultados

Para finalizar este capítulo se simulará el sistema de control lateral-direccional global para dos maniobras más complejas. Estas maniobras son el modo lateral-direccional Balanceo del Holandés, con velocidad aerodinámica primero constante y en segundo lugar variable.

Modo Balanceo del Holandés

El modo Balanceo del Holandés es un movimiento lateral de una aeronave que consiste en la guiñada hacia la derecha y hacia la izquierda, es decir, es un movimiento oscilatorio que combina movimientos de alabeo y de guiñada de forma sucesiva.

Se desea que el ángulo de guiñada de velocidad siga una trayectoria sinusoidal, seleccionando como frecuencia 0.2 rad/s y como amplitud 0.7 rad , además de iniciar en vuelo en crucero $\chi_0 = 0 \text{ rad}$. Respecto a la velocidad aerodinámica, será constante y valor $V = 26 \text{ m/s}$.

Para un tiempo de simulación de 2 minutos se han obtenido los siguientes resultados, medidos en el Sistema Internacional de Unidades:

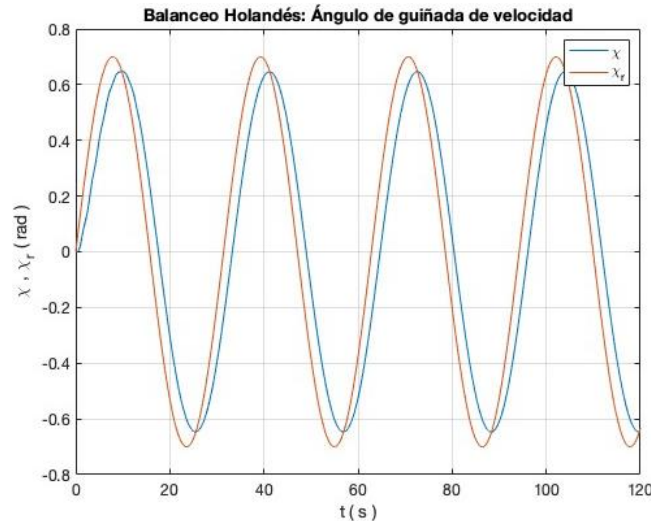


Figura 35. Modo Balanceo Holandés: Ángulo de guiñada de velocidad.

Se observa en la Figura 35 que el UAV es capaz de seguir el ángulo de guiñada de velocidad de referencia, aunque con un pequeño error. Probando con otros valores se ha comprobado que al aumentar la frecuencia de la trayectoria de referencia aumenta el error debido a que la velocidad de respuesta del sistema de control no es lo suficientemente grande. Para frecuencias más bajas, el error se reduce.

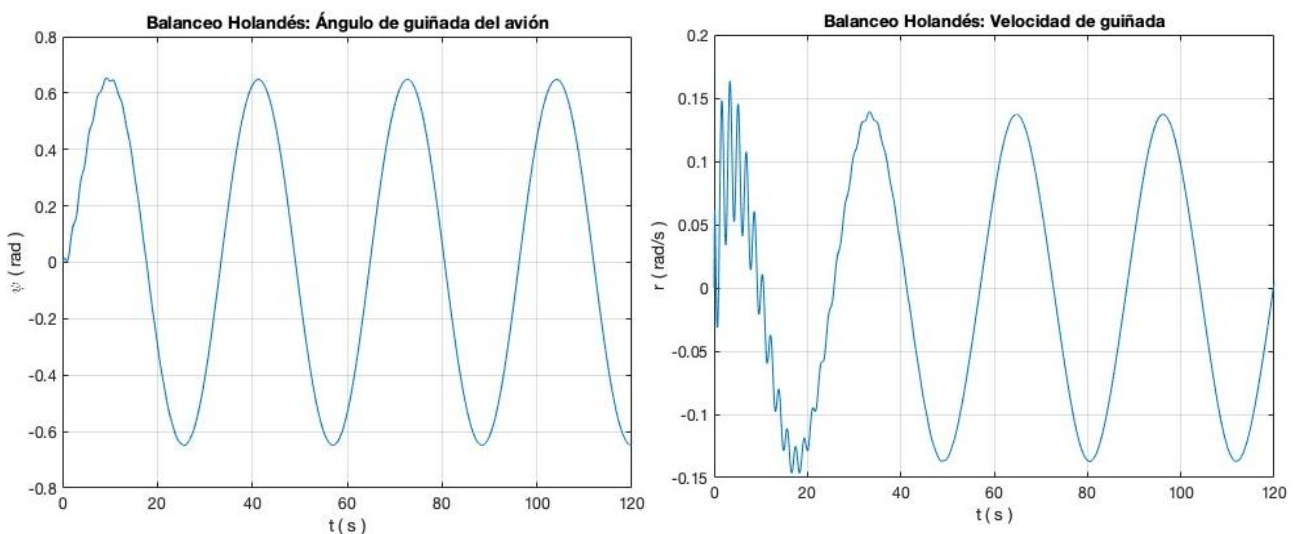


Figura 36. Modo Balanceo Holandés: Ángulo de guiñada del avión (izquierda) y Velocidad de guiñada (derecha).

Analizando la Figura 36 se observa que el ángulo de guiñada del avión sigue una trayectoria bastante similar a la del ángulo de guiñada de velocidad, demostrando que se cumple la hipótesis de ángulo de resbalamiento β muy pequeño. Además, se cumple que la velocidad de guiñada es la derivada del ángulo de guiñada del avión.

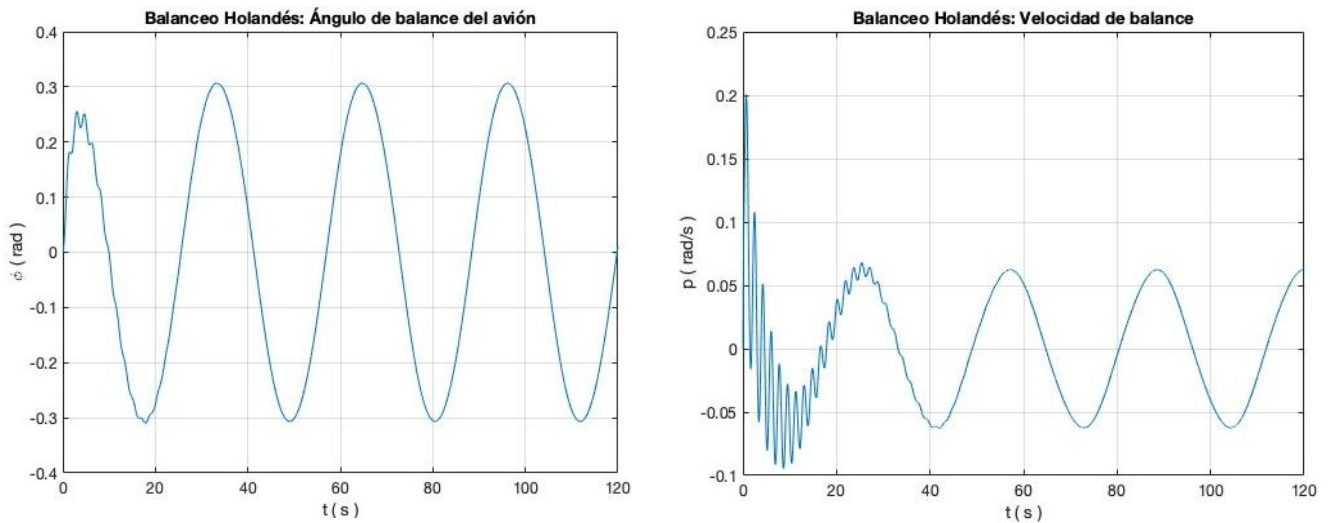


Figura 37. Modo Balanceo Holandés: Ángulo de balance del avión (izquierda) y Velocidad de balance (derecha).

En la Figura 37 se muestra que el ángulo de balance del avión sigue una trayectoria bastante similar a la del ángulo de guiñada del avión, demostrando así que los ángulos de balance y de guiñada “van de la mano”. Además, se cumple que la velocidad de balance es la derivada del ángulo de balance del avión.

