



## **Máster en Ingeniería de Sistemas y Control**

*Control Basado en Eventos de Sistemas de Primer Orden con Retardo*

### **Autor:**

Ángel Ruiz Moreno

### **Directores:**

Dr. Sebastián Dormido Bencomo

Dr. José Sánchez Moreno

Dr. Jorge Eugenio Jiménez Hornero

Curso académico 2010-2011, Convocatoria extraordinaria de Febrero (2012)



# **Autorización**

Autorizamos a la Universidad Complutense y a la UNED a difundir y utilizar con fines académicos, no comerciales y mencionando expresamente a sus autores, tanto la memoria de este Trabajo Fin de Máster, como el código, la documentación y/o el prototipo desarrollado.

Firmado:

Firma del alumno



# Resumen

La teoría de control PID en su vertiente discreta, apoyándose en una gestión periódica de los muestreos (eventos planificados en tiempo) se considera un área madura dentro del paradigma del control automático. La planificación por eventos deriva casi inevitablemente en muestreos asíncronos de dinámicas no lineales planteando así, problemas adicionales que necesitan ser caracterizados y estudiados. Un ejemplo de esta problemática son los ciclos límite que dificultan la caracterización de la estabilidad de un sistema controlado por eventos.

En lo referente al control PID basado en eventos, ya empiezan a ser numerosos los trabajos donde los diferentes autores realizan propuestas en las que no parece que exista consenso en la respuesta a cuestiones tales como, la caracterización del esquema, la estructura del controlador, donde incluir las condiciones de evento y de qué tipo deberían ser éstas última. Cada esquema plantea sus desafíos y tiene sus ventajas a la hora de analizar la estabilidad y los ciclos límite. Esta heterogeneidad, en parte tiene su lógica porque las investigaciones en control basado en eventos se encuentran en su infancia y todavía la teoría de control basado en eventos se está forjando.

Con el trabajo actual se hace una nueva propuesta de diseño para controladores PI basados en eventos sobre sistemas de primer orden con retardo. El nuevo esquema se basa en la idea del predictor de Smith para la compensación de los retardos, y en el sistema de muestreo SSOE (*Symmetric Send-On-Delta*) para la generación de los eventos. Como resultado general, el diseño evita la aparición de ciclos límite y reduce el error en estado estacionario con independencia del retardo presente en el sistema. Como resultados particulares, se propone un marco para la sintonía con una metodología intuitiva, a partir de la cual se puede predecir de manera eficaz la tasa de eventos y el tiempo de asentamiento del sistemas, así como una posible vía de extensión del esquema al caso multivariable. Aspectos como la estabilidad del esquema, la influencia de perturbaciones y los errores de modelado son tratados, y mecanismos para su compensación son propuestos.

**PALABRAS CLAVE:** Control basado en eventos, muestreo basado en eventos, control PID, predictor de Smith, Send-On-Delta, sintonía.



---

# INDICES

---

<b>1. Introducción.</b> .....	<b>1</b>
<b>1.1. Antecedentes.</b> .....	<b>1</b>
<b>1.2. Objetivos.</b> .....	<b>1</b>
<b>1.3. Trabajos previos</b> .....	<b>2</b>
<b>2. Conceptos previos.</b> .....	<b>3</b>
<b>2.1. Modelo de primer orden con retardo.</b> .....	<b>3</b>
<b>2.2. Controlador PI</b> .....	<b>3</b>
<b>2.3. Esquema Anti-Windup</b> .....	<b>4</b>
<b>2.4. Predictor de Smith.</b> .....	<b>5</b>
<b>3. Control basado en eventos</b> .....	<b>7</b>
<b>3.1. Planificación por eventos VS tiempo.</b> .....	<b>7</b>
<b>3.2. Modelo general simplificado</b> .....	<b>8</b>
<b>3.3. Muestreo planificado por eventos.</b> .....	<b>9</b>
3.3.1. Condición de evento. ....	9
3.3.2. Esquemas de muestreo y control basados en Send-On-Delta. ....	10
3.3.3. Aparición de ciclos límite .....	12
3.3.4. Problema del Sticking.....	12
<b>3.4. Diseño de partida.</b> .....	<b>13</b>
3.4.1. Generación de los eventos. Cuantización del error. ....	15
3.4.2. Modelo del muestreo SSOD como una máquina de estados. ....	15
3.4.3. Análisis de estabilidad.....	16
3.4.4. Posibles mejoras. ....	16
<b>4. Diseño del esquema de control.</b> .....	<b>17</b>
<b>4.1. Extensión con el Predictor de Smith.</b> .....	<b>17</b>
<b>4.2. Controlador PI-P.</b> .....	<b>20</b>

4.2.1.	Objetivos de diseño.....	21
4.2.2.	Seguimiento de referencias. Diseño del controlador PI.....	21
4.2.3.	Aproximación estacionaria. Diseño del controlador P.....	23
4.2.4.	Esquema del controlador PI-P.....	25
4.2.5.	Algoritmo de control global.....	26
4.2.6.	Consideración de las limitaciones físicas del actuador.....	29
<b>4.3.</b>	<b>Análisis del esquema de control.....</b>	<b>34</b>
4.3.1.	Esquema completo.....	35
4.3.2.	Propuesta de modelado.....	36
4.3.3.	Propuesta de Análisis de estabilidad.....	38
4.3.4.	Análisis de perturbaciones. Diseño del estimador.....	42
4.3.5.	Análisis de Robustez.....	53
4.3.6.	Sintonía del Controlador. Influencia de $\Delta$ y $\alpha$ .....	57
4.3.7.	Guía de diseño del controlador.....	59
4.3.8.	Reducción del número de transmisiones.....	60
4.3.9.	Implementación discreta.....	62
<b>4.4.</b>	<b>Extensión al caso multivariable.....</b>	<b>63</b>
4.4.1.	Desacoplo Inverso.....	63
4.4.2.	Planta de los cuatro tanques acoplados.....	65
<b>5.</b>	<b>Resultados y análisis.....</b>	<b>67</b>
<b>5.1.</b>	<b>Índices de rendimiento.....</b>	<b>67</b>
<b>5.2.</b>	<b>Modelo de primer orden con retardo.....</b>	<b>69</b>
5.2.1.	Condiciones ideales.....	69
5.2.2.	Restricciones en el actuador.....	73
5.2.3.	Perturbaciones.....	75
5.2.4.	Incertidumbre en modelo.....	79
5.2.5.	Comparación con otros controladores.....	80
<b>5.3.</b>	<b>Modelo de segundo orden.....</b>	<b>84</b>
<b>5.4.</b>	<b>Modelo de cuarto orden.....</b>	<b>89</b>
<b>5.5.</b>	<b>Modelo de los cuatro tanques acoplados.....</b>	<b>92</b>
<b>6.</b>	<b>Conclusiones y trabajos futuros.....</b>	<b>95</b>
<b>7.</b>	<b>Referencias Bibliográfica.....</b>	<b>96</b>



---

# LISTA DE FIGURAS

---

<b>Figura 1:</b>	Esquema de un controlador PI.....	4
<b>Figura 2:</b>	Esquema del controlador PI con Anti-Windup.....	4
<b>Figura 3:</b>	Predictor de Smith.....	5
<b>Figura 4:</b>	Predictor de Smith. Esquema Simplificado.....	6
<b>Figura 5:</b>	Muestro por tiempo VS eventos.....	7
<b>Figura 6:</b>	Modelo General del lazo de control basado en eventos.....	8
<b>Figura 7:</b>	a) Esquema de control basado en eventos con muestreo de la salida <b>(a)</b> , y señal de error <b>(b)</b> .....	10
<b>Figura 8:</b>	Esquema de control basado en eventos con condición de evento en el controlador.....	11
<b>Figura 9:</b>	Ciclos límite por efecto de la cuantización.....	12
<b>Figura 10:</b>	Fenómeno del Sticking.....	13
<b>Figura 11:</b>	Lazo de control con muestreo por eventos del error.....	14
<b>Figura 12:</b>	Cuantificación del error por niveles.....	14
<b>Figura 13:</b>	Representación del bloque SSOD como una máquina de estados.....	16
<b>Figura 14:</b>	Esquema de control basado en eventos para el análisis de ciclos límite.....	17
<b>Figura 15:</b>	Comparación de varios ciclos límite. Esquema con predictor de Smith.....	18
<b>Figura 16:</b>	Predictor de Smith con control proporcional.....	19
<b>Figura 17:</b>	Comparación de varios ciclos límite. Esquema con predictor de Smith.....	20
<b>Figura 18:</b>	Respuesta del controlador PI-P. Etapa1, control PI.....	23
<b>Figura 19:</b>	Respuesta del controlador PI-P. Etapa2, control P.....	24
<b>Figura 20:</b>	Controlador PI-P. Respuesta típica de un sistema sin retardo.....	25
<b>Figura 21:</b>	Esquemático del Controlador PI-P.....	26
<b>Figura 22:</b>	Controlador PI-P y etapas de control.....	28
<b>Figura 23:</b>	Esquema de control basado en eventos extendido.....	31
<b>Figura 24:</b>	Influencia del parámetro $N_{max1}$ , $\alpha$ y $\Delta$ constantes.....	32
<b>Figura 25:</b>	Influencia del parámetro $N_{max2}$ , $\Delta$ constantes. $\alpha$ adaptado.....	33
<b>Figura 26:</b>	Controlador PI-P con Anti-Windup.....	33
<b>Figura 27:</b>	Comparación de las respuestas con y sin Anti-Windup.....	34
<b>Figura 28:</b>	Esquema completo de control basado en eventos.....	35
<b>Figura 29:</b>	Modelo de autómata híbrido del sistema de control.....	36
<b>Figura 30:</b>	Posibles esquemas para el cálculo del error en el bloque SSOD.....	44
<b>Figura 31:</b>	Detección y estimación de una perturbación escalón a la salida.....	45

<b>Figura 32:</b>	Detección y estimación de una perturbación escalón a la entrada.....	46
<b>Figura 33:</b>	Efecto de la incertidumbre en el parámetro K. ....	48
<b>Figura 34:</b>	Efecto de la incertidumbre en el parámetro L.....	49
<b>Figura 35:</b>	Efecto de la incertidumbre en el parámetro T. ....	50
<b>Figura 36:</b>	Efecto de la incertidumbre sobre un diagrama de Nyquist.....	54
<b>Figura 37:</b>	Respuesta en frecuencia de $\delta P$ y $dP$ para cada etapa del controlador.....	56
<b>Figura 38:</b>	Minimización del número de eventos con umbral simétrico $\Delta$ .....	61
<b>Figura 39:</b>	Minimización del número de eventos con umbral asimétrico $\Delta$ .....	62
<b>Figura 40:</b>	Esquema de control discretizado. ....	63
<b>Figura 41:</b>	Configuraciones A y B de la redes desacoplo inverso 2x2.....	64
<b>Figura 42:</b>	Representación esquemática de la planta de los 4 tanques acoplados. ....	66
<b>Figura 43:</b>	FOPTD. Respuesta en condiciones ideales. ....	69
<b>Figura 44:</b>	Modelo de primer orden. Respuesta en condiciones ideales con $\Delta$ variable. ....	70
<b>Figura 45:</b>	Modelo de primer orden. Respuesta en condiciones ideales con $\alpha$ variable. ....	71
<b>Figura 46:</b>	Modelo de primer orden. Región de sintonía en condiciones ideales. ....	72
<b>Figura 47:</b>	Modelo de primer orden. Respuesta ante cambios en la referencia. ....	73
<b>Figura 48:</b>	Modelo de primer orden. Región de sintonía con restricciones en el actuador. ....	74
<b>Figura 49:</b>	Modelo de primer orden. Sintonía para compensación de la restricción en el actuador. ....	74
<b>Figura 50:</b>	Modelo de primer orden. Perturbación positiva a la entrada en diferentes instantes. ....	75
<b>Figura 51:</b>	Modelo de primer orden. Perturbación negativa a la entrada en diferentes instantes.....	76
<b>Figura 52:</b>	Modelo de primer orden. Perturbación a la entrada. $\Delta$ fijo y $\alpha$ variable.....	76
<b>Figura 53:</b>	Modelo de primer orden. Perturbación a la entrada. $\alpha$ fijo y $\Delta$ variable.....	77
<b>Figura 54:</b>	Modelo de primer orden. Perturbación positiva a la salida en diferentes instantes. ....	77
<b>Figura 55:</b>	Modelo de primer orden. Perturbación positiva a la salida en diferentes instantes. ....	78
<b>Figura 56:</b>	Modelo de primer orden. Perturbación a la salida. $\Delta$ fijo y $\alpha$ variable. ....	78
<b>Figura 57:</b>	Modelo de primer orden. Perturbación a la entrada. $\alpha$ fijo y $\Delta$ variable.....	79
<b>Figura 58:</b>	Modelo de primer orden. Compensación de la incertidumbre en L. ....	79
<b>Figura 59:</b>	Modelo de primer orden. Compensación de la incertidumbre en T. ....	80
<b>Figura 60:</b>	Modelo de primer orden. Comparación de controladores en condiciones ideales. ....	81
<b>Figura 61:</b>	Modelo de primer orden. Comparación de controladores con perturbación a la entrada.....	82
<b>Figura 62:</b>	Modelo de primer orden. Comparación de controladores. Incertidumbre en L y en T.....	83
<b>Figura 63:</b>	Modelo de segundo orden. Respuestas ideal y aproximada. ....	85
<b>Figura 64:</b>	Modelo de segundo orden. Comparación de respuestas compensación y aproximación. ....	86
<b>Figura 65:</b>	Modelo de segundo orden. Respuesta en condiciones ideales. $\alpha$ fijo y $\Delta$ variable. ....	86
<b>Figura 66:</b>	Modelo de segundo orden. Respuesta ante perturbaciones a la entrada. ....	87
<b>Figura 67:</b>	Modelo de segundo orden. Respuesta ante perturbaciones a la salida.....	87
<b>Figura 68:</b>	Modelo de segundo orden. Comparación de controladores.....	88
<b>Figura 69:</b>	Modelo de cuarto orden. Respuestas ideal y aproximada. ....	89
<b>Figura 70:</b>	Modelo de cuarto orden. Respuesta en condiciones ideales. $\alpha$ fijo y $\Delta$ variable. ....	90

<b>Figura 71:</b>	Modelo de cuarto orden. Respuesta ante perturbaciones a la entrada. ....	90
<b>Figura 72:</b>	Modelo de cuarto orden. Respuesta ante perturbaciones a la salida. ....	91
<b>Figura 73:</b>	Modelo de cuarto orden. Comparación de controladores. ....	91
<b>Figura 74:</b>	Planta de los cuatro tanques. Respuestas desacopladas. ....	92
<b>Figura 75:</b>	Cambio de referencia con dos eventos con un controlador proporcional. ....	93
<b>Figura 76:</b>	Planta de los cuatro tanques. Respuestas con compensación de la constante de tiempo. ....	94

---

## LISTA DE TABLAS

---

<b>Tabla 1:</b>	Condiciones lógicas habituales de muestro basado en eventos. ....	10
<b>Tabla 2:</b>	Algoritmo de control global. Bloque lógica. ....	29
<b>Tabla 3:</b>	Intervalos de la respuesta temporal ante incertidumbre en L. ....	50
<b>Tabla 4:</b>	Intervalos de la respuesta temporal ante incertidumbre en T. ....	51
<b>Tabla 5:</b>	Funciones de desacoplo $D(s)$ y procesos aparentes $Q(s)$ ....	65
<b>Tabla 6:</b>	Modelo de primer orden. Índices de rendimiento en condiciones ideales. ....	81
<b>Tabla 7:</b>	Modelo de primer orden. Índices de rendimiento con perturbación a la entrada. ....	82
<b>Tabla 8:</b>	Modelo de primer orden. Índices de rendimiento ante incertidumbre en L y T. ....	83
<b>Tabla 9:</b>	Modelo de segundo orden. Índices de rendimiento. ....	88
<b>Tabla 10:</b>	Modelo de cuarto orden. Índices de rendimiento. ....	92



# 1. Introducción.

## 1.1. Antecedentes.

Dentro del paradigma del control automático, los sistemas basados en red destacan como una solución futura a la creciente demanda de flexibilidad de los procesos de control. La escala y distribución de los procesos actuales es cada vez mayor, y las comunicaciones implicadas tienen carácter heterogéneo y masivo, lo que está motivando un cambio tecnológico de los sistemas de control. Sobre todo en la última década, los sistemas que emplean tecnología inalámbrica (**Wireless Networked Control Systems**, WNCS) han cobrado especial interés para los investigadores. En estos sistemas resulta crucial hacer un uso eficiente de los recursos implicados, con lo que los esquemas basados en eventos tienen un gran potencial de aplicación [2]. En este contexto, diferentes grupos de investigación insisten en los enfoques basados en eventos como una de las claves para gobernar los sistemas de control en red [3-17].

El tratamiento por eventos persigue un uso más eficaz de los recursos y los flujos de información [3, 18, 19]. Son muchas aplicaciones las que presentan restricciones de este tipo, especialmente por limitaciones energéticas. Una muestra de ello son las **WSNs** (**Wireless Sensors Networks**) y las **WSANs** (**Wireless Sensor and Actuator Networks**), donde hay un flujo de comunicaciones inalámbricas muy elevado entre elementos distribuidos, y en muchos casos alimentados por baterías. En estas aplicaciones reducir el flujo de datos puede ser clave para evitar las colisiones de datos y restar aleatoriedad a los retardos y aumentar la autonomía de las baterías.

En los esquemas basados en eventos, el desempeño de los muestreos y las acciones de control dependen de cierta condición de evento, lo que los caracteriza como esquemas asíncronos, y por tanto, que no siguen las pautas de un esquema de muestreo periódico o planificado en tiempo. Aunque son muchas las ventajas potenciales de tales controladores, las investigaciones en esta área se encuentran aún en su infancia, siendo numerosos los problemas abiertos y distando todavía sus prestaciones en relación a los sistemas con muestreo periódico.

## 1.2. Objetivos.

El objetivo del presente trabajo es la implementación de un esquema de control basado en eventos a partir del cual obtener conclusiones prácticas para la sintonía de controladores PI. La consecución de este objetivo pasará por varias etapas, destacando dos innovaciones; el desarrollo y análisis de un esquema basado en eventos que evite la aparición de ciclos límite, y la síntesis de un controlador PI para sistemas de primer orden con retardo que permita observar de manera intuitiva y eficaz el impacto de la sintonía sobre el rendimiento del controlador.

### 1.3. Trabajos previos

Una planificación por eventos desemboca en muestreos asíncronos y plantea nuevos problemas para los ingenieros de control. Esta situación motiva a los investigadores a analizar la influencia de la planificación por eventos con control PID, con el objetivo de caracterizar la problemática adicional que sugieren [4, 20-22]. Una posible generalización de un sistema de control basado en eventos se propone [3], y en [18] se propone un modelo genérico que complementa determinados aspectos del anterior, a la vez que se acerca a la filosofía de los controladores basados en red. Una de las conclusiones comunes de los trabajos desarrollados hasta la fecha, es que los resultados teóricos son razonablemente aptos en aplicaciones que admiten un pequeño error en estado estacionario y la reducción de las comunicaciones es beneficiosa. Para conocimiento del autor, los controladores basados en eventos todavía no se han probado a nivel industrial, existiendo implementaciones en plantas reales a nivel de laboratorio [13, 23, 24].

Algunos de los principales esfuerzos en control basado en eventos se centran en los controladores PID. Buena parte de los mismos se basan en un esquema de muestreo común, conocido en la literatura como muestreo *Send-On-Delta* (**SOD**). Estos esquemas siguen la filosofía de enviar mensajes cuando las señales superen un determinado umbral, *delta* [7, 8, 11, 13, 16, 20, 22, 25-30], lo que supone su condición de evento.

La condición de evento SOD se puede extender los diferentes elementos de un lazo de control. En unos trabajos el muestreo SOD se realiza a la salida del sistema y el controlador actúa de manera reactiva y solo ante nuevas muestras [13, 16, 18, 29, 31]. Con esta estructura la calidad del controlador puede comprometerse al no actuar ante determinadas variaciones de la salida que pasan desapercibidos para el controlador. Este problema se trata en otros casos, y el controlador va acompañado de un observador, generando acciones de control entre muestras [21]. En otras propuestas el muestreo SOD se lleva a cabo en el controlador y este desempeña acciones de control cuando el error satisface las condiciones de evento. Con esta estructura, cuando el controlador es PID, lo habitual es disponer una condición de evento para cada tipo de acción (P, I y D). En esta línea, uno de los primeros trabajos lo realizó Arzen, quién propuso un controlador PID Send On Delta que optimizara el rendimiento de la CPU del controlador [20]. También destacar los trabajos [7, 8, 32]. Algunos autores proponen esquemas totalmente planificados por eventos, donde tanto salida como controlador incluyen condiciones de evento para disparar su salida [31], mientras otros emplean soluciones mixtas donde coexisten elementos planificados en tiempo y por eventos [31, 33-36]. Lo que es manifiesto es que cada autor propone una estructura para el controlador, los parámetros que lo caracterizan y compromisos para especificar los mismos, pero para conocimiento nuestro, ningún trabajo trata de manera explícita y eficaz la sintonía con este tipo de muestreos.







## 2. Conceptos previos.

### 2.1. Modelo de primer orden con retardo.

Una de las características más deseables en el diseño de los procesos industriales es que sean fácilmente controlables. Cuando se emplean controladores PID, el uso de modelos simples facilita y hace eficaz la sintonía del controlador.

El modelo de primer orden con retardo representa una gran cantidad de los procesos industriales típicos. Por este motivo son muy comunes las reducciones de orden y las aproximaciones de modelos más complejos a su estructura. La ecuación (2.1) representa la estructura de un modelo de primer orden con retardo.

$$P(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-Ls} \quad (2.1)$$

### 2.2. Controlador PI

El trabajo actual se ha centrado en el controlador PI, dado que se considera suficientemente eficaz para desempeñar el control de sistemas de primer orden con retardo. La ley de control PI en el dominio del tiempo viene dada por:

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (2.2)$$

donde  $K_p$  representa la constante proporcional del controlador y  $T_i$  la constante de tiempo integral. En el dominio de la frecuencia:

$$U(s) = K_p \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_i \cdot s} \right) \cdot E(s) \quad (2.3)$$

La figura 1 muestra el diagrama de bloques del controlador PI.

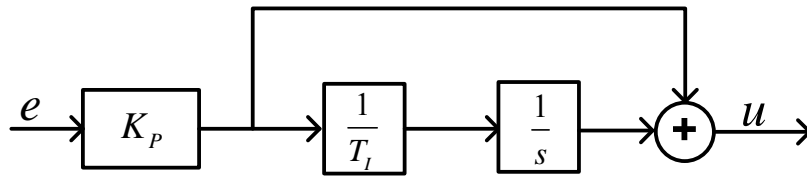


Figura 1: Esquema de un controlador PI.

### 2.3. Esquema Anti-Windup

Cuando se prevé que los actuadores del proceso pueden saturarse, es recomendable complementar el controlador con alguna estrategia anti-windup. Los esquemas anti-windup evitan que el controlador siga integrando la señal de error cuando el actuador se satura. En este trabajo emplearemos el diseño típico de la estrategia anti-windup (figura 2).

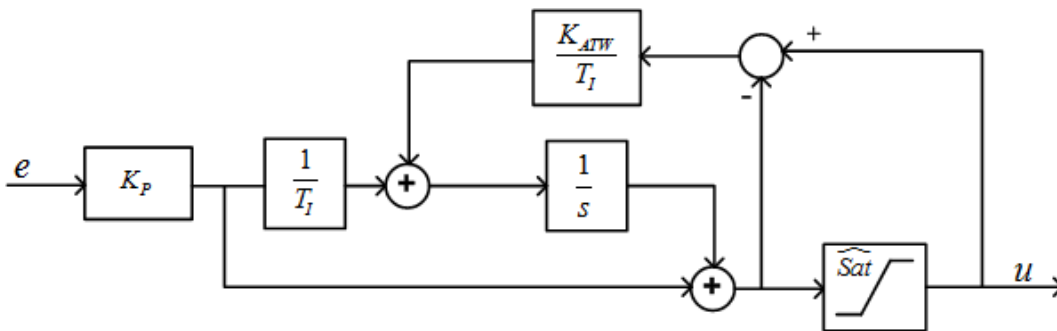


Figura 2: Esquema del controlador PI con anti-windup.

$\widehat{Sat}$  representa el modelo de la saturación del proceso. Como veremos en el diseño basado en eventos de este trabajo, la estrategia *anti-windup* tendrá especial importancia para que el esquema diseñado responda correctamente.

## 2.4. Predictor de Smith.

El predictor de Smith se ha tratado tradicionalmente como una extensión de los algoritmos de control PID. La gran ventaja del esquema es que, si se realiza una buena identificación del proceso se puede obviar en cierta medida el retardo presente en la planta y diseñar el controlador como si no lo hubiese [37]. El esquema básico del predictor es el que se muestra en la figura 3.

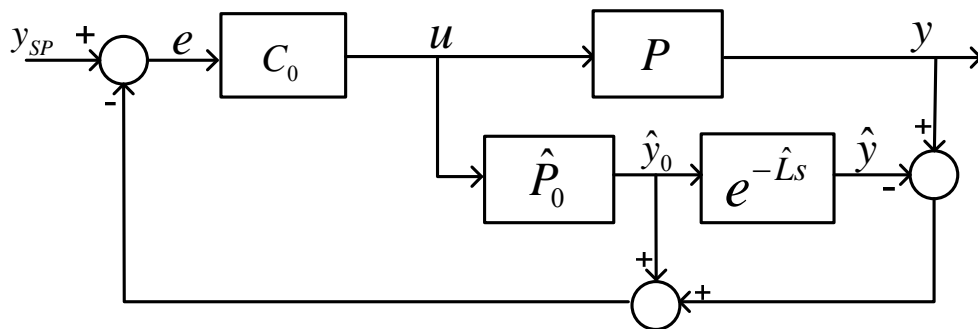


Figura 3: Predictor de Smith.

El esquema contempla los siguientes elementos:

$C_0$  Representa el controlador, generalmente un PI o un PID.

$\hat{P}_0$  Representa un modelo de la planta del proceso sin retardo.

$e^{-\hat{L}s}$  Representa el modelo del retardo de la planta.

En ausencia de errores de modelado, la identificación es exacta y se cumple

$$P(s) = \hat{P}(s) = \hat{P}_0(s) \cdot e^{-\hat{L}s} \quad (2.4)$$

Mientras no haya discrepancias entre el modelo y la planta, el esquema realimenta la salida de la planta sin retardo, de manera que el error realimentado y las acciones de control que se toman tienen en cuenta esta situación. De ahí el apodo de predictor, porque el esquema adelanta la respuesta del proceso un tiempo igual al retardo del mismo.

Los bloques del esquema de la figura 3 se pueden unificar para obtener una representación más simplificada del Predictor de Smith:

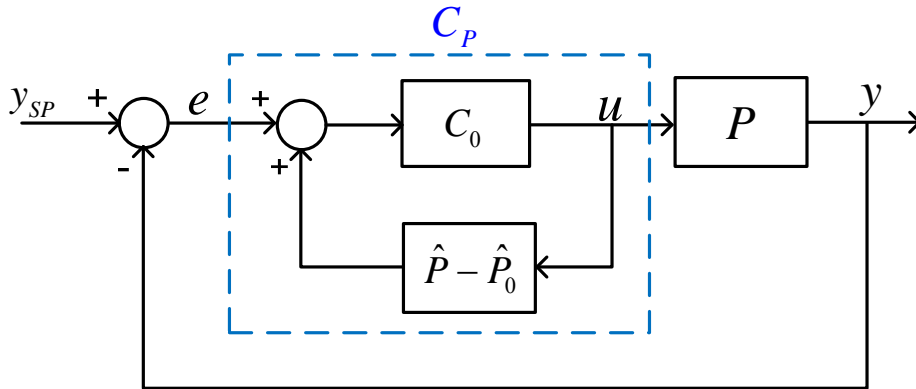


Figura 4: Predictor de Smith. Esquema Simplificado.

El esquema simplificado nos facilita el cálculo de la función de transferencia en lazo cerrado, tal como muestran las expresiones siguientes:

$$C = \frac{C_0}{1 + C_0(\hat{P}_0 - \hat{P})} = \frac{C_0}{1 + C_0\hat{P}_0(1 - e^{-\hat{L}s})} \quad (2.5)$$

$$FTLA = FTLD = C \cdot P = \frac{C_0 P}{1 + C_0\hat{P}_0(1 - e^{-\hat{L}s})} \quad (2.6)$$

$$FTLC = \frac{FTTD}{1 + FTLA} = \frac{C_0 P}{1 + C_0(P - \hat{P}_0 e^{-\hat{L}s} + \hat{P}_0)} \quad (2.7)$$

El predictor será clave para el diseño del esquema basado en eventos que emplearemos en este trabajo. Gracias a su capacidad de predicción, podremos obviar el efecto del retardo del proceso y evitar la aparición de los ciclos límite, un fenómeno no deseable que aparece con frecuencia en los esquemas planificados por eventos. Con esta consideración podremos centrarnos en el diseño del controlador propiamente dicho, de forma que se optimice la respuesta del proceso.

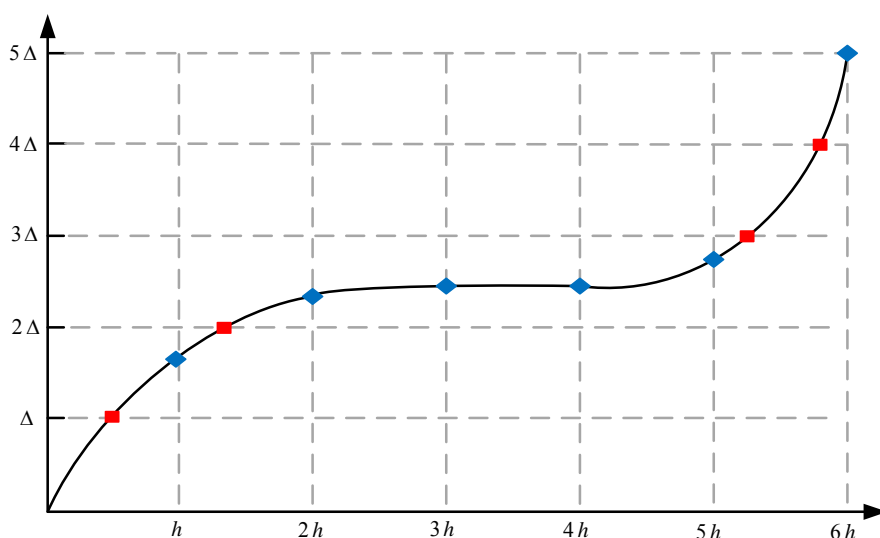




## 3. Control basado en eventos

### 3.1. Planificación por eventos VS tiempo.

La mayor parte de la investigación que se lleva a cabo en control automático considera sistemas de control periódico o activados por tiempo donde las señales de tiempo continuo se representan por sus valores muestreados con período de muestreo  $h$  constante. A estos sistemas se les designa de forma genérica como sistemas de control basados en tiempo. En un sistema de control basado en eventos es la ocurrencia de un evento, en lugar del paso del tiempo lo que decide cuándo se debe efectuar el muestreo.



*Figura 5: Muestro por tiempo VS eventos [1].*

El muestreo basado en eventos viene caracterizado así por el hecho de que existe una relación funcional entre los instantes de muestreo y la conducta de la señal y en este sentido se dice que es un muestreo dependiente de la señal [7]. En un sistema con muestreo por eventos, cualquiera que sea la estrategia de control utilizada, estaremos frente a un control por eventos.

La razón fundamental para la predominancia de los sistemas de control basados en tiempo ha estado fundamentada en la existencia de una teoría bien establecida y madura para los sistemas de control muestreados [38]. A pesar de ello, existen muchas situaciones prácticas donde resulta interesante y ventajoso considerar sistemas de control basados en eventos en lugar del tradicional sistema de control basado en tiempo. El control basado en eventos es una alternativa muy prometedora particularmente cuando se consideran sistemas con capacidades reducidas de computación y de comunicación.

### 3.2. Modelo general simplificado

Se comprende que en un esquema de control basado en eventos cualquiera de los agentes implicados puede actuar por eventos y tener condiciones particulares para el disparo de su salida. Aunque cada autor propone un esquema dependiendo de las condiciones de evento implicadas, los modelos incluidos en [3, 18] resultan lo bastante representativos de la idea general.

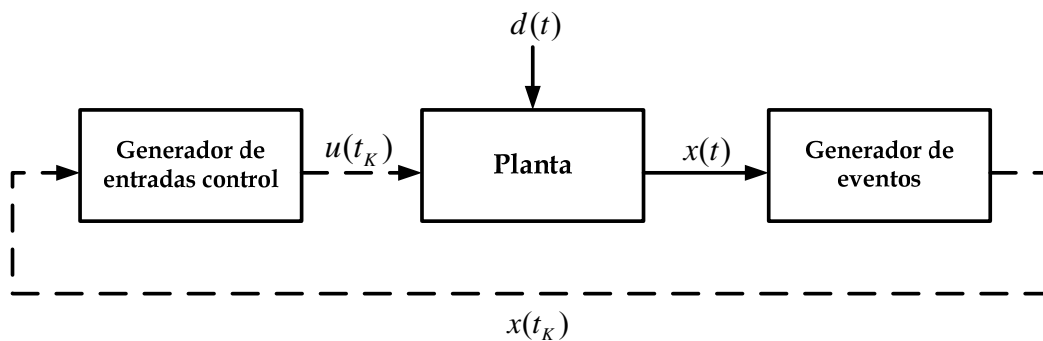


Figura 6: Modelo General del lazo de control basado en eventos.

El esquema de la figura 6 da una representación general que contempla un modelo genérico de la planta, un detector de eventos y un generador de señales de control (que además incluye un observador). El generador de eventos envía datos al generador de entradas de control cuando se satisface su condición de evento. Normalmente la condición viene dada por un umbral, y se dispara cuando la salida o alguna de las variables del vector de estado varía esa cantidad. Ante el envío de un dato del generador de eventos, el generador de entradas de control puede disparar automáticamente su salida o depender de una condición adicional para dispararla. En la figura 6 el trazo punteado refleja las transmisiones por eventos, y el trazo continuo, una transmisión continua o con un periodo de muestreo (muestreo periódico).

Dependiendo de la condición basada en evento incluida en el detector de eventos y el algoritmo de control del generador de señales de control, se suelen derivar tres categorías genéricas. En la primera, las acciones de control son calculadas cuando alguna de las variables del proceso cambian una determinada cantidad  $\Delta$ . Este tipo de condición de evento que desencadena el muestreo es la que se suele llamar **Send On Delta (SOD)**. Generalmente la ley de control empleada en esta categoría es un controlador PID con periodo de muestreo variable.