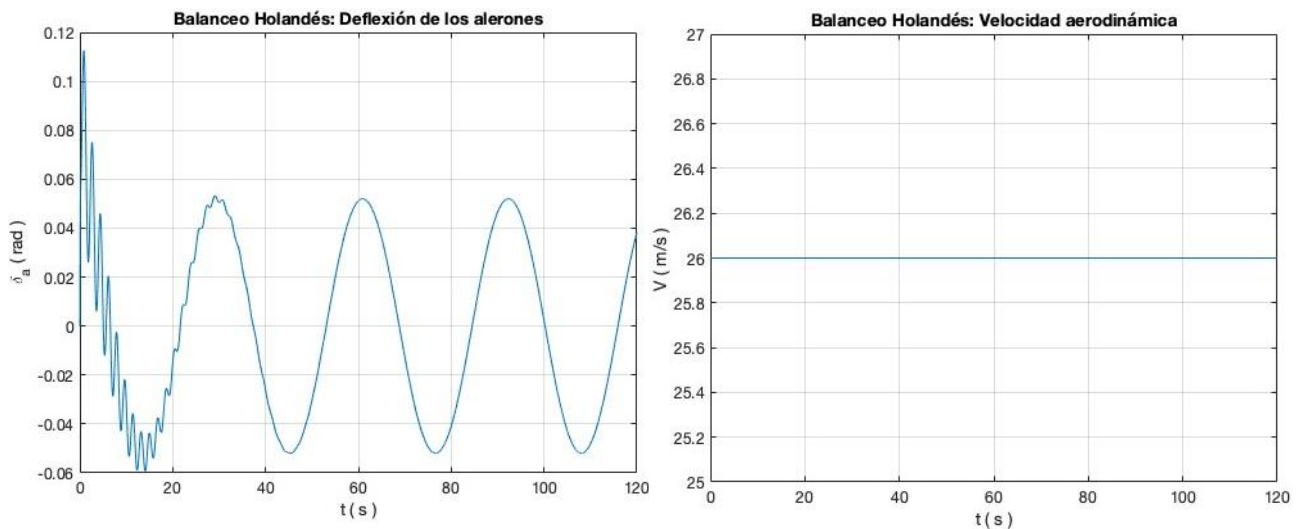


Figura 38. Modo Balanceo Holandés: Deflexión de los alerones (izquierda) y Velocidad aerodinámica (derecha).

En la Figura 38 se puede observar que el ángulo de deflexión de los alerones presentó una serie de variaciones durante los 20 primeros segundos de simulación, seguramente consecuencia de las exigencias del controlador fuzzy en ese periodo. Respecto a la velocidad aerodinámica, sigue la trayectoria especificada anteriormente, es decir, una constante.

Modo Balanceo Holandés (Acelerado)

Se desea que el ángulo de guiñada de velocidad siga una trayectoria sinusoidal, seleccionando como frecuencia 0.2 rad/s y como amplitud 0.7 rad , además de iniciar en vuelo en crucero $\chi_0 = 0 \text{ rad}$. Respecto a la velocidad aerodinámica, será linealmente creciente desde un valor inicial de $V_0 = 26 \text{ m/s}$ hasta un valor final de $V_f = 45 \text{ m/s}$ al final de la simulación.

Para un tiempo de simulación de 2 minutos, se han obtenido los siguientes resultados, medidos en el Sistema Internacional de Unidades:

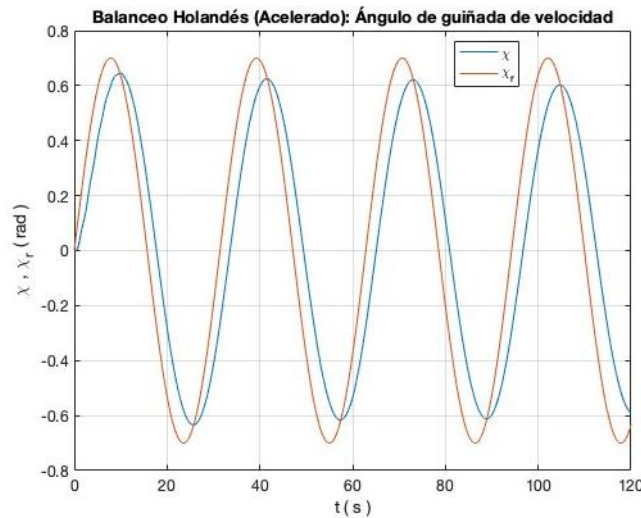


Figura 39. Modo Balanceo Holandés (Acelerado): Ángulo de guiñada de velocidad.

Analizando la Figura 39 se observa que el UAV es capaz de seguir el ángulo de guiñada de velocidad de referencia, aunque con un error, que se incrementa con el tiempo debido al aumento constante de la velocidad aerodinámica.

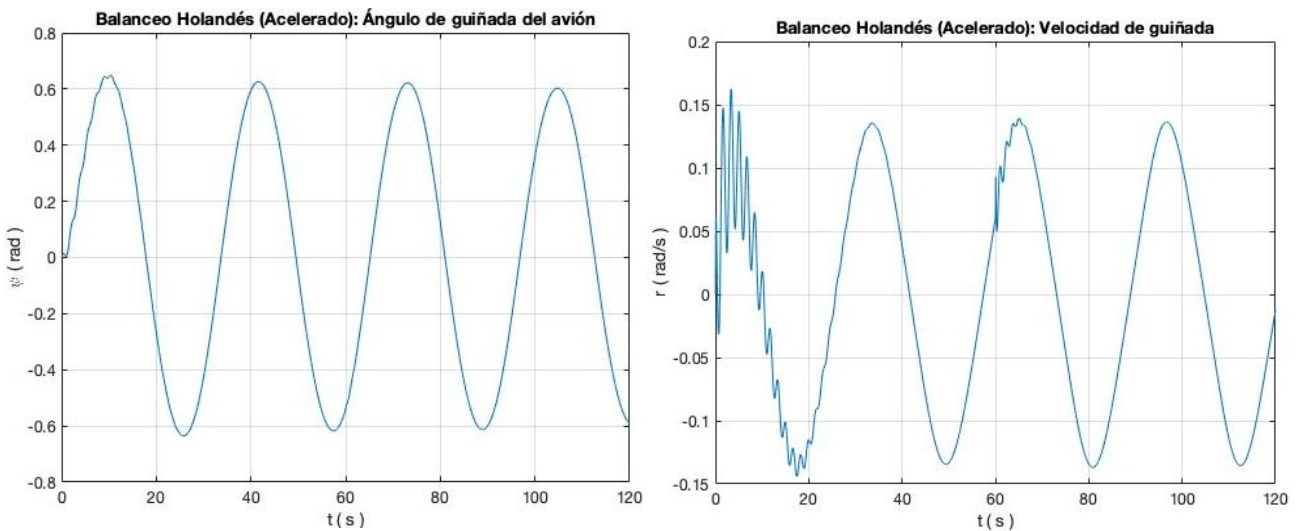


Figura 40. Modo Balanceo Holandés (Acelerado): Ángulo de guiñada del avión (izquierda) y Velocidad de guiñada (derecha).

En la Figura 40 se muestra que, al igual que en la Figura 36, el ángulo de guiñada del avión sigue una trayectoria bastante similar a la del ángulo de guiñada de velocidad, y la velocidad de guiñada se corresponde con la derivada del ángulo de guiñada del avión.

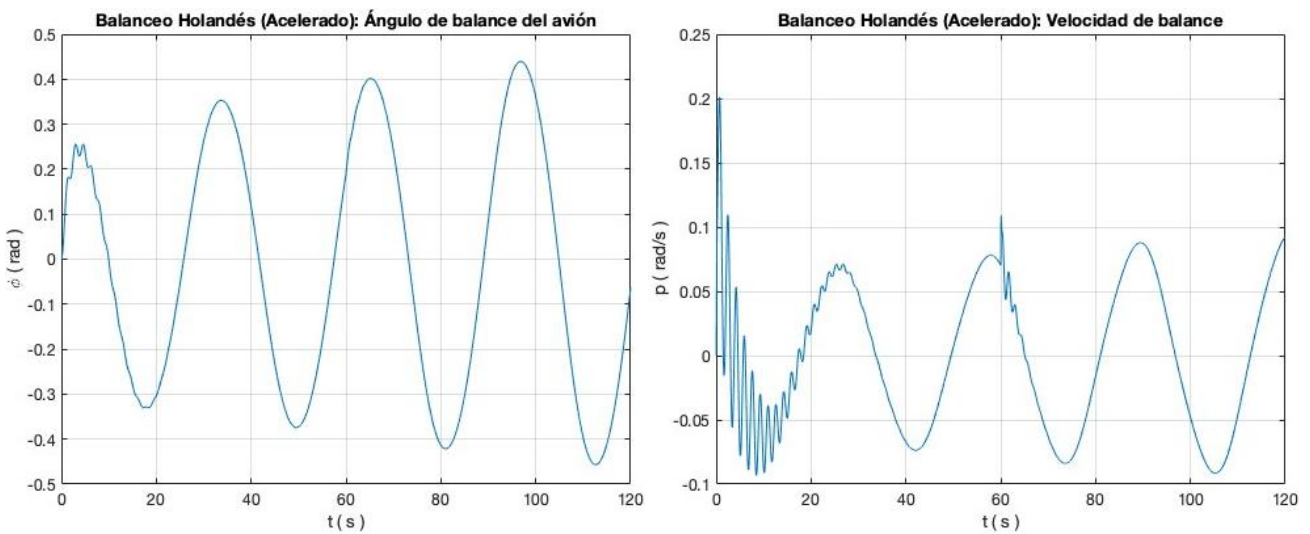


Figura 41. Modo Balanceo Holandés (Acelerado): Ángulo de balance del avión (izquierda) y Velocidad de balance (derecha).

Se puede observar en la Figura 41 que, al igual que en la Figura 37, el ángulo de balance del avión sigue una trayectoria bastante similar a la del ángulo de guiñada del avión, y la velocidad de balance se corresponde con la derivada del ángulo de balance del avión.

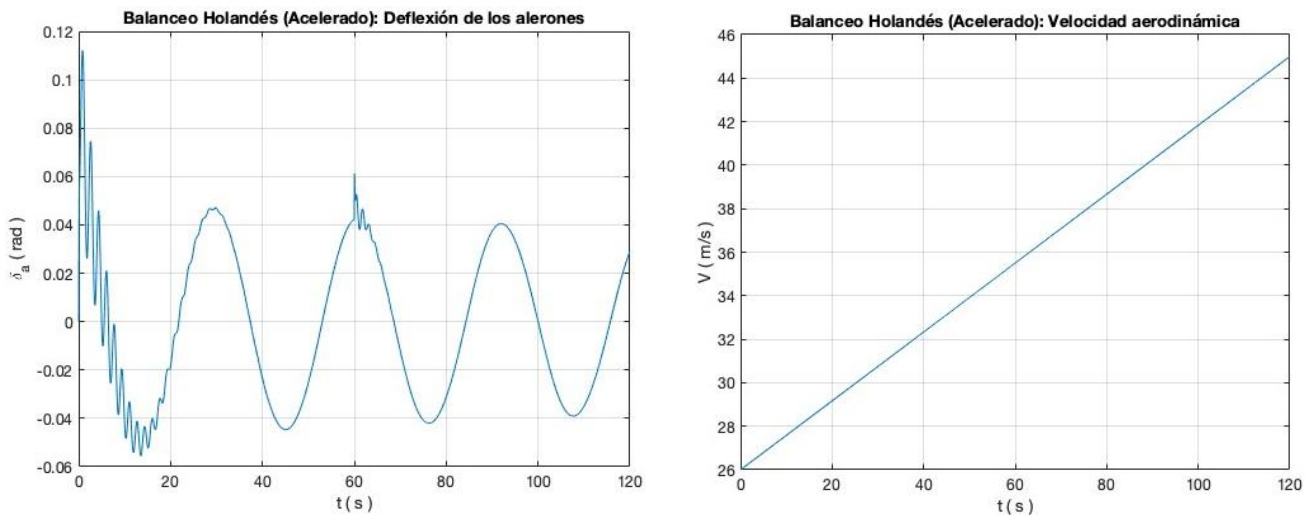


Figura 42. Modo Balanceo Holandés (Acelerado): Deflexión de los alerones (izquierda) y Velocidad aerodinámica (derecha).

Analizando la Figura 42 se observa que el ángulo de deflexión de los alerones es similar al de la Figura 38, junto con la reducción de su pico sinusoidal y un pico a los 60 segundos debido a que el controlador fuzzy depende de la velocidad aerodinámica, que crece linealmente con el tiempo, como se especificó, en esta maniobra.

La conclusión principal, que se puede obtener de este sistema de control, es que, mediante técnicas de control local combinadas según la referencia, se han conseguido unos buenos resultados. Por lo tanto, se ha comprobado que la estrategia de control global es eficiente y funciona para el movimiento lateral-direccional, y esto valida el modelo.

7. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este capítulo final se comentan las conclusiones derivadas tras obtener el modelo del UAV y diseñar los sistemas de control longitudinal y lateral-direccional, y se propondrán mejoras.

7.1 Conclusiones

En este trabajo se trata el UAV como una aeronave no tripulada autónoma, con lo que la ley de control debe ser más estricta que la de una aeronave tripulada o la de un UAV operado desde tierra.

El control clásico, utilizado durante mucho tiempo y eficiente en muchos casos, no es el más adecuado para sistemas complejos, no lineales, y con variables acopladas como el caso del UAV. La ingeniería de control moderna y la inteligencia artificial ofrecen soluciones viables. Al modelizar este sistema MIMO en el espacio de los estados, es posible controlar todas las salidas del sistema de forma única, ahorrando tiempo de cálculo.

Para poder diseñar una ley de control para el sistema UAV es también necesario que su modelo sea lo más parecido posible al sistema real. En este trabajo se ha modelado matemáticamente el Skywalker X8 teniendo en cuenta que, al no disponer de cola, los alerones del UAV pueden comportarse como alerones (deflexión antisimétrica) y como elevadores (deflexión simétrica). El UAV es modelado como un sistema híbrido, en función de la deflexión de los alerones (antisimétrica o simétrica).

Otro de los objetivos planteados en este TFM es diseñar varias estrategias de control local para cada uno de los modelos (longitudinal y lateral-direccional) para que el UAV sea capaz de seguir unos valores de referencia lo mejor posible. Para ello se han analizado los modelos en el espacio de estados en lazo abierto, y se han diseñado controladores locales para distintos puntos de funcionamiento. Para diseñar estos controladores locales se han empleado las técnicas de control LQR y asignación de polos, y se han probado con el modelo no lineal, obteniendo muy buenos resultados.

Además se ha propuesto utilizar los controladores locales para diseñar un controlador global para cada uno de los modelos. En concreto se ha utilizado lógica fuzzy, en particular el algoritmo fuzzy Takagi-Sugeno, considerando como grados de pertenencia la distancia relativa desde el punto de funcionamiento de cada controlador local hasta la referencia.

Analizando la respuesta del modelo longitudinal en lazo cerrado y con la ley de control global diseñada se observa que el sistema tiene un comportamiento muy similar al que tendría en la realidad, por lo tanto se puede decir que el modelo obtenido es bastante fiable. Además se ha observado como la velocidad aerodinámica depende principalmente del sistema de propulsión, el ángulo de asiento de velocidad depende principalmente de la velocidad aerodinámica, y la deflexión de los elevadores sirven para estabilizar el UAV.

La respuesta del modelo Lateral-Direccional en lazo cerrado y con la ley de control global diseñada muestra que el sistema tiene un comportamiento muy similar al que tendría en la realidad. Por lo tanto se puede decir que este modelo también es bastante fiable. Además se ha observado como el ángulo de balance del avión y el ángulo de guiñada del avión son coherentes y razonables, teniendo comportamientos simétricos.

7.2 Trabajos Futuros

Durante la realización del trabajo se han detectado posibles mejoras que, por diversas limitaciones, no se han podido incluir en este trabajo. A continuación se enumeran algunas de los avances más importantes:

- Implementar los controladores globales: tras realizar todo el cálculo teórico de los controladores y su posterior simulación, la primera mejora es realizar la implementación real de estos controladores usando por ejemplo microcontroladores como Arduino, y hacer pruebas más realistas para buscar más aplicaciones de este tipo de UAV. También se plantea el uso de sistemas de inferencia fuzzy para implementar el controlador global.
- Diseñar leyes de control no lineales: en los capítulos 5 y 6 se diseñaron controladores locales que se combinaron para obtener controladores globales. Técnicas de control no lineal, como Linealización por Realimentación de Estados, Control en modo deslizante y Control “Backstepping”, pueden ser alternativas a la estrategia de control empleada.
- Diseñar un sistema de guiado: implementar leyes de guiado permitiría al UAV obtener el vector de referencias del sistema de control, a partir de la posición y actitud deseada y la posición y actitud en vuelo, consiguiendo así un control de la trayectoria.
- Diseñar un sistema de navegación: como sensores, y diseñar un filtro de Kalman, permitiendo obtener una corrección de la trayectoria, y así realizar una navegación más precisa. Además se tendría un autopiloto completo al disponer de sistema de control, sistema de guiado y sistema de navegación.