En la segunda categoría la acción de control se mantiene al máximo o al mínimo mientras la variable medida en el proceso,  $x(t)$ , permanezca fuera de cierta banda (*DeadBand*) alrededor del punto de operación. En el instante en que  $x(t)$  entra en la banda, el controlador desarrolla una acción Feedforward para mover la respuesta asintóticamente a la referencia. La acción *feedforward* viene dada por un retenedor generalizado que es reseteado cada vez que el sistema vuelve a entrar en la banda.



En el tercer grupo, el controlador aplica una respuesta impulso para llevar al sistema al punto de trabajo cuando esta abandona la *DeadBand*, siendo el resto del tiempo la señal de control cero.

Si se tiene en cuenta la terminología de los sistemas de tiempo real, se puede distinguir entre control basado en eventos aperiódico y esporádico. En el control basado en eventos esporádico debe transcurrir un tiempo mínimo entre el disparo de dos eventos, mientras que en el aperiódico esta condición no está definida. La condición de tiempo mínimo entre dos eventos suele añadir seguridad al sistema de control para que no se produzca una dinámica Zeno (se disparen infinitos eventos en un periodo finito).

### 3.3. Muestreo planificado por eventos.

#### 3.3.1. Condición de evento.

Las condiciones de evento habilitan el disparo de los agentes implicados en el esquema de control basado en eventos. No todos los elementos de un esquema de control tienen que trabajar por eventos, se pueden conformar configuraciones mixtas donde haya una planificación temporal con un muestreo periódico.

En un bloque con una condición de evento definida, se dispara su salida cuando se cumple la condición lógica que lo caracteriza. Teniendo en cuenta el esquema de la figura 6, la dinámica del bloque generador de eventos sería la siguiente:

$$\text{Condicion\_Lógica} \leftarrow \text{Verdad} \Rightarrow x(t_k) = x(t) \quad (3.1)$$

En este caso de ejemplo, la acción disparada es un muestreo (de ahí muestreo basado en eventos), pero podría ser una acción diferente. El caso más sencillo de la condición de evento sería la superación de un umbral, pero podría ser cualquier otra.

$$\left| x(t_{ACTUAL}) - x(t_{\acute{U}LTIMO}) \right| \geq \Delta \quad (3.2)$$

Aunque la condición de evento de la ecuación (3.2) suele ser la más empleada en la práctica, en la literatura aparecen con frecuencia otras condiciones que se resumen en la tabla 1.

CONDICION BASADA EN EL ERROR	SATISFACCIÓN DE LA CONDICIÓN
$ e(t) - e(t_k)  \geq \Delta$	La diferencia entre el error actual y el valor del error la última vez que que la condición fue verdad es mayor que $\Delta$ .
$\int_k^{k+1}  e(t) - e(t_k)  dt \geq \Delta$	El IAE desde la última vez que se cumplió la condición de evento es mayor que $\Delta$ .
$ \hat{e}(t) - e(t)  \geq \Delta$	La diferencia entre la predicción del error y su valor actual es mayor que $\Delta$ .
$\int_k^{k+1}  \hat{e}(t) - e(t)  dt \geq \Delta$	La integral de la diferencia entre la predicción y el error es mayor que $\Delta$ .
$\int_k^{k+1} [e(t) - e(t_k)]^2 dt \geq \Delta$	La energía de la diferencia entre el error actual y el valor del error la última que la condición fue verdad es mayor que $\Delta$ .

Tabla 1: Condiciones lógicas habituales de muestro basado en eventos.

### 3.3.2. Esquemas de muestreo y control basados en Send-On-Delta.

En los esquemas basados en eventos, habitualmente se distingue entre las condiciones de evento del sensor (muestreador) y del controlador. En los esquemas donde el controlador sigue una planificación temporal y el muestreo se realiza por eventos se suelen definir dos estructuras (figura 7). En la figura 7-a el muestreo se realiza sobre la salida y en la figura 7-b sobre la señal de error de control.

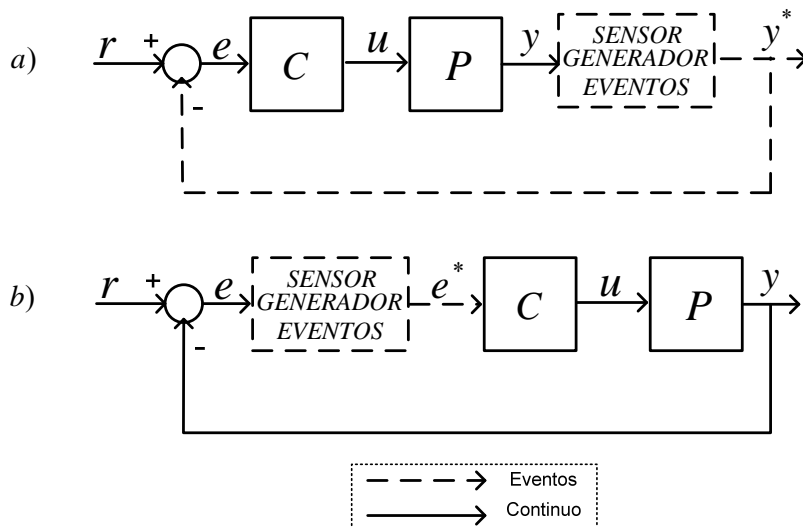
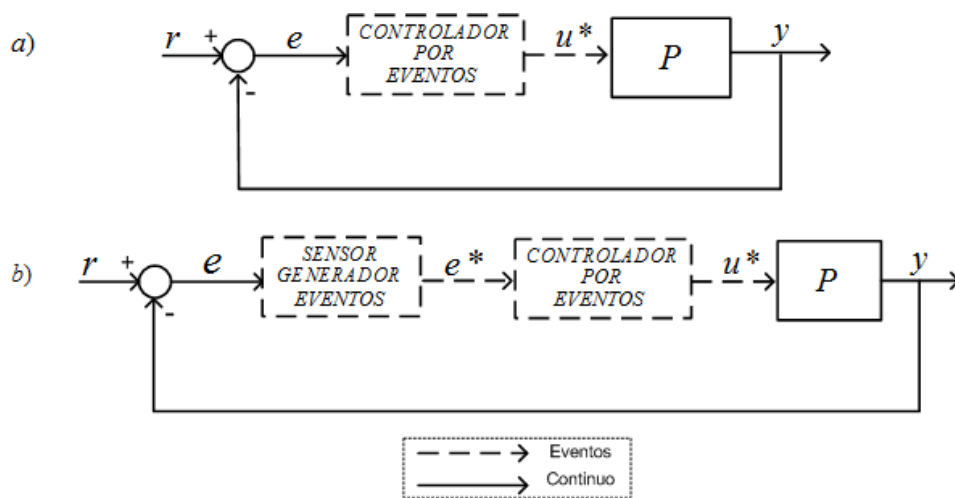


Figura 7: a) Esquema de control basado en eventos con muestreo de la salida (a), y señal de error (b).

La línea continua refleja una planificación temporal, sea con muestreo continuo o con un periodo dado. En los ejemplos anteriores se entiende que el controlador dispara una nueva acción de control cada vez que se produce un evento a su entrada. Habitualmente, la acción del controlador se mantiene entre dos eventos con un retenedor de orden cero (ZOH- Zero Order Hold), pero podría seguir evolucionando según una dinámica dada. La progresión que siga dependerá del tipo de controlador y su planificación temporal.

En otros esquemas, es el controlador el que dispone de una condición de evento para el disparo de su salida (figuras 8-a y 8-b).



**Figura 8:** Esquema de control basado en eventos con condición de evento en el controlador.

En los esquemas donde el controlador tiene condición de evento, ante cada evento a su entrada, este evalúa su propia condición de evento antes de disparar su acción de control a la salida. En control PID, además es habitual separar las condiciones de eventos para cada una de las acciones del controlador, es decir, una para la acción proporcional, otra para la integral y otra para la derivativa.

Cuando tanto el sensor como el controlador actúan con condiciones de eventos, el esquema se suele considerar puro (figura 8-b). Cuando unos elementos actúan por eventos y otros según una planificación temporal (con un periodo de muestreo) es esquema se suele denominar mixto. En esta línea destacan dos ejemplos claros; uno en el que el error se transmite por eventos y el controlador a partir de los eventos que se producen en su entrada actúa con un periodo de muestreo (figura 7), y el segundo cuando el error se transmite al controlador con un muestreo periódico y el controlador dispara las acciones de control cuando se cumplen ciertas condiciones de evento locales al controlador.

### 3.3.3. Aparición de ciclos límite

Bajo determinadas condiciones, con el muestreo SOD pueden aparecer oscilaciones alrededor del *Set-Point*. Estas oscilaciones se llaman comúnmente ciclos límite. Los ciclos límite aparecen en el estado estacionario y son consecuencia de la cuantización de la señal muestreada por eventos, aunque también pueden darse por una respuesta tardía en las plantas con retardo [22]. Centrándonos en el primer caso, cuando el valor del sensor está cercano al *Set-Point*, pero no es exactamente igual, el controlador puede generar acciones de control superiores a las necesarias para alcanzarlo, forzando sobrepasos. Al sobrepasar el *Set-Point*, el siguiente muestreo dispara una acción de control en sentido contrario, volviendo a sobrepasarlo, y así sucesivamente, generando sobrepasos positivos y negativos con respecto a la referencia.

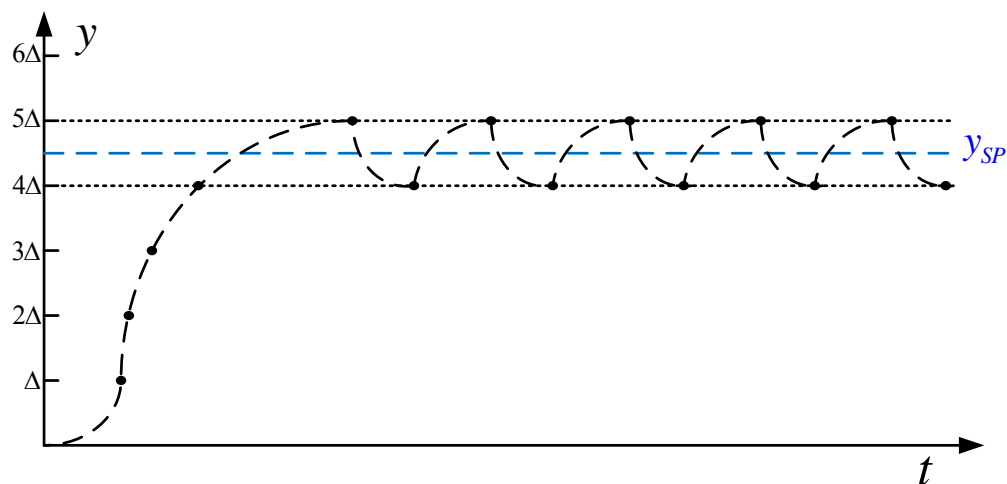


Figura 9: Ciclos límite por efecto de la cuantización.

Existen varias técnicas para evitar los ciclos límite [22]. Una de ellas consiste en comparar el error de control en estado estacionario con su valor filtrado con un filtro paso bajo y si la diferencia es menor de un determinado umbral establece el error a cero.

### 3.3.4. Problema del Sticking.

El fenómeno del estancamiento, en inglés *Sticking* [29], aparece cuando la señal de error cambia muy lentamente, es decir que su derivada tiende a cero. En esta situación la señal se estanca, no cambia lo suficiente como para que el sensor genere nuevos eventos y por tanto el controlador mantiene su acción de control actual.

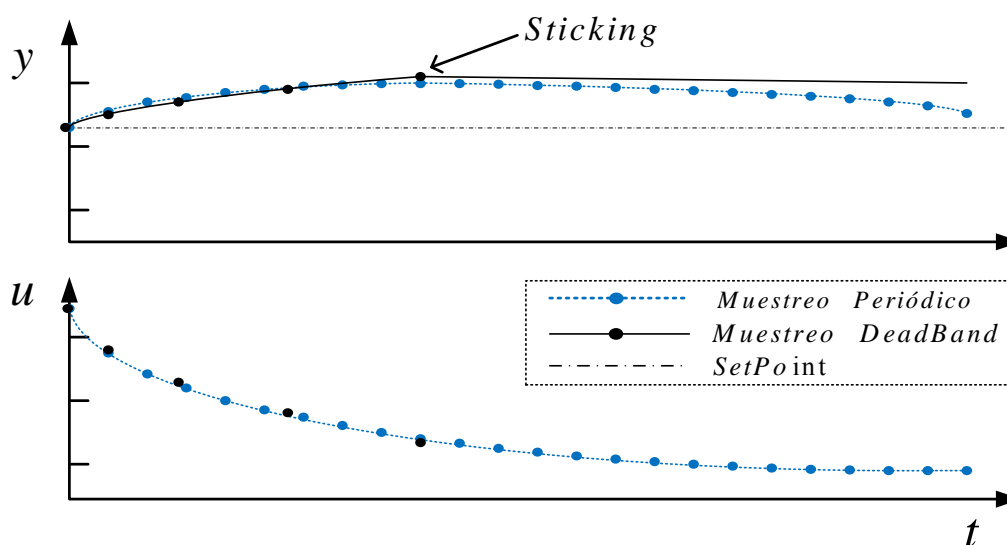


Figura 10: Fenómeno del Sticking.

Cuando se produce el fenómeno del *sticking*, el sistema se mantiene en ese estado hasta que se produce un cambio considerable en el sistema como un cambio en su salida, perturbación de tipo ruido o algún temporizador de seguridad como un *watchdog* que dispare el evento del sensor cuando el tiempo entre eventos excede un máximo.

El fenómeno del *sticking* puede aparecer dependiendo de la condición de evento elegida en la ley de muestreo *Send-On-Delta* y suele ocurrir cuando cambian tanto la derivada de la señal del sensor como del controlador, frecuentemente en los picos de los sobrepasos. El *sticking* es un fenómeno que degrada la acción de control y por ello existen técnicas para evitar que se produzca. Una de ellas es el temporizador de seguridad, que establece un tiempo máximo entre eventos de muestreo. Otra técnica habitual es forzar el muestreo según el valor de la derivada, disparándolo cuando sea demasiado pequeña [39], o usar condiciones de disparo basadas en la integral del error.

### 3.4. Diseño de partida.

Para el desarrollo del presente trabajo se ha tomado como punto de partida uno de los esquemas de control basado en eventos más empleados en la literatura.

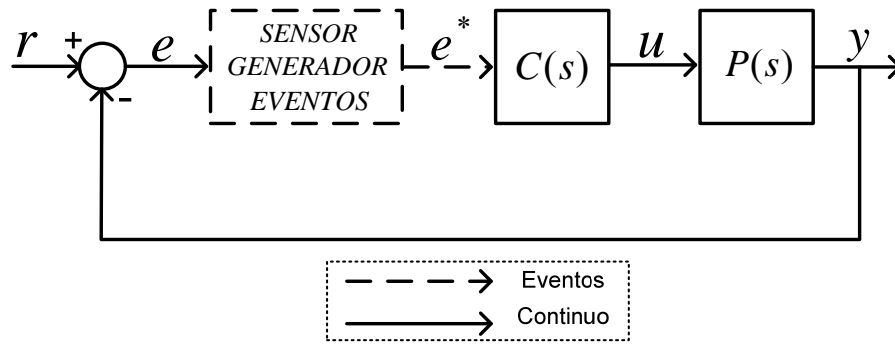


Figura 11: Lazo de control con muestreo por eventos del error.

En este diseño, el controlador y la planta son continuos y la señal de error se muestrea por eventos con un esquema *Send-On-Delta*. Este esquema, que podemos considerar como mixto, tiene las ventajas de que al ser el controlador continuo (planificado en tiempo con un periodo de muestreo muy rápido), podemos aprovechar toda la teoría disponible al respecto. En este caso el muestreador de la señal de error de control actúa por eventos.

Aunque el controlador es continuo, la interacción con un muestreador por eventos plantea dinámicas diferentes a los lazos puramente continuos o discretos (planificados en tiempo). En este sentido, aparecen fenómenos adversos como los que se han comentado previamente (ciclos límite, *sticking*, etc.) y las reglas de sintonía tradicionales no son tan eficaces. Este es un aspecto que no se ha estudiado con detalle y por este motivo entendemos que merece la pena investigar al respecto.

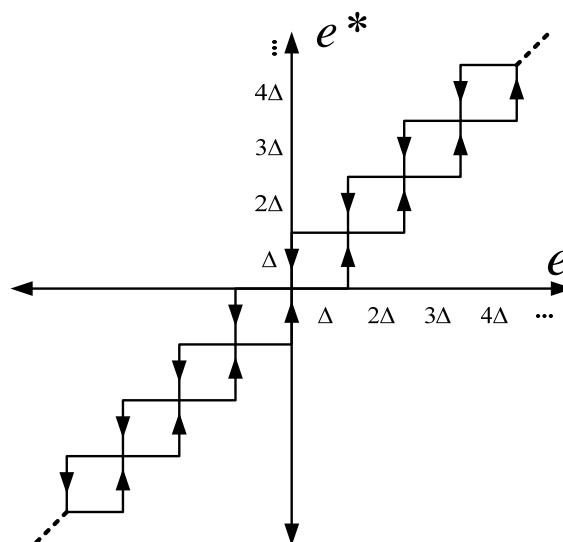


Figura 12: Cuantificación del error por niveles.

### 3.4.1. Generación de los eventos. Cuantización del error.

El muestreo según un esquema *Send-On-Delta* se puede considerar como una cuantización de la magnitud de la señal con un paso  $\Delta$ . En el esquema considerado, el muestreo se lleva a cabo sobre la señal de error (figura 11). En la figura se observa el error instantáneo frente a su valor de muestreo SOD. El esquema mostrado se conoce **SSOD** (*Symmetric Send-On-Delta*) [36], y se puede considerar como un caso particular del muestreo SOD [7]. Se dice que es simétrico porque el error muestreado  $e^*(t)$ , es múltiplo entero de  $\Delta$ .

$$e^*(t) = j \cdot \Delta \quad j \in \mathbb{Z} \quad (3.3)$$

La relación entre  $e(t)$  y  $e^*(t)$  se puede considerar como una generalización del relé con histéresis, donde existe un número finito de umbrales [25].

En un esquema SOD del tipo que sea, los valores intermedios entre dos niveles dados, no representan una cantidad cuantizable. A pesar de ello, una ventaja de este tipo de cuantización, es que el nivel de error cero también está considerado, de manera que el sistema de control tiene opción de alcanzar un error en estado estacionario nulo sin que se produzcan los ciclos límite por efecto de la cuantización.

### 3.4.2. Modelo del muestreo SSOD como una máquina de estados.

Con un muestreo SOD estándar es posible definir una representación del sistema como una máquina de estados. En este caso, el valor de  $e^*(t)$  en el estado  $j$  viene dado por una cantidad  $j \cdot \Delta + q$  donde  $j \in \mathbb{Z}$  y  $q$  representa el error inicial y cumpliéndose que  $q \in [0, \Delta]$ . En el caso del esquema SSOD, el estado inicial corresponde a  $e^*(t) = 0$  y para un estado dado  $j$  las condiciones de salto de un estado a otro vienen dadas por la ecuación (3.4):

$$\begin{aligned} e(t) > (j+1) \cdot \Delta & \quad j \leftarrow j+1 \\ e(t) < (j-1) \cdot \Delta & \quad j \leftarrow j-1 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Donde  $j \in \mathbb{Z}$

La figura 13 representa la máquina de estados del esquema muestreo SSOD.

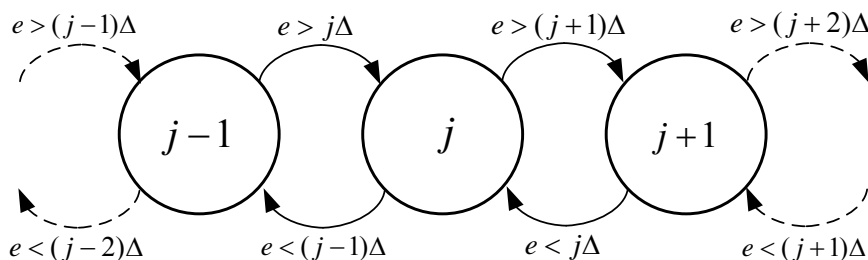


Figura 13: Representación del bloque SSOD como una máquina de estados.

### 3.4.3. Análisis de estabilidad.

En [36] se propone una metodología para el análisis de estabilidad del esquema con un controlador PI continuo y muestreo SSOD del nivel de error (figura 11). Este artículo establece condiciones suficientes sobre la parametrización del controlador PI de forma que no aparezcan ciclos límite y por tanto el sistema alcance un estado de equilibrio.

En nuestro trabajo propondremos condiciones suficientes para la existencia de un punto de equilibrio estable, evitando así la aparición de ciclos límite y con una cota de error en estado estacionario definida.

### 3.4.4. Posibles mejoras.

Toda la información anterior nos servirá de base para la implementación del esquema de control objetivo del trabajo. La figura 11 ofrece una abstracción del esquema de partida.

Para conocimiento del autor, no existen trabajos que aporten una metodología práctica para la sintonía de controladores PI basados en eventos. Algunos trabajos como [33, 34, 36], presentan una sintonía condicionada por la aparición de los ciclos límite y en la mayoría se propone una guía de diseño basada en la experimentación. Con el esquema que diseñamos en este trabajo tendrá las siguientes prestaciones:

- Esquema control que evite la aparición de ciclos límite por cuantización y por el retardo de la planta.
- Método de sintonía práctico y con una interpretación directa de los resultados.
- Un controlador adaptativo sin acción integradora en la banda cercana a la referencia, de manera que evite las oscilaciones, a la vez que reduzca el error en estado estacionario.







## 4. Diseño del esquema de control.

### 4.1. Extensión con el Predictor de Smith.

El esquema básico del predictor de Smith ya se ha introducido en los apartados previos. Con este esquema podemos evitar la aparición de ciclos límite como consecuencia del retardo presente en la planta del proceso. Para conocimiento del autor, todavía no hay trabajo publicado en el que se haya empleado el predictor de Smith con un esquema de muestreo del error SSOD. Ilustramos los beneficios de la incorporación del predictor de Smith con un ejemplo de control sencillo. Consideramos que la planta del proceso viene dada por (4.1).

$$P(s) = \frac{K}{s} e^{-Ls} \quad (4.1)$$

Definimos el controlador de tipo proporcional con una ganancia genérica  $K_p$ .

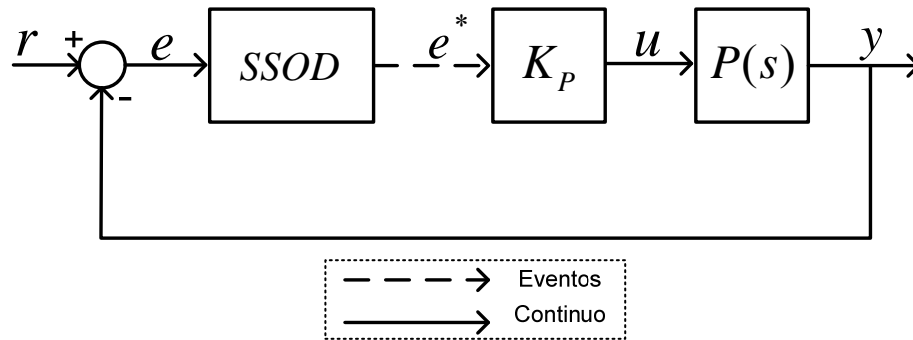


Figura 14: Esquema de control basado en eventos para el análisis de ciclos límite.

Hemos escogido este ejemplo por lo simple e ilustrativo de sus resultados. A partir del esquema 14 encontramos fácilmente una cota para el valor del retardo dentro de la cual no se producen ciclos límite.

$$K \cdot K_p \cdot L < 1 \quad (4.2)$$

Esta afirmación se puede demostrar fácilmente. La pendiente de la respuesta del sistema dependerá del nivel de error cuantizado en cada instante. Para un nivel de error dado tendrá el siguiente valor:

$$e^*(t) = j\Delta \tag{4.3}$$

$$y(t - L) = j\Delta K K_p \cdot t$$

Cuando aplicamos un salto escalón en la referencia, la señal evoluciona en una dirección y su pendiente varía dependiendo del valor de  $j$ . Cuando la respuesta alcanza la referencia y el error pasa a tomar el nivel cero, como consecuencia del retardo, la respuesta no se para sino que sigue evolucionando. Si el retardo es muy elevado, la respuesta puede superar a la referencia en varios niveles de cuantización. Si ocurre esto último, llega un momento en que la respuesta se hace cero (después de  $L$  segundos por el cruce por cero) y paso seguido invierte el signo de su pendiente. La pendiente que tomará en sentido contrario dependerá de los niveles que haya superado después de pasar por cero. El que no se cumpla la condición (4.2), significa que la respuesta al menos alcanzará el siguiente nivel de cuantización después de que el error pase por cero. El efecto se resume en la figura 15, donde fijamos  $K = 1$ ,  $K_p = 1$ ,  $\Delta = 1$  y variamos el valor de  $L$ .

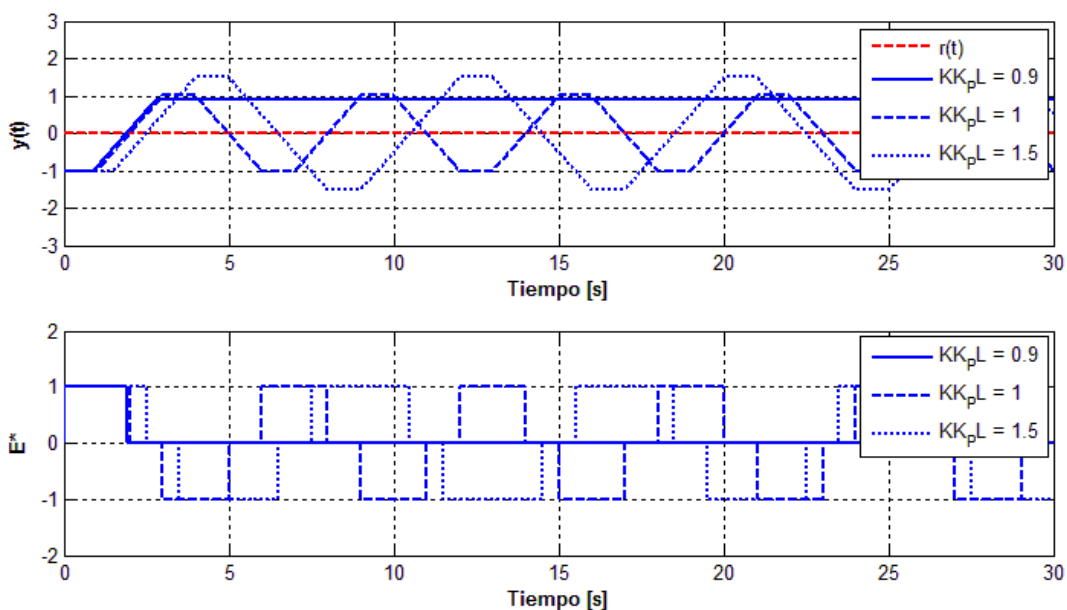
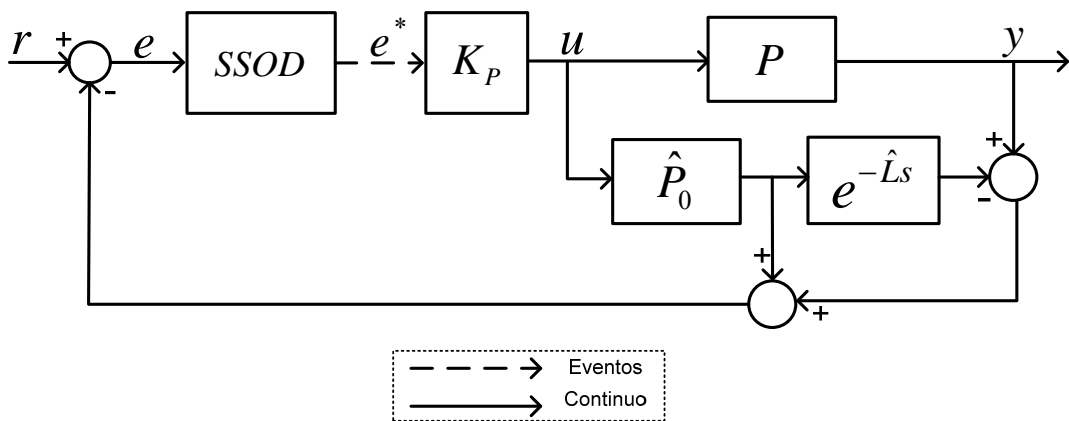


Figura 15: Comparación de varios ciclos límite. Esquema con predictor de Smith.

En el gráfico superior se han desfasado todas las señales restándole la unidad para hacer más observables los pasos por cero. La referencia es de un salto escalón unidad en el instante inicial.

Aunque se cumpla la condición de la ecuación X, al ser el controlador proporcional, la respuesta presenta error en estado estacionario (trazo continuo en azul). Con las condiciones de los ejemplos donde no se cumple la condición (4.2) (trazo rayado y punteado-rayado), el ciclo límite que se alcanza es de tres estados ( $j \in [-1, 0, 1]$ ). Si esa condición no se cumpliera holgadamente, es decir si manteniendo los valores de  $K$ ,  $K_p$  y  $\Delta$ , el retardo fuese más elevado que en los ejemplos considerados, la respuesta alcanzaría ciclos límites con más estados y podría llegar a hacerse inestable. Extendemos el esquema 14 con los elementos del predictor de Smith básico (figura 16) y suponemos que la identificación de la planta del proceso es exacta.



**Figura 16:** Predictor de Smith con control proporcional.

Además de los ejemplos de la figura 15 se ha incluido otro caso más para comparar los resultados del esquema extendido con el predictor:

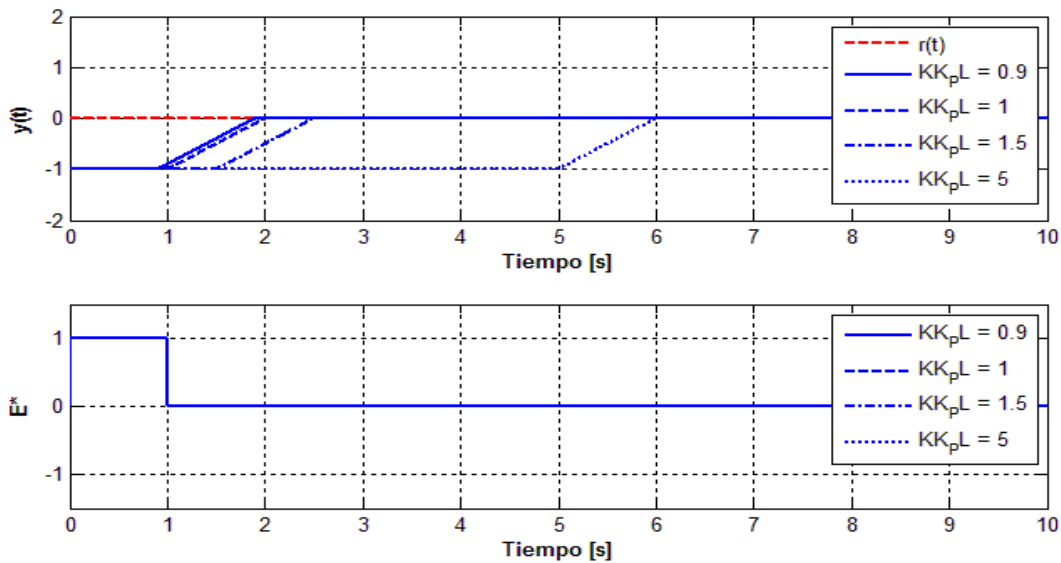


Figura 17: Comparación de varios ciclos límite. Esquema con predictor de Smith.

Una de las primeras aportaciones de nuestro trabajo es la de poner de manifiesto las ventajas del predictor de Smith con un esquema de muestreo SSOD. Como muestran los resultados, la respuesta del sistema alcanza a la referencia sin ciclos límite, sin error en estado estacionario e independientemente de la magnitud del retardo. Obviamente todos estos resultados están condicionados por la identificación del modelo del proceso.

A partir de los ejemplos de la figura 17 podemos hacernos una idea de las ventajas potenciales del uso de las técnicas predictivas de compensación de retardos en los sistemas controlados por eventos, en nuestro caso concreto, con el predictor de Smith. La principal desventaja del uso del predictor es su sensibilidad a las incertidumbres del modelo, aspecto que consideraremos para nuestro diseño cuando evaluemos la robustez del controlador.

## 4.2. Controlador PI-P.

Otra aportación de nuestro trabajo, y la principal, es la síntesis de un controlador para el esquema basado en eventos de sistemas de primer orden con retardo que englobe las prestaciones citadas. El resultado final ha sido un controlador adaptativo compuesto por un controlador PI y un controlador P, cada uno de los cuales actúa en diferentes etapas de la respuesta del sistema. Cada actuación tiene un objetivo concreto; por un lado el controlador PI se emplea para el seguimiento de referencias y rechazo de perturbaciones cuando la respuesta está alejada de la referencia y por otro lado el controlador P, con el que se pretende reducir el error en estado estacionario y evitar las oscilaciones cuando la respuesta se encuentra en una banda cercana a la referencia.

#### 4.2.1. Objetivos de diseño.

Este trabajo se enfoca al diseño de un esquema basado en eventos con ventajas prácticas desde el punto de vista de la sintonía y la eliminación de los ciclos límite. El proceso de diseño se ha destacado por consensuar los siguientes compromisos:

- Respuesta lineal, lo que facilitará el estudio de las perturbaciones de tipo escalón.
- Consideración de las restricciones del actuador.
- Método de sintonía eficaz e intuitivo.
- Evitar los ciclos límite por cuantización y por el retardo de la planta independiente de la sintonía.
- Reducción del error en estado estacionario.
- Minimización del número de transmisiones entre sensor y controlador.

#### 4.2.2. Seguimiento de referencias. Diseño del controlador PI.

Para cumplir con los objetivos anteriores, el primer paso será extender el esquema de control con el predictor de Smith y a partir de aquí, completarlo con el diseño de un controlador adaptativo que cumpla con las expectativas.

El controlador, al que hemos denominado **PI-P**, se ha enfocado de manera que el PI desempeñe el seguimiento de referencias y el rechazo de perturbaciones cuando la respuesta se encuentra alejada de la *referencia*, y el P para ajustar la respuesta a la referencia sin oscilaciones cuando esta se encuentre en una banda cercana. Con esta consideración, ante un cambio en la referencia, el primer controlador en actuar será el PI que caracterizamos a continuación.