8. **BIBLIOGRAFÍA**

- Aguilera, A. J. (2019). *Modelado, simulación y control de un sistema de seguimiento de trayectorias para UAVs*. Proyecto Fin de Máster. Universidad de Sevilla. Sevilla, España.
- Díaz, J. M. (s.f.). Apuntes de la asignatura "Control Multivariable". Universidad Nacional de Educación a Distancia. España.
- Farfán, R., Ruz, J. A., García, J. L., Rullán, J. L. (2010). *Seguimiento de trayectorias para un sistema de bola y viga utilizando control difuso Takagi-Sugeno*. Ingeniería, Revista Académica de la FI-UADY, 14-1, pp 11-22, ISSN: 1665-529-X.
- Farhadi, R. M. (2017). *Robust PID Control Tuning for the Uncertain Nonlinear Dynamic Model of the Unmanned Aerial Vehicle*. National Aerospace University (KhAI), Kharkov, Ukraine.
- Garcia-Aunon, P., Peñas, M. S., & de la Cruz García, J. M. (2017). Parameter selection based on fuzzy logic to improve UAV path-following algorithms. *Journal of Applied Logic*, 24, 62-75.
- Gomez, M. A., Pérez, M. y Puentes, C. (2012). *Mecánica del vuelo*. Editorial Garceta.
- Gryte, K. (2015). *High Angle of Attack Landing of an Unmanned Aerial Vehicle*. MSc Tesis. Norwegian University of Science and Technology. Trondheim, Norway.
- Högnadóttir, S. (2022). *Inner-Loop Adaptive Control of Fixed-Wing Unmanned Aerial Vehicles in Icing Conditions*. MSc Tesis. University of Cape Town. Cape Town, Sudáfrica.
- Passino, K.M. y Yurkovich, S. (1998). *Fuzzy Control*. MSc Tesis. Editorial Addison-Wesley Longman.
- Sierra, J. E., & Santos, M. (2019). Wind and payload disturbance rejection control based on adaptive neural estimators: application on quadrotors. *Complexity*, 2019(1), 6460156.
- Sierra-García, J. E., & Santos, M. (2021). Intelligent control of an UAV with a cable-suspended load using a neural network estimator. *Expert Systems with Applications*, 183, 115380.
- Van Wyk, D. (2020). *Guidance, Navigation & Control of a Small, Unmanned Blended Wing Body Aircraft*. MSc Tesis. Norwegian University of Science and Technology. Trondheim, Norway.
- Vila, O. (2011). *Modelización de aeronaves no tripuladas con Simulink*. Proyecto Fin de Carrera. Universidad Politécnica de Madrid. Madrid, España.
- Zhou, D. y Geng, Q. (2015). *Multi-model And Fuzzy PID Control for Fixed-wing UAV*. School of Automation, Beijing Institute of Technology. Beijing, China.

ANEXO I. DATASHEET DEL MOTOR

Type	Propeller	Throttle	Voltage (V)	Current (A)	Power (W)	RPM	Torque (N*m)	Thrust (g)	Efficiency (g/W)	Operating Temperature (°C)
AS2820 Long Shaft KV1250	APC 9*6	40%	15.62	17.94	280.22	9631	0.187	1063	3.80	81 (Ambient Temperature/)
		45%	15.54	20.90	324.84	10126	0.209	1178	3.63	
		50%	15.48	23.85	369.06	10584	0.230	1286	3.48	
		55%	15.41	26.58	409.61	11009	0.248	1381	3.37	
		60%	15.32	29.52	452.21	11368	0.268	1489	3.30	
		65%	15.29	32.20	492.31	11689	0.288	1583	3.22	
		70%	15.22	35.23	536.01	12064	0.306	1665	3.11	
		75%	15.13	38.91	588.82	12442	0.332	1780	3.02	
		80%	15.00	44.95	674.10	12969	0.369	1938	2.87	
		90%	14.69	58.47	859.10	13843	0.445	2206	2.57	
	100%	14.54	64.94	944.40	14225	0.474	2302	2.44		
	APC 10*5.5	40%	15.57	20.01	311.48	8847	0.216	1299	4.17	77 (Ambient Temperature/)
		45%	15.48	23.67	366.42	9335	0.244	1460	3.98	
		50%	15.40	26.92	414.56	9717	0.268	1593	3.84	
		55%	15.32	30.63	469.18	10051	0.299	1753	3.74	
		60%	15.24	33.90	516.67	10395	0.320	1874	3.63	
		65%	15.16	37.51	568.73	10743	0.345	2013	3.54	
		70%	15.06	42.09	633.95	11156	0.377	2181	3.44	
		75%	14.93	47.60	710.79	11571	0.412	2366	3.33	
		80%	14.79	54.38	804.12	11985	0.452	2560	3.18	
		90%	14.44	69.58	1004.88	12731	0.532	2914	2.90	
	100%	14.28	76.51	1092.41	13033	0.557	3014	2.76		
	APC 11*8	40%	11.67	15.97	186.35	6314	0.179	898	4.82	72 (Ambient Temperature/)
		45%	11.61	18.66	216.52	6709	0.201	1007	4.65	
		50%	11.53	21.78	251.20	7039	0.221	1134	4.52	
		55%	11.47	24.60	282.26	7339	0.239	1232	4.36	
		60%	11.39	28.22	321.31	7651	0.262	1339	4.17	
		65%	11.31	31.73	358.88	7957	0.285	1452	4.05	
		70%	11.22	35.64	400.00	8257	0.310	1568	3.92	
		75%	11.12	40.40	449.25	8565	0.341	1703	3.79	
		80%	11.00	45.86	504.33	8938	0.371	1832	3.63	
		90%	10.71	58.59	627.53	9516	0.439	2077	3.31	
	100%	10.59	63.87	676.24	9731	0.460	2167	3.20		
	APC 12*6	40%	11.67	15.95	186.10	6321	0.175	1042	5.60	69 (Ambient Temperature/)
		45%	11.61	18.80	218.15	6701	0.198	1171	5.37	
		50%	11.53	21.87	252.21	7015	0.222	1309	5.19	
		55%	11.47	24.77	284.05	7333	0.243	1425	5.02	
		60%	11.38	28.50	324.36	7647	0.267	1570	4.84	
		65%	11.31	31.96	361.39	7937	0.290	1706	4.72	
		70%	11.22	36.04	404.20	8242	0.318	1862	4.61	
75%		11.13	40.14	446.61	8557	0.341	1992	4.46		
80%		10.99	46.03	505.98	8904	0.376	2181	4.31		
90%		10.72	58.35	625.38	9474	0.442	2528	4.04		
100%	10.58	64.05	677.98	9704	0.463	2640	3.89			

Note: Motor temperature is motor surface temperature @100% throttle running 3mins.
(Date above based on benchtest are for reference only, comparion with that of other motor types is not recommended.)

ANEXO II. OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES DE LIGADURAS

En este anexo, se muestra el proceso de obtención de las ecuaciones de ligaduras para los modelos Longitudinal y Lateral-Direccional.

Según la Mecánica Clásica, para situar con toda generalidad un sistema de referencia, F_a , respecto a otro, F_b , cuando ambos tienen el origen común, hay que efectuar una rotación genérica hasta que coincidan los ejes. Si los sistemas tuvieran distintos orígenes, además de la citada rotación, sería preciso efectuar una traslación para hacer coincidir los orígenes (Gomez, 2012).

En este trabajo, se utilizarán los Ángulos de Euler como método para orientar entre sí dos sistemas con un origen en común, que consiste en tres rotaciones sucesivas finitas dadas en un orden especificado. El orden de las rotaciones se denomina Convención zyx, donde cada letra representa el eje de rotación, y es universalmente utilizado para orientar aeronaves y vehículos espaciales.

Para expresar un vector cualquiera \vec{A} en el sistema de referencia F_b , cuando se conocen sus tres componentes en el sistema de referencia F_a , se recurre al concepto de matriz de transformación o de rotación entre ambos sistemas, $L_{ba} : \vec{A}_b = L_{ba} \vec{A}_a$.

Esta matriz de rotación puede obtenerse determinando previamente las tres matrices de las rotaciones individuales alrededor de cada uno de los tres ejes y posteriormente multiplicándolas adecuadamente para obtener la matriz final. Las matrices de rotación individuales son:

- Rotación alrededor del eje z un ángulo δ_3 :

$$R_z(\delta_3) = \begin{bmatrix} \cos(\delta_3) & \text{sen}(\delta_3) & 0 \\ -\text{sen}(\delta_3) & \cos(\delta_3) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (39)$$

- Rotación alrededor del eje y un ángulo δ_2 :

$$R_y(\delta_2) = \begin{bmatrix} \cos(\delta_2) & 0 & -\text{sen}(\delta_2) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\delta_2) & 0 & \cos(\delta_2) \end{bmatrix} \quad (40)$$

- Rotación alrededor del eje x un ángulo δ_1 :

$$R_x(\delta_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\delta_1) & \text{sen}(\delta_1) \\ 0 & -\text{sen}(\delta_1) & \cos(\delta_1) \end{bmatrix} \quad (41)$$

Componiendo las tres matrices de rotación individuales, se obtiene la matriz de rotación global $L_{ba} = R_x(\delta_1) \cdot R_y(\delta_2) \cdot R_z(\delta_3)$:

$$L_{ba} = \begin{bmatrix} c(\delta_2)c(\delta_3) & c(\delta_2)s(\delta_3) & -s(\delta_2) \\ s(\delta_1)s(\delta_2)c(\delta_3) - c(\delta_1)s(\delta_3) & s(\delta_1)s(\delta_2)s(\delta_3) + c(\delta_1)c(\delta_3) & s(\delta_1)c(\delta_2) \\ c(\delta_1)s(\delta_2)c(\delta_3) + s(\delta_1)s(\delta_3) & c(\delta_1)s(\delta_2)s(\delta_3) - s(\delta_1)c(\delta_3) & c(\delta_1)c(\delta_2) \end{bmatrix} \quad (42)$$

Donde $c \equiv \cos$ y $s \equiv \sen$.

Para situar el sistema de ejes cuerpo respecto del sistema de ejes horizonte local, se particulariza la ecuación (42) para: $F_a \equiv F_h$, $F_b \equiv F_b$, $\delta_3 \equiv \psi$, $\delta_2 \equiv \theta$, $\delta_1 \equiv \phi$.

$$L_{bh} = \begin{bmatrix} c(\theta)c(\psi) & c(\theta)s(\psi) & -s(\theta) \\ s(\phi)s(\theta)c(\psi) - c(\phi)s(\psi) & s(\phi)s(\theta)s(\psi) + c(\phi)c(\psi) & s(\phi)c(\theta) \\ c(\phi)s(\theta)c(\psi) + s(\phi)s(\psi) & c(\phi)s(\theta)s(\psi) - s(\phi)c(\psi) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \quad (43)$$

Para situar el sistema de ejes viento respecto del sistema de ejes horizonte local, se particulariza la ecuación (42) para: $F_a \equiv F_h$, $F_b \equiv F_w$, $\delta_3 \equiv \chi$, $\delta_2 \equiv \gamma$, $\delta_1 \equiv \mu$.

$$L_{wh} = \begin{bmatrix} c(\gamma)c(\chi) & c(\gamma)s(\chi) & -s(\gamma) \\ s(\mu)s(\gamma)c(\chi) - c(\mu)s(\chi) & s(\mu)s(\gamma)s(\chi) + c(\mu)c(\chi) & s(\mu)c(\gamma) \\ c(\mu)s(\gamma)c(\chi) + s(\mu)s(\chi) & c(\mu)s(\gamma)s(\chi) - s(\mu)c(\chi) & c(\mu)c(\gamma) \end{bmatrix} \quad (44)$$

Para situar el sistema de ejes cuerpo respecto del sistema de ejes viento, se particulariza la ecuación (42) para: $F_a \equiv F_w$, $F_b \equiv F_b$, $\delta_3 \equiv -\beta$, $\delta_2 \equiv \alpha$, $\delta_1 = 0$.

$$L_{bw} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta) & -\cos(\alpha)\sen(\beta) & -\sen(\alpha) \\ \sen(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ \sen(\alpha)\cos(\beta) & -\sen(\alpha)\sen(\beta) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (45)$$

Para obtener las ecuaciones de ligaduras, se combinan las matrices de rotación en la forma $L_{bw} = L_{bh} \cdot L_{hw}$, obteniendo las siguientes ecuaciones:

$$\cos(\theta)\cos(\psi) = \cos(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma)\cos(\chi) - \cos(\alpha)\sen(\beta)[\sen(\mu)\sen(\gamma)\cos(\chi) - \cos(\mu)\sen(\chi)] - \sen(\alpha)[\cos(\mu)\sen(\gamma)\cos(\chi) + \sen(\mu)\sen(\chi)] \quad (46)$$

$$\cos(\theta)\sen(\psi) = \cos(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma)\sen(\chi) - \cos(\alpha)\sen(\beta)[\sen(\mu)\sen(\gamma)\sen(\chi) + \cos(\mu)\cos(\chi)] - \sen(\alpha)[\cos(\mu)\sen(\gamma)\sen(\chi) - \sen(\mu)\cos(\chi)] \quad (47)$$

$$\sen(\theta) = \cos(\alpha)\cos(\beta)\sen(\gamma) + \cos(\alpha)\sen(\beta)\sen(\mu)\cos(\gamma) + \sen(\alpha)\cos(\mu)\cos(\gamma) \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \text{sen}(\phi)\text{sen}(\theta)\text{cos}(\psi) - \text{cos}(\phi)\text{sen}(\psi) \\ = \text{sen}(\beta)\text{cos}(\gamma)\text{cos}(\chi) + \text{cos}(\beta)[\text{sen}(\mu)\text{sen}(\gamma)\text{cos}(\chi) - \text{cos}(\mu)\text{sen}(\chi)] \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \text{sen}(\phi)\text{sen}(\theta)\text{sen}(\psi) + \text{cos}(\phi)\text{cos}(\psi) \\ = \text{sen}(\beta)\text{cos}(\gamma)\text{sen}(\chi) + \text{cos}(\beta)[\text{sen}(\mu)\text{sen}(\gamma)\text{sen}(\chi) + \text{cos}(\mu)\text{cos}(\chi)] \end{aligned} \quad (50)$$

$$\text{sen}(\phi)\text{cos}(\theta) = -\text{sen}(\beta)\text{sen}(\gamma) + \text{cos}(\beta)\text{sen}(\mu)\text{cos}(\gamma) \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \text{cos}(\phi)\text{sen}(\theta)\text{cos}(\psi) + \text{sen}(\phi)\text{sen}(\psi) \\ = \text{sen}(\alpha)\text{cos}(\beta)\text{cos}(\gamma)\text{cos}(\chi) - \text{sen}(\alpha)\text{sen}(\beta)[\text{sen}(\mu)\text{sen}(\gamma)\text{cos}(\chi) - \text{cos}(\mu)\text{sen}(\chi)] + \text{cos}(\alpha)[\text{cos}(\mu)\text{sen}(\gamma)\text{cos}(\chi) + \text{sen}(\mu)\text{sen}(\chi)] \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \text{cos}(\phi)\text{sen}(\theta)\text{sen}(\psi) - \text{sen}(\phi)\text{cos}(\psi) \\ = \text{sen}(\alpha)\text{cos}(\beta)\text{cos}(\gamma)\text{sen}(\chi) - \text{sen}(\alpha)\text{sen}(\beta)[\text{sen}(\mu)\text{sen}(\gamma)\text{sen}(\chi) + \text{cos}(\mu)\text{cos}(\chi)] + \text{cos}(\alpha)[\text{cos}(\mu)\text{sen}(\gamma)\text{sen}(\chi) - \text{sen}(\mu)\text{cos}(\chi)] \end{aligned} \quad (53)$$

$$\text{cos}(\phi)\text{cos}(\theta) = -\text{sen}(\alpha)\text{cos}(\beta)\text{sen}(\gamma) - \text{sen}(\alpha)\text{sen}(\beta)\text{sen}(\mu)\text{cos}(\gamma) + \text{cos}(\alpha)\text{cos}(\mu)\text{cos}(\gamma) \quad (54)$$

Para obtener la ecuación de ligadura del modelo Longitudinal, se escoge la ecuación (48) y se particulariza para $\beta = \mu = 0$:

$$\text{sen}(\theta) = \text{cos}(\alpha)\text{sen}(\gamma) + \text{sen}(\alpha)\text{cos}(\gamma) = \text{sen}(\alpha + \gamma) \quad (55)$$

Por lo tanto, la ecuación de ligadura del modelo Longitudinal es:

$$\theta = \alpha + \gamma \quad (56)$$

Para obtener las ecuaciones de ligaduras del modelo Lateral-Direccional, se dividen la ecuación (47) entre la ecuación (46) y la ecuación (51) entre la ecuación (54), particularizándolas para $\alpha = \gamma = 0$:

$$\tan(\psi) = \frac{\text{cos}(\beta)\text{sen}(\chi) - \text{sen}(\beta)\text{cos}(\chi)}{\text{cos}(\beta)\text{cos}(\chi) + \text{sen}(\beta)\text{sen}(\chi)} = \frac{\text{sen}(\chi - \beta)}{\text{cos}(\chi - \beta)} \quad (57)$$

$$\tan(\phi) = \frac{\text{sen}(\mu)}{\text{cos}(\mu)} = \tan(\mu)$$

Por lo tanto, las ecuaciones de ligaduras del modelo Lateral-Direccional son:

$$\psi = \chi - \beta \quad (58)$$

$$\phi = \mu$$

ANEXO III. CÓDIGOS DE MATLAB

En este anexo, se presentan todos los códigos de MATLAB implementados durante todo el proyecto.