Gracias a la función de transferencia de un controlador PI, tenemos dos grados de libertad para influir sobre la forma de la respuesta del sistema controlado. Una respuesta lineal del proceso puede ser beneficiosa tanto desde el punto de vista del tiempo de asentamiento de la respuesta como del análisis de la misma. Al ser lineal, su velocidad de convergencia a la referencia será la más elevada posible, teniendo otras ventajas que comentaremos en lo sucesivo. Dado el modelo de referencia (2.1) y partiendo de la configuración paralela ideal del PI,

$$C_{PI}(s) = K_{PI} \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) = \frac{K_{PI}(1 + T_I s)}{T_I s} \quad (4.4)$$

para que la respuesta del sistema sea lineal podemos seleccionar  $T_I$  para compensar el polo del proceso, mientras que con  $K_{PI}$  podemos ajustar la ganancia del integrador resultante.

$$T_I = T \quad K_{PI} = \frac{\alpha \cdot T}{K} \quad (4.5)$$

donde  $\alpha$  representa un parámetro real positivo que nosotros ajustamos. El controlador PI tomaría la siguiente función de transferencia:

$$C_{PI}(s) = \frac{\alpha T(Ts + 1)}{KTs} = \frac{\alpha(Ts + 1)}{Ks} \quad (4.6)$$

Suponiendo que el error  $e^*$  está decreciendo como consecuencia de la evolución de la realimentación,  $j$  representa el estado del muestreador SSOD,  $t_j$  el instante en que se produjo el último evento (pasando del estado  $j+1$  al estado  $j$ ) y  $[t_j, t_{j-1})$  el intervalo entre el último, y el próximo evento. Justamente en el instante  $t_j$ , cuando se produce el nuevo evento y muestreo, el sistema se encuentra en lazo cerrado, y a partir de aquí estará en lazo abierto hasta el evento siguiente. A lo largo del intervalo  $[t_j, t_{j-1})$  y partiendo de un estado inicial,  $y(t_j^-)$  (el final del intervalo anterior) la función de transferencia de la respuesta en lazo abierto del sistema vendrá dada por

$$e^*(s) \cdot C_{PI}(s) \cdot P(s) = \frac{j \cdot \Delta}{s} \cdot \frac{\alpha(Ts + 1)}{Ks} \cdot \frac{K}{(Ts + 1)} = \frac{j \cdot \Delta \cdot \alpha}{s^2} \quad (4.7)$$

que representa una recta cuya pendiente valdrá  $j \cdot \Delta \cdot \alpha$  y será creciente o decreciente dependiendo del signo del estado  $j$ .



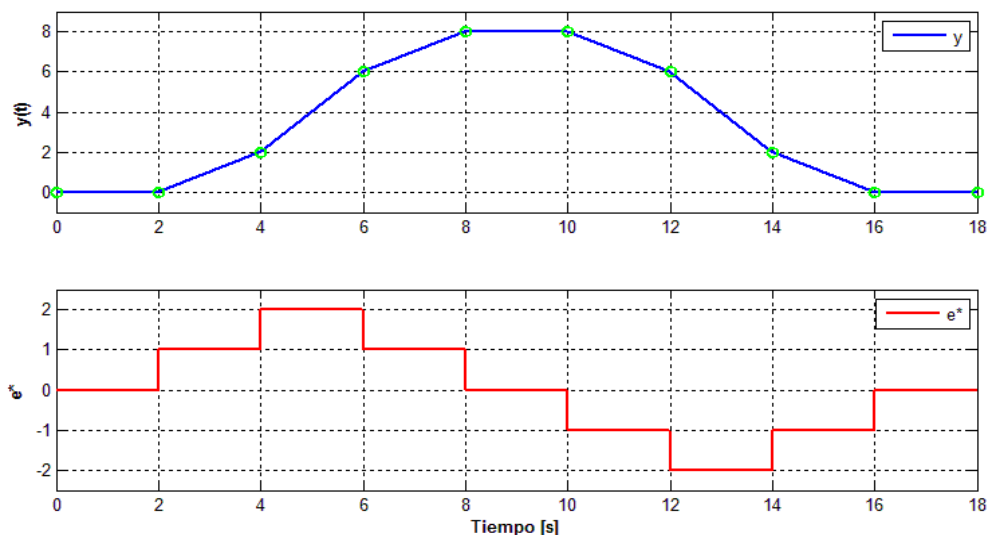


Figura 18: Respuesta del controlador PI-P. Etapa1, control PI.

La gráfica de la figura 18 ilustra cómo evolucionaría la respuesta ante varios cambios en el nivel de  $e^*$  para una planta sin retardo. En este ejemplo se han fijado  $\Delta=1$  y  $\alpha=1$  respectivamente. Como se esperaba, la respuesta es lineal a tramos y el valor de la pendiente equivale a  $j \cdot \Delta \cdot \alpha$ .

#### 4.2.3. Aproximación estacionaria. Diseño del controlador P.

Cuando el sistema está en una banda cercana a la *referencia*, se desactiva el PI y se introduce el controlador P. De esta manera, al no tener acción integradora, podemos ajustar la ganancia para que la respuesta tienda a la referencia asintóticamente y sin que esta oscile. Este enfoque permite ajustar la respuesta a la referencia, pero tiene como desventaja que la tendencia dependerá de la constante de tiempo del sistema, evolucionando como un sistema de primer orden.

Un criterio para fijar la banda podría ser como  $r \pm \Delta$ , siendo  $\Delta$  el paso de cuantización del error del muestreador SSOD. Este parámetro representa una variable más de diseño del esquema y en los resultados se mostrará la influencia de su valor sobre la respuesta. Para que una vez la respuesta entre en la banda, evolucione hasta la referencia, diseñamos el controlador P de la siguiente manera:

$$C_P(s) = K_{P2} = \frac{1}{K} \quad (4.8)$$

Con esta ganancia en el controlador, la respuesta evolucionará así:

$$e^*(s) \cdot C_p(s) \cdot P(s) = \frac{j \cdot \Delta}{s} \cdot K_{P2} \cdot \frac{K}{(Ts+1)} = \frac{j \cdot \Delta}{s(Ts+1)} \quad (4.9)$$

donde  $j = \pm 1$ .

La función de transferencia representa a la de un sistema de primer orden ante un salto escalón de amplitud  $\Delta$ . La respuesta será directa o inversa dependiendo de  $j$ .

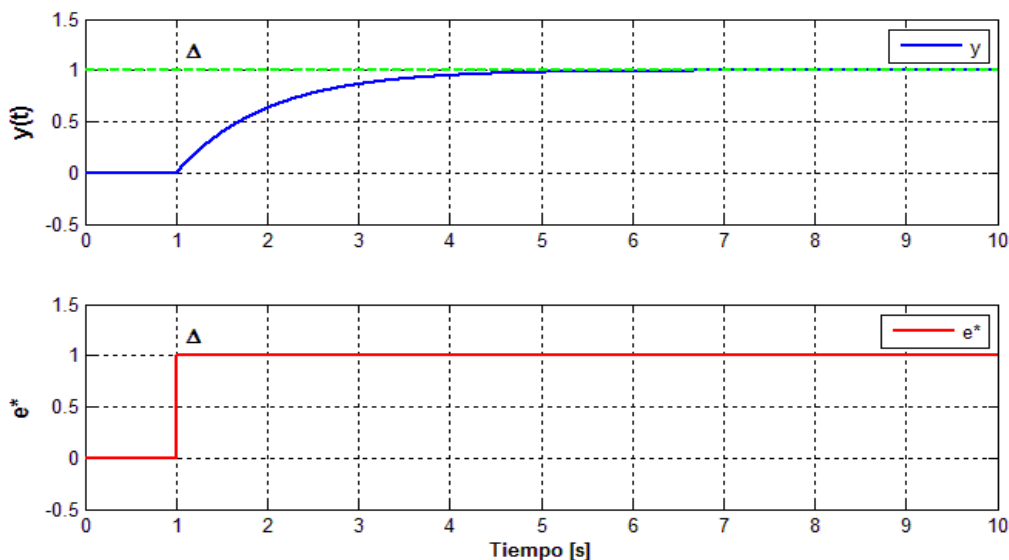


Figura 19: Respuesta del controlador PI-P. Etapa2, control P.

En resumen, ante un cambio en la referencia, la respuesta evolucionará inicialmente según la dinámica marcada por el controlador PI (con una respuesta lineal a tramos). En el momento en el que el proceso alcance una banda cercana al *Set-Point*, que fijamos como un paso  $\Delta$ , se produce el cambio al controlador P, de manera que la respuesta seguirá evolucionando como un sistema de primer orden hasta la referencia. La figura 20 ilustra cómo sería la respuesta completa para un sistema sin retardo donde la referencia es un salto escalón de amplitud la unidad en el instante  $t=1$  seg..

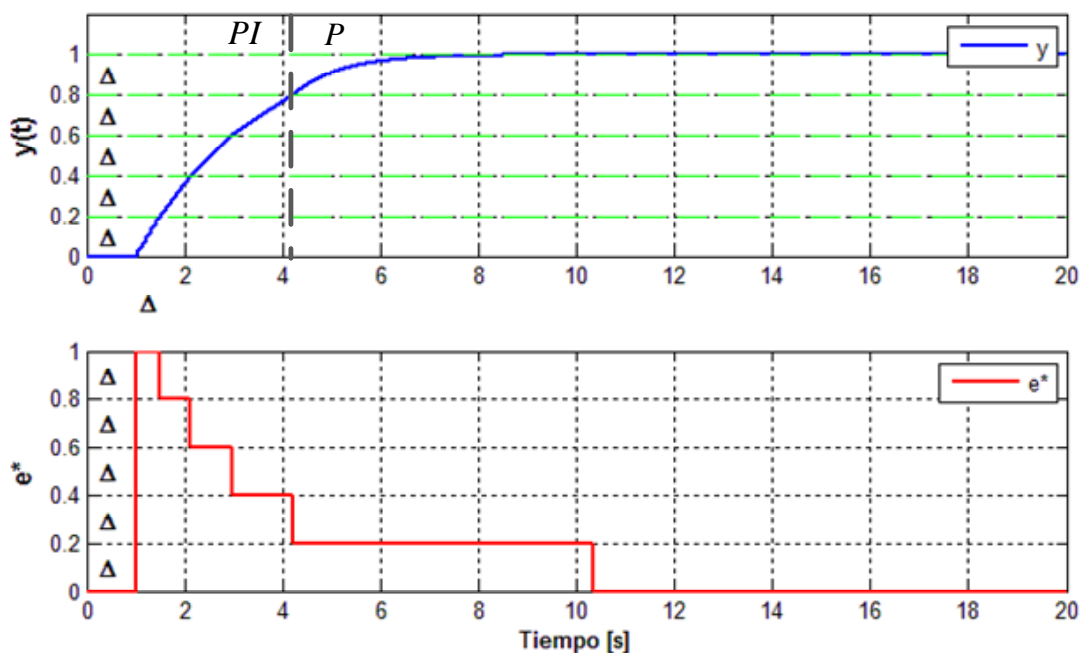


Figura 20: Controlador PI-P. Respuesta típica de un sistema sin retardo.

En este ejemplo  $r=1$ ,  $\Delta=0.2$  y  $\alpha=0.4$ . La respuesta tiene un perfil claramente lineal hasta su entrada en la banda donde evoluciona como un sistema de primer orden consiguiendo un error en estado estacionario prácticamente nulo. En el caso de una planta con retardo la respuesta tendría un perfil similar pero estaría desplazada el consecuente retardo.

#### 4.2.4. Esquema del controlador PI-P

El controlador PI-P engloba a dos controladores en etapas diferenciadas; una como controlador PI, y otra como P, respectivamente. Cada controlador tiene un objetivo y una actuación independiente en base al estado de la respuesta. Como ambos controladores no actúan a la vez, debe haber un elemento que arbitre, y en este sentido matizamos, que en el lado del controlador no existe realimentación directa del estado de la planta, sino que la única información que recibe el controlador sobre el estado de la planta son las muestras enviadas por el bloque SSOD (figura 16). Por lo tanto, el elemento que conmute entre los controladores debe basarse en cierta condición lógica sobre los valores de  $e^*$  recibidos. La figura 21 muestra el diagrama de bloques del controlador PI-P diseñado.

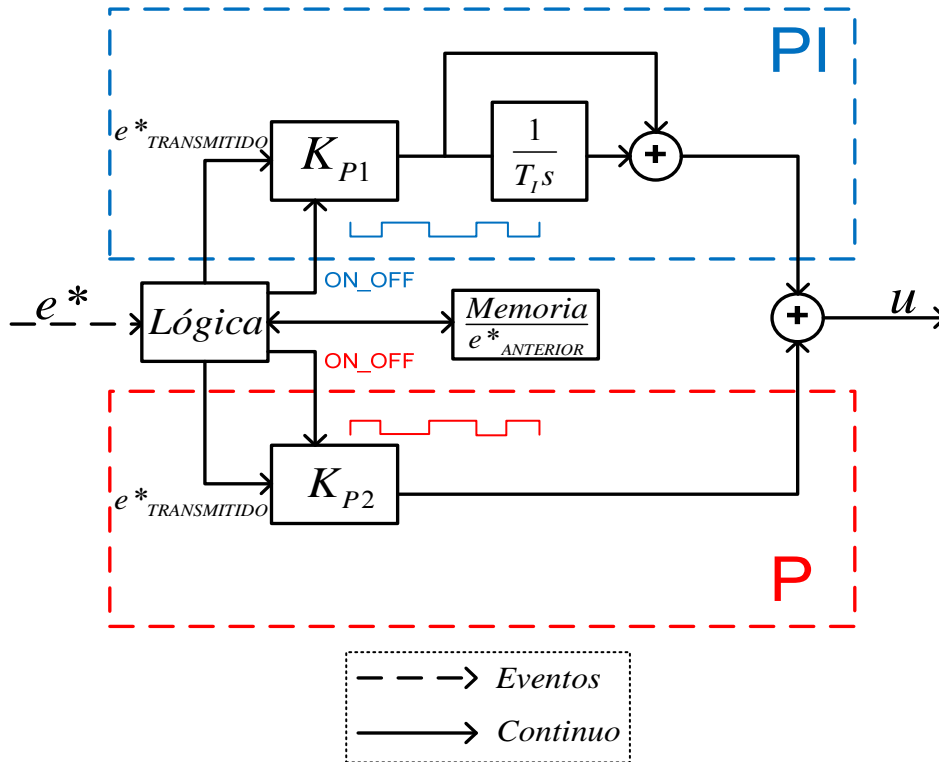


Figura 21: Esquemático del Controlador PI-P.

Tal como muestra el esquema de la figura 16, el controlador recibe las entradas por eventos (las muestras del bloque SSOD,  $e^*$ ) y desempeña una acción de control  $u$ , que dependerá del controlador activo. El esquema contempla las topologías de los dos controladores implicados y un bloque llamado “lógica”, que es el que habilita la actuación de cada uno. El bloque lógica se basará en los dos últimos valores transmitidos por el bloque SSOD  $e^*$  para establecer el controlador actual. A partir de las muestras recibidas estima si se está fuera de la banda donde aplicamos el controlador PI, o si se está dentro, donde se aplica el controlador P.

A partir del esquema podemos establecer la señal de control  $u$  que se desarrollaría si no hubiese arbitraje y ambos controladores estuviesen activos:

$$U(s) = e^* \cdot \left( K_{p1} + \frac{K_{p1}}{T_i s} + K_{p2} \right) \quad (4.10)$$

#### 4.2.5. Algoritmo de control global.

En este apartado definimos el algoritmo que gobernará el bloque lógico y que por extensión definirá la actuación del controlador global. El bloque de control lógico desempeñará tres funciones; la habilitación de los controladores, la selección del valor de  $e^*$  y la retención del valor de  $e^*$ .

##### Habilitación de los controladores

La habilitación de cada controlador se desarrolla a través de una estrategia de ganancia planificada en función del nivel de error  $e^*$ . Dependiendo de las muestras enviadas por el bloque sensor (generador de eventos SSOD), el bloque de control lógico estima si nos encontramos dentro de la banda donde debe actuar el controlador P, o en cambio si estamos fuera y actúa el PI. El cambio entre uno y otro se desarrolla adaptando el valor de las dos ganancias proporcionales de los controladores,  $K_{p1}$  y  $K_{p2}$  respectivamente. Cuando se debe habilitar el PI y anular el P, el bloque lógico hace cero la ganancia  $K_{p2} = 0$  y fija la ganancia  $K_{p1}$  según el criterio de diseño propuesto (ecuación 4.5). En el caso contrario, es la ganancia  $K_{p1}$  la que se anula y se fija  $K_{p2}$  según el criterio de diseño. En este segundo caso la acción de control no se anula del todo, anulando  $K_{p1}$ , lo que se consigue es que el controlador no siga integrando y que la parte proporcional del PI se anule.

Tal como se comentó, el criterio fijado para establecer la banda donde actuaría el controlador P sería cuando la respuesta se encuentre a una distancia  $\Delta$  de la referencia, momento en que se deberían conmutar los controladores. Para asegurarnos de que este cambio se produce en la banda  $\pm\Delta$  en torno a la referencia, no podemos fijar el cambio de controlador cuando  $|e^*| = \Delta$ , sino que debemos establecer una condición adicional en el bloque lógico para que no se dispare el controlador P antes de tiempo. Esta condición adicional consiste en detectar si el valor absoluto del error está creciendo o decreciendo, de manera que se considerará que estamos en la banda  $r \pm \Delta$  (siendo  $r$  un valor real que representa la referencia) cuando el valor absoluto del error es decreciente. Explicamos esta consideración. Si no la tuviéramos en cuenta, al producirse un cambio en la referencia, inicialmente el error comenzaría a crecer y en un instante dado el error valdría  $\Delta$ , por lo cual se activaría el controlador P, pero en esta situación la respuesta no tiene porque encontrarse dentro de la banda, cosa que si ocurre cuando el valor absoluto de  $e^*$  es decreciente. Más adelante explicaremos otras condiciones adicionales a tener en cuenta en presencia de perturbaciones para evitar disparos inesperados. Por este motivo incluimos un bloque de memoria en el esquema del controlador PI-P (figura 21), donde se guarda el penúltimo valor de  $e^*$  recibido.

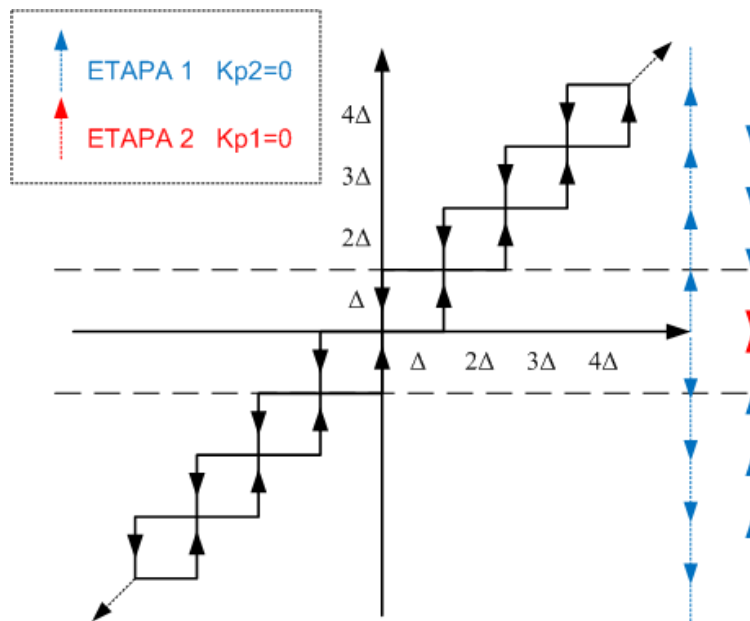


Figura 22: Controlador PI-P y etapas de control

La figura 22 representa de una manera gráfica en forma de etapas o intervalos del error  $e^*$  donde actuaría cada controlador ante un supuesto cambio en la referencia. La dirección de las flechas refleja una tendencia creciente o decreciente del valor absoluto del error, y el color de las mismas denota el controlador que estaría actuando.

#### ✚ Selección del valor de $e^*$

Este aspecto es importante en la etapa P del controlador. Cuando se produce el evento de haber alcanzado el nivel de error cero, este transmite del bloque sensor (SSOD) al bloque lógica, pero esto no se traduce a una nueva acción de control, porque el bloque lógico no lo transmite al controlador P. El motivo es lógico, si este valor se transmitiese la acción de control pasaría a valer cero y la respuesta no sería la esperada. En la figura 21 se diferencia entre  $e^*$  y  $e^*_{TRANSMITIDO}$  por la consideración comentada.

#### ✚ Retención del valor de $e^*$

Además de seleccionar el valor de  $e^*$ , que debe alimentar al controlador activo, hay que retener su valor hasta el siguiente cambio de  $e^*$ . En este sentido, el bloque *Lógica* también actúa como retenedor de orden cero.

La tabla 2 resume el comportamiento del bloque lógica de la figura 21 recogiendo las condiciones de actuación de cada controlador, el valor del error transmitido al controlador y los valores asignados cada ganancia según la etapa.

ETAPA	Condición	$e^*_{TRANSMITIDO}$	$K_{P1}$	$K_{P2}$
<i>PI</i>	$ j  \geq 1 \wedge ( e^*_{ANT}  <  e^*_{ACT} )$	$e^*_{ACTUAL}$	$T_I = T$ $K_{P1} = K_P = \frac{\alpha \cdot T_I}{K}$	0
<i>P</i>	$ j  = 1 \wedge ( e^*_{ANT}  >  e^*_{ACT} )$	$e^*_{ANTERIOR}$	0	$K_{P2} = \frac{1}{K}$

NOTA: La nomenclatura empleada está referida a la ecuación 2.1.

**Tabla 2:** Algoritmo de control global. Bloque lógica.

El parámetro  $j$  indica el estado del sensor muestreador SSOD del error. El parámetro  $\alpha$  se comentó previamente y representa un valor real positivo que nosotros ajustamos para modificar la pendiente de la respuesta del proceso.  $e^*_{ACT}$  y  $e^*_{ANT}$  representan las abreviaturas del último (*ACTUAL*) y el penúltimo (*ANTERIOR*) valor del error recibido del bloque SSOD. En el esquema del controlador (figura 21), el hilo nombrado como  $e^*_{TRANSMITIDO}$  representa el valor que el bloque lógico retiene y aplica a los controladores.

#### 4.2.6. Consideración de las limitaciones físicas del actuador.

Uno de los objetivos de diseño del controlador es que la metodología de sintonía tenga en cuenta las restricciones físicas del actuador de manera que su rendimiento no se vea demasiado mermado. Las restricciones de la tasa de cambio y las saturaciones habituales son en los actuadores de los procesos y por este motivo entendemos que puede ser ventajoso estudiar la influencia que tienen sobre el controlador, así como intentar evitarlos.

##### Limitación en la tasa de cambio

La primera restricción que estudiamos, es la limitación en la tasa de cambio de las señal de control (la derivada). Comenzamos considerando que (4.15) representa la planta del proceso y que esta es identificada perfectamente.

Definimos la máxima tasa de cambio **SR** (fenómeno del **Slew Rate**) en términos del umbral de muestreo, como un factor  $N_{MAX1}$  multiplicado por  $\Delta$ , siendo  $N_{MAX1}$  un parámetro real positivo. La limitación de la tasa de cambio equivale a la derivada, que se define como  $\Delta u / \Delta t$ , siendo  $\Delta u$  el incremento en la señal de control y  $\Delta t$  el incremento de tiempo.

$$SR = \left| \frac{\Delta u}{\Delta t} \right|_{MAX} = N_{MAX1} \cdot \Delta \quad (4.11)$$

Se ha definido con este criterio para que resulte más intuitivo. El parámetro  $N_{MAX1}$  indicará cuántas veces  $\Delta$  puede cambiar la señal de control en la unidad de tiempo. La ecuación (4.11) aparece en valor absoluto porque la contemplamos tanto en los cambios positivos como negativos de la señal de control.

El parámetro  $SR$  representaría la limitación en la tasa de cambio del actuador de la planta del proceso. Como estamos considerando que estos elementos son modelados para ser incluidos en el esquema extendido con el predictor de Smith, definimos otro parámetro  $\widehat{SR}$  que representaría el modelo identificado de esta limitación.

$$\widehat{SR} = \left| \frac{\Delta u}{\Delta t} \right|_{MAX} = a \cdot N_{MAX1} \cdot \Delta \quad (4.12)$$

observese que con el parámetro extra  $a$ , emulamos las discrepancias entre el parámetro  $SR$  y  $\widehat{SR}$ . Si el parámetro valiese uno, estaríamos suponiendo que no existen discrepancias.

### Saturación del actuador

La segunda limitación que contemplamos es la posibilidad de una **saturación** del actuador. Al igual que con el *Slew Rate*, las saturaciones se han expresado en términos de  $\Delta$ . En este caso, el parámetro  $N_{MAX2}$  define la magnitud de las saturaciones y la variable diferenciadora se ha llamado  $b$ . Con la ecuación (4.13) reflejamos la dinámica real de la entrada saturada de la planta del proceso.

$$\begin{aligned} |u_{MAX}| &= N_{MAX2} \cdot \Delta \\ Sat(u(t)) &= \begin{cases} u(t) > u_{MAX} & u(t) = u_{MAX} \\ u(t) & -u_{MAX} \leq u(t) \leq u_{MAX} \\ u(t) < -u_{MAX} & u(t) = -u_{MAX} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Y con la ecuación 4.14 su modelo:



$$|\widehat{u}_{MAX}| = b \cdot N_{MAX2} \cdot \Delta$$

$$\widehat{Sat}(\hat{u}(t)) = \begin{cases} \hat{u}(t) & \hat{u}(t) > \hat{u}_{MAX} \\ \hat{u}(t) & -\hat{u}_{MAX} \leq \hat{u}(t) \leq \hat{u}_{MAX} \\ -\hat{u}(t) & \hat{u}(t) < -\hat{u}_{MAX} \end{cases} \quad (4.14)$$

Dando un paso más en la definición del esquema, se extiende diseño previo con las dos limitaciones comentadas.

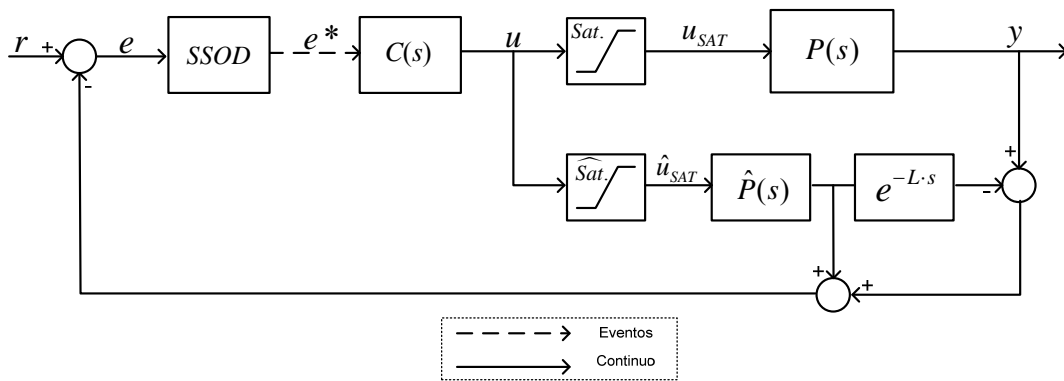


Figura 23: Esquema de control basado en eventos extendido.

Los bloques denominados *Sat* y  $\widehat{Sat}$  engloban las dos limitaciones comentadas para el proceso y el modelo identificado respectivamente. Evaluamos cada una por separado, Suponemos que la planta viene dada por (4.15) y que limitación es perfectamente identificada ( $a = 1$ ). Evaluamos la influencia de varios niveles de la limitación con  $N_{MAX1}$ .

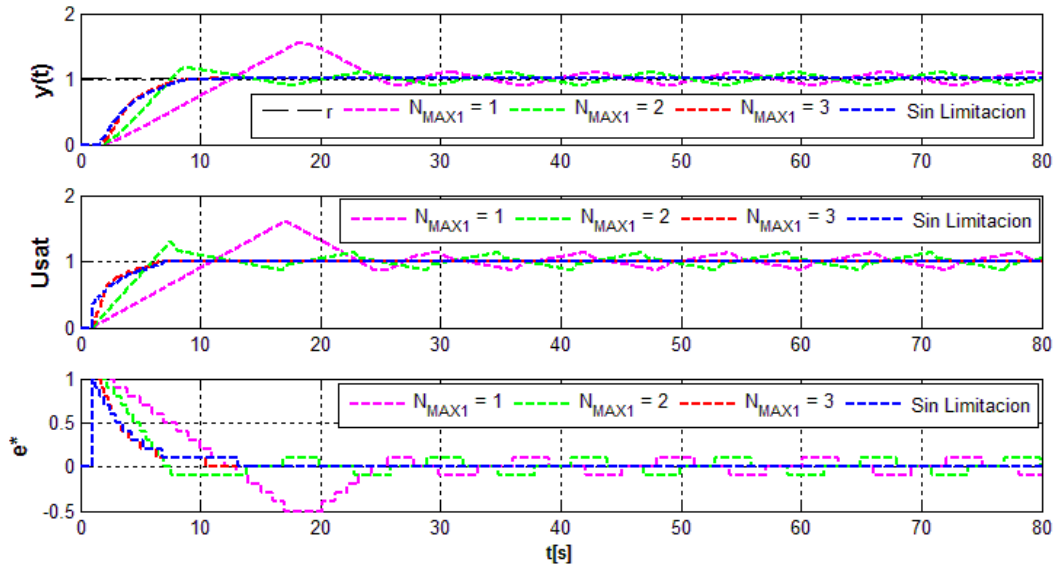


Figura 24: Influencia del parámetro  $N_{max1}$ .  $\alpha$  y  $\Delta$  constantes.

$$P(s) = \frac{1}{s+1} e^{-0,6s} \quad (4.15)$$

En la prueba que se muestra en la figura 24 se han impuesto restricciones de diferentes grados de severidad para observar el efecto sobre la respuesta. Como muestra la figura en las respuestas verde y magenta ( $N_{MAX1} = 2$ , y 1 respectivamente), donde la restricción es más severa, la respuesta oscila en torno a la referencia a modo de ciclo límite. En las otras pruebas, la roja y la azul, donde la limitación es baja o ninguna respectivamente, el sistema alcanza la referencia sin mermas.

El comportamiento de la respuesta se debe a que la señal de control evoluciona más rápidamente que la entrada del proceso, lo cual genera una descoordinación entre ambos agentes. Como consecuencia de esto, la respuesta del proceso llega a la banda del controlador P tarde y la señal de control que era mayor de la necesaria para la consigna, debe decrecer de para corregir la situación.

Lógicamente, la forma de corregir este efecto pasa por resintonizar el controlador de manera que la acción de control no se vea limitada. Esto se consigue de manera directa reduciendo el valor de  $\alpha$ . Comprobamos como, modificando  $\alpha$  se pueden eliminar las oscilaciones en la respuesta, incluso para un ejemplo tan conservador como  $N_{MAX2} = 1$ .

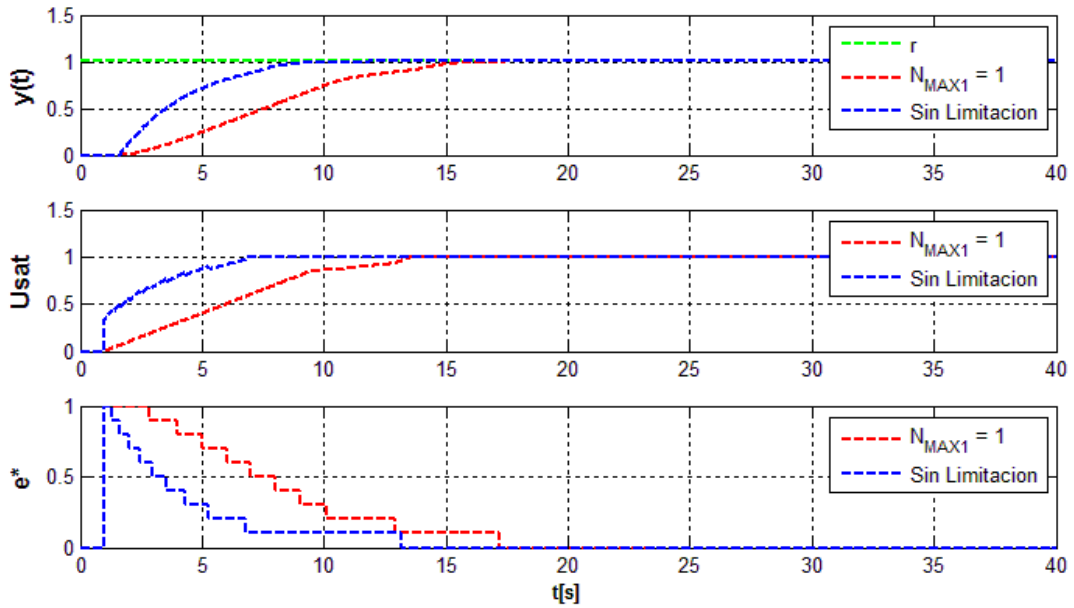


Figura 25: Influencia del parámetro  $N_{max2}$ .  $\Delta$  constantes.  $\alpha$  adaptado.

Al reducir el valor de  $\alpha$  de 0,2 a 0,08 , a pesar de la restricción, la respuesta no presenta ciclos y alcanza a la referencia.

La otra restricción habitual son las saturaciones. Ante esta restricción, la acción integral del controlador PI-P puede crecer indefinidamente si no se implementa una estrategia anti-windup. La siguiente figura muestra la implementación de la estrategia *anti-windup* sobre el controlador.

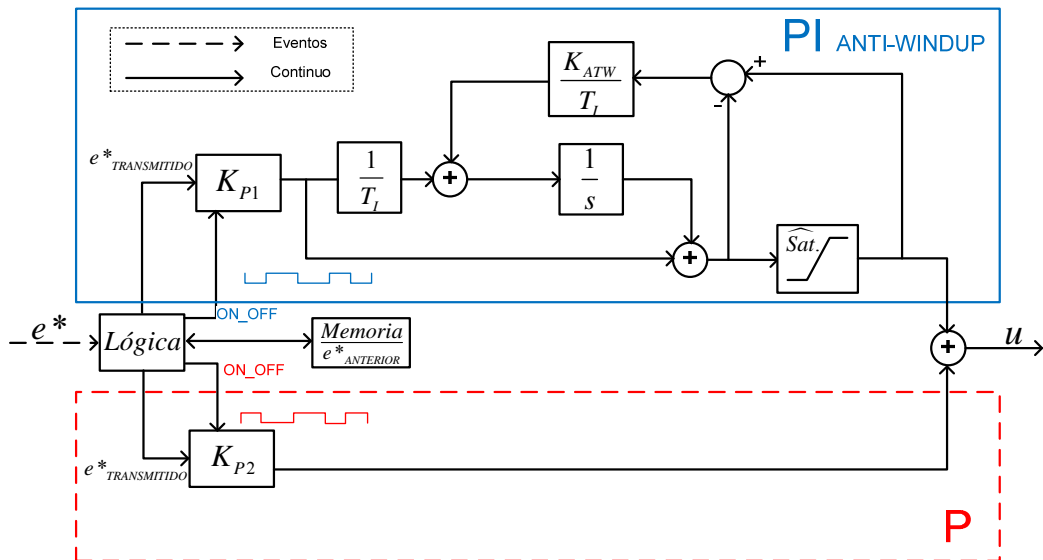


Figura 26: Controlador PI-P con Anti-Windup.

Se ha definido una variable  $K_{ATW}$  cuya utilidad es modificar la ganancia de seguimiento del modelo de la saturación. La figura 27 muestra la influencia de las saturaciones sobre la respuesta del sistema, así como la ventaja de contar con una estrategia anti-windup. En el ejemplo de la figura se supone que su modelo es perfectamente identificado ( $b=1$ ) y que el valor de la saturación se ha establecido en  $N_{MAX2} = 5$ , lo que corresponde a limitar la señal de control a la mitad de la necesaria. El modelo de referencia sigue siendo (4.15).

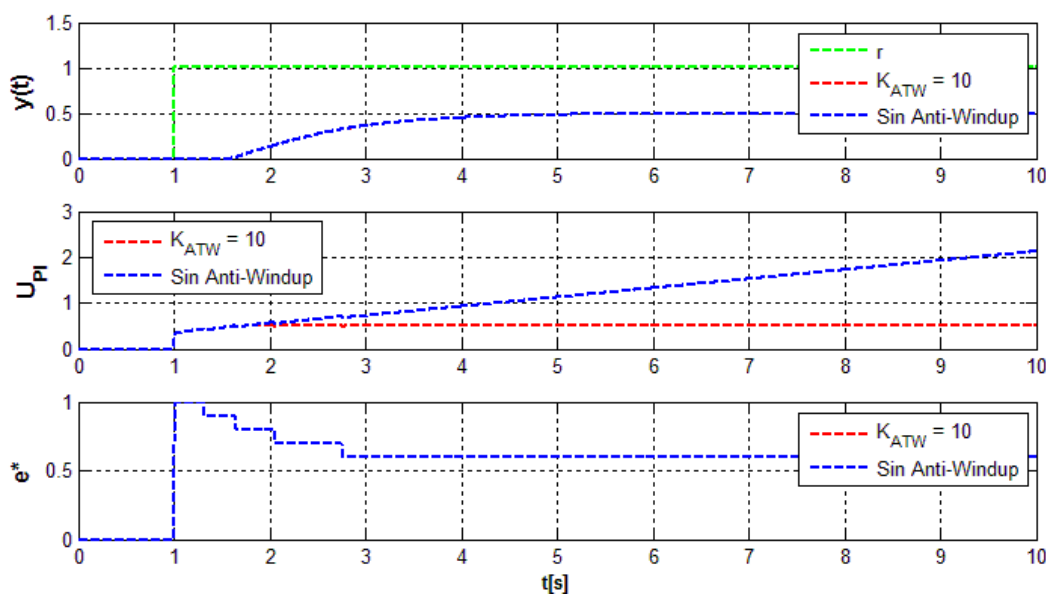


Figura 27: Comparación de las respuestas con y sin anti-windup.

Al saturarse la entrada, el sistema no puede alcanzar la referencia, y en el caso del esquema sin anti-windup, la acción integral crece indefinidamente. En el esquema con anti-windup la acción de control se congela manteniéndose al valor de la saturación.

Los ejemplos anteriores exponen la influencia de dos de las principales limitaciones físicas presentes en los actuadores sobre el controlador PI-P. Junto al análisis se han puesto de manifiesto las medidas que se pueden tomar en el controlador para evitar sus efectos y que tendremos en cuenta en el desarrollo de este trabajo.

### 4.3. Análisis del esquema de control

Hasta ahora se ha explicado justificadamente la metodología seguida para desarrollar el esquema de control basado en eventos objetivo de este trabajo. En lo sucesivo, y antes de evaluar el esquema en simulación, analizamos varios aspectos relacionados con las prestaciones del controlador que consideramos importantes para su caracterización completa.

### 4.3.1. Esquema completo.

El esquema completo contempla todos los aspectos de diseño analizados hasta ahora. Así pues, incluye el sistema de muestreo por eventos SSOD, el predictor de Smith, el controlador PI-P con *anti-windup*, y los modelos de las restricciones físicas del actuador.

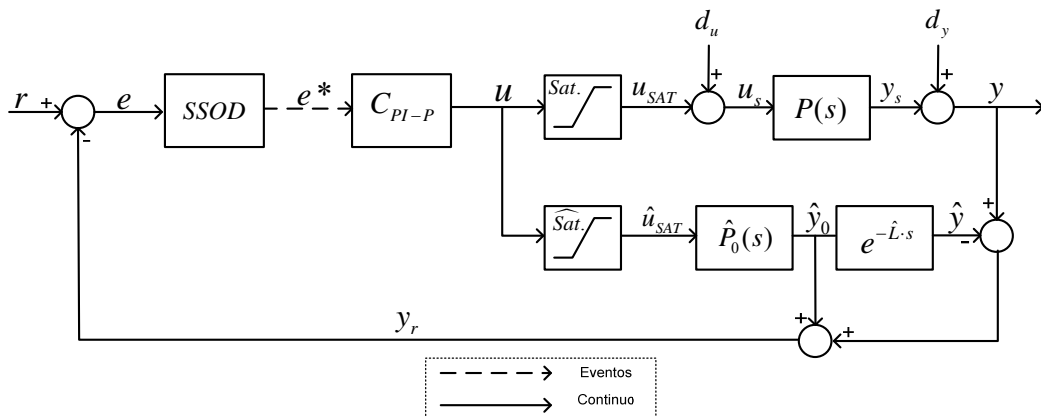


Figura 28: Esquema completo de control basado en eventos.

El esquema consta de los siguientes bloques:

- $SSOD$  Sensor-Generador de eventos SSOD sobre el error de control.
- $C_{PI-P}$  Controlador adaptativo PI-P.
- $P$  Planta del proceso.
- $\hat{P}_0$  Modelo de la planta del proceso sin retardo.
- $Sat.$  Restricciones físicas de la planta.
- $\widehat{Sat}$  Modelo de la planta del proceso sin retardo.
- $e^{-\hat{L}s}$  Modelo del retardo de la planta.



$$Y_r = \hat{Y}_0 + Y - \hat{Y} + D = (\hat{P}_0 + P - \hat{P}) \cdot C \cdot e^* + D \quad (4.17)$$

siendo  $D$  la dinámica que recoge la influencia de las posibles perturbaciones:

$$D = D_y + D_u \cdot P \quad (4.18)$$

Luego para un estado dado, la ecuación dinámica en el dominio de la frecuencia que representa la evolución de la realimentación  $y_r$  sería:

$$Y_r = \left( \frac{\hat{K}}{\hat{T}s + 1} + \frac{K}{Ts + 1} e^{-Ls} - \frac{\hat{K}}{\hat{T}s + 1} e^{-\hat{L}s} \right) \cdot C \cdot e^* + D \quad (4.19)$$

A partir de (4.19), podemos distinguir las dos dinámicas continuas dependientes de que el estado esté gobernado por el controlador PI o P.

$$\begin{aligned} \boxed{PI}: \quad Y_r &= \left( \frac{\hat{K}}{\hat{T}s + 1} + \frac{K}{Ts + 1} e^{-Ls} - \frac{\hat{K}}{\hat{T}s + 1} e^{-\hat{L}s} \right) \cdot \frac{\alpha(\hat{T}s + 1)}{\hat{K}s} \cdot e^* + D \\ &= \left( \alpha - \alpha e^{-\hat{L}s} + \frac{\alpha K(\hat{T}s + 1)}{\hat{K}(Ts + 1)} e^{-Ls} \right) \cdot \frac{1}{s} \cdot e^* + D \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} \boxed{P}: \quad Y_r &= \left( \frac{\hat{K}}{\hat{T}s + 1} + \frac{K}{Ts + 1} e^{-Ls} - \frac{\hat{K}}{\hat{T}s + 1} e^{-\hat{L}s} \right) \cdot \frac{1}{\hat{K}} \cdot e^* + D = \\ &= \left( \frac{1}{\hat{T}s + 1} + \frac{K}{Ts + 1} e^{-Ls} - \frac{1}{\hat{T}s + 1} e^{-\hat{L}s} \right) \cdot e^* + D \end{aligned} \quad (4.21)$$

En condiciones ideales, sin perturbaciones, y con la planta perfectamente identificada, las ecuaciones dinámicas se simplifican y se obtienen las siguientes respuestas de  $y_r$ .

$$\boxed{PI}: \quad Y_r = \frac{\alpha}{s} \cdot e^* \quad (4.22)$$

$$\boxed{P}: \quad Y_r = \frac{1}{\hat{T}s + 1} e^* \quad (4.23)$$

### 4.3.3. Propuesta de Análisis de estabilidad.

Proponemos una metodología para caracterizar la estabilidad del sistema ante una referencia dada. Se caracteriza la estabilidad por la existencia o no de un ciclo límite y dependerá de dos condiciones:

- Existencia de un estado de equilibrio estable.
- Alcance del estado de equilibrio.

#### Existencia del estado de equilibrio

En nuestro caso, ante un cambio en la referencia, el sistema de control debe tender a la misma independientemente de la cuantización que haga el bloque SSOD. Entendemos un estado de equilibrio como aquel en el que permanece el sistema mientras no cambie la referencia ni se produzcan perturbaciones demasiado elevadas. Este estado obviamente vendrá dado por la banda en torno a la referencia marcada por  $r \pm \Delta$ . Una vez el sistema entra en la banda, el controlador seleccionado es de tipo P y la dinámica del sistema vendrá dada por la ecuación (4.24).

$$Y_r = \left( \frac{1}{\hat{T}s + 1} + \frac{K}{\hat{K}(Ts + 1)} e^{-Ls} - \frac{1}{\hat{T}s + 1} e^{-\hat{L}s} \right) \cdot e^* + D \quad (4.24)$$

Siendo  $e^* = \frac{\pm \Delta}{s}$ . Suponemos como ejemplo el caso en el que  $e^* = \frac{\Delta}{s}$ , que se produce cuando se da la condición sobre el error instantáneo  $e = r - y_r = \Delta$ . En esta situación:



$$Y_r = \left( \frac{1}{\hat{T}s + 1} + \frac{K}{\hat{K}(Ts + 1)} e^{-Ls} - \frac{1}{\hat{T}s + 1} e^{-\hat{L}s} \right) \cdot \frac{\Delta}{s} + D \quad (4.25)$$

Una vez dentro de la banda, mientras el error instantáneo se mantenga en la franja  $-\Delta < e < \Delta$ , no habrá más cambios en el estado del sistema. Con esta condición y a partir del teorema del valor final, podemos determinar las condiciones para que sea un estado de equilibrio:

$$0 < \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y_r < 2\Delta$$

$$0 < \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \left[ \left( \frac{1}{\hat{T}s + 1} + \frac{K}{\hat{K}(Ts + 1)} e^{-Ls} - \frac{1}{\hat{T}s + 1} e^{-\hat{L}s} \right) \cdot \frac{\Delta}{s} + D \right] < 2\Delta \quad (4.26)$$

$$0 < \left[ \frac{K \cdot \Delta}{\hat{K}} + \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot D \right] < 2\Delta$$

De forma similar, el caso en que  $e^*(s) = -\frac{\Delta}{s}$ , cuando se da la condición sobre el error instantáneo  $e = r - y_r = -\Delta$ .

$$-2\Delta < \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y_r < 0$$

$$-2\Delta < \left[ -\frac{K \cdot \Delta}{\hat{K}} + \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot D \right] < 0 \quad (4.27)$$

Lo ideal en cualquiera de las dos condiciones anteriores sería que no existiesen perturbaciones, con lo cual la condición del estado de equilibrio se reduciría a la razón  $K/\hat{K}$ . A pesar de la posible existencia de perturbaciones, si la dinámica de estas es tal que se siguen cumpliendo las condiciones (4.26) ó (4.27), el estado seguirá siendo de equilibrio y no habrá transiciones de estados.

✚ **Alcance del estado de equilibrio**

El siguiente paso consiste en demostrar que el punto de equilibrio se alcanza para un cambio dado en la referencia. Suponiendo que la salida parte de un estado inicial nulo, cuando se produce el salto en la referencia, justo antes del salto  $r=0$  e  $y_r=0$ , y después del salto  $r=y_{SP}$   $y_r=0$   $e=r-y_r=y_{SP}$ . En esta situación, el bloque SSOD pasa de  $e^*=0$  a  $e^*=j\Delta/s$  y podemos afirmar por el tipo de cuantización del bloque SSOD, que  $Sgn(e^*)=Sgn(e)$ . Al crecer el error muestreado por el bloque SSOD, el bloque de control lógico (figuras 21 y 26) habilita el controlador PI. A partir de (4.20), podemos predecir la tendencia de  $y_r$  e intentar determinar si esta conduce al estado de equilibrio. Partiendo del estado al que conduce el salto en la referencia,  $j \cdot \Delta$ , el valor de la realimentación en ese estado será:

$$Y_r = \left( \alpha - \alpha e^{-\hat{L}s} + \frac{\alpha K(\hat{T}s+1)}{\hat{K}(Ts+1)} e^{-Ls} \right) \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{j \cdot \Delta}{s} + D \quad (4.28)$$

a partir del teorema del valor final podemos predecir el siguiente estado que alcanzará el sistema:

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y_r &= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \left( \alpha - \alpha e^{-\hat{L}s} + \frac{\alpha K(\hat{T}s+1)}{\hat{K}(Ts+1)} e^{-Ls} \right) \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{j \cdot \Delta}{s} + \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot D = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \left( \alpha - \alpha e^{-\hat{L}s} + \frac{\alpha K(\hat{T}s+1)}{\hat{K}(Ts+1)} e^{-Ls} \right) \cdot \lim_{s \rightarrow 0} \frac{j \cdot \Delta}{s^2} + \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot D = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{j \cdot \alpha \cdot K \cdot \Delta}{\hat{K}s^2} + \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot D = \lim_{s \rightarrow 0} \left[ \frac{j \cdot \alpha \cdot K \cdot \Delta}{\hat{K}s^2} + s \cdot D \right] \end{aligned}$$

Obteniendo la conclusión lógica, de que la evolución al siguiente estado dependerá del comportamiento de las perturbaciones. En este trabajo contemplamos perturbaciones de tipo escalón, para las cuales se cumple:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \left[ \frac{j \cdot \alpha \cdot K \cdot \Delta}{\hat{K} s^2} + s \cdot \left( \frac{\bar{d}_y}{s} + \frac{\bar{d}_u}{s} \cdot \frac{K}{Ts+1} e^{-Ls} \right) \right]$$

llamando  $a_j = \frac{j \cdot \alpha \cdot K \cdot \Delta}{\hat{K}}$  y  $b = \bar{d}_u \cdot K$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{(a_j + \bar{d}_y s^2) \cdot (Ts+1) + s^2 \cdot b \cdot e^{-Ls}}{s^2(Ts+1)}$$

Lo que tiende a  $\pm\infty$  dependiendo del signo de  $a_j$ , donde el subíndice  $j$  corresponde al estado del sistema. Dado que :

$$\alpha > 0$$

$$\Delta > 0$$

$$\text{sign}(j) = \text{sign}(e^*(t)) = \text{sign}(e(t))$$

$$\text{sign}(K) = \text{sign}(\hat{K})$$

Suponiendo  $K > 0$ , si  $y_{sp} > 0$  entonces  $j > 0$  y por consecuencia  $a > 0$ . Esto supone que  $y_r$  crece hacia  $+\infty$  y por lo tanto el error instantáneo  $e$ , disminuirá y se alcanzará el siguiente estado que será  $j-1$ . Con esta explicación confirmamos que incluso ante una perturbación de tipo escalón de magnitud finita, el sistema alcanzará el siguiente estado tendiendo al estado de equilibrio.

Esta demostración se puede repetir para el siguiente estado,  $j-1$ ,

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{(a_{j-1} + \bar{d}_y s^2) \cdot (Ts+1) + s^2 \cdot b \cdot e^{-Ls}}{s^2(Ts+1)} = +\infty$$

y así sucesivamente, hasta:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{(a_2 + \overline{d_y} s^2) \cdot (Ts + 1) + s^2 \cdot b \cdot e^{-Ls}}{s^2(Ts + 1)} = +\infty$$

confirmando que se alcanza el estado de equilibrio. Con esto justificamos como el sistema alcanza el estado de equilibrio ante un salto escalón, siendo la explicación extensible a una referencia constante a trozos.

#### 4.3.4. Análisis de perturbaciones. Diseño del estimador.

En este trabajo hemos considerado la posibilidad de que existan perturbaciones sobre la planta. Estudiamos el caso en que la dinámica de las mismas es de tipo escalón y se pueden presentar tanto a la entrada como a la salida. Una de las ventajas de que se diseñe el controlador para que el sistema presente una respuesta lineal en la mayoría de su evolución, es que puede facilitar la detección de perturbaciones y la estimación de las mismas.

La metodología de detección es simple, y consiste en medir el tiempo entre dos eventos y compararlo con el que daría la respuesta lineal con cierto margen de tolerancia. Si no es coherente, puede deberse a dos motivos; la presencia de perturbaciones, o a incertidumbre en el modelo de la planta. Lo adecuado sería tener en cuenta la posible incertidumbre de la planta con la tolerancia añadida al detector de perturbaciones, pero esto no siempre es posible.

A partir del análisis del apartado 4.3.2, partiendo de condiciones iniciales nulas y suponiendo las condiciones más favorables ( $d = 0$  y  $P = \hat{P}$ ), si se aplica un salto escalón en la referencia tal que  $j\Delta \leq r < (j+1)\Delta$ , después de un tiempo equivalente al retardo de la planta  $L$ , la realimentación evolucionaría así:

$$Y_r = \hat{P}_0 \cdot C \cdot \frac{j\Delta}{s} = \frac{\alpha \cdot j \cdot \Delta}{s^2} \quad (4.29)$$

lo que en el dominio del tiempo equivale a:

$$y_r(t) = \alpha \cdot j \cdot \Delta \cdot t \quad (4.30)$$

Siendo  $r$  la referencia y  $[t_j, t_{j-1})$  el intervalo entre dos eventos, en ausencia de retardos en las comunicaciones entre el bloque SSOD y el controlador  $C_{PI-P}$ , el intervalo entre dos eventos será:

$$\Delta t_{j \rightarrow j-1} = \frac{y(t_{j-1}) - y(t_j)}{\alpha j \Delta} = \frac{\Delta - 0}{\alpha j \Delta} = \frac{\Delta}{\alpha j \Delta} = \frac{1}{\alpha j} \quad (4.31)$$

La expresión (4.31) representa el tiempo entre dos eventos en condiciones ideales del sistema de control. Una variación del intervalo de tiempo con respecto a (4.31) se puede entender como una perturbación o una incertidumbre el modelo identificado. Como punto de partida y para facilitar los cálculos, suponemos que no existen incertidumbres en el modelo y más adelante indicaremos las posibles adaptaciones del método de detección. Comenzamos por la detección y estimación de perturbaciones de tipo escalón a la salida, cuyo análisis es más directo. En un intervalo dado  $[t_j, t_{j-1})$  donde, la realimentación sigue la dinámica (4.30), si en un instante dado,  $t_d$ , contenido en el intervalo  $[t_j, t_{j-1})$ , se produce una perturbación escalón a la salida de magnitud  $d_y$  tal que:

$$d_y(t) = \begin{cases} 0 & t < t_d \\ \overline{d_y} & t \geq t_d \end{cases} \quad (4.32)$$

o dicho de otra manera

$$d_y(t_d^-) = 0 \quad d_y(t_d^+) = \overline{d_y} \quad (4.33)$$

En el instante en que aparece la perturbación, lo más probable es que el estado del bloque SSOD cambie instantáneamente y pase del estado  $j$  a otro estado. Si el nuevo estado es más cercano a la referencia, la perturbación habrá favorecido la respuesta y en el caso contrario, la habrá perjudicado. Justo después de aparecer la perturbación:

$$Y_r = \hat{P}_0 \cdot C \cdot \frac{(j+n)\alpha\Delta}{s} + D_y \quad (4.34)$$

Tal que  $n \in \mathbb{Z}$ .

Según el esquema diseñado (figura 28), al calcularse primero el error y posteriormente muestrearlo por eventos, el esquema no tiene conciencia de la evolución independiente de la referencia y de la salida por lo que la única información que alimenta al bloque SSOD es el error instantáneo  $e(t)$ . Si consideramos que el detector y estimador de perturbaciones se encuentra integrado en el bloque SSOD, la estructura actual condiciona la estimación con precisión. Para que la estimación fuese precisa e inmediata necesitaríamos tener acceso a la salida y referencia independientemente pasando de la estructura actual a la de la figura 30-b:

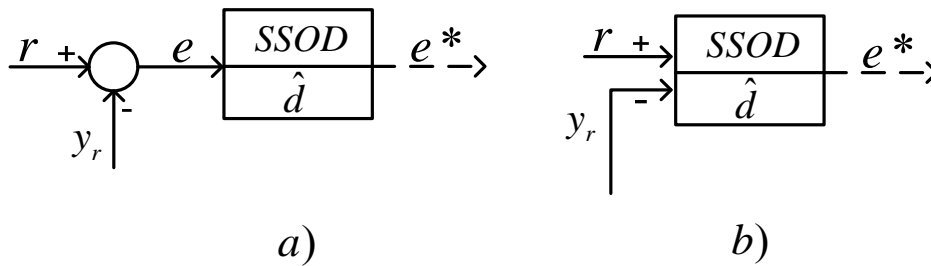


Figura 30: Posibles esquemas para el cálculo del error en el bloque SSOD.

#### 🚦 Perturbación escalón a la salida $d_y$

Inicialmente consideramos el esquema actual (figura 30-a) y comentaremos las posibles ventajas del esquema 30-b con respecto al primero. Considerando, que se ha producido un salto en la referencia y después de un tiempo equivalente a  $L$ , la realimentación empieza a crecer hacia la referencia. Nos referimos al estado actual del muestreador SSOD como  $j$  y para facilitar la nomenclatura sustituimos el subíndice  $j$  por  $i$ , correspondiéndose como  $i = j - 2$  e  $i - 1 = j - 3$ , y siendo el intervalo en el que se produce la perturbación  $[t_i, t_{i-1})$ :

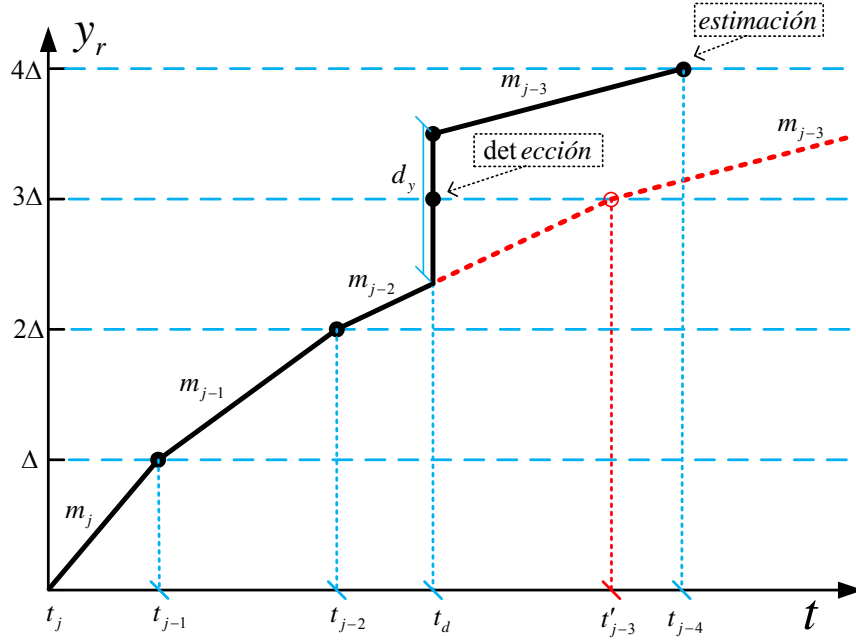


Figura 31: Detección y estimación de una perturbación escalón a la salida.

$$y(t_i) = r - i\Delta$$

$$\overline{d}_y = y(t_d^+) - y(t_d^-) \quad (4.35)$$

$$t_{i-1} = t_d^+$$

Suponiendo a modo de ejemplo que la magnitud  $\overline{d}_y$  está contenida entre  $\Delta$  y  $2\Delta$  tal como refleja la figura 31. Con el esquema 30-a la detección de la perturbación es inmediata, pero la estimación precisa no es posible hasta que el muestreo SSOD alcanza el siguiente estado. A diferencia del esquema anterior, con el 30-b tanto la detección, como la estimación pueden ser inmediatas ya que al ser la salida accesible, basta con tomar su lectura en el momento en que se detecta la perturbación.

$$y(t_d^-) = y(t_i) + i\Delta\alpha(t_d^- - t_i)$$

$$y(t_d^+) = y(t_{i-2}) - (i-1)\Delta\alpha(t_{i-2} - t_d^+)$$

$$\bar{d}_y = y(t_{i-2}) - y(t_i) - \left[ (i-1)\Delta\alpha(t_{i-2} - t_d^+) + i\Delta\alpha(t_d^- - t_i) \right] \quad (4.36)$$

#### ✚ Perturbación escalón a la entrada $d_u$

En el caso de las perturbaciones a la entrada, la detección puede ser relativamente rápida, pero la estimación puede resultar compleja dependiendo del esquema empleado. En este caso la dinámica del proceso influye en su evolución, y esto dificulta su estimación. Repitiendo la nomenclatura empleada en el análisis de las perturbaciones a la salida, en el momento en que se produce la perturbación  $t_d^+$  y antes de alcanzar el siguiente estado  $t_{j-3}$  o  $t_{i-1}$ :

$$Y_r = \hat{P}_0 \cdot C \cdot \frac{\alpha i \Delta}{s} + D_u \cdot P = \frac{\alpha i \Delta}{s^2} + \frac{1}{s} \frac{\bar{d}_u K}{Ts + 1} e^{-Ls} \quad (4.37)$$

Al igual que con  $\bar{d}_y$ , si por ejemplo suponemos que la ganancia en estado estacionario  $\bar{d}_u K$  está contenida entre  $\Delta$  y  $2\Delta$ , un ejemplo de la respuesta podría ser el de la figura 32.

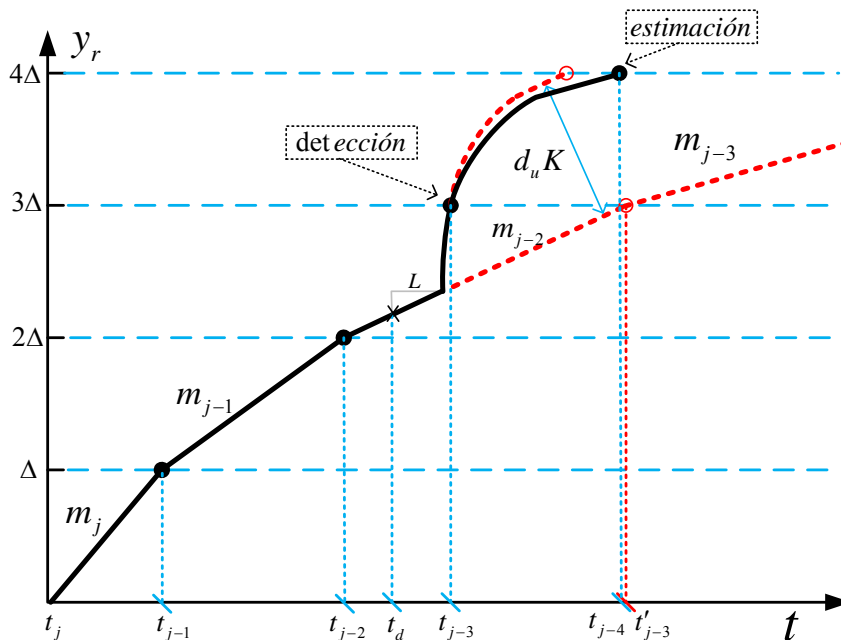


Figura 32: Detección y estimación de una perturbación escalón a la entrada.



En el instante en que se produce el salto escalón en la entrada  $d_u(t)$ , hay un tiempo muerto (entre  $t_d^+$  y  $t_d^+ + L$ ) en el que la perturbación no afecta al sistema que corresponde al retardo presente en la planta. Si pasamos la ecuación (4.37) al plano temporal:

$$y_r(t) = \alpha i \Delta \cdot t + d_u(t-L) \cdot \left[ K - K e^{-\frac{-(t-L)}{T}} \right] \quad (4.38)$$

Una vez pasa el tiempo muerto de la perturbación, en el instante  $t_d^+ + L$ :

$$y_r(t) = \alpha i \Delta \cdot t + \overline{d_u} K \left[ 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right] \quad (4.39)$$

Al igual que en la perturbación a la salida, con el esquema 30-a, la perturbación no se puede estimar hasta que se alcance el siguiente estado después de la detección. Considerando el ejemplo de la figura 32 y la nomenclatura previa:

$$d_u = \frac{\Delta - \alpha i \Delta (t_{i-1} - t_i)}{K \left( 1 - e^{-\frac{-(t_{i-1} - t_i)}{T}} \right)} \quad (4.40)$$

Este mismo cálculo se puede anticipar si se emplea el esquema 30-b. no siendo necesario esperar al siguiente evento dado que la salida está disponible en todo momento.

Ahora extendemos nuestro análisis considerando la incertidumbre en el modelo identificado. Dado el modelo de la planta identificado  $\hat{P}$ , puede haber discrepancias en los tres parámetros implicado,  $\hat{K}$ ,  $\hat{T}$  y  $\hat{L}$  respecto a la planta del proceso. Partiendo de la ecuación (4.28) y haciendo  $D=0$  analizamos la influencia por separado de cada uno:

$$Y_r = \left( \alpha - \alpha e^{-\hat{L}s} + \frac{\alpha K (\hat{T}s + 1)}{\hat{K} (Ts + 1)} e^{-\hat{L}s} \right) \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{j \cdot \Delta}{s} \quad (4.41)$$

**Incertidumbre en  $K$**

A partir de la (4.28), si  $K$  no estuviese bien identificada, la respuesta de la realimentación del lazo sería:

$$y_r = \left( \alpha - \alpha e^{-\hat{L}s} + \frac{\alpha K}{\hat{K}} e^{-Ls} \right) \cdot \frac{j \cdot \Delta}{s^2} \quad (4.42)$$

Llamando a  $j\Delta\alpha$ ,  $m_j$  y pasando al plano temporal:

$$y_r(t) = m_j \cdot t + m_j \cdot \left[ \frac{K}{\hat{K}} - 1 \right] \cdot 1(t-L) \quad (4.43)$$

El efecto de este tipo de incertidumbre se manifiesta después del retardo y equivale a una variación en la traza de la pendiente equivalente a  $\left[ K/\hat{K} - 1 \right]$ .

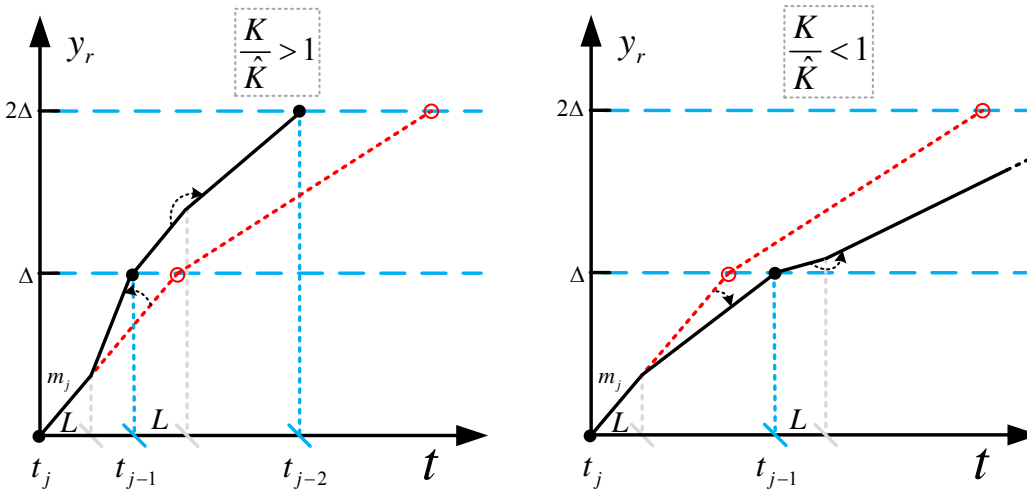


Figura 33: Efecto de la incertidumbre en el parámetro  $K$ .

La figura 33 refleja como variaría la respuesta de la realimentación  $y_r(t)$  ante la incertidumbre en  $\hat{K}$ , la traza gris ilustra el desplazamiento que se produciría en la respuesta ideal.

**Incertidumbre en  $L$**

Si en cambio la incertidumbre se diera en el retardo  $L$ , la respuesta de la realimentación del lazo sería la siguiente:

$$Y_r = \left( \alpha - \alpha e^{-\hat{L}s} + \alpha e^{-Ls} \right) \cdot \frac{j \cdot \Delta}{s^2} \tag{4.44}$$

y en el dominio del tiempo:

$$y_r = m_j \cdot t + m_j \cdot 1(t - L) - m_j \cdot 1(t - \hat{L}) \tag{4.45}$$

La incertidumbre en  $\hat{L}$  puede causar dos efectos dependiendo de que la relación  $L/\hat{L}$  sea mayor o menor que 1. Dependiendo del valor  $L/\hat{L}$ , se podrán distinguir tres intervalos en la respuesta, que a su vez tendrán una dinámica diferente dependiendo del estado del bloque SSOD (Tabla 3).

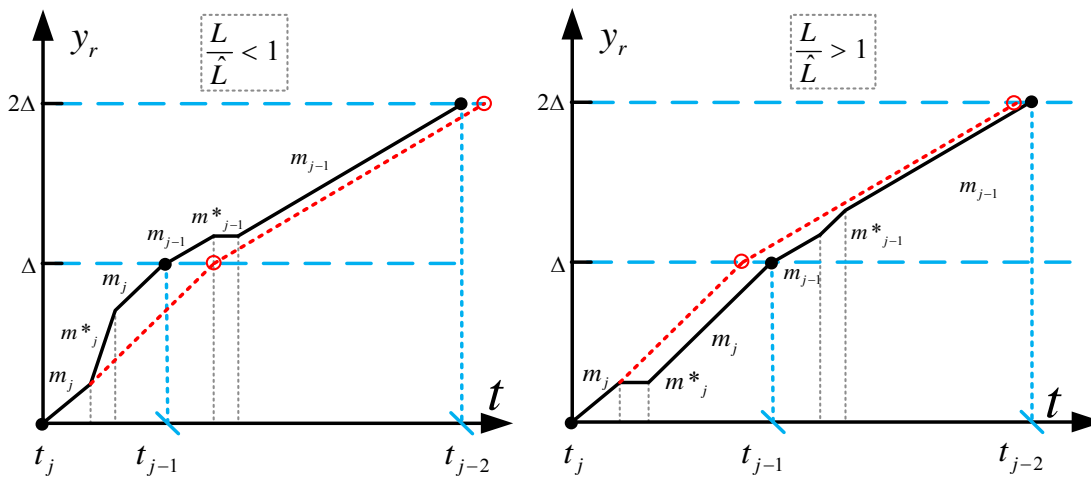


Figura 34: Efecto de la incertidumbre en el parámetro  $L$ .