- “skywalker.m”

```
function [x0,u0] = skywalker(V_s,gamma_s,chi_s)
    n = 3;
    P = 1092;
    m = 3.5;
    g = 9.81;
    rho = 1.225;
    I_x = 1.2290;
    I_y = 0.1702;
    I_z = 0.8808;
    J_xz = 0.9343;
    c = 0.3571;
    l = c;
    b = 2.1;
    S = 0.75;
    S_delta = 0.1*S;

    CD_0 = 0.0102;
    CD_q = 0;
    CD_delta = 0.8461*0.1;

    CQ_0 = 3.2049*10^(-18);
    CQ_beta = -0.1949;
    CQ_p = -0.1172;
    CQ_r = 0.0959;
    CQ_delta = -0.0696;

    CL_0 = 0.0254;
    CL_alpha = 4.0191;
    CL_q = 3.8954;
    CL_delta = 0.5872*0.1;

    Cl_0 = 1.1518*10^(-18);
    Cl_beta = -0.0765;
    Cl_p = -0.4018;
    Cl_r = 0.0250;
    Cl_delta = 0.2987;

    Cm_0 = 0.018;
    Cm_alpha = -0.2524;
    Cm_q = -1.3047;
    Cm_delta = -0.4857*0.1;

    Cn_0 = -2.2667*10^(-7);
    Cn_beta = 0.0403;
    Cn_p = -0.0247;
    Cn_r = -0.1252;
    Cn_delta = 0.0076;
```

```

% Punto de Equilibrio
q_s = 0;
alpha_s = -(Cm_0 + Cm_delta*(2*m*g/(rho*S*V_s^2) -
CL_0)/CL_delta)/(Cm_alpha - CL_alpha*Cm_delta/CL_delta);
theta_s = alpha_s + gamma_s;
P_s = 0.55*P*n;
T_s = P_s/V_s;
delta_e_s = (2*m*g/(rho*S*V_s^2) - CL_0 - CL_alpha*alpha_s)/CL_delta;

p_s = 0;
r_s = 0;
aux = [Cl_beta (S_delta*1)/(S*c)*Cl_delta ; Cn_beta
(S_delta*1)/(S*c)*Cn_delta]\[-Cl_0 -Cn_0]';
beta_s = aux(1);
phi_s = chi_s - beta_s;
delta_a_s = aux(2);
mu_s = asin((0.5*rho*V_s^2*S*(CQ_0 + CQ_beta*beta_s +
S_delta/S*CQ_delta*delta_a_s))/(m*g));
psi_s = mu_s;

x0 = [V_s gamma_s theta_s q_s chi_s psi_s phi_s p_s r_s]';

u0 = [T_s delta_e_s delta_a_s V_s]';
end

```

- “maniobras.m”

```

% *****
% TRABAJO FIN DE MASTER
% *****
clear all
clc
% Datos
n = 3;
P_max = 1092*n;
m = 3.5;
g = 9.81;
rho = 1.225;
I_y = 0.1702;
c = 0.3571;
b = 2.1;
S = 0.75;
V_i = 15;
V_f = 45;
gamma = 15*pi/180;

CL_0 = 0.0254;
CL_alpha = 4.0191;
CL_q = 3.8954;
CL_delta = 0.5872*0.1;
CD_0 = 0.0102;
CD_delta = 0.8461*0.1;
Cm_0 = 0.018;
Cm_alpha = -0.2524;

```

```

Cm_q = -1.3047;
Cm_delta = -0.4857*0.1;

% Crucero
V = 45;

A = (2*m*g*cos(gamma)*Cm_alpha)/(rho*S*(Cm_alpha*CL_delta -
CL_alpha*Cm_delta));
B = (CL_alpha*Cm_0 - CL_0*Cm_alpha)/(Cm_alpha*CL_delta - CL_alpha*Cm_delta);

delta = A/(cos(gamma)*V^2) + B;
P = 0.5*rho*V^3*S*(CD_0 + CD_delta*delta)
mu = P/P_max

% Calculo aproximado theta maximo
q = 0.5*rho*V^2;
alpha = 0.02*pi/180;
x = 0:0.01:2*pi;
%y = 30*sin(x) + 25*cos(x) - 34;
y = (P/V - q*S*CD_0)*sin(x) + q*S*(CL_0 + CL_alpha*alpha)*cos(x) - m*g;
figure
plot(x*180/pi,y,'b')
xlim([0 360])
grid on

% Velocidad minima
CL_max = 1.57;
%CL_max = 1.25;
V_stall = sqrt(2*m*g/(rho*S*CL_max))

```

- “longitudinal.m”

```

% *****
% TRABAJO FIN DE MASTER
% *****
% MODELO LONGITUDINAL
% *****
clear all
clc

%% Modelo Nominal (V = 26 m/s , gamma = 0 rad)
[A_n, B_n, C_n, D_n] = linealizacion(26,0);
sys_n = ss(A_n,B_n,C_n,D_n);

%% Análisis de sistemas multivariables
[V, E, W] = eig(A_n);
Q = W.';

% Modos controlables y observables
contr1 = Q(1,:)*B_n;
obsr1 = C_n*V(:,1);

contr2 = Q(2,:)*B_n;
obsr2 = C_n*V(:,2);

```

```

contr3 = Q(3,:)*B_n;
obsr3 = C_n*V(:,3);

contr4 = Q(4,:)*B_n;
obsr4 = C_n*V(:,4);

% Matriz de Ganancias Relativas Generalizada (GRGA)
SSGM = dcgain(sys_n);
GRGA = SSGM.*(pinv(SSGM))';

C = [1 0 0 0; 0 1 0 0];
D = [0 0; 0 0];

%% Control Óptimo (LQR)
V_max = 55;
gamma_max = deg2rad(80);
theta_max = deg2rad(80);
q_max = 0.65;

Q = [1/V_max^2 0 0 0;
     0 1/gamma_max^2 0 0;
     0 0 1/theta_max^2 0;
     0 0 0 1/q_max^2];

P_max = 3*1092;
T_max = P_max/7;
delta_max = deg2rad(35);

R = [1/T_max^2 0; 0 1/delta_max^2];

K_n = lqr(sys_n,Q,R);

sys_nc = ss(A_n - B_n*K_n, B_n, C, D);
Kr_n = inv(dcgain(sys_nc));

%% Modelos para estrategia de Control Fuzzy
% Modelo 12 (V = 26 m/s , gamma = 1 rad)
[A_12, B_12, C_12, D_12] = linealizacion(26,1);
sys_12 = ss(A_12,B_12,C_12,D_12);

K_12 = lqr(sys_12,Q,R);

sys_12c = ss(A_12 - B_12*K_12, B_12, C, D);
Kr_12 = inv(dcgain(sys_12c));

% Modelo 14 (V = 35.5 m/s , gamma = 0 rad)
[A_14, B_14, C_14, D_14] = linealizacion(35.5,0);
sys_14 = ss(A_14,B_14,C_14,D_14);

K_14 = lqr(sys_14,Q,R);

sys_14c = ss(A_14 - B_14*K_14, B_14, C, D);
Kr_14 = inv(dcgain(sys_14c));

% Modelo 23 (V = 16.5 m/s , gamma = 0 rad)

```

```

[A_23, B_23, C_23, D_23] = linealizacion(16.5,0);
sys_23 = ss(A_23,B_23,C_23,D_23);

%K_23 = lqr(sys_23,Q,R);
K_23 = place(A_23, B_23, [-10 -20 -30 -40]);

sys_23c = ss(A_23 - B_23*K_23, B_23, C, D);
Kr_23 = inv(dcgain(sys_23c));

% Modelo 1 (V = 35.5 m/s , gamma = 1 rad)
[A_1, B_1, C_1, D_1] = linealizacion(35.5,1);
sys_1 = ss(A_1,B_1,C_1,D_1);

%K_1 = lqr(sys_1,Q,R);
K_1 = place(A_1, B_1, [-10 -20 -30 -40]);

sys_1c = ss(A_1 - B_1*K_1, B_1, C, D);
Kr_1 = inv(dcgain(sys_1c));

% Modelo 2 (V = 16.5 m/s , gamma = 1 rad)
[A_2, B_2, C_2, D_2] = linealizacion(16.5,1);
sys_2 = ss(A_2,B_2,C_2,D_2);

%K_2 = lqr(sys_2,Q,R);
K_2 = place(A_2, B_2, [-10 -20 -30 -40]);

sys_2c = ss(A_2 - B_2*K_2, B_2, C, D);
Kr_2 = inv(dcgain(sys_2c));

%% Funciones
function [A,B,C,D] = linealizacion(V_s, gamma_s)
    % Datos
    n = 3;
    P = 1092;
    m = 3.5;
    g = 9.81;
    rho = 1.225;
    I_y = 0.1702;
    c = 0.3571;
    l = c;
    b = 2.1;
    S = 0.75;
    S_delta = 0.1*S;

    CL_0 = 0.0254;
    CL_alpha = 4.0191;
    CL_q = 3.8954;
    CL_delta = 0.5872*0.1;

    CD_0 = 0.0102;
    CD_q = 0;
    CD_delta = 0.8461*0.1;

    Cm_0 = 0.018;
    Cm_alpha = -0.2524;