Intervalo	$L/\hat{L} < 1$			$L/\hat{L} > 1$		
	$t_i < t < t_i + L$	$t_i + L < t < t_i + \hat{L}$	$t_i + \hat{L} < t < t_{i-1}$	$t_i < t < t_i + \hat{L}$	$t_i + \hat{L} < t < t_i + L$	$t_i + L < t < t_{i-1}$
$j \rightarrow j-1$	$y_r = m_j t$	$y_r = 2m_j t$	$y_r = m_j t$	$y_r = m_j t$	$Y_r = cte$	$y_r = m_j t$
$j-1 \rightarrow j-2$	$y_r = m_{j-1} t$	$y_r = (2m_{j-1} - m_j) \cdot t$	$y_r = m_{j-1} t$	$y_r = m_{j-1} t$	$y_r = m_j t$	$y_r = m_{j-1} t$
...	$y_r = m_i t$	$y_r = (2m_i - m_{i+1}) \cdot t$	$y_r = m_i t$	$y_r = m_i t$	$y_r = m_{i+1} t$	$y_r = m_i t$

Tabla 3: Intervalos de la respuesta temporal ante incertidumbre en L.

✚ Incertidumbre en  $T$

La respuesta del lazo en este caso sería:

$$Y_r = \frac{m_j}{s^2} + \frac{m_j(\hat{T} - T)}{s(Ts + 1)} e^{-Ls} \quad (4.46)$$

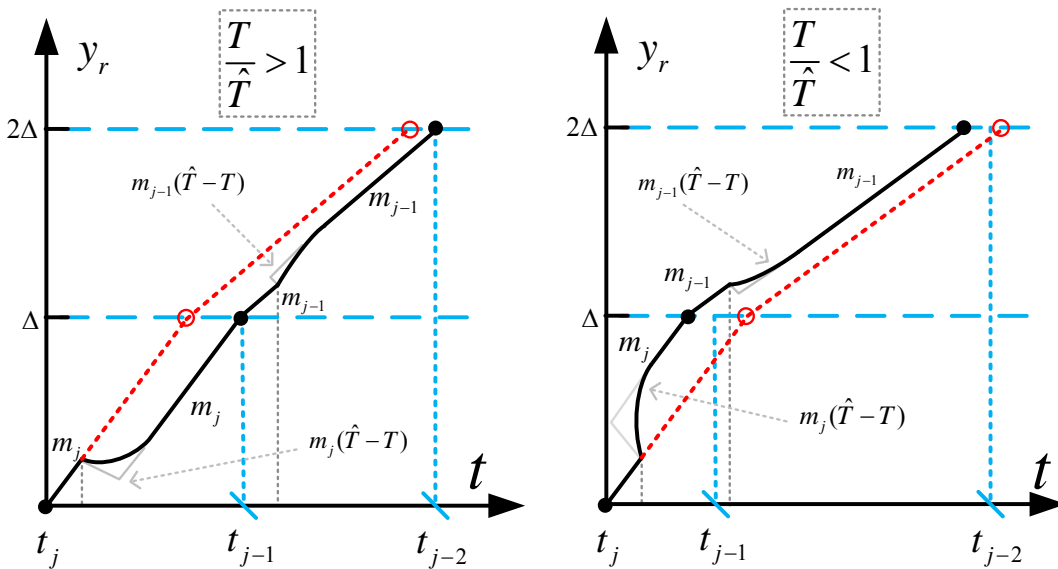


Figura 35: Efecto de la incertidumbre en el parámetro T.

En este caso dependiendo de la relación  $T/\hat{T}$  la discrepancia tendrá un efecto determinado. Si  $T/\hat{T} > 1$  a la respuesta lineal se le restará una dinámica de primer orden, y en caso contrario,  $T/\hat{T} < 1$ , se le añadirá, al igual que ocurría al analizar las perturbaciones escalón a la estrada.

$T / \hat{T} > 1$		
<i>Intervalo</i>	$t_i < t < t_i + L$	$t_i + L < t < t_{i-1}$
$j \rightarrow j-1$	$y_r = m_j t$	$y_r = m_j t + m_j \cdot \bar{T} \left[ 1 - e^{-(t-L/T)} \right]$
$j-1 \rightarrow j-2$	$y_r = m_{j-1} t + m_j \cdot \bar{T} \left[ 1 - e^{-(t+T_j/T)} \right]$	$y_r = m_{j-1} t + (m_{j-1} \cdot \bar{T} - X_j) \left[ 1 - e^{-(t/T)} \right]$
...	$y_r = m_{i-1} t + m_i \cdot \bar{T} \left[ 1 - e^{-(t+T_i/T)} \right]$	$y_r = m_{i-1} t + (m_{i-1} \cdot \bar{T} - X_i) \left[ 1 - e^{-(t/T)} \right]$

**Tabla 4:** Intervalos de la respuesta temporal ante incertidumbre en T.

Donde  $\bar{T} = \hat{T} - T$  y en un estado dado  $j-1$  del SSOD  $X_j = m_j \cdot \bar{T} \left[ 1 - e^{-(L+T_j/T)} \right]$ .

Las conclusión práctica obtenida es que la incertidumbre del modelo se traduce en un adelanto o retraso de los muestreos, y su magnitud dependerá del efecto del parámetro concreto. Si los intervalos entre muestreos no son los ideales, los intervalos de cada estado no lo serán en consecuencia, lo que supone que el valor final de  $P(s)$  presentará error en estado estacionario respecto a  $r$ .

En cierta medida, la incertidumbre se puede identificar, y su efecto corregir, lo que representa uno de los objetivos del presente trabajo, dado que buscamos el menor error en estado estacionario posible. Para ello, una vez identificada la incertidumbre, habría que estimar el valor de la salida del proceso cuando la respuesta  $y_r$  alcance la banda (estado de equilibrio), y ajustar la ganancia del controlador proporcional (etapa P) para que presente el menor error en estado estacionario. La principal dificultad estriba en distinguir las perturbaciones de la incertidumbre. En este trabajo no abordaremos esta discriminación diferenciando los efectos en cada experimentos.

🚩 Estimación de la incertidumbre

Al haber incertidumbre en el modelo, el valor final que alcanzará la salida del proceso no será la referencia, sino que será ésta con un pequeño error en estado estacionario. A partir de la identificación de la incertidumbre, es posible estimar el valor que tomará la salida  $y(t)$  en el instante en el que se habilite el controlador P. Con esta estima sabremos como tendríamos que ajustar la ganancia del controlador P para eliminar el error en estado estacionario. El cálculo consistirá en determinar el intervalo de tiempo de cada estado SSOD y predecir la evolución de  $y(t)$ . Esto se podría hacer midiendo directamente el intervalo de tiempo de cada estado o prediciéndolo a partir de la identificación de la incertidumbre. Indicamos el procedimiento para la última.

Considerando que la incertidumbre paramétrica cumple  $L/\hat{L} < 1$ , y a partir de la tabla 3:

$$\begin{aligned}
 i = j_{\max} \quad \overline{\Delta T}_i &= \frac{\Delta}{m_i} + L - \hat{L} \\
 j_{\max} < i < 2 \quad \overline{\Delta T}_i &= \frac{\Delta}{m_i} + (\hat{L} - L) \cdot \left[1 - \frac{2m_i - m_{i+1}}{m_i}\right] \\
 T_{PI \rightarrow P} &= \sum_{i=j_{\max}}^2 \overline{\Delta T}_i \quad y(T_{PI \rightarrow P}) = \sum_{i=j_{\max}}^2 \overline{\Delta T}_i \cdot m_i
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

Donde  $j_{\max}$  representa el primer estado del bloque SSOD (cuando el error muestreado es el mayor),  $i$  representa un estado dado del bloque SSOD,  $y(T_{PI \rightarrow P})$  el instante en el que se conmuta del controlador PI al P y  $\overline{\Delta T}_{i \rightarrow i-1}$ , el intervalo de tiempo entre los estados  $i$  e  $i-1$ . Considerando el caso  $L/\hat{L} > 1$  y a partir de la tabla 3:

$$\begin{aligned}
 i = j_{\max} \quad \overline{\Delta T}_i &= \frac{\Delta}{m_i} + L - \hat{L} \\
 j_{\max} < i < 2 \quad \overline{\Delta T}_i &= \frac{\Delta}{m_i} + (L - \hat{L}) \cdot \left[1 - \frac{m_{i+1}}{m_i}\right] \\
 T_{PI \rightarrow P} &= \sum_{i=j_{\max}}^2 \overline{\Delta T}_i \quad y(T_{PI \rightarrow P}) = \sum_{i=j_{\max}}^2 \overline{\Delta T}_i \cdot m_i
 \end{aligned} \tag{4.48}$$

Considerando la incertidumbre paramétrica en  $T$  y a partir de la tabla 4 las condiciones se resumen en una:

$$\begin{aligned}
 i = j_{\max} \quad \Delta &= T_i \cdot m_i + \bar{T} \left[ 1 - e^{-\frac{(T_i-L)}{T}} \right] \\
 j_{\max} < i < 2 \quad \Delta &= T_i \cdot m_i + \left( m_i \bar{T} - X_{i+1} \right) \left[ 1 - e^{-\frac{(T_i)}{T}} \right] \\
 T_{PI \rightarrow P} &= \sum_{i=j_{\max}}^2 \bar{\Delta T}_i \quad y(T_{PI \rightarrow P}) \approx \sum_{i=j_{\max}}^2 \bar{\Delta T}_i \cdot m_i
 \end{aligned} \tag{4.49}$$

$$\text{Donde } \bar{T} = \hat{T} - T \text{ y } X_i = m_i \cdot \bar{T} \left[ 1 - e^{-\frac{T_i}{T}} \right].$$

Para ambas incertidumbres se debería desarrollar el siguiente ajuste de la ganancia en el estado de de equilibrio:

$$\hat{K} = \frac{\Delta}{r - y(T_{PI \rightarrow P})} K \tag{4.50}$$

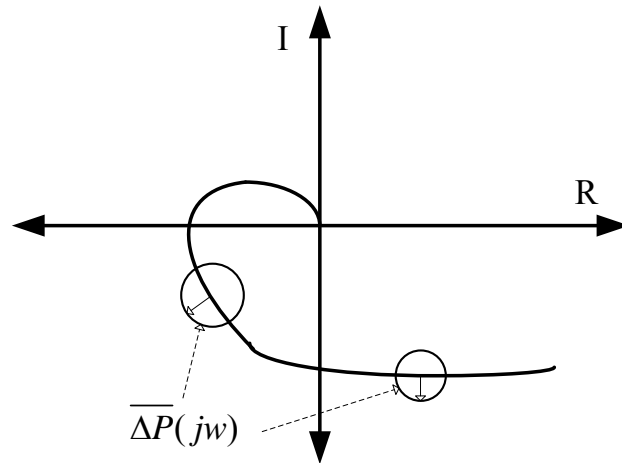
No realizamos el análisis con respecto al parámetro K, dado que no será habitual que exista incertidumbre en este parámetro.

#### 4.3.5. Análisis de Robustez.

La metodología seguida en el análisis de robustez se describe en [40]. En el caso de que existan errores de modelado, ya no se consigue  $P(s) = \hat{P}(s)$ . En lo sucesivo, pretendemos comprobar la estabilidad con el controlador PI-P bajo condiciones de incertidumbre. Si se considera incertidumbre no estructurada en la planta:

$$P(s) = \hat{P}(s)[1 + \delta P(s)] = \hat{P}(s) + \Delta P(s) \tag{4.51}$$

Donde la función de transferencia del proceso es descrita por una familia de funciones de transferencia de manera que la magnitud y la fase de  $P(j\omega)$  puede variar en un disco de radio  $\overline{\Delta P}(\omega)$ .



**Figura 36:** Efecto de la incertidumbre sobre un diagrama de Nyquist.

En el caso del esquema del predictor de Smith (figura 3), la ecuación característica del sistema vendría dada por:

$$1 + C(s)[\hat{P}_0(s) + P(s) - \hat{P}(s)] = 1 + C(s)[\hat{P}_0(s) + \Delta P(s)] \quad (4.52)$$

La función de sensibilidad complementaria viene dada por:

$$T(j\omega) = \frac{C(j\omega) \cdot \hat{P}_0(j\omega)}{1 + C(j\omega) \cdot \hat{P}_0(j\omega)} \quad (4.53)$$

Luego si  $C(s)$  estabiliza  $\hat{P}_0(s)$ , la condición para la robustez en lazo cerrado del Predictor de Smith es que, para todas las frecuencias y para todas las plantas de la familia, la distancia entre  $C(j\omega)\hat{P}_0(j\omega)$  y el punto crítico del diagrama de Nyquist  $(1 + C(j\omega)\hat{P}_0(j\omega))$  es mayor que  $|C(j\omega)\Delta P(j\omega)|$ . Esto da:

$$\overline{\delta P(\omega)} < dP(\omega) = \frac{|1 + C(j\omega) \cdot \hat{P}_0(j\omega)|}{|C(j\omega) \cdot \hat{P}_0(j\omega)|} \quad \forall \omega > 0 \quad (4.54)$$



Calculando  $\overline{\delta P}(w)$  :

$$\delta P(s) = \frac{\Delta P(s)}{\hat{P}(s)} = \frac{\frac{K}{Ts+1} e^{-Ls} - \frac{\hat{K}}{\hat{T}s+1} e^{-\hat{L}s}}{\frac{\hat{K}}{\hat{T}s+1} e^{-\hat{L}s}} = \frac{K(Ts+1)}{\hat{K}(\hat{T}s+1)} e^{-(L-\hat{L})s} - 1 \quad (4.55)$$

$$\delta P(jw) = \frac{K(Tjw+1)}{\hat{K}(\hat{T}jw+1)} e^{-(L-\hat{L})jw} - 1$$

Se comprueba la condición de estabilidad robusta (4.54) del controlador ante variaciones en los tres parámetros del modelo. Utilizamos el ejemplo X y variamos un 20 % los parámetros  $\hat{L}$ ,  $\hat{T}$  y  $\hat{K}$  respecto a la planta. La función  $dP(jw)$  depende del controlador presente:

$$\boxed{PI} \quad dP_{PI}(s) = \frac{1 + \frac{\alpha(\hat{T}s+1)}{\hat{K}s^2} \cdot \frac{\hat{K}}{(\hat{T}s+1)}}{\frac{\alpha(\hat{T}s+1)}{\hat{K}s^2} \cdot \frac{\hat{K}}{(\hat{T}s+1)}} = \frac{s^2}{\alpha} + 1 \quad (4.56)$$

$$dP_{PI}(jw) = \frac{-w^2}{\alpha} + 1$$

$$\boxed{P} \quad dP_P(s) = \frac{1 + \frac{1}{\hat{K}s} \cdot \frac{\hat{K}}{(\hat{T}s+1)}}{\frac{1}{\hat{K}s} \cdot \frac{\hat{K}}{(\hat{T}s+1)}} = \hat{T}s^2 + s + 1 \quad (4.57)$$

$$dP_P(jw) = 1 - \hat{T}w^2 + jw$$

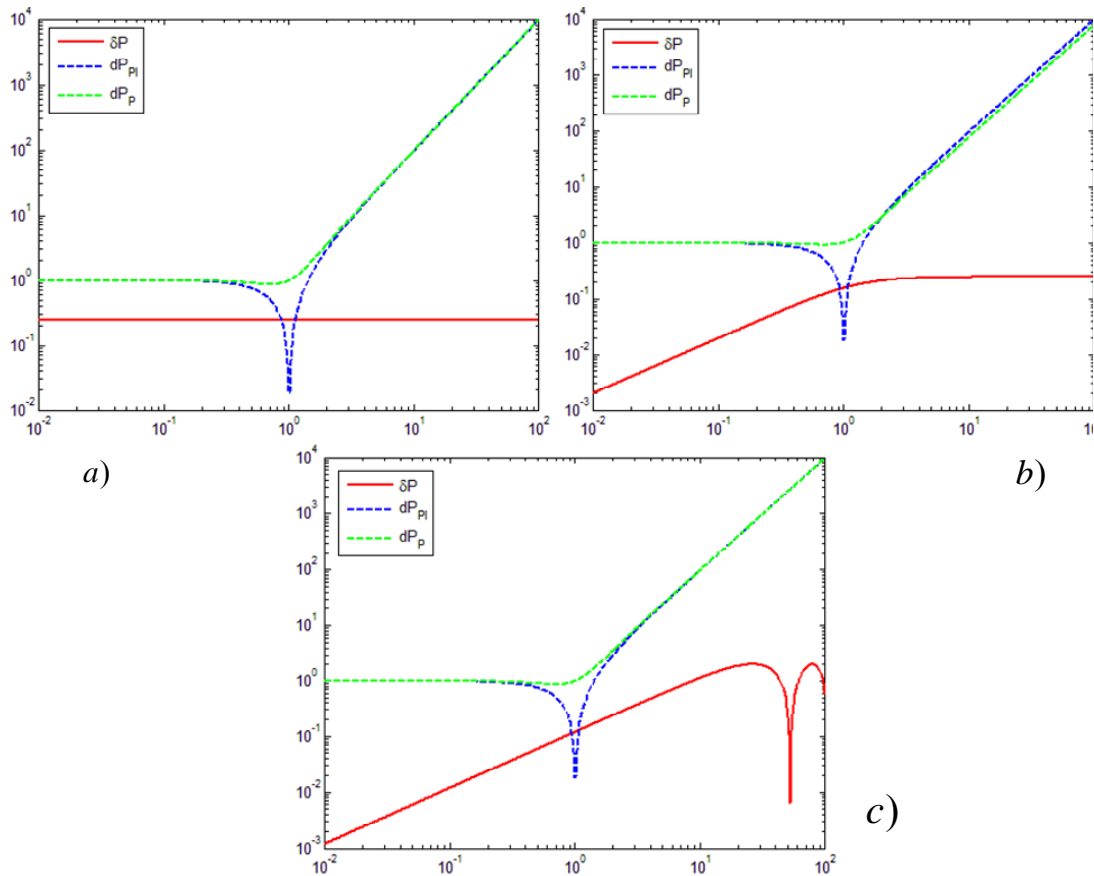


Figura 37: Respuesta en frecuencia de  $\delta P$  y  $dP$  para cada etapa del controlador.

La figura 37 muestra la evolución de  $|\delta P(j\omega)|$  (en rojo), y la evolución de  $|dP(j\omega)|$  para los dos tipos de controladores previstos en el esquema 28 (Ante control PI en azul, y control P en verde). Las figuras contemplan una reducción del 20% en los parámetros  $\hat{K}$ ,  $\hat{T}$  y  $\hat{L}$  respectivamente. Como era de esperar, en presencia del cuantificador SSOD y bajo el control PI diseñado, el sistema no es estable, pero en cualquier caso, lo que sí se puede garantizar es su tendencia hacia el estado de equilibrio, tal como se mostró en el apartado 4.3.3. En el caso del controlador P la condición de estabilidad robusta si se cumple, por lo que se estima que el sistema será estable, al menos para pequeñas variaciones de los parámetros.

#### 4.3.6. Sintonía del Controlador. Influencia de $\Delta$ y $\alpha$ .

Como se ha indicado hasta el momento, a pesar de las perturbaciones que se incorporen al sistema y la incertidumbre presente en el modelo, los parámetros con más influencia sobre la respuesta del sistema son  $\Delta$  y  $\alpha$ . Como vimos en la fase de diseño del controlador, la estructura de la planta del proceso condiciona determinados aspectos de la sintonía, pero estos dos parámetros permiten mover las restricciones y variar la respuesta. Analizamos la influencia de cada parámetro por separado suponiendo condiciones ideales en la identificación de la planta.

##### Influencia de $\Delta$

Este parámetro, además de influir en la forma de la respuesta, tiene influencia directa sobre el número de eventos del bloque SSOD y la detección de perturbaciones. El umbral de evento  $\Delta$  determina cuánto debe variar el error de control instantáneo para pasar al siguiente nivel de cuantización. Este parámetro tiene una influencia particular dependiendo de la etapa de la respuesta, sea bajo control PI o P. Ante el PI, la respuesta es lineal, y su pendiente equivale a  $j\Delta\alpha$ . En el caso del PI la influencia sobre la respuesta es doble, influyendo de manera directa con el valor de  $\Delta$ , e indirecta cada vez que cambia  $j$ . A medida que la respuesta del proceso se acerca a la referencia, la pendiente se reduce en cada evento pero  $j$  tendrá menos cambios cuanto mayor sea  $\Delta$ . Luego, ante el control PI, si el umbral es pequeño, el error se muestreará más rápidamente y la pendiente de la respuesta se decrementará con la misma frecuencia, tardándose más en alcanzar la respuesta. Por ello, puede parecer razonable pensar que para la etapa PI, un umbral  $\Delta$  grande sería lo más recomendable. Esto no es necesariamente así. En ausencia de perturbaciones, con un  $\Delta$  elevado, la respuesta alcanzará la banda en torno a la referencia (donde actuaría el P) más rápidamente. La demora podría venir al actuar el controlador P, ya que en esta etapa la evolución es de primer orden y depende de la dinámica de la planta. Obviamente, para que el sistema funcione correctamente,  $\Delta$  no debería superar la referencia, pero consideramos recomendable que no supere el umbral  $r/2$ .

Otra desventaja de emplear un valor  $\Delta$  elevado, es que perjudica la detección y estimación de perturbaciones llegando a ser en algunos casos impracticable. Si recordamos el análisis de perturbaciones previo, si hay detección la estimación es posible, pero si el umbral es tan elevado que no hay detección, la estimación puede que no sea posible (en perturbaciones a la entrada).

### Influencia de $\alpha$

El parámetro  $\alpha$  solamente influye en la respuesta ante controlador PI, siendo su pendiente directamente proporcional al mismo. Como se ha explicado, no es del todo recomendable fijar un  $\Delta$  elevado. Por esta razón, una posible y adecuada práctica podría ser fijar  $\Delta$  a un valor de consenso que permita la estimación de perturbaciones y una respuesta razonablemente rápida en la banda torno a la referencia, y con el parámetro  $\alpha$ , compensar la reducción de  $\Delta$ .

Otro aspecto que se debe tener en cuenta son las restricciones físicas del actuador del proceso. Si existen limitaciones en la tasa de cambio, lo recomendable es establecer  $\alpha$  de manera que la máxima pendiente de la respuesta no supere la tasa. De esta manera el lazo cerrado responderá sin oscilaciones y de la forma más rápida posible.

### Tiempo de asentamiento estimado de la respuesta

En condiciones ideales se puede predecir, y cuando no lo son estimar, el número de eventos que desencadenará el lazo para alcanzar una consigna dada. Gracias a esta predicción y al conocimiento de la forma de la respuesta podemos estimar el tiempo de asentamiento que conllevará un ajuste dado de los parámetros de sintonía. A partir de un salto en la referencia  $r$  tal que  $r = j\Delta + a$  siendo  $j$  entero y para  $a$  real y comprendida en el intervalo  $0 < a < \Delta$ . Si llamamos  $T_{ST}$  al tiempo de asentamiento y a la pendiente  $m_j = j\Delta\alpha$ :

$$T_{ST} = L + \frac{a}{m_{j\max}} + \sum_{i=j\max}^2 \frac{\Delta}{m_i} + T_s \quad (4.58)$$

Siendo  $T_s = 5T$  correspondiente al tiempo que tarda la señal en entrar en la banda del 0.7 % del valor final de la referencia.

### Sintonía del controlador

Lo explicado hasta el momento sirve de base para proponer una metodología de sintonía para el controlador diseñado. Los parámetros básicos de un controlador PI,  $K_p$  y  $T_i$ , se condicionan por la estructura del modelo de la planta y se trasladan a la selección conveniente de  $\Delta$  y  $\alpha$ . En ocasiones un diseño de control parte de especificaciones deseables, que pueden suponer el punto de partida para establecer una metodología de sintonía. El tiempo de asentamiento podría ser una de ellas. En nuestro caso el controlador se ha diseñado para que no

presente sobrepasos, por lo que en condiciones ideales, se cumplirá el tiempo de asentamiento definido en (4.58). Además de este parámetro, otros aspectos como las restricciones del actuador, la estimación y rechazo de perturbaciones, y la tasa de eventos admisible, podrían ser puntos de partida para el diseño de los dos parámetros del controlador.

#### 4.3.7. Guía de diseño del controlador.

Las especificaciones de diseño pueden ser varias, por lo que entendemos conveniente definir las limitaciones del esquema en relación a la sintonía. Mientras se cumplan las siguientes premisas, la respuesta del sistema de control se estima eficaz.

- Consideración de la limitación de la tasa de cambio del actuador.

$$j_{\max} \cdot \Delta \cdot \alpha \leq SR \quad (4.59)$$

Donde  $j_{\max}$  dependerá del valor de la referencia  $j_{\max} = r / \Delta$ .

- Máximos valores de  $\alpha$  y  $\Delta$  que permitan la estimación de las perturbaciones en un tiempo razonable. Es recomendable que se cumpla:

$$\Delta \leq \frac{r}{2} \quad \alpha \leq \frac{2 \cdot T_{d\_max}}{3} \quad (4.60)$$

Siendo  $T_{d\_max}$  el máximo tiempo admisible para estimar una perturbación.

- Tiempo de asentamiento máximo:

$$T_{ST} = L + \frac{a}{m_{j\max}} + \sum_{i=j\max}^2 \frac{\Delta}{m_i} + T_s \leq T_{ST\_MAX} \quad (4.61)$$

Planteadas las restricciones, una forma más optimizada de afrontar la sintonía sería plantearla como un problema de optimización restringido que ofrezca el mejor compromiso en los aspectos anteriores. Una forma de plantearlo podría ser la siguiente:

$$\begin{aligned}
 & \min IAE(r, \alpha, \Delta, T_{d\_max}) \quad || \quad \min T_{ST}(r, \alpha, \Delta, T_{d\_max}) \\
 & \text{s.a.} \\
 & j_{max} = r \div \Delta \\
 & j_{max} \cdot \Delta \cdot \alpha \leq SR \\
 & \Delta \leq \frac{r}{2} \\
 & \alpha \leq \frac{2T_{d\_max}}{3}
 \end{aligned}$$

#### 4.3.8. Reducción del número de transmisiones.

Una de las apuestas del control basado en eventos es la de reducir el volumen de las comunicaciones implicadas en el lazo. El enfoque por eventos, no solo permite aprovechar eficazmente el ancho de banda del bus de comunicaciones, sino que además introduce menos incertidumbre derivada de los retardos y colisiones de datos. En nuestro caso contemplamos referencias de tipo escalón (constantes a trozos). Al fijar  $\Delta$ , se establecen varios intervalos (estados) dinámicos de la respuesta que dependerán del controlador presente y el estado del bloque SSOD (valor de  $j$ ). En cualquier caso, la respuesta será lineal a trozos en los primeros y de primer orden en el último intervalo.

Con el controlador PI-P, el mínimo número de eventos (y por tanto de estados) necesario para llevar la respuesta a la referencia sería dos; el primero para que la respuesta evolucione hacia la referencia con una pendiente dada, y el segundo, cuando la respuesta entre en la banda en torno a la referencia. Para minimizar los eventos, debemos limitar las etapas o estados a dos y la clave reside en cómo definir el umbral de evento  $\Delta$ , lo que caracteriza la dimensión de cada etapa. Consideramos dos metodologías; una con umbral  $\Delta$  simétrico, y otra asimétrico.

##### Umbral simétrico

Para limitar las transmisiones a dos con umbral simétrico, la consigna sería fijar  $\Delta$  como  $\left| \frac{r}{2} \right|$  y paso seguido ajustar  $\alpha$  para cumplir las restricciones de sintonía (a excepción de la detección y estimación de perturbaciones). Con este umbral, la primera etapa la comprenderá el intervalo de tiempo desde que se produce un cambio en la referencia hasta que la salida alcanza el valor  $\frac{r}{2}$ . La segunda etapa abarcará el intervalo en el que la salida pasa de  $\frac{r}{2}$  a  $r$ .

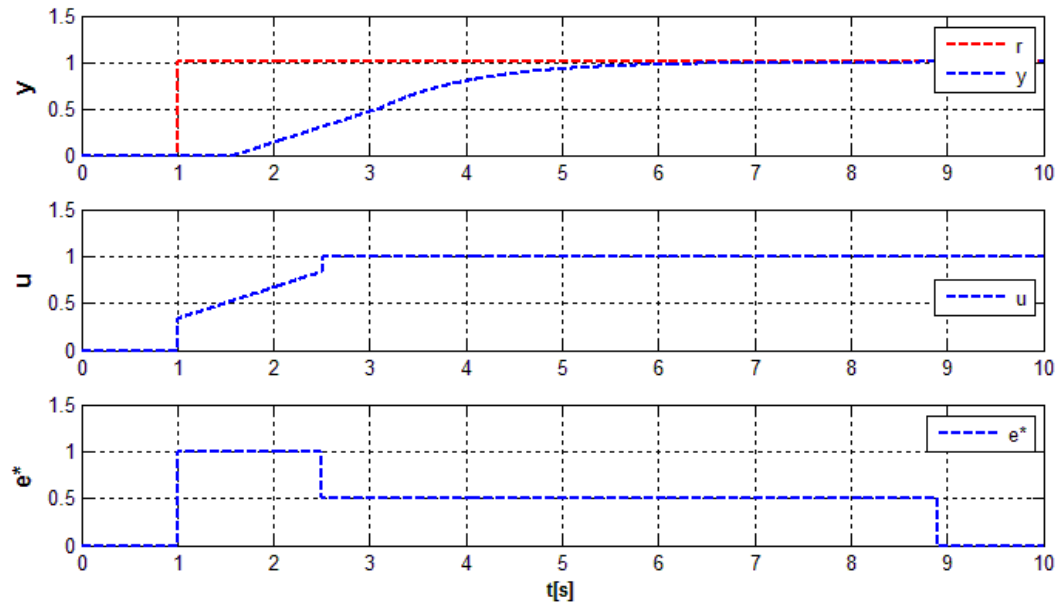


Figura 38: Minimización del número de eventos con umbral simétrico  $\Delta$ .

Cada cambio de la señal de error  $e^*$  representa una transmisión y por tanto un evento. Aunque aparecen tres cambios, realmente serían dos porque el último no se transmite. La primera transmisión del error establece la pendiente de la recta con tendencia hacia la referencia. La segunda la aproximación a la referencia, una vez la respuesta alcanza la banda.

#### **Umbral asimétrico**

Una de las desventajas del umbral simétrico es que si la dinámica de primer orden se establece demasiado pronto, puede que el sistema no rechace perturbaciones. Por este motivo, especificar un umbral  $\Delta$  asimétrico nos posibilita alargar la etapa PI y seguir limitando los eventos a dos. En este caso, al fijar  $\Delta$ , se configura la primera etapa como el intervalo entre el cambio de la referencia y el instante en que la respuesta alcanza el valor de banda ( $r - \Delta$ ), y la segunda etapa entre  $r - \Delta$  y  $r$ .

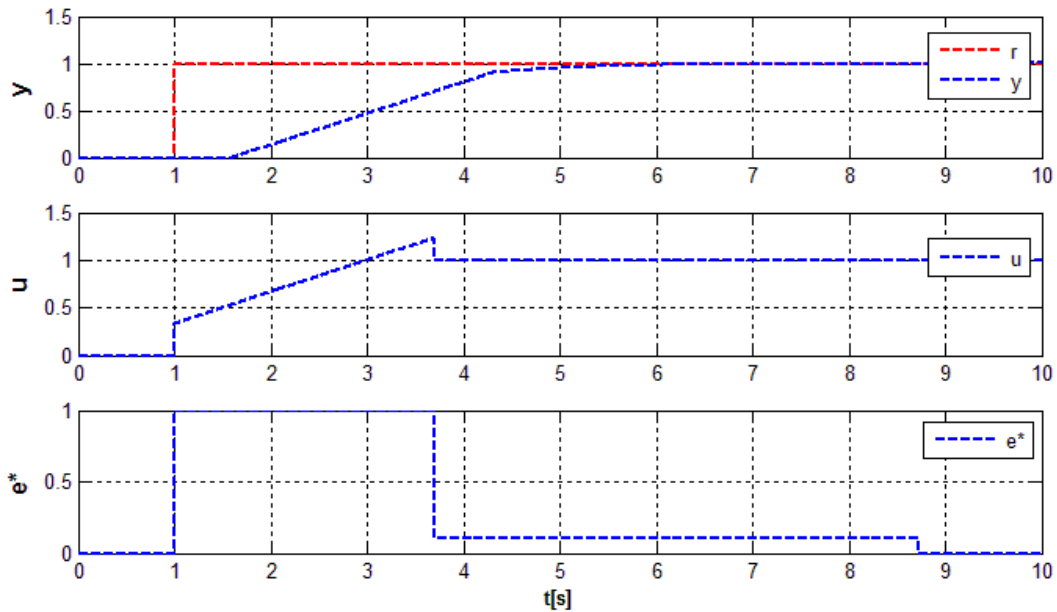


Figura 39: Minimización del número de eventos con umbral asimétrico  $\Delta$ .

Aunque solo se permitan dos eventos, la metodología para detectar y estimar perturbaciones seguiría siendo la misma. El bloque SSOD puede tomar medidas de forma periódica entre los dos eventos y desarrollar la detección y estimación tal como se explicó en el apartado (4.3.4).

Una de las desventajas del umbral asimétrico es que si la dinámica de primer orden (segunda etapa o estado) se establece demasiado tarde, el tiempo de asentamiento aumenta. Esto es sobre todo manifiesto cuando la dinámica del proceso es lenta.

#### 4.3.9. Implementación discreta.

En numerosos casos, el control de una planta se realiza por ordenador. Para ello, lo habitual es recurrir a la discretización del esquema.



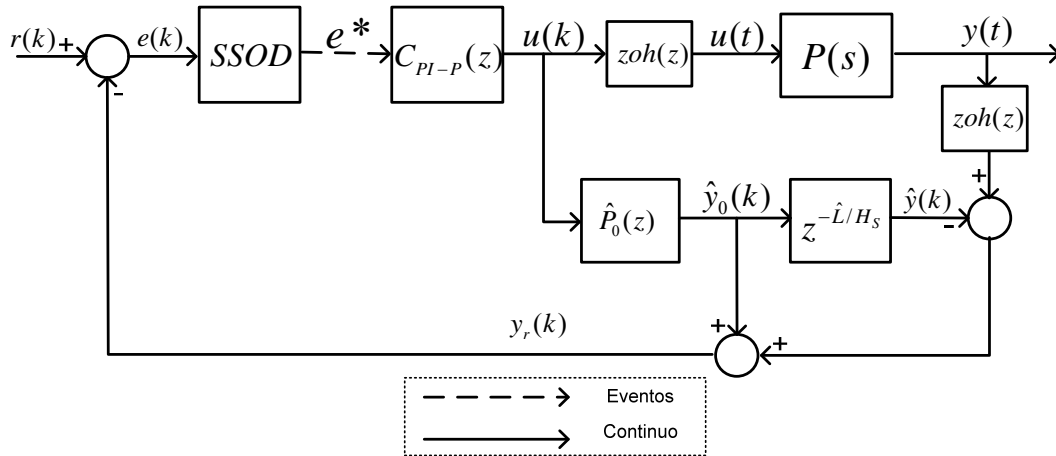


Figura 40: Esquema de control discretizado.

Para simplificar se han obviado los bloques de saturación del esquema 28. El parámetro  $H_s$  representa el periodo de muestreo del sistema. Todas las transformaciones discretas contemplan el mismo periodo  $H_s$ .

#### 4.4. Extensión al caso multivariable.

En una estrategia por eventos, existe incertidumbre sobre el estado del sistema entre eventos, lo que puede agravarse por el efecto de la interacción. En un proceso multivariable, un caso de control favorable podría ser aquel en el que los procesos de interés del sistema multivariable se encuentran desacoplados.

Una de las ventajas prácticas de las técnicas de desacoplo y concretamente del desacoplo inverso, es que los procesos aparentes resultantes del sistema desacoplado son dos de las propias funciones de transferencia de la matriz de transferencia. Esta característica hace posible la aplicación directa del controlador basado en eventos según la metodología definida para sistemas SISO.

##### 4.4.1. Desacoplo Inverso.

La compensación o desacoplo en procesos multivariables se entiende como una técnica que tiene como objetivo determinar los elementos  $d_{ij}$  del compensador  $D(s)$  tal que la planta formada por éste y el proceso a controlar  $Q(s) = P(s) \cdot D(s)$  presente menos problemas de interacción entre sus variables que el proceso original  $P(s)$ . Dependiendo de las características de la planta y del compensador, podemos tener desacoplo parcial o perfecto.

Las dos principales metodologías de desacoplo son el directo y el inverso. Tanto uno como otro tienen sus propios requisitos a cumplir para su realizabilidad, y generan procesos aparentes en el lazo con características diferentes. En nuestro caso, dadas las ventajas prácticas que aporta a la metodología desarrollada, nos centramos en el desacoplo inverso.

Para la aplicación basada en eventos del desacoplo inverso partimos de restricciones sobre  $P(s)$  propias al desacoplo (condiciones de realizabilidad) y por la metodología propuesta (que la matriz de transferencia del sistema tenga dos funciones de transferencia de primer orden o que su aproximación sea factible). Considerando el desacoplo inverso simplificado, en el que se impone la condición de que dos de los elementos de la red de desacoplo son la unidad, habría dos configuraciones posibles; la configuración A y la configuración B. Dependiendo de los elementos de la matriz de transferencia del sistema, será realizable una u otra en cada caso.

#### ✚ Configuraciones del desacoplo inverso simplificado

Dado el tipo de planta que usaremos para evaluación, nos centraremos en el caso MIMO 2x2. En el caso 2x2, la estructura del desacoplo inverso admite dos configuraciones; la A y la B. Ambas se muestran en la figura 41.

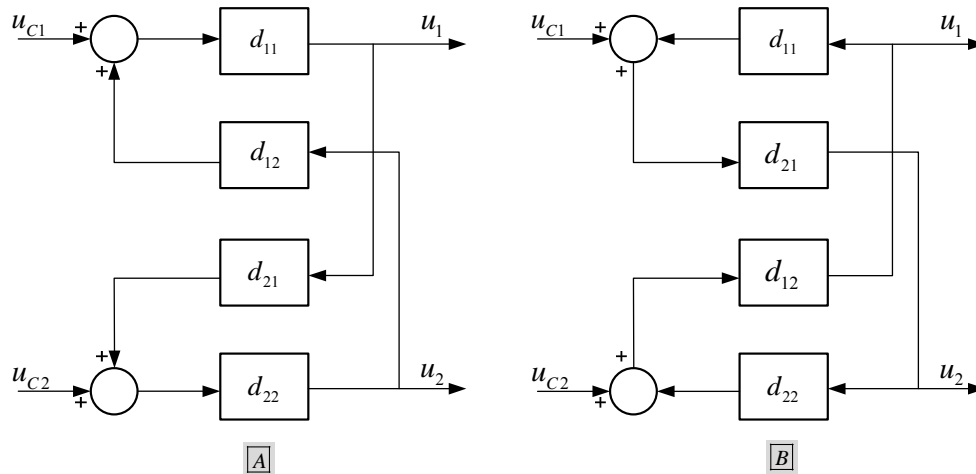


Figura 41: Configuraciones A y B de la red de desacoplo inverso 2x2.

La tabla 5 indica cómo se deben especificar los elementos de la red de desacoplo y los procesos aparentes resultantes del lazo en función de la configuración elegida.

Configuración A			Configuración B		
Caso	$D(s)$	$Q(s)$	Caso	$D(s)$	$Q(s)$
1	$d_{11} = d_{22} = 1$ $d_{12} = \frac{-g_{12}}{g_{11}}, d_{21} = \frac{-g_{21}}{g_{22}}$	$\begin{pmatrix} g_{11} & 0 \\ 0 & g_{22} \end{pmatrix}$	1	$d_{11} = d_{22} = 1$ $d_{21} = \frac{-g_{11}}{g_{12}}, d_{12} = \frac{-g_{22}}{g_{21}}$	$\begin{pmatrix} -g_{11} & 0 \\ 0 & -g_{22} \end{pmatrix}$
2	$d_{12} = d_{22} = 1$ $d_{11} = \frac{-g_{12}}{g_{11}}, d_{21} = \frac{-g_{21}}{g_{22}}$	$\begin{pmatrix} -g_{12} & 0 \\ 0 & g_{22} \end{pmatrix}$	2	$d_{11} = d_{12} = 1$ $d_{21} = \frac{-g_{11}}{g_{12}}, d_{22} = \frac{-g_{22}}{g_{21}}$	$\begin{pmatrix} -g_{11} & 0 \\ 0 & g_{21} \end{pmatrix}$
3	$d_{11} = d_{21} = 1$ $d_{12} = \frac{-g_{12}}{g_{11}}, d_{22} = \frac{-g_{21}}{g_{22}}$	$\begin{pmatrix} g_{11} & 0 \\ 0 & -g_{21} \end{pmatrix}$	3	$d_{21} = d_{22} = 1$ $d_{11} = \frac{-g_{11}}{g_{12}}, d_{21} = \frac{-g_{22}}{g_{21}}$	$\begin{pmatrix} g_{12} & 0 \\ 0 & -g_{22} \end{pmatrix}$
4	$d_{11} = d_{21} = 1$ $d_{12} = \frac{-g_{12}}{g_{11}}, d_{22} = \frac{-g_{21}}{g_{22}}$	$\begin{pmatrix} -g_{12} & 0 \\ 0 & -g_{21} \end{pmatrix}$	4	$d_{21} = d_{12} = 1$ $d_{11} = \frac{-g_{11}}{g_{12}}, d_{22} = \frac{-g_{22}}{g_{21}}$	$\begin{pmatrix} g_{12} & 0 \\ 0 & g_{21} \end{pmatrix}$

Tabla 5: Funciones de desacoplo  $D(s)$  y procesos aparentes  $Q(s)$ .

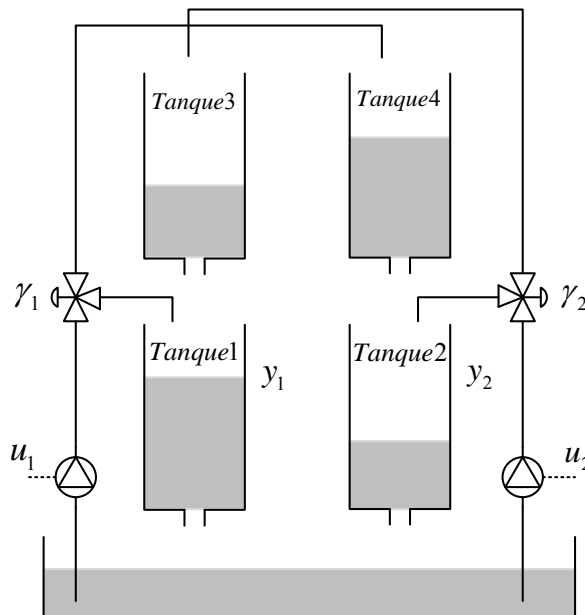
Dependiendo de las funciones de la matriz de transferencia podrá ser de aplicación un caso u otro, pero en cualquier caso, las funciones de transferencia de los procesos aparentes no tendrán complejidad añadida como consecuencia del desacoplo.

Por este motivo, la metodología desarrollada para sistemas SISO seguirá teniendo validez para sistemas MIMO, si la matriz de transferencia del sistema contempla dos funciones de primer orden y el desacoplo inverso perfecto es realizable. Las condiciones de realizabilidad dependen de que las funciones  $D(s)$  lo sean, que además el sistema en lazo abierto,  $P(s)$ , sea estable y no presente ceros de fase no mínima.

#### 4.4.2. Planta de los cuatro tanques acoplados.

La planta de los cuatro tanques acoplados es un proceso multivariable que consiste en dos tanques dobles interconectados para configurar un tanque interconectado de forma cuádruple tal como se muestra en la figura 42. La bomba 1 alimenta los tanques 1 y 4, y la bomba 2 alimenta los tanques 2 y 3. Los tanques están configurados de manera que el líquido fluye de los tanques superiores a los inferiores por medio de tomas, y desde estos, el líquido fluye al depósito principal desde el que las bombas toman para distribuir a los tanques. El flujo de líquido total impulsado por las bombas, se distribuye a través de dos válvulas, de manera que el 100% del líquido es separado entre los dos tanques alimentados por cada bomba. El porcentaje de flujo viene determinado por dos parámetros,  $\gamma_1, \gamma_2 \in [0,1]$ . Si por ejemplo  $\gamma_1 = 1$ , esto significa que el total del flujo de la bomba 1 alimentará solo al tanque 1, y el flujo hacia el

tanque 4 será nulo. Las entradas del sistema,  $u_1$  y  $u_2$ , son las entradas de voltaje a las bombas y las salidas  $y_1$  e  $y_2$ , son los niveles de los tanques inferiores, que son medibles. El objetivo de control del sistema es controlar los niveles de los tanques inferiores.



**Figura 42:** Representación esquemática de la planta de los 4 tanques acoplados.

El proceso de los cuatro tanques acoplados es un caso muy ilustrativo de sistema multivariable con interacción, y una de sus principales características es que la dinámica cero puede ser de fase mínima o no mínima dependiendo de la posición de las válvulas de distribución. En nuestro caso tomamos como modelo representativo de los cuatro tanques acoplados un caso real, que representa una planta construida en el laboratorio de automática del departamento de informática y análisis numérico de la Universidad de Córdoba (4.62).

$$P(s) = \begin{pmatrix} \frac{0.3284}{184.5s+1} & \frac{0.2454}{(184.5s+1)(535.1s+1)} \\ \frac{0.2457}{(185s+1)(503.2s+1)} & \frac{0.3378}{185s+1} \end{pmatrix} \quad (4.62)$$

En esta planta el rango de los niveles de los tanques inferiores es de [0-35] cm, y los flujos de las entradas son regulables en el rango [0-200] cm<sup>3</sup>/s. La planta fue configurada para mostrar problemas de interacción sin tener ceros multivariables y entonces fue identificada alrededor del punto de operación  $h = [20 \ 20]$  y  $u = [135 \ 135]$  cm<sup>3</sup>/s. Este proceso nos servirá para evaluar la extensión de la metodología desarrollada a un caso multivariable.





## 5. Resultados y análisis.

Una vez explicado el procedimiento de diseño del sistema de control basado en eventos y después de haber sido caracterizado, se muestran los resultados de su evaluación en simulación. El proceso de diseño se orientó a plantas de primer orden con retardo y por tanto los resultados han sido completamente comparables con el análisis teórico para este tipo de plantas. No obstante, también se han realizado pruebas con otro tipo de plantas de mayor complejidad por dos motivos; primero porque en muchos casos es posible obtener un buen modelo aproximado de primer orden de las mismas, y segundo porque al fin y al cabo un controlador PI puede atacar a plantas de diferente complejidad consiguiendo buenos resultados.

Los análisis se han centrado en la respuesta temporal del sistema en función de aspectos como la sintonía, las perturbaciones y la incertidumbre del modelo. Otros aspectos analizados han sido la eficacia de la respuesta frente a varios índices de rendimiento, entre ellos la tasa de eventos generada, lo que permite entre otras cosas la comparación de los resultados con los de un sistema planificado en tiempo.

### 5.1. Índices de rendimiento.

Los índices de rendimiento aportan criterios objetivos para evaluar la calidad de los controladores. En el caso de los controladores por eventos, no solo se debería evaluar la calidad de la respuesta, sino también la reducción y eficacia de los muestreos [12]. Por ello se ha hecho distinción entre dos conjuntos de índices de rendimiento; los relativos a la eficiencia del muestreo, y los relativos a la calidad de la respuesta.

#### Eficiencia de los muestreos

$S$ : Número de muestreos y transferencias del bloque SSOD al bloque lógica.

$T_m$ : Tiempo medio entre muestreos.

$S_m$ : Número de muestreos por segundo del bloque SSOD.

### 🚩 Índices sobre la Calidad de la respuesta

$\boxed{IAE}$  : Integral del valor absoluto del error de control.

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (5.1)$$

$\boxed{IAEP}$  : Integral del valor absoluto de la diferencia entre la respuesta del sistema con la estrategia planificada por eventos y otra planificada en tiempo.

$$IAEP = \int_0^{\infty} |y_{tiempo}(t) - y_{eventos}(t)| dt \quad (5.2)$$

$\boxed{IAD}$  : Integral del valor absoluto de la diferencia entre el IAE de la respuesta del sistema con la estrategia planificada por eventos y el IAE de la planificada en tiempo.

$$IAD = \int_0^{\infty} |IAE_{tiempo} - IAE_{eventos}| dt \quad (5.3)$$

$\boxed{IAU}$  : Integral del valor absoluto de la entrada de control.

$$IAU = \int_0^{\infty} |u(t)| dt \quad (5.4)$$



## 5.2. Modelo de primer orden con retardo.

El diseño y análisis teórico se ha basado en modelos de primer orden con retardo. El análisis comienza por el caso más favorable en el cual no existen limitaciones físicas, incertidumbre, ni tampoco se expone al sistema a perturbaciones. Para la evaluación de este tipo de plantas se ha tomado como modelo el ejemplo el que se ha usado en las explicaciones del desarrollo teórico (4.15).

En cada uno de los ejemplos de simulación, además de mostrarse las variables más relevantes de la respuesta y el valor de los parámetros, se ha indicado el número de eventos del bloque SSOD (transferencias del sensor al controlador) que desencadena la misma. Al final de cada tipo de modelo se realiza un breve resumen sobre la calidad de las repuestas en comparación con la de un sistema de control planificado en tiempo y en relación a los índices de rendimiento indicados en el apartado previo.

### 5.2.1. Condiciones ideales.

En condiciones ideales no se tienen restricciones para la sintonía del controlador ni para las variables del proceso. Las únicas premisas razonables podrían ser que se cumpliera la condición  $\Delta \leq |r/2|$  (ecuación (4.60)) y que la tasa de eventos sea baja.

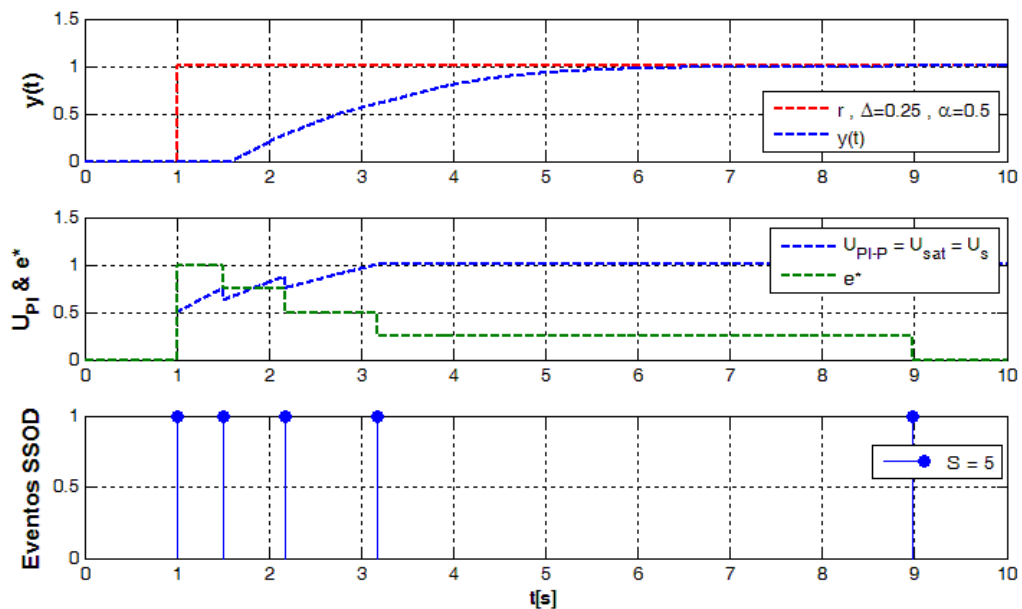


Figura 43: FOPTD. Respuesta en condiciones ideales.

En condiciones ideales se puede predecir fácilmente el número de eventos que se producirán ante una referencia  $r$  y un umbral  $\Delta$  dados. Si se llama  $S$  al número de eventos producidos en el bloque SSOD, en las condiciones citadas se producirá un número de eventos equivalente a  $S=r\div\Delta+1$  siendo  $r\div\Delta$  el cociente de la división entera. En el ejemplo de la figura 43, aunque se producen 5 eventos en el bloque SSOD, el último evento no tiene por qué traducirse a una transmisión dado que el bloque lógica no lo aplica (véase apartado 4.2.5).

Si nos fijamos en la relación de eventos, el tiempo entre eventos es bastante similar mientras el sistema responde de forma lineal. Este intervalo se alarga con respecto al último, dado que entre el penúltimo y el último evento el sistema tiene respuesta de primer orden con constante de tiempo  $T$ . Con respecto al tiempo de asentamiento de la respuesta, los resultados teóricos de la ecuación (4.57) son muy similares a los de simulación, obteniendo el valor de 8,77 y 8,98 respectivamente ( lo que supone un error menor del 2,5 %).

Manteniendo las condiciones, realizamos pruebas para observar la influencia de los parámetros  $\Delta$  y  $\alpha$ . En primer lugar fijamos  $\alpha=0.5$  y variamos  $\Delta$  según el vector de valores [0.1 0.25 0.5].

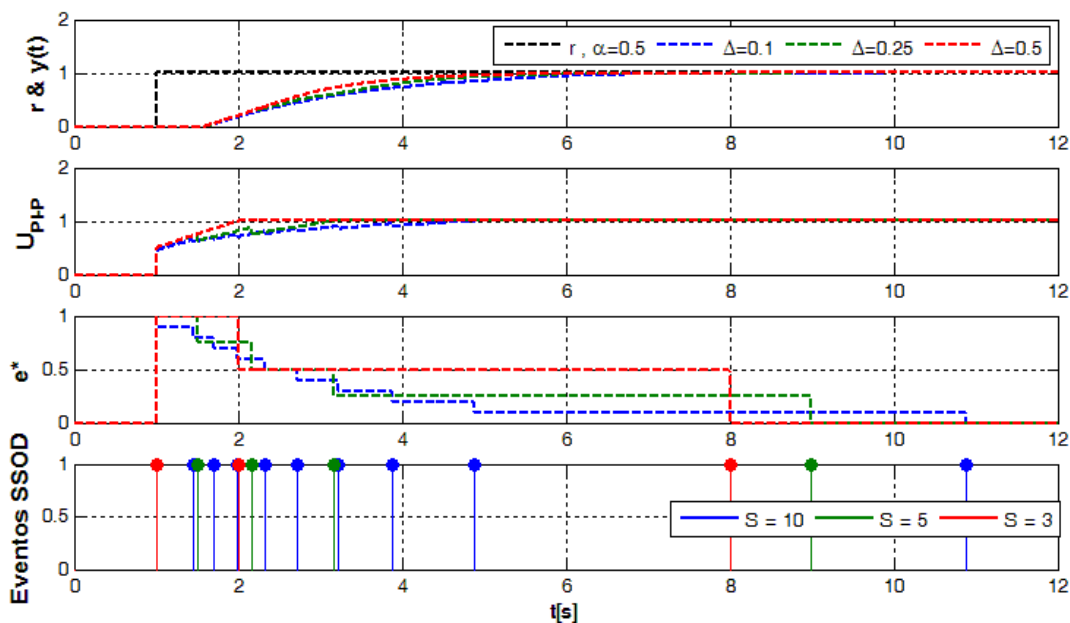


Figura 44: Modelo de primer orden. Respuesta en condiciones ideales con  $\Delta$  variable.

Cuando se mantiene el valor de  $\alpha$  y se varía  $\Delta$ , la diferencia más significativa de las respuestas viene dada por el número de eventos generado. Al igual que en el caso anterior, el número de eventos coincide con el teórico. Otro aspecto observable es el aumento de la agresividad de la respuesta cuanto mayor es  $\Delta$  debido a que, más tarda el bloque SSOD en

generar los eventos y tanto se mantienen las acciones de control. Dado que la acción de control inicial se corresponde con la máxima, la respuesta evoluciona con la máxima pendiente durante más tiempo. Esto también afecta al tiempo de asentamiento ya que, depende fundamentalmente del instante en que se conmute al controlador P. A partir de ese instante el tiempo necesario para alcanzar la referencia es aproximadamente el mismo independientemente de los valores de  $\Delta$  y  $\alpha$ . En la segunda prueba fijamos el valor de  $\Delta=0.25$  y variamos el parámetro  $\alpha$  según el vector  $[0.25 \ 0.5 \ 1]$ .

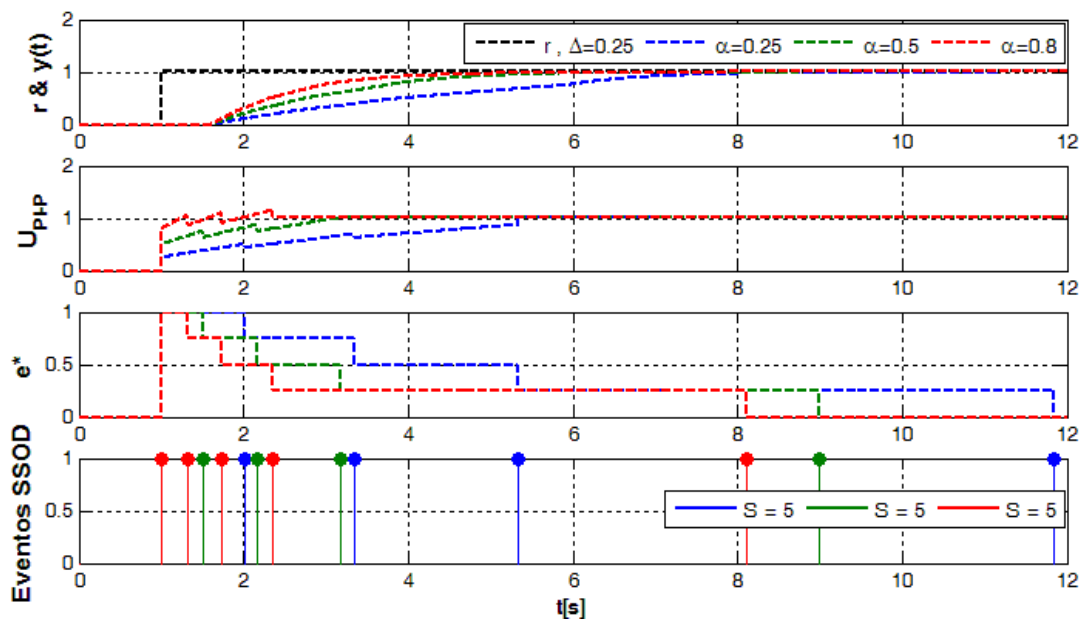
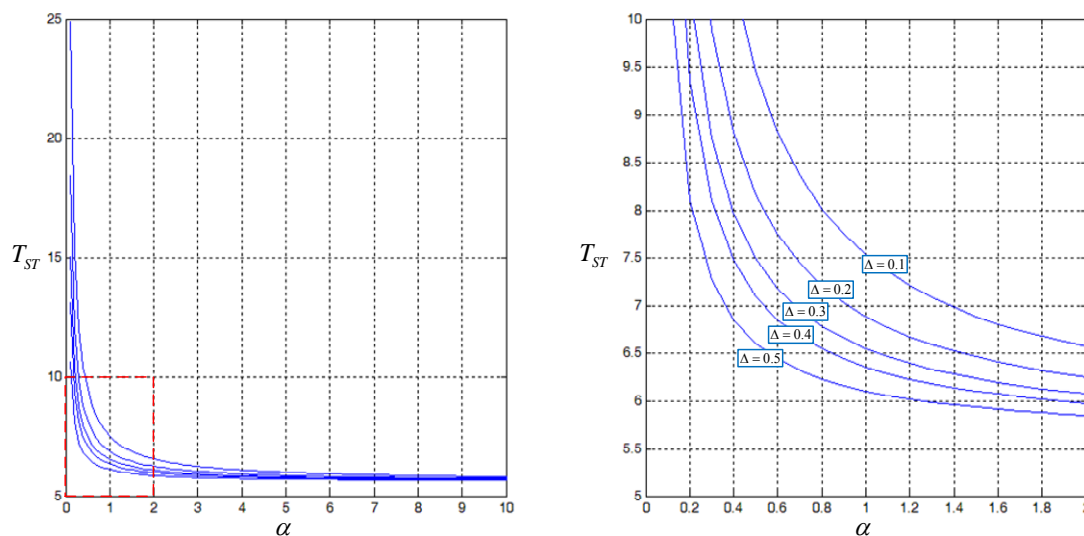


Figura 45: Modelo de primer orden. Respuesta en condiciones ideales con  $\alpha$  variable.

Tal como se esperaba en la prueba anterior, el número de eventos es el mismo en los tres casos dado que  $\Delta$  se ha mantenido constante. Si nos fijamos en las acciones de control generadas por el controlador PI-P, aunque la respuesta roja (para  $\alpha=0.8$ ) es la más rápida en cuanto al tiempo de asentamiento, el esfuerzo de control desarrollado es superior al que necesita el sistema en estado estacionario para alcanzar la referencia ( $U_{ss}=1$ ), lo que cobraría importancia si las acciones de control tiene valor añadido como un coste. En este sentido, la respuesta verde tiene un tiempo de asentamiento algo mayor que la roja pero el esfuerzo de control es más equilibrado, y en cualquier caso inferior al que necesitaría el sistema en estado estacionario. En el caso azul, el esfuerzo de control es el menor de todos, lo que repercute en una evolución más lenta de la respuesta y un tiempo de asentamiento mayor. En este estudio no se ha hecho, pero un aspecto interesante sería caracterizar las condiciones para las cuales las acciones de control son superiores a la necesarias en estado estacionario.

En lo que respecta a la sintonía del controlador, en este caso se supone que no se tendrían restricciones, pero siempre son deseables tiempos de asentamiento y esfuerzos de control bajos. En este sentido, tanto  $\Delta$  como  $\alpha$  están relacionados con el esfuerzo de control pero sobre todo este último (a mayor  $\alpha$ , mayor pendiente de la respuesta y señal de control).

Las figuras 46-a y b representan esto cierta medida. Esta figura muestra un conjunto de curvas que relacionan el tiempo de asentamiento ( $T_{ST}$ ) frente a los esfuerzos de control ( $\alpha$ ) para diferentes casos del parámetro  $\Delta$  (y por tanto de número de eventos).



**Figura 46:** Modelo de primer orden. Región de sintonía en condiciones ideales.

La figura 46-a representa la evolución de  $T_{ST}$  frente a  $\alpha$  para el proceso (4.15) habiéndose establecido  $r=1$ ,  $\alpha \in [0.1, 10]$  y  $\Delta$  para los casos [0.1 0.2 0.3 0.4 0.5]). La figura 46-b muestra una ampliación del cuadrante trazado en rojo en la figura 46-a, que correspondería a la zona en la que se deberían mover los parámetros de sintonía bajo las condiciones tratadas (sin restricciones, véase 4.3.7 y 4.2.6). Esta representaría la zona donde el tiempo de asentamiento y los esfuerzos de control son los menores para un valor de  $\Delta$  y  $r$  dados. A partir de dicha gráfica podemos obtener el valor de sintonía de  $\alpha$  que nos daría un tiempo de asentamiento concreto y con la garantía de que no existan sobreesfuerzos de control.

Antes de imponer restricciones al proceso, se realiza una nueva prueba para ver el comportamiento del sistema ante una referencia cambiante (constante a trozos).

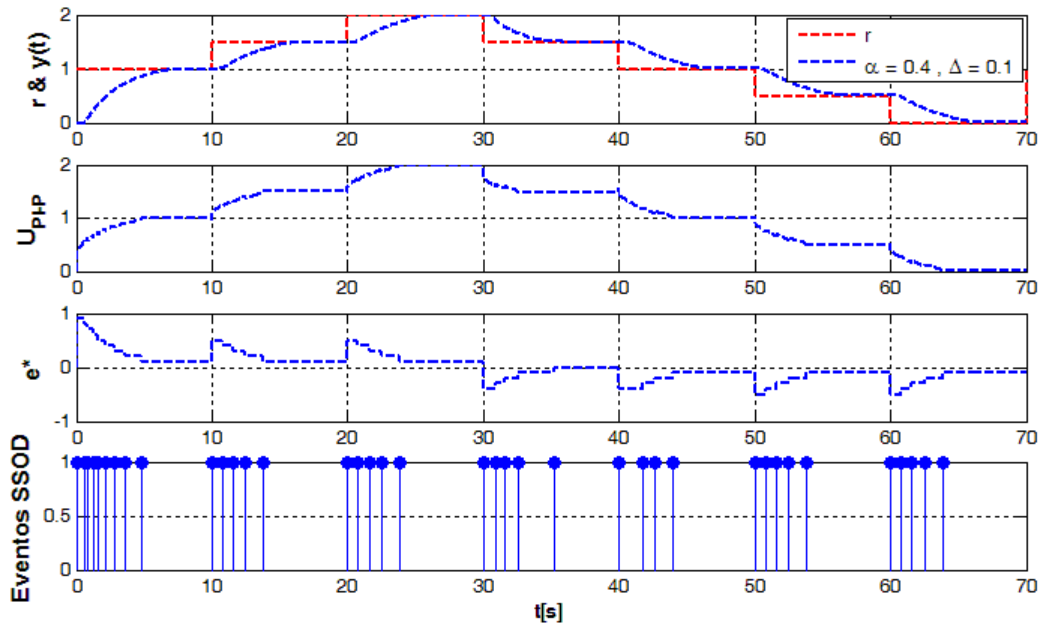


Figura 47: Modelo de primer orden. Respuesta ante cambios en la referencia.

Como era de esperar, en condiciones ideales el sistema tiende en todo momento a la referencia según la dinámica que le marque en cada caso el error muestreado.

### 5.2.2. Restricciones en el actuador.

Otro caso sería aquel en el que se parte de una restricción física en el actuador. Sólo se ha contemplado la limitación de la tasa de crecimiento de la señal de control dado que la problemática de las saturaciones se considera salvada con el esquema anti-windup. Partiendo de la región de sintonía de la figura 46, al existir una restricción dada  $SR$  (apartado 4.2.6), la región admisible del caso ideal se ve reducida. En este caso el producto  $j_{\max} \Delta \alpha$  debería ser inferior a la cota marcada por  $SR$ , lo que se representa gráficamente en la figura 48 como un valor máximo para  $\alpha$  en cada curva. En este ejemplo  $SR = 0.5$  y la cota de  $\alpha$  en cada curva se expone en la esquina superior derecha de la figura.

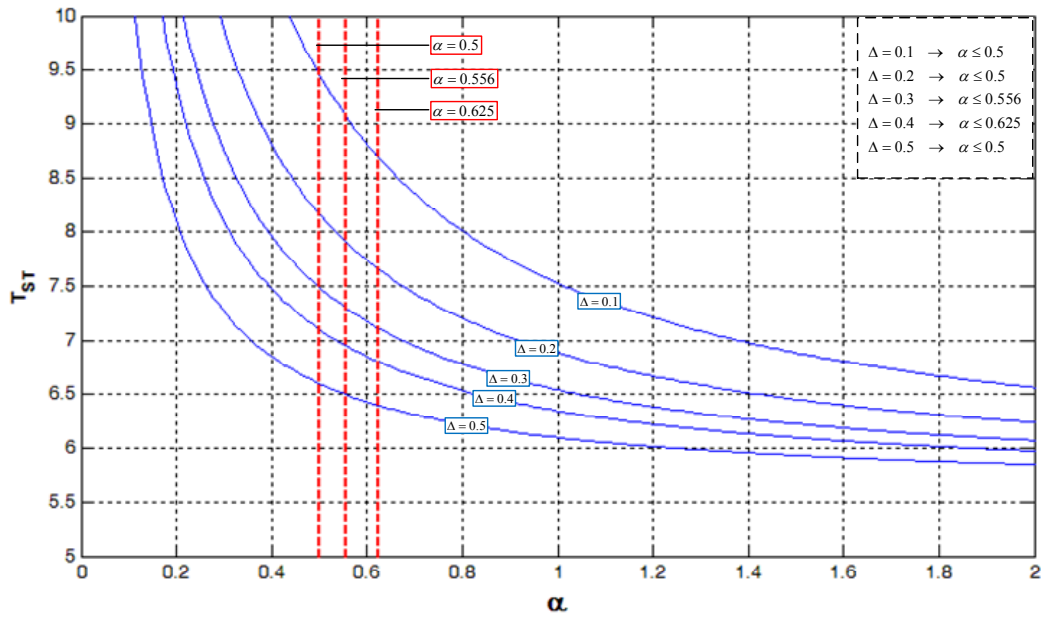


Figura 48: Modelo de primer orden. Región de sintonía con restricciones en el actuador.