```

```

Cm_q = -1.3047;
Cm_delta = -0.4857*0.1;

% Condicion de referencia: crucero
alpha_s = -(Cm_0 + Cm_delta*(2*m*g/(rho*S*V_s^2) -
CL_0)/CL_delta)/(Cm_alpha - CL_alpha*Cm_delta/CL_delta);
theta_s = alpha_s + gamma_s;
q_s = 0;
delta_s = (2*m*g/(rho*S*V_s^2) - CL_0 - CL_alpha*alpha_s)/CL_delta;
P_s = 0.55*P*n;
T_s = P_s/V_s;

% Constantes definidas
V_v = -(rho*V_s*S*CD_0 + rho*V_s*S*CD_delta*delta_s)/m;
V_gamma = -g*cos(gamma_s);
V_T = 1/m;
V_delta = -rho*V_s^2*S*CD_delta/(2*m);

Gamma_v = rho*S/(2*m)*(CL_0 + CL_alpha*alpha_s + CL_delta*delta_s) +
g*cos(gamma_s)/V_s^2;
Gamma_gamma = g*sin(gamma_s)/V_s - rho*V_s*S*CL_alpha/(2*m);
Gamma_theta = (rho*S*V_s*CL_alpha)/(2*m);
Gamma_q = rho*S*c*CL_q/(4*m);
Gamma_delta = rho*V_s*S*CL_delta/(2*m);

Q_v = rho*S*c/I_y*(V_s*Cm_0 + V_s*Cm_alpha*alpha_s + b*Cm_q*q_s/4 +
V_s*Cm_delta*delta_s);
Q_gamma = -rho*V_s^2*S*c*Cm_alpha/(2*I_y);
Q_theta = rho*V_s^2*S*c*Cm_alpha/(2*I_y);
Q_q = rho*V_s*S*c*b*Cm_q/(4*I_y);
Q_delta = rho*V_s^2*S*c*Cm_delta/(2*I_y);

% Espacio de los Estados
A = [V_v V_gamma 0 0;
     Gamma_v Gamma_gamma Gamma_theta Gamma_q;
     0 0 0 1;
     Q_v Q_gamma Q_theta Q_q];

B = [V_T V_delta;
     0 Gamma_delta;
     0 0;
     0 Q_delta];

C = eye(4);

D = zeros(4,2);
end

```

- “figuras_long.m”

```

clear all
clc
load('fugoide_estados.mat')
load('fugoide_referencias.mat')
load('fugoide_entradas.mat')
t = estados(1,:);
V = estados(2,:);
Gamma = estados(3,:);
Theta = estados(4,:);
q = estados(5,:);
V_r = referencias(2,:);
Gamma_r = referencias(3,:);
T = entradas(2,:);
delta = entradas(3,:);

figure
plot(t,T, 'LineWidth',0.5)
%hold on
%plot(t,Gamma_r, 'LineWidth',0.5)
ax = gca;
ax.FontSize = 12;
xlabel('t ( s )')
ylabel('T ( N )')
%legend('\gamma', '\gamma_r')
title('Fugoide: Fuerza propulsiva')
grid on

```

- “lateraldireccional.m”

```

% *****
% TRABAJO FIN DE MASTER
% *****
% MODELO LATERAL-DIRECCIONAL
% *****
clear all
clc

%% Modelo Nominal (V = 26 m/s , chi = 0 rad)
[A_n, B_n, C_n, D_n] = linealizacion(26,0);
sys_n = ss(A_n,B_n,C_n,D_n);

%% Análisis de sistemas multivariables
[V, E, W] = eig(A_n);
Q = W.';

% Modos controlables y observables
contr1 = Q(1,:)*B_n;
obsr1 = C_n*V(:,1);

contr2 = Q(2,:)*B_n;
obsr2 = C_n*V(:,2);

```

```

contr3 = Q(3,:)*B_n;
obsr3 = C_n*V(:,3);

contr4 = Q(4,:)*B_n;
obsr4 = C_n*V(:,4);

contr5 = Q(5,:)*B_n;
obsr5 = C_n*V(:,5);

% Matriz de Ganancias Relativas Generalizada (GRGA)
SSGM = dcgain(sys_n);
GRGA = SSGM.*(pinv(SSGM))';

C = [1 0 0 0 0];
D = [0 0];

%% Control Óptimo (LQR)
chi_max = deg2rad(180);
phi_max = deg2rad(90);
psi_max = deg2rad(180);
p_max = 1;
r_max = 1;

Q = [1/chi_max^2 0 0 0 0;
     0 1/phi_max^2 0 0 0;
     0 0 1/psi_max^2 0 0;
     0 0 0 1/p_max^2 0;
     0 0 0 0 1/r_max^2];

delta_max = deg2rad(35);
V_max = 45;

R = [1/delta_max^2 0; 0 1/V_max^2];

%K_n = lqr(sys_n,Q,R);

K_n = place(A_n,B_n,[-10 -20 -30 -40 -50]);

sys_nc = ss(A_n - B_n*K_n, B_n, C, D);
Kr_n = pinv(dcgain(sys_nc))/2.068;

%% Modelos para estrategia de Control Fuzzy
% Modelo 10 (V = 10 m/s , chi = 0 rad)
[A_10, B_10, C_10, D_10] = linealizacion(10,0);
sys_10 = ss(A_10,B_10,C_10,D_10);

K_10 = place(A_10,B_10,[-10 -20 -30 -40 -50]);

sys_10c = ss(A_10 - B_10*K_10, B_10, C, D);
Kr_10 = pinv(dcgain(sys_10c))/4.789;

% Modelo 45 (V = 45 m/s , chi = 0 rad)
[A_45, B_45, C_45, D_45] = linealizacion(45,0);
sys_45 = ss(A_45,B_45,C_45,D_45);

```

```

K_45 = place(A_45,B_45,[-10 -20 -30 -40 -50]);

sys_45c = ss(A_45 - B_45*K_45, B_45, C, D);
Kr_45 = pinv(dcgain(sys_45c))/2.171;

%% Funciones
function [A,B,C,D] = linealizacion(V_s, chi_s)
    % Datos
    m = 3.5;
    g = 9.81;
    rho = 1.225;
    I_x = 1.2290;
    I_z = 0.8808;
    J_xz = 0.9343;
    c = 0.3571;
    l = c;
    b = 2.1;
    S = 0.75;
    S_delta = 0.1*S;
    Ix = I_x - J_xz^2/I_z;
    Iz = I_z - J_xz^2/I_x;

    CQ_0 = 3.2049*10^(-18);
    CQ_beta = -0.1949;
    CQ_p = -0.1172;
    CQ_r = 0.0959;
    CQ_delta = -0.0696;

    Cl_0 = 1.1518*10^(-18);
    Cl_beta = -0.0765;
    Cl_p = -0.4018;
    Cl_r = 0.0250;
    Cl_delta = 0.2987;

    Cn_0 = -2.2667*10^(-7);
    Cn_beta = 0.0403;
    Cn_p = -0.0247;
    Cn_r = -0.1252;
    Cn_delta = 0.0076;

    % Condicion de referencia: crucero
    p_s = 0;
    r_s = 0;
    aux = [Cl_beta (S_delta*l)/(S*c)*Cl_delta ; Cn_beta
(S_delta*l)/(S*c)*Cn_delta]\[-Cl_0 -Cn_0]';
    beta_s = aux(1);
    phi_s = chi_s - beta_s;
    delta_s = aux(2);
    mu_s = asin((0.5*rho*V_s^2*S*(CQ_0 + CQ_beta*beta_s +
S_delta/S*CQ_delta*delta_s))/(m*g));
    psi_s = mu_s;

    % Constantes definidas
    X_chi = -(rho*V_s^2*S*CQ_beta)/(2*m*cos(phi_s));