El que no se cumpla la restricción para un  $\Delta$  especificado puede desembocar en un comportamiento oscilatorio como se comentó previamente. La figura 49 expone un ejemplo al respecto considerando la curva de  $\Delta = 0.1$  y su restricción en cuanto a  $\alpha \leq 0.5$ .

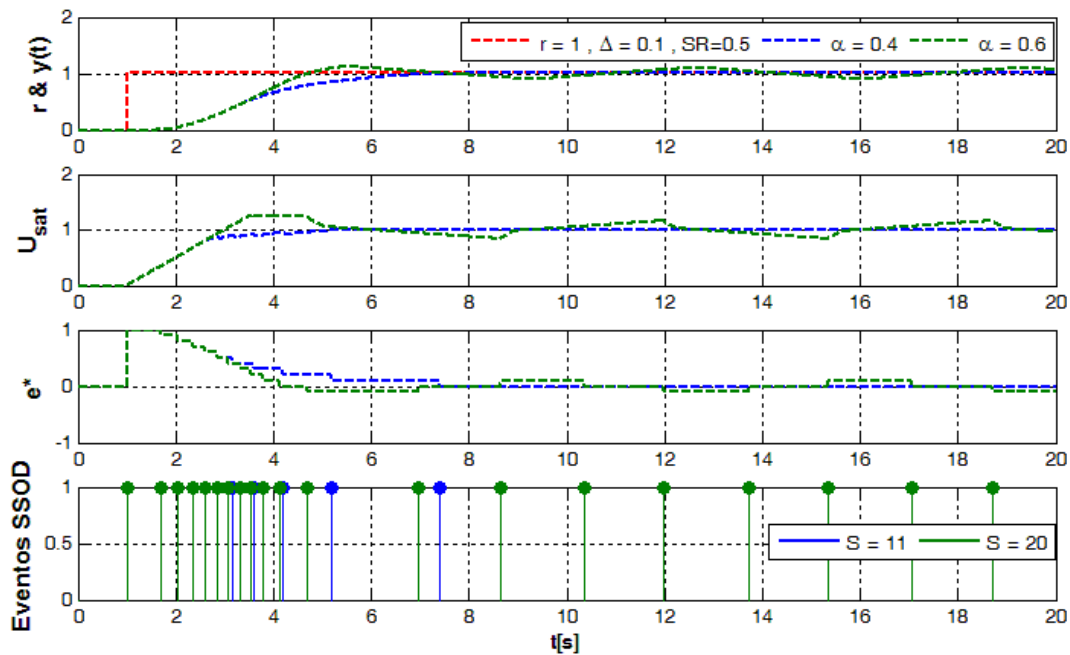


Figura 49: Modelo de primer orden. Sintonía para compensación de la restricción en el actuador.

Para un valor de  $\alpha$  inferior a la cota de 0.5, el sistema alcanza el estado de equilibrio en torno a la referencia sin sobreoscilaciones. Bien es cierto que, como consecuencia de la restricción, el sistema presenta cierto error en estado estacionario, lo que se debe a la limitación inicial de la señal de control. Este error será tanto menor cuanto más se aleje  $\alpha$  de la cota máxima marcada por la restricción.

### 5.2.3. Perturbaciones.

Un aspecto muy presente en los procesos industriales son las perturbaciones. En este estudio se ha analizado el efecto de las perturbaciones de tipo escalón tanto a la entrada como a la salida del proceso. Las gráficas 50 y 51 muestran la respuesta del sistema ante perturbaciones de tipo escalón aplicadas a la entrada del proceso. En la primera, se observa la respuesta del sistema ante una perturbación positiva  $r=1$  en los instantes  $t_{du}=[2 \ 4 \ 6 \ 8]$  segundos, mientras que en la segunda la magnitud de la perturbación es de sentido opuesto.

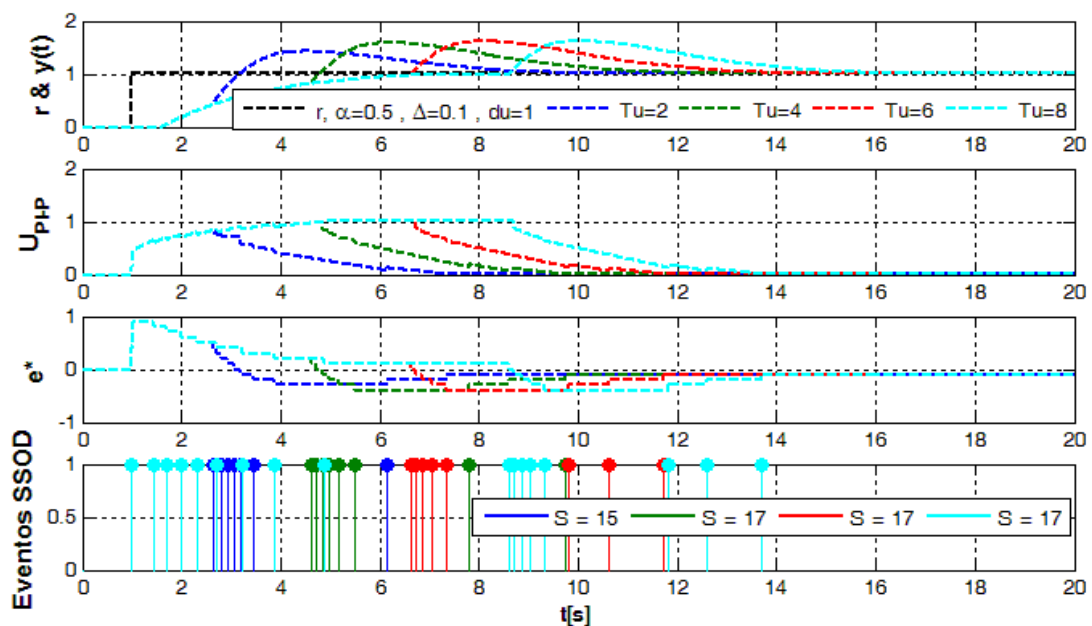


Figura 50: Modelo de primer orden. Perturbación positiva a la entrada en diferentes instantes.

Como se deduce de los resultados y se vio en el estudio teórico, la perturbación escalón añade una dinámica de primer orden a la realimentación del sistema  $y_r$ . Tal como muestra la prueba, esta dinámica es compensada por el controlador con independencia del momento en que se produce y, en un tiempo razonable. El número de eventos desencadenado depende de los estados de error que alcance el bloque SSOD como consecuencia de la perturbación, variando levemente de una respuesta a otra.

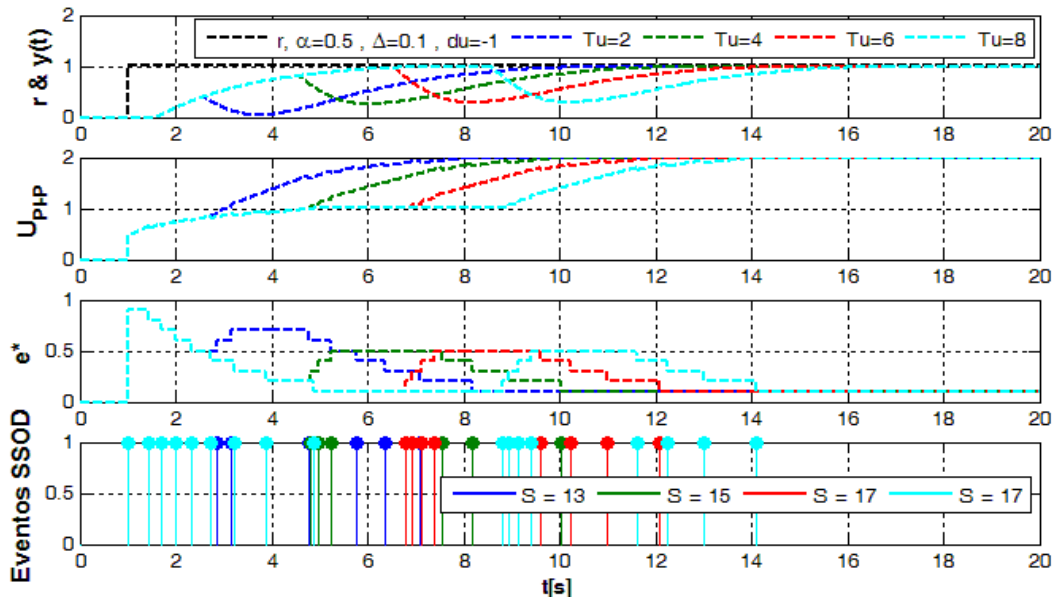


Figura 51: Modelo de primer orden. Perturbación negativa a la entrada en diferentes instantes.

Tanto en caso de una perturbación positiva como negativa el sistema alcanza satisfactoriamente la referencia para las condiciones de ejemplo. En algunos casos, una perturbación de este tipo puede incluso favorecer la respuesta del sistema, si esta se produce de manera temprana después de haberse producido un cambio en la consigna. En las siguientes pruebas se evalúa la influencia de  $\alpha$  y  $\Delta$  sobre la respuesta perturbada.

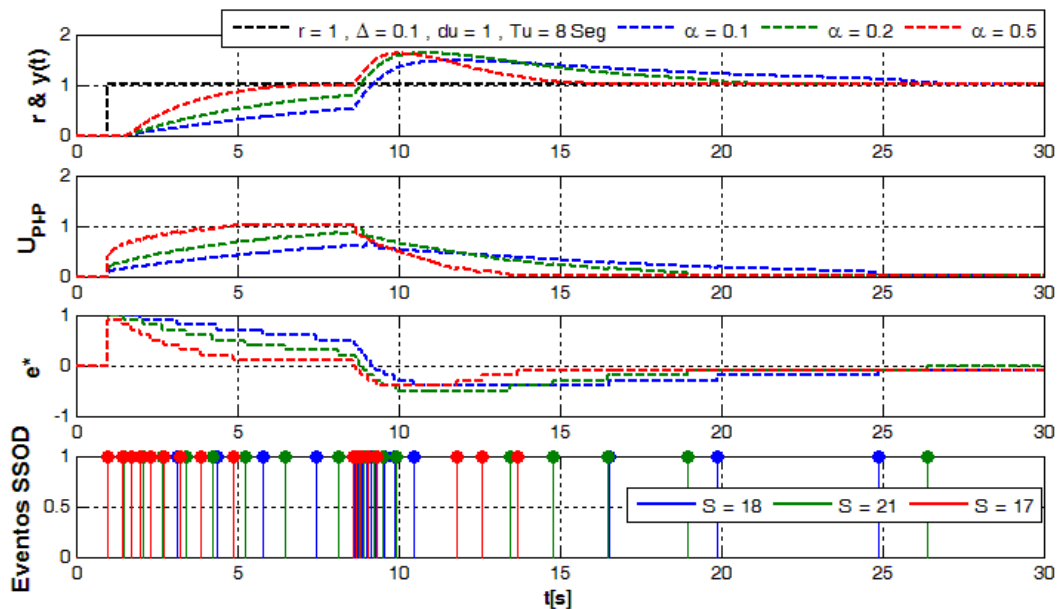


Figura 52: Modelo de primer orden. Perturbación a la entrada.  $\Delta$  fijo y  $\alpha$  variable.

El aumento de  $\alpha$  contribuye a la compensación de la perturbación en la entrada.



La figura 53 expone es efecto que puede producir un valor demasiado elevado del umbral  $\Delta$  ante una gran perturbación. En la respuesta roja de la figura 53, el umbral es elevado para el tipo de perturbación y solo se alcanza el primer estado consecuencia del error, ocasionando una respuesta de tipo proporcional grande y tardía que hace que el sistema no se estabilice y oscile.

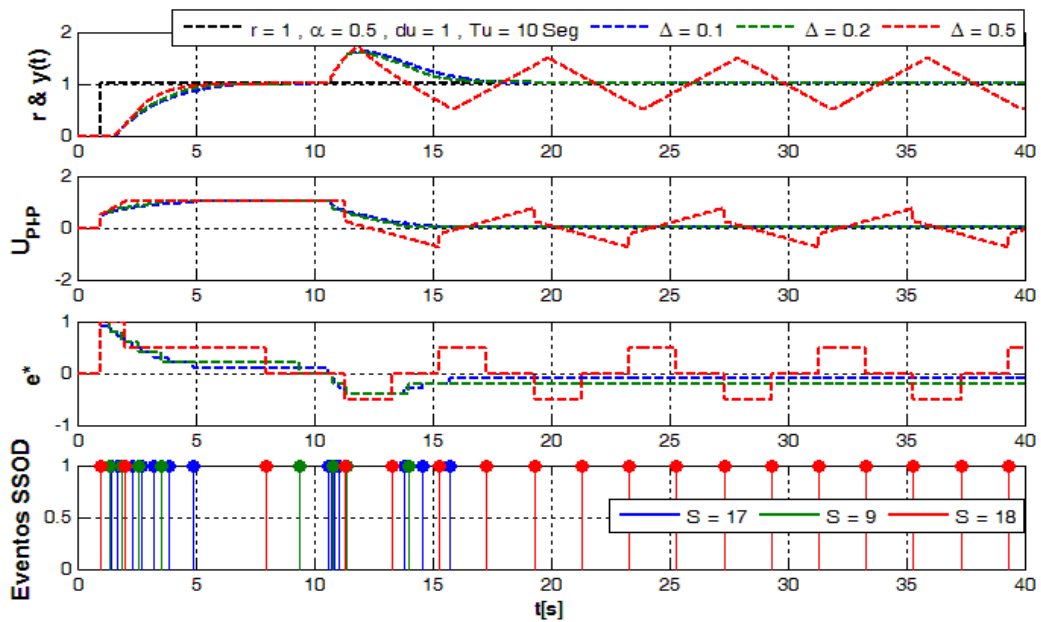


Figura 53: Modelo de primer orden. Perturbación a la entrada.  $\alpha$  fijo y  $\Delta$  variable.

Las siguientes gráficas muestran los resultados de reproducir los experimentos anteriores sobre la salida del proceso. Tanto la magnitud, como los instantes de aplicación de las perturbaciones son similares a las de las pruebas anteriores.

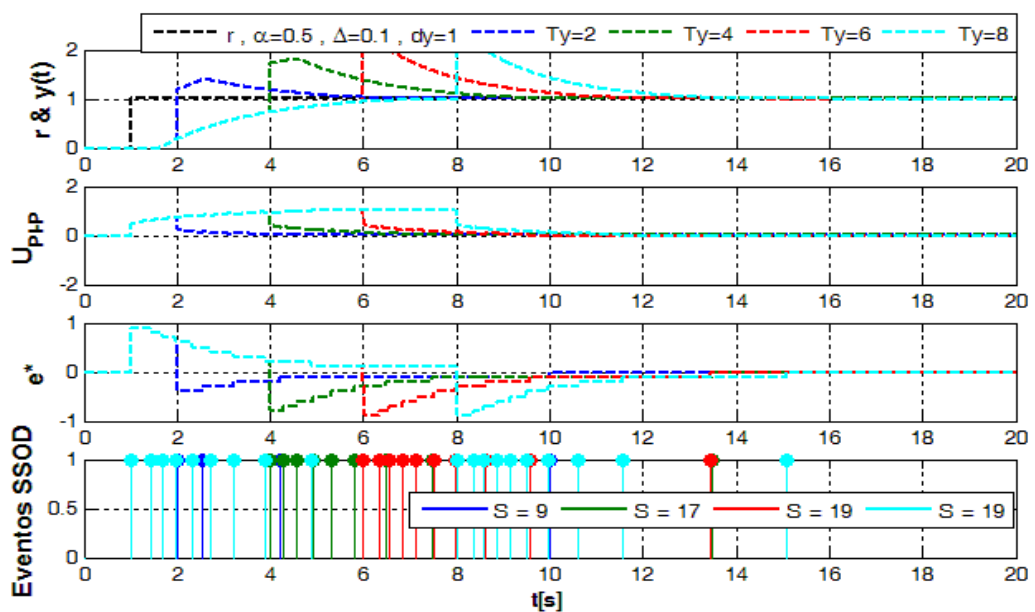


Figura 54: Modelo de primer orden. Perturbación positiva a la salida en diferentes instantes.

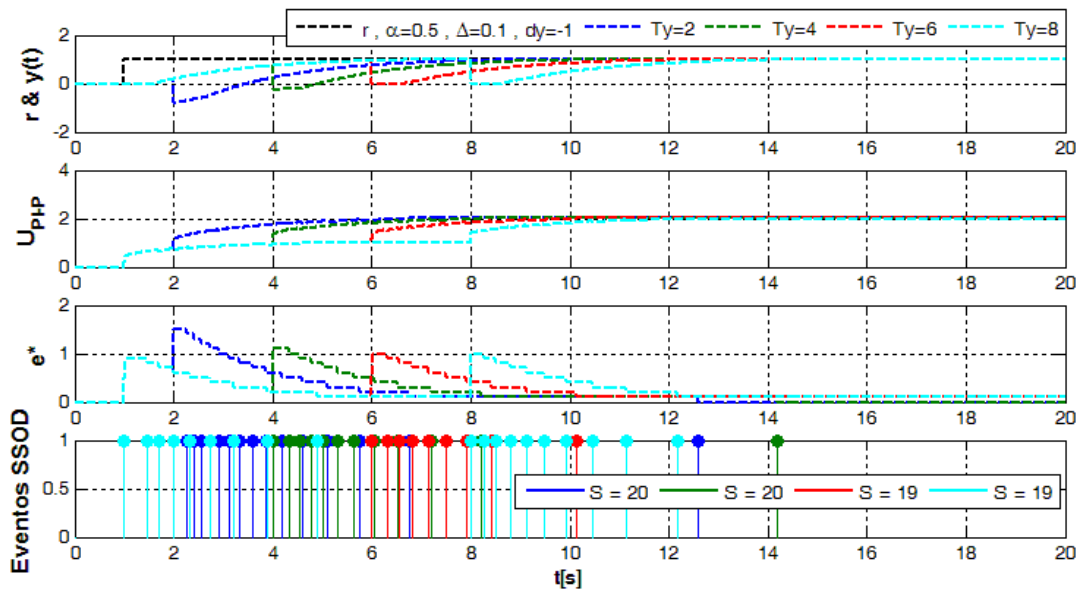


Figura 55: Modelo de primer orden. Perturbación positiva a la salida en diferentes instantes.

Una perturbación de tipo escalón a la salida (figuras 54 y 55) añade una dinámica a la realimentación  $y$ , similar a la de un cambio en la referencia, y como puede resultar lógico, el sistema las compensa de manera más eficaz que las de entrada.

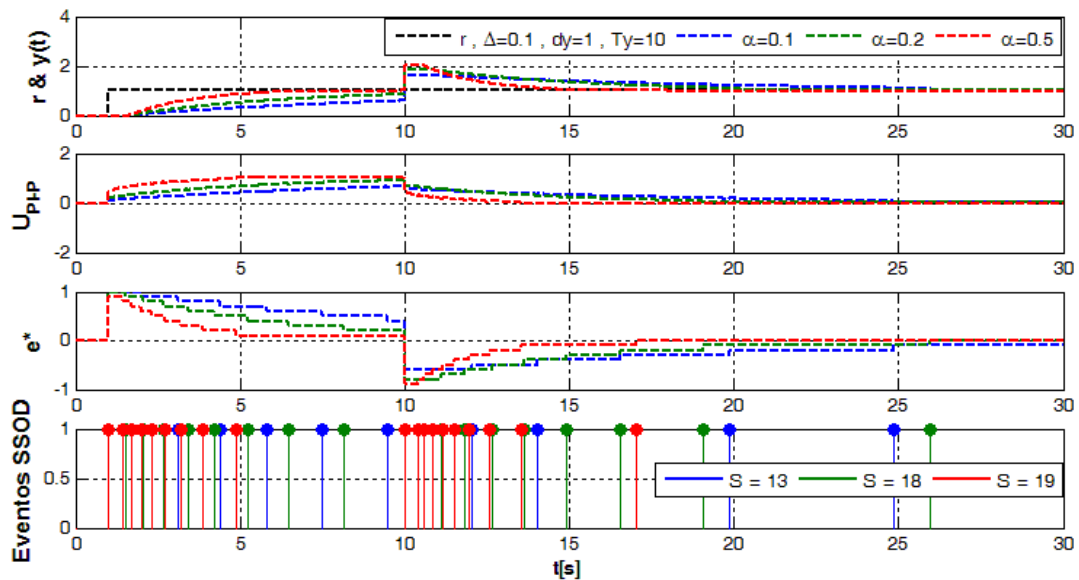


Figura 56: Modelo de primer orden. Perturbación a la salida.  $\Delta$  fijo y  $\alpha$  variable.

Al igual que en las perturbaciones a la entrada,  $\alpha$  contribuye a la convergencia de la respuesta perturbada (figura 56).

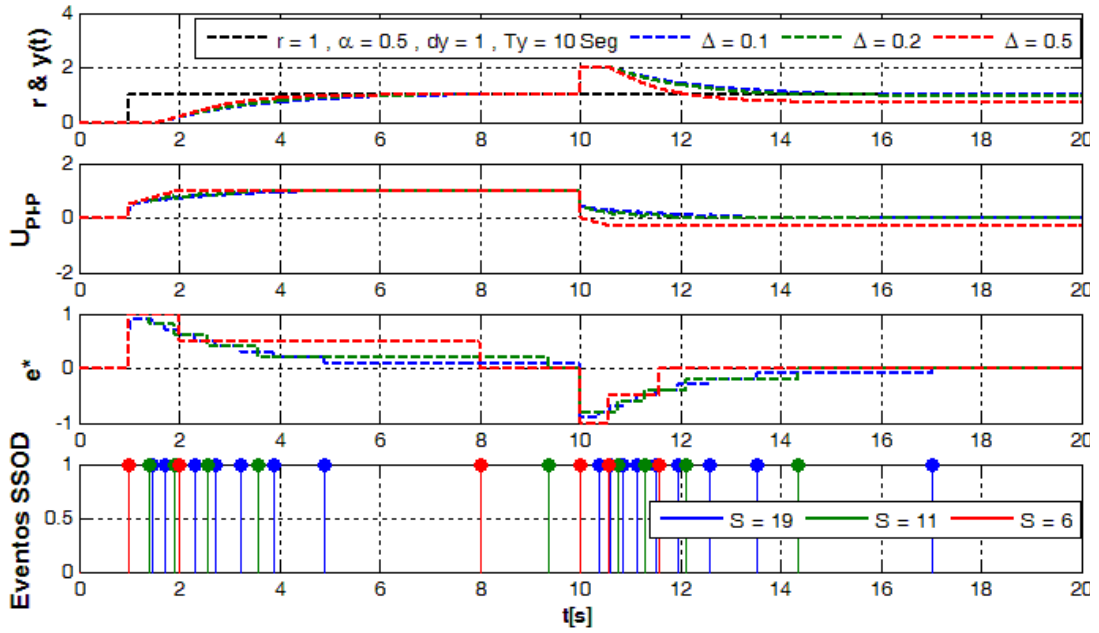


Figura 57: Modelo de primer orden. Perturbación a la entrada.  $\alpha$  fijo y  $\Delta$  variable.

El valor de  $\Delta$  también influye en la velocidad de la compensación de la perturbación, pero al igual que en el caso de la perturbación a la entrada, elevar  $\Delta$  demasiado puede tener cierto efecto perjudicial.

### 5.2.4. Incertidumbre en modelo.

A continuación se exponen dos pruebas en presencia de incertidumbre donde se compara la respuesta con y sin compensación (ecuación (4.50)). En la figura 58, el modelo diseñado presenta una diferencia de -50% respecto al modelo en  $L$ . En la figura 59 la incertidumbre es del -20 % en el parámetro  $T$ . Los valores de  $\alpha$  y  $\Delta$  son aleatorios.

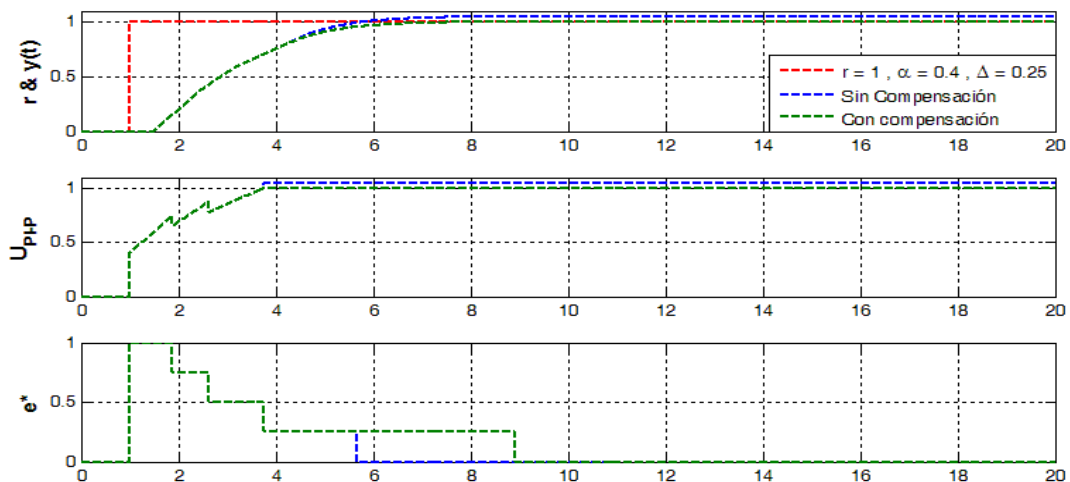


Figura 58: Modelo de primer orden. Compensación de la incertidumbre en  $L$ .

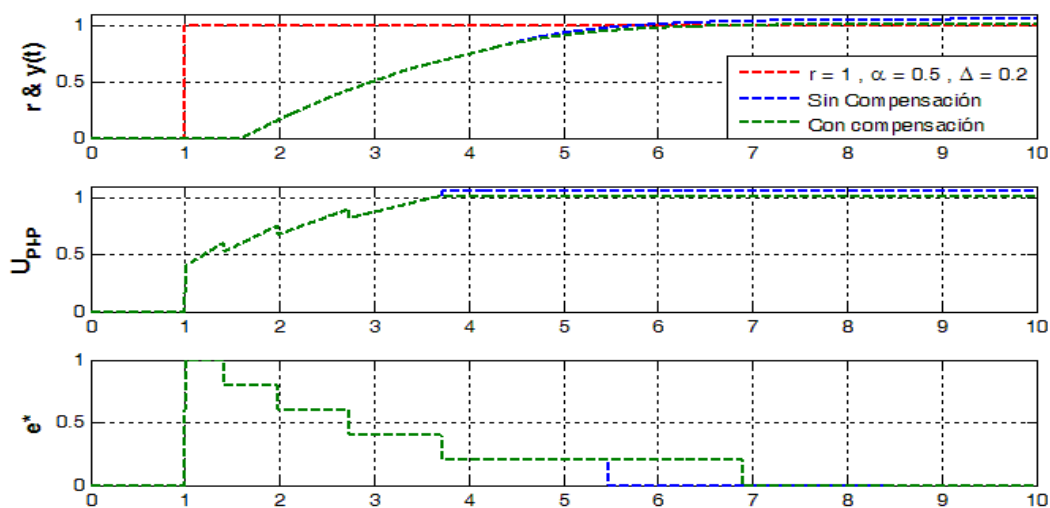


Figura 59: Modelo de primer orden. Compensación de la incertidumbre en  $T$ .

En ambos ejemplos el sistema compensa la respuesta reduciendo fuertemente el error en estado estacionario consecuencia de la incertidumbres estructuradas en  $L$  y  $T$  respectivamente.

### 5.2.5. Comparación con otros controladores.

En este apartado se comparan los resultados del sistema diseñado con los de otros controladores aplicando los índices de rendimiento especificados previamente. La comparativa parte de los resultados de varias especificaciones de sintonía del sistema diseñado, y estos se han contrastado con los del sistema por eventos desarrollado en [36], base para el desarrollo actual, así como con los de un sistema planificado en tiempo con controlador PI y donde la sintonía se ha realizado según la regla tradicional de Ziegler-Nichols.

Se han realizado tres tipos de comparativas; una considerando condiciones ideales, otra considerando una perturbación a la entrada del proceso, y otra considerando incertidumbres en los parámetros  $L$  y  $T$  del modelo. En cada una de las comparativas se han empleado los mismos valores de sintonía en los tres controladores. En el caso del controlador diseñado, se realizan cinco simulaciones por cada prueba en las cuales,  $\alpha = 0.5$  y  $\Delta$  varía según el vector  $[0.1 \ 0.125 \ 0.2 \ 0.25 \ 0.5]$ . En el caso del controlador planificado por eventos incluido en [36], se ha realizado una simulación por prueba desarrollando la sintonía tal como se indica en el mismo ( $K_p = 0.6172$  y  $K_I = 1.115$ ). En el caso del controlador planificado en tiempo se realiza una simulación por prueba aplicando la regla de sintonía de Ziegler-Nichols.

En cada prueba se recogen los resultados de cada índice de rendimiento a modo de tabla. En cada una de ellas se resaltan los mejores valores para cada índice, y estas se acompañan de una gráfica con un ejemplo de simulación de los controladores de forma que se comprendan mejor los resultados obtenidos. Así pues, la figura 60 y la tabla 6 recogen la primera prueba (condiciones ideales).

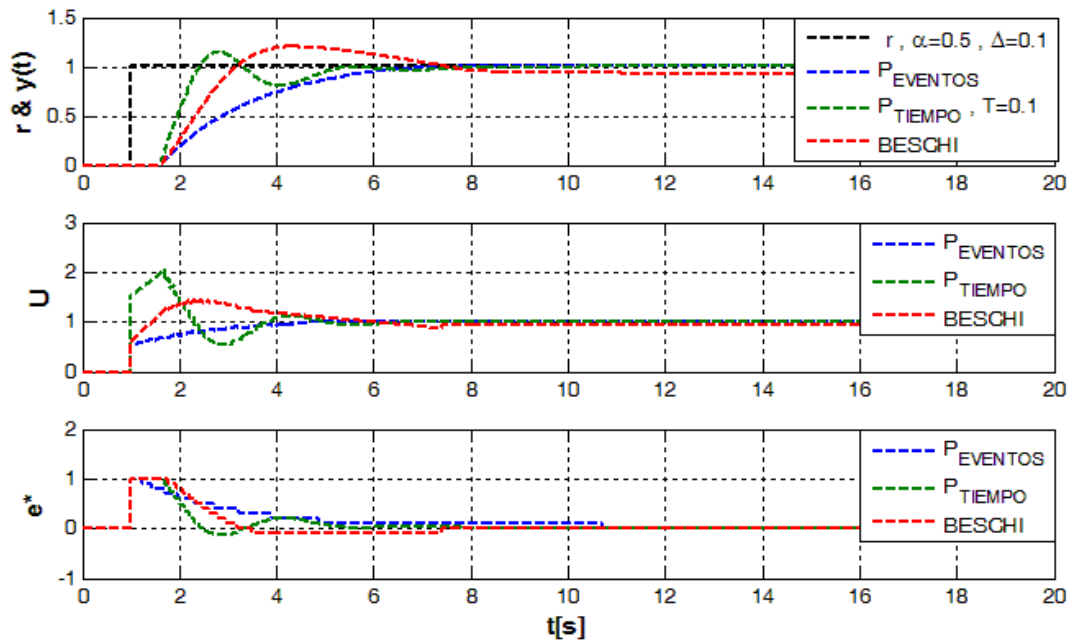


Figura 60: Modelo de primer orden. Comparación de controladores en condiciones ideales.

Índices	P. Tiempo	Beschi	Propuesto	Propuesto	Propuesto	Propuesto	Propuesto
$\Delta$	--	<b>0.1</b>	<b>0.1</b>	<b>0.125</b>	<b>0.2</b>	<b>0.25</b>	<b>0.5</b>
S	200	13	11	9	6	5	3
$S_m$	10	2.0309	1.347	0.9284	0.6189	0.5158	0.3095
$T_m$	0.1	0.3271	0.5918	0.5331	0.5331	0.5331	0.5331
IAE	2.6062 e4	3.7926 e4	3.0327 e3	2.9580 e3	2.7699 e3	2.6648 e3	2.2795 e3
IAU	1.8933 e5	1.8812 e5	1.6947 e5	1.7028 e5	1.7230 e5	1.7344 e5	1.7761 e5
IAEP	--	0.5908	1.1858	1.1531	1.0705	1.0518	0.9612
IAD	--	1.1864 e4	4.2647 e3	3.5175 e3	1.6369 e3	0.5854 e3	3.2674 e3
E.S.S.	0.000233	0.0778	-0.0003	-0.0004	-0.0006	-0.0007	-0.0012
C.L.	No	No	No	No	No	No	No

Tabla 6: Modelo de primer orden. Índices de rendimiento en condiciones ideales.

Según los resultados, el esquema de control que necesita menos eventos de muestreo es el propuesto y además, con independencia del valor de  $\Delta$  que consideremos. En condiciones ideales el número de muestreos se puede reducir a tres ( $\Delta = 0.5$ ), y como ya se comentó esto supondría dos transmisiones al controlador y no tres. De igual manera, los esfuerzos de control del sistema propuesto son inferiores a los de los otros controladores. Esto se debe fundamentalmente a que con el controlador propuesto la respuesta no es tan agresiva, y en ningún caso presenta sobrepasos. No obstante, a pesar de que la respuesta del sistema propuesto es más lenta, los tiempos de asentamiento son muy similares en los tres casos. Además se debe

tener en cuenta que el ejemplo mostrado en la gráfica es el que tiene el tiempo de asentamiento más elevado (el menor valor de  $\Delta$ ). Otra característica a destacar del controlador propuesto es el bajo error en estado estacionario que presenta con respecto al otro controlador planificado por eventos, y que da un resultado muy similar al de controlador planificado en tiempo.

En la segunda prueba (figura 61 y tabla 7 respectivamente) se somete al sistema a una perturbación a la entrada de valor uno en el instante  $t = 10$  segundos.