```

```

X_phi = (g*sec(phi_s)^2)/(V_s) - rho*V_s*S*sec(phi_s)*tan(phi_s)*(CQ_0 +
CQ_beta*beta_s + 0.1*CQ_delta*delta_s)/(2*m);
X_psi = -X_chi;
X_p = -(rho*S*b*CQ_p)/(4*m*cos(phi_s));
X_r = -(rho*S*b*CQ_r)/(4*m*cos(phi_s));
X_delta = -(rho*S*V_s*CQ_delta)/(20*m*cos(phi_s));
X_v = -g*tan(phi_s)/V_s^2 - (rho*S)/(2*m*cos(phi_s))*(CQ_0 +
CQ_beta*beta_s + 0.1*CQ_delta*delta_s);

P_chi = (rho*V_s^2*S*b)/(2*I_x)*(Cl_beta + J_xz/I_z*Cn_beta);
P_psi = -P_chi;
P_p = (rho*V_s*S*b^2)/(4*I_x)*(Cl_p + J_xz/I_z*Cn_p);
P_r = (rho*V_s*S*b^2)/(4*I_x)*(Cl_r + J_xz/I_z*Cn_r);
P_delta = (rho*V_s^2*S*b)/(20*I_x)*(Cl_delta + J_xz/I_z*Cn_delta);
P_v = rho*V_s*S*b/I_x*((Cl_0 + Cl_beta*beta_s + 0.1*Cl_delta*delta_s) +
(Cn_0 + Cn_beta*beta_s + 0.1*Cn_delta*delta_s)*J_xz/I_z);

R_chi = (rho*V_s^2*S*b)/(2*I_z)*(Cn_beta + J_xz/I_x*Cl_beta);
R_psi = -R_chi;
R_p = (rho*V_s*S*b^2)/(4*I_z)*(Cn_p + J_xz/I_x*Cl_p);
R_r = (rho*V_s*S*b^2)/(4*I_z)*(Cn_r + J_xz/I_x*Cl_r);
R_delta = (rho*V_s^2*S*b)/(20*I_z)*(Cn_delta + J_xz/I_x*Cl_delta);
R_v = rho*V_s*S*b/I_z*((Cn_0 + Cn_beta*beta_s + 0.1*Cn_delta*delta_s) +
(Cl_0 + Cl_beta*beta_s + 0.1*Cl_delta*delta_s)*J_xz/I_x);

% Espacio de los Estados
A = [X_chi X_phi X_psi X_p X_r;
     0 0 0 1 0;
     0 0 0 0 cos(phi_s);
     P_chi 0 P_psi P_p P_r;
     R_chi 0 R_psi R_p R_r];

B = [X_delta X_v;
     0 0;
     0 0;
     P_delta P_v;
     R_delta R_v];

C = eye(5);

D = zeros(5,2);
end

```

- “figuras_latdirec.m”

```

clear all
clc
load('dutch_estados.mat')
load('dutch_referencias.mat')
load('dutch_entradas.mat')
t = estados(1,:);
Chi = estados(2,:);
Phi = estados(3,:);
Psi = estados(4,:);
p = estados(5,:);
r = estados(6,:);
Chi_r = referencias(2,:);
delta = entradas(2,:);
V = entradas(3,:);

figure
plot(t,Chi,'LineWidth',0.5)
hold on
plot(t,Chi_r,'LineWidth',0.5)
ax = gca;
ax.FontSize = 12;
xlabel('t ( s )')
ylabel('\chi , \chi_r ( rad )')
legend('\chi','\chi_r')
title('Balanceo Holandés: Ángulo de guiñada')
grid on

```

- CONTROL FUZZY (LONGITUDINAL)

```

function u = fcn(r,x)
% Matrices de Ganacias K
K_n = [9.1218 , 130.5187 , 108.0167 , 5.1337 ;
       -0.0012 , -0.8539 , 0.3460 , -0.3397];
K_12 = [8.7221 , 120.0789 , 148.0014 , 5.3613 ;
        -0.0013 , -0.8806 , 0.2554 , -0.3417];
K_14 = [7.5406 , 42.5771 , 42.0234 , 0.8983 ;
        -0.0009 , -1.2812 , 0.6806 , -0.4236];
K_23 = [139.9019 , -94.2179 , -419.0666 , -24.0299 ;
        0.0061 , -9.9252 , -48.4500 , -2.4132];
K_1 = [125.1808 , -213.5265 , -537.5953 , -29.9855 ;
       0.0554 , -4.8462 , -2.0716 , -0.0101];
K_2 = [139.0305 , -163.2987 , -846.4037 , -40.8498 ;
       0.0581 , -11.6481 , -51.0492 , -2.5015];

% Matrices de Reajuste de Ganancias Kr
Kr_n = [10.0005 , 272.8704 ;
        0.0099 , -0.5079];
Kr_12 = [9.5152 , 286.3444 ;
         0.0075 , -0.5014];
Kr_14 = [9.0403 , 118.9356 ;
         0.0032 , -0.6006];
Kr_23 = [144.3714 , -478.9495 ;

```

```

        0.4868 , -58.3752];
Kr_1 = [127.0382 , -721.9262 ;
        0.0604 , -6.8202];
Kr_2 = [145.4726 , -935.0827 ;
        0.4462 , -59.1987];

% Algoritmo de Control
d_n = norm(r - [26; 0]);
d_12 = norm(r - [26; 1]);
d_14 = norm(r - [35.5; 0]);
d_23 = norm(r - [16.5; 0]);
d_1 = norm(r - [35.5; 1]);
d_2 = norm(r - [16.5; 1]);

if r(1)==26 && r(2)<=0 && r(2)>=-0.7
    K = K_n;
    Kr = Kr_n;
elseif r(1)==26 && r(2)>0 && r(2)<=1
    K = (d_12*K_n + d_n*K_12)/(d_n + d_12);
    Kr = (d_12*Kr_n + d_n*Kr_12)/(d_n + d_12);
elseif r(1)>26 && r(1)<=35.5 && r(2)<=0 && r(2)>=-0.7
    K = (d_14*K_n + d_n*K_14)/(d_n + d_14);
    Kr = (d_14*Kr_n + d_n*Kr_14)/(d_n + d_14);
elseif r(1)>=16.5 && r(1)<26 && r(2)<=0 && r(2)>=-0.7
    K = (d_23*K_n + d_n*K_23)/(d_n + d_23);
    Kr = (d_23*Kr_n + d_n*Kr_23)/(d_n + d_23);
elseif r(1)>35.5 && r(1)<=45 && r(2)<=0 && r(2)>=-0.7
    K = K_14;
    Kr = Kr_14;
elseif r(1)>26 && r(1)<=35.5 && r(2)>0 && r(2)<=1
    d_t = 3*(d_n + d_14 + d_1 + d_12);
    K = ((d_14 + d_1 + d_12)*K_n + (d_n + d_1 + d_12)*K_14 + (d_n + d_14 +
d_12)*K_1 + (d_n + d_14 + d_1)*K_12)/d_t;
    Kr = ((d_14 + d_1 + d_12)*Kr_n + (d_n + d_1 + d_12)*Kr_14 + (d_n + d_14 +
d_12)*Kr_1 + (d_n + d_14 + d_1)*Kr_12)/d_t;
elseif r(1)>35.5 && r(1)<=45 && r(2)>0 && r(2)<=1
    K = (d_1*K_14 + d_14*K_1)/(d_14 + d_1);
    Kr = (d_1*Kr_14 + d_14*Kr_1)/(d_14 + d_1);
else
    d_t = 3*(d_n + d_12 + d_2 + d_23);
    K = ((d_12 + d_2 + d_23)*K_n + (d_n + d_2 + d_23)*K_12 + (d_n + d_12 +
d_23)*K_2 + (d_n + d_12 + d_2)*K_23)/d_t;
    Kr = ((d_12 + d_2 + d_23)*Kr_n + (d_n + d_2 + d_23)*Kr_12 + (d_n + d_12 +
d_23)*Kr_2 + (d_n + d_12 + d_2)*Kr_23)/d_t;
end

u = Kr*r - K*x;

```

• CONTROL FUZZY (LATERAL-DIRECCIONAL)

```
function u = fcn(r,x)
% Matrices de Ganacias K
K_n = [-0.9125 , 4.2234 , 5.8677 , -0.2485 , 0.2064 ;
        4.6518*10^8 , -2.0072*10^9 , 2.0520*10^9 , -3.4023*10^8 , 3.0293*10^8];

K_10 = [-1.0701 , 49.4407 , 14.7002 , 2.6062 , 0.3160 ;
         1.3523*10^8 , -4.8508*10^9 , 4.9335*10^9 , -7.8237*10^8 ,
         7.2016*10^8];

K_45 = [-0.9035 , 1.3173 , 2.6420 , -0.2277 , 0.0342 ;
         7.9412*10^8 , -7.8599*10^8 , 4.2225*10^8 , -1.4348*10^8 ,
         1.2076*10^8];

% Matrices de Reajuste de Ganancias Kr
Kr_n = [4.9552 , 1.0418*10^(-8)];

Kr_10 = [13.6306 , 1.3888*10^(-7)];

Kr_45 = [1.7383 , 2.9087*10^(-9)];

% Algoritmo de Control
d_n = norm(r(2) - 26);
d_10 = norm(r(2) - 10);
d_45 = norm(r(2) - 45);

if r(2)>=16.5 && r(2)<26
    K = K_10;
    Kr = Kr_10;
elseif r(2)>=26 && r(2)<35.5
    K = (d_45*K_n + d_n*K_45)/(d_n + d_45);
    Kr = (d_45*Kr_n + d_n*Kr_45)/(d_n + d_45);
else
    K = K_45;
    Kr = Kr_45;
end

u = Kr*r - K*x;
```