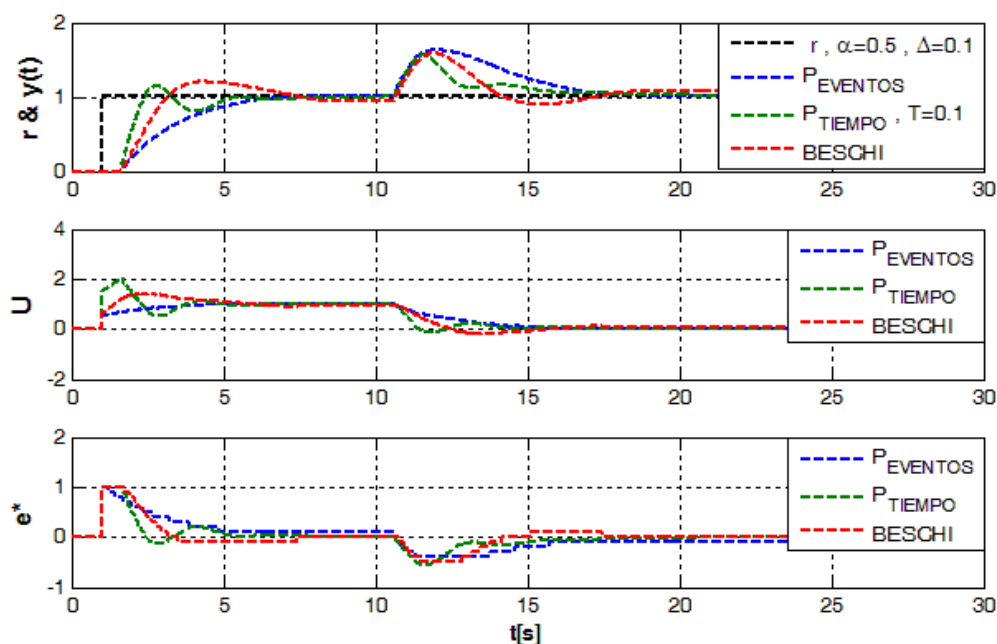


Figura 61: Modelo de primer orden. Comparación de controladores con perturbación a la entrada.

Índices	P. Tiempo	Beschi	Propuesto	Propuesto	Propuesto	Propuesto	Propuesto
$\Delta$	--	0.1	0.1	0.125	0.2	0.25	0.5
S	300	25	18	14	9	7	13
$S_m$	10	1.5187	1.2237	0.9518	0.6119	0.8838	0.8838
$T_m$	0.1	0.1017	0.0684	0.0683	0.0683	0.0683	0.0683
IAE	6.2644 e4	8.492 e4	7.6817 e4	7.5455 e4	6.9332 e4	6.2595 e4	8.3016 e4
IAU	26.202 e4	27.964 e4	24.743 e4	24.859 e4	24.871 e4	24.953 e4	29.098 e4
IAEP	--	0.9542	2.1315	2.0307	1.3178	1.9783	4.9279
IAD	--	2.2228 e4	1.4173 e4	1.2811 e4	0.6688 e4	0.9951 e4	2.0372 e4
E.S.S.	-0.00032	-0.0735	-0.0052	-0.0074	-0.0251	0.051	--
C.L.	No	No	No	No	No	No	[-0.5,0.5]

Tabla 7: Modelo de primer orden. Índices de rendimiento con perturbación a la entrada.

En este caso los mejores resultados se vuelven a obtener en el controlador propuesto, pero como parece razonable, no existen una sintonía que mejore todos los índices de rendimiento. Los errores en estado estacionario vuelven a ser bajos en este caso, así como el

número de muestreos, pero como contrapartida, si se aumenta demasiado el umbral de evento, el sistema con el controlador propuesto puede incurrir en un ciclo límite, tal como se comentó en ejemplos previos.

En la última prueba (figura 62 y tabla 8) se considera que los parámetros del modelo  $T$  y  $\Delta$  no están perfectamente identificados, asumiendo en cada uno una desviación del -20 % con respecto al modelo del proceso.

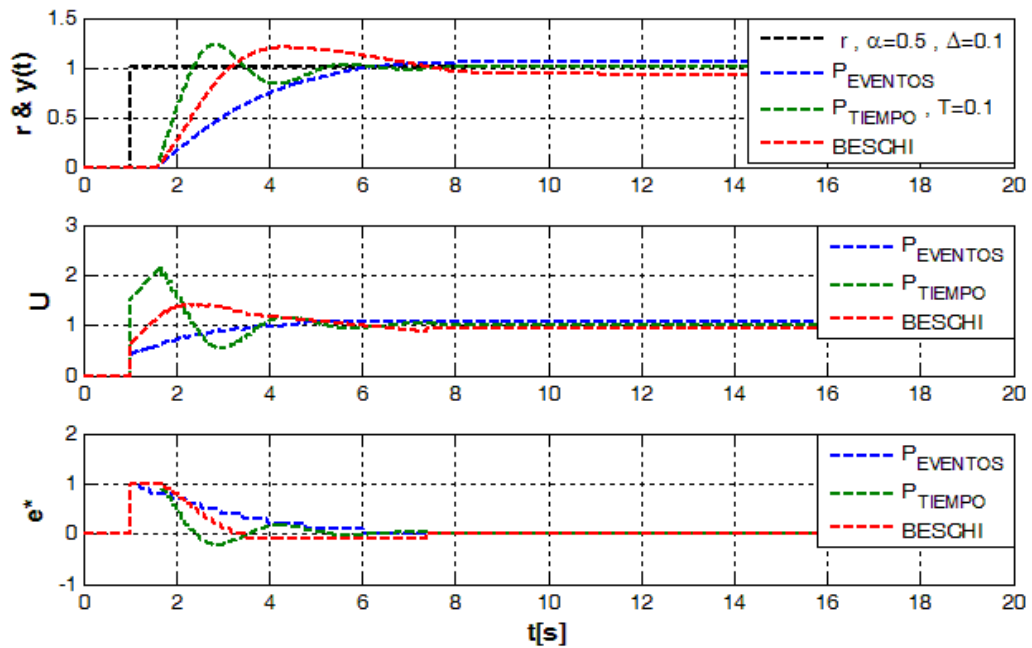


Figura 62: Modelo de primer orden. Comparación de controladores. Incertidumbre en  $L$  y en  $T$ .

Índices	P. Tiempo	Beschi	Propuesto	Propuesto	Propuesto	Propuesto	Propuesto
$\Delta$	--	0.1	0.1	0.125	0.2	0.25	0.5
S	200	13	11	9	6	5	3
$S_m$	10	2.039	2.1799	1.7836	1.1891	0.9909	0.5945
$T_m$	0.1	0.3271	0.1356	0.1186	0.1186	0.1186	0.1186
IAE	2.5313 e4	3.7926 e4	3.5806 e4	3.5851 e4	3.6676 e4	3.6616 e4	3.5233 e4
IAU	17.496 e4	18.812 e4	17.496 e4	17.697 e4	18.130 e4	18.444 e4	19.242 e4
IAEP	--	0.5845	0.9922	0.8934	0.6957	0.6262	0.5139
IAD	--	1.2613 e4	1.0493 e4	1.0538 e4	1.1363 e4	1.1303 e4	0.9920 e4
E.S.S.	0.0000144	0.0778	-0.0495	-0.0580	-0.0783	-0.0891	-0.1082
C.L.	No	No	No	No	No	No	No

Tabla 8: Modelo de primer orden. Índices de rendimiento ante incertidumbre en  $L$  y  $T$ .

En presencia de la incertidumbre los resultados son muy similares a los de las pruebas realizadas en condiciones ideales, con la salvedad, de que el error en estado estacionario del sistema se incrementa. Los efectos de la incertidumbre fueron analizados en el apartado 4.3.4.

Conociendo su influencia se podrían diseñar mecanismos para estimarla y a partir de su medida compensarla como se comprobó previamente. De esta manera el sistema se comportaría de forma prácticamente ideal.

A partir de las pruebas realizadas se ha podido contrastar la eficacia de controlador propuesto con respecto a un controlador planificado en tiempo. Las pruebas muestran una mejora sustancial del número de eventos generado, no solo con respecto al sistema planificado en tiempo, sino también con respecto al esquema planificado por eventos base del trabajo, e incluido en [36]. Aunque la respuesta del sistema en general es más lenta, su tiempo de asentamiento no difiere sustancialmente de los otros controladores, fundamentalmente porque el sistema de control está diseñado para no presentar sobrepasos. Esto en cierta manera también es una ventaja porque repercute en menos esfuerzos de control. El punto débil del controlador propuesto son las incertidumbres y los errores de modelado, no obstante, la consecuencia fundamental es el incremento del error en estado estacionario, aspecto que se puede compensar si se desarrollan mecanismos para estimar la incertidumbre.

### 5.3. Modelo de segundo orden.

En este punto se pretende evaluar la eficacia del controlador ante ejemplo de plantas de este tipo, lo que puede servir de base para futuros diseños y estudios. Los modelos de segundo orden también representan la dinámica de muchos procesos típicos del ámbito industrial. El controlador propuesto responde fundamentalmente como un PI y por lo tanto puede atacar plantas de diferente complejidad con resultados razonables. En el caso presente, el controlador se ha diseñado partiendo de modelos de primer orden con retardo y aunque el modelo de segundo orden no representa una dinámica compleja, su respuesta no tiene porque ser la óptima, pudiendo ser aceptable. Este caso podría corresponder al de control de un sistema de primer orden donde existe incertidumbre o errores de modelado.

$$P(s) = \frac{K}{(Ts + 1)(\eta Ts + 1)} \quad (5.5)$$

En este caso y con vistas a la sintonía, podría ser razonable tomar dos decisiones; la primera podría ser sintonizar el controlador para anular el polo dominante, al igual que se hacía con el modelo de primer orden, y la segunda, sería aproximar el modelo a una planta de primer orden y realizar procedimiento de diseño habitual.

En el primer caso, dada la función de transferencia (5.5), el polo dominante dependerá del valor de  $\eta$  de manera que para  $0 < \eta < 1$ , el polo dominante será  $(Ts + 1)$  y para  $\eta > 1$  el polo



dominante será  $(\eta Ts + 1)$ . La diferencia fundamental respecto a la sintonía dependerá del valor de  $T_i$ , siendo  $T_i = T$  o  $T_i = \eta T$  según el caso.

En el otro caso se realiza una reducción de orden del modelo a uno de primer orden con retardo. Para la reducción se ha considerado la metodología de la regla de la media de Skogestad recogida en [37]. Si se toma como ejemplo de proceso de segundo orden aquel en el que  $\kappa = 1$ ,  $T = 1$  y  $\eta = 0.5$ , se obtiene:

$$P(s) = \frac{1}{(s+1)(0.5s+1)} \quad (5.6)$$

A partir de (5.6), aplicando la regla de Skogestad se obtiene el modelo aproximado  $P_a$ :

$$P_a(s) = \frac{1}{(s+1)} e^{-0.5s} \quad (5.7)$$

En la figura 63 se compara la respuesta de modelo real y del aproximado pudiendo observar una similitud razonable.

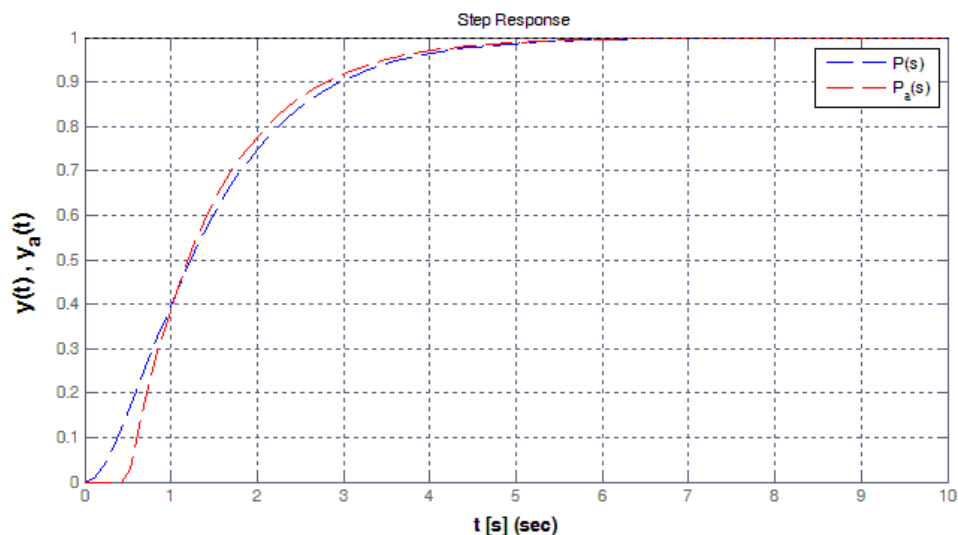


Figura 63: Modelo de segundo orden. Respuestas ideal y aproximada.

Una prueba con ambos métodos de sintonía sugiere el uso del segundo, dado que responde con menor error en estado estacionario (figura 64).

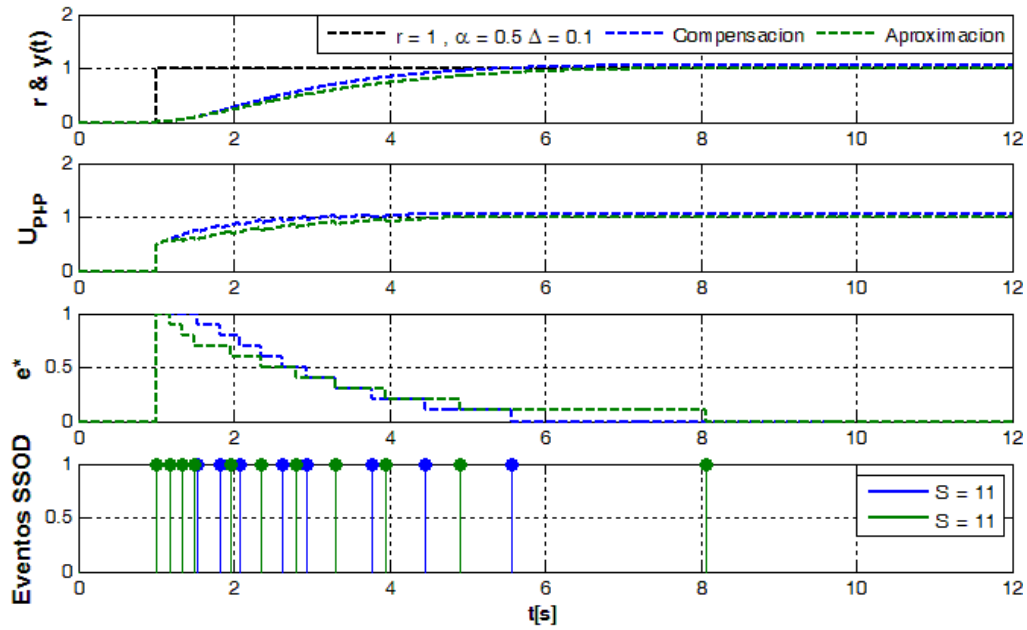


Figura 64: Modelo de segundo orden. Comparación de respuestas compensación y aproximación.

Centrando las pruebas en el segundo método planteado, se ha evaluado la eficacia del controlador con este tipo de proceso.

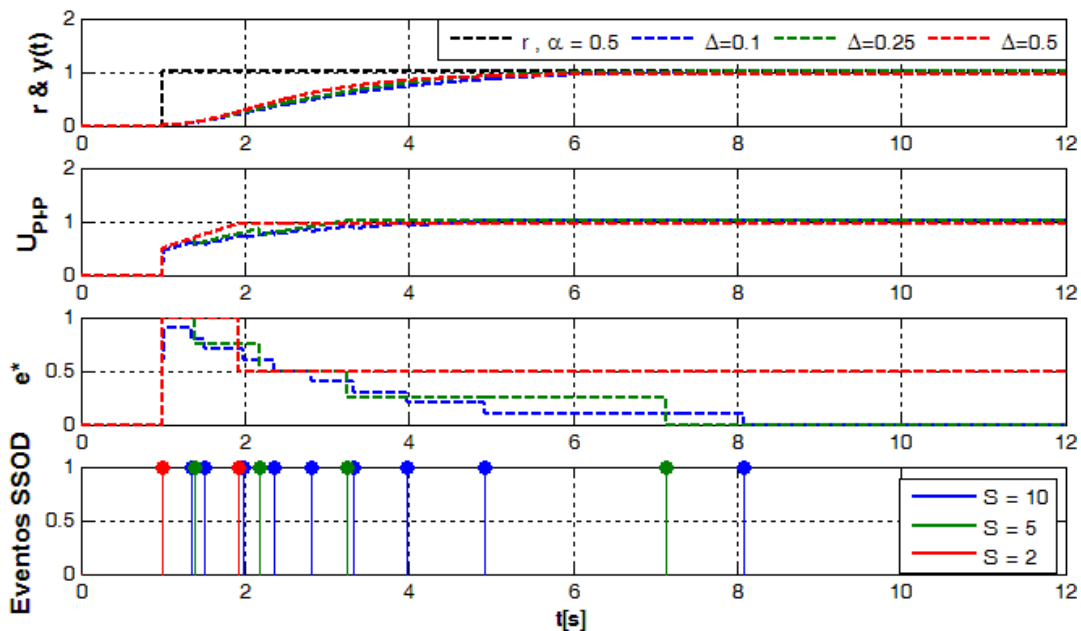


Figura 65: Modelo de segundo orden. Respuesta en condiciones ideales.  $\alpha$  fijo y  $\Delta$  variable.

Cuando el modelo del sistema es aproximado y no es posible estimar la incertidumbre, una posible opción puede ser reducir el umbral de evento. Cuanto más se reduzca menor será el error en estado estacionario conseguido por el sistema. Como contrapartida, la tasa de eventos

se incrementará en consecuencia. En nuestro caso como el modelo es aproximado, se ha establecido un umbral de evento  $\Delta = 1$  para las diferentes pruebas.

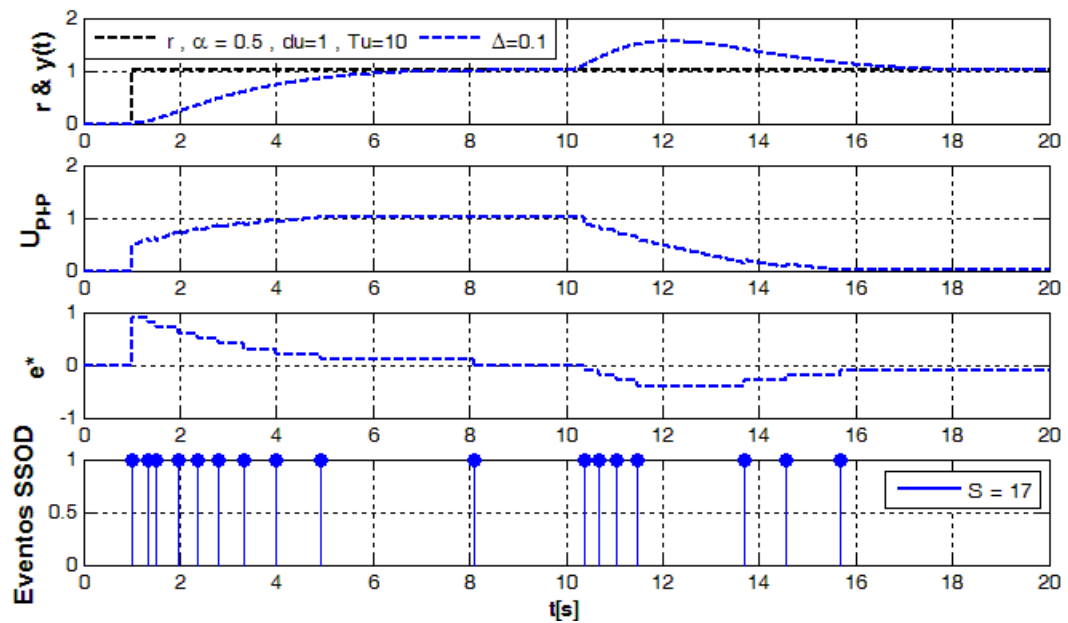


Figura 66: Modelo de segundo orden. Respuesta ante perturbaciones a la entrada.

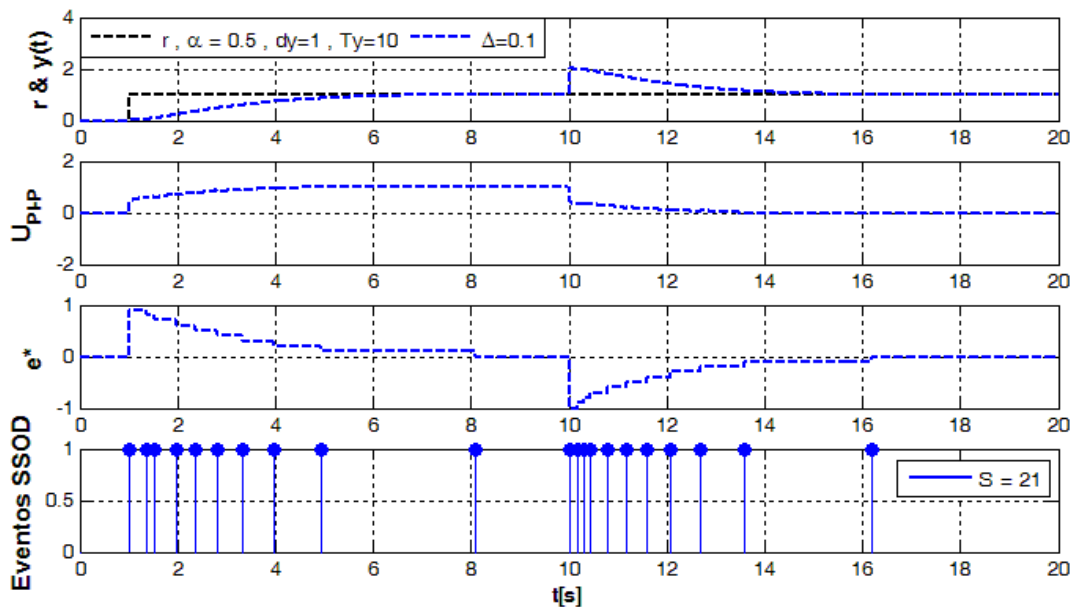


Figura 67: Modelo de segundo orden. Respuesta ante perturbaciones a la salida.

Por lo general el sistema control diseñado responde adecuadamente ante las perturbaciones que se contemplan en este estudio. En este caso también se ha evaluado la eficacia del controlador en contraposición con el otro controlador planificado por eventos y el

planificado en tiempo. En todos los casos se ha especificado la sintonía a partir del modelo aproximado (5.7). En la figura 68 y tabla 9 se muestran los resultados de la comparativa de los controladores sin añadir perturbaciones al sistema.

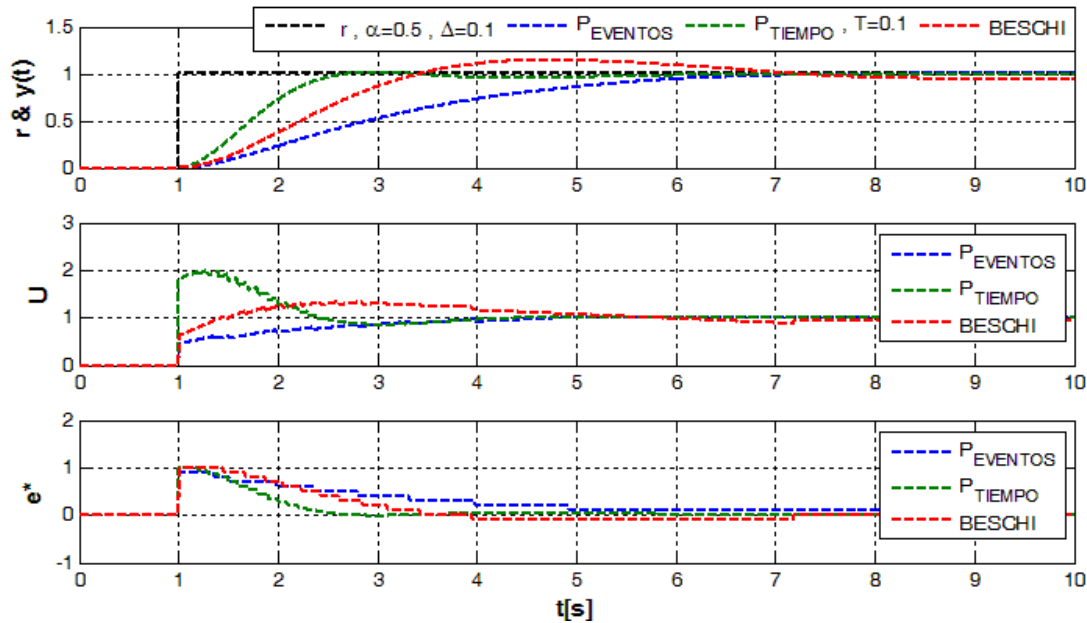


Figura 68: Modelo de segundo orden. Comparación de controladores.

Índices	P. Tiempo	Beschi	Propuesto	Propuesto	Propuesto	Propuesto	Propuesto
$\Delta$	--	0.1	0.1	0.125	0.2	0.25	0.5
S	100	13	10	9	6	5	2
$S_m$	10	2.1036	1.4110	1.2699	0.8466	0.7055	0.2822
$T_m$	0.1	0.2730	0.3642	0.0831	0.0825	0.0824	0.0824
IAE	7.4528 e3	12.168 e3	13.023 e3	12.591 e3	11.908 e3	11.565 e3	10.803 e3
IAU	4.6276 e4	4.4185 e4	3.4687 e4	3.5202 e4	3.6023 e4	3.6415 e4	3.7111 e4
IAEP	--	0.4557	1.3192	1.2429	1.1270	1.0821	0.7719
IAD	--	4.715 e3	5.5704 e3	5.1381 e3	4.4547 e3	4.1126 e3	3.3502 e3
E.S.S.	0.0024	0.0634	-0.0044	-0.0057	-0.0071	-0.0063	0.0386
C.L.	No	No	No	No	No	No	No

Tabla 9: Modelo de segundo orden. Índices de rendimiento.

Como corroboran las pruebas, en condiciones cercanas a las ideales se puede aumentar el umbral de evento repercutiendo en mejores resultados y menor tasa de eventos.

## 5.4. Modelo de cuarto orden.

El modelo de cuarto orden supone dar un paso más en el incremento de la complejidad de la planta del proceso. El modelo (5.8) se encuentra en algunas publicaciones como de ejemplo de evaluación de sistemas de control basado en eventos. En el ámbito industrial no resulta extraño encontrar modelos con polos múltiples. Un ejemplo de ello es el caso de la dinámica conjunta de varios tanques acoplados en cascada.

$$P(s) = \frac{1}{(s+1)^4} \quad (5.8)$$

A partir de (5.8) una posible aproximación del modelo,  $P_a$ , sería:

$$P_a(s) = \frac{1}{(2.1168s + 1)} e^{-1.8784s} \quad (5.9)$$

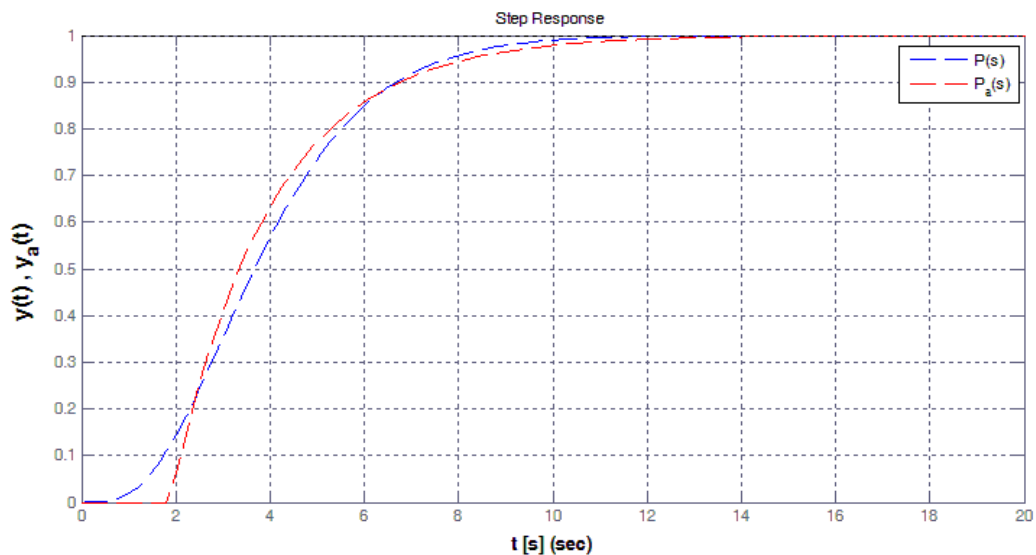


Figura 69: Modelo de cuarto orden. Respuestas ideal y aproximada.

A diferencia del modelo de segundo orden, en este caso la aproximación no se ajusta tan bien al modelo real.

En este caso, mientras no se disponga de un mecanismo de estimación y compensación de la incertidumbre, para obtener un error en estado estacionario muy bajo se debería reducir el umbral de evento en la medida de lo posible.

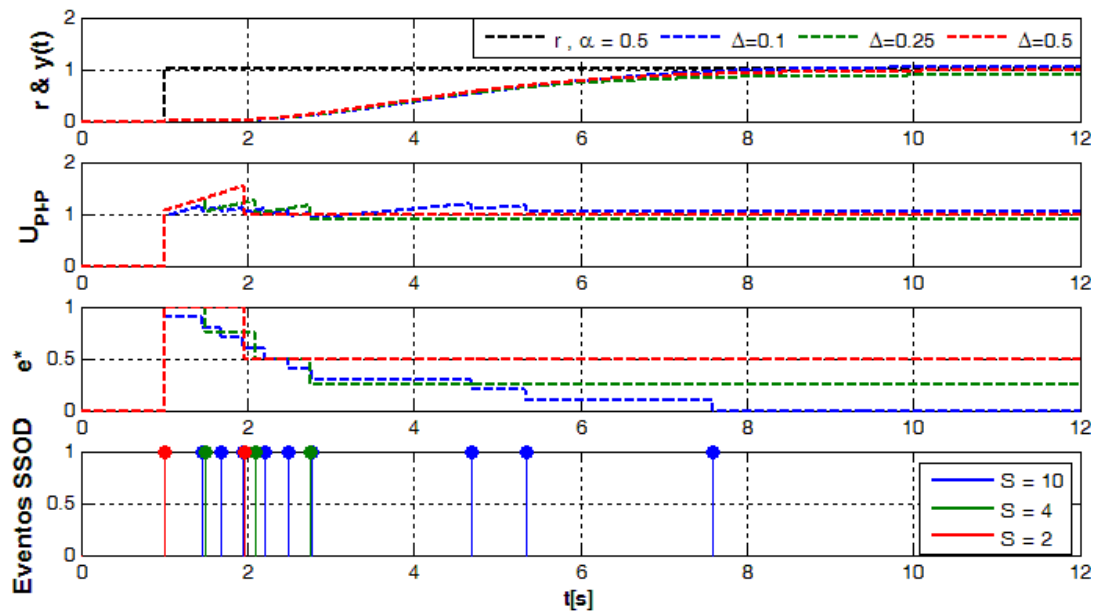


Figura 70: Modelo de cuarto orden. Respuesta en condiciones ideales.  $\alpha$  fijo y  $\Delta$  variable.

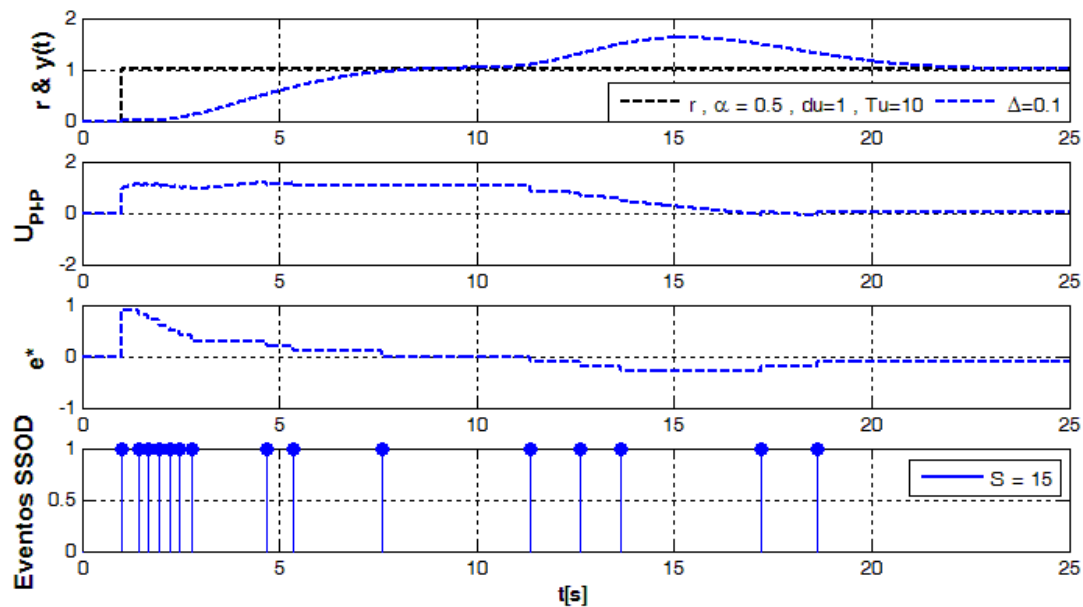


Figura 71: Modelo de cuarto orden. Respuesta ante perturbaciones a la entrada.

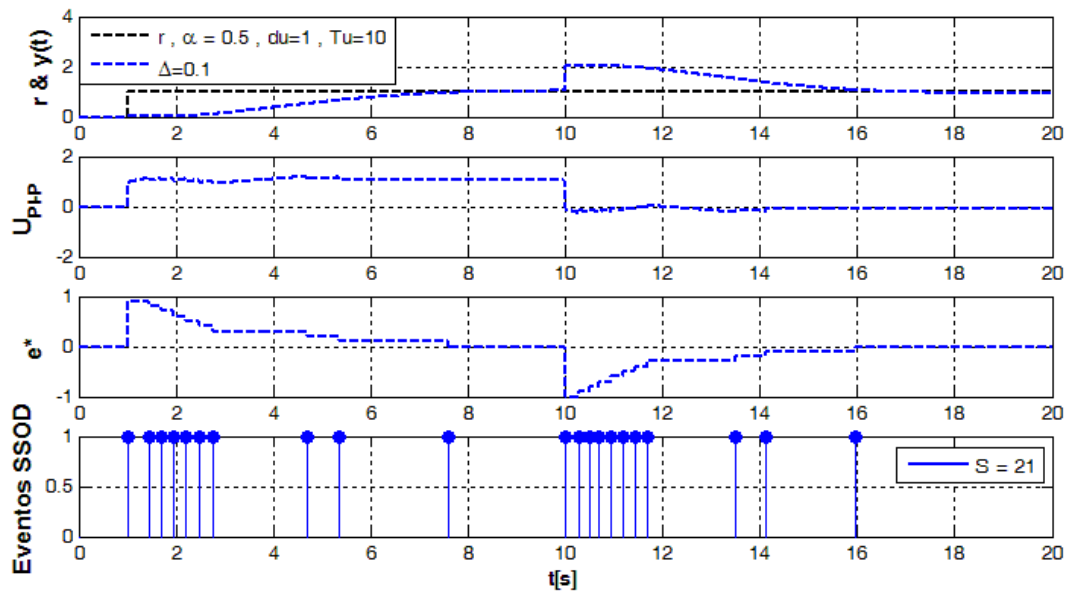


Figura 72: Modelo de cuarto orden. Respuesta ante perturbaciones a la salida.

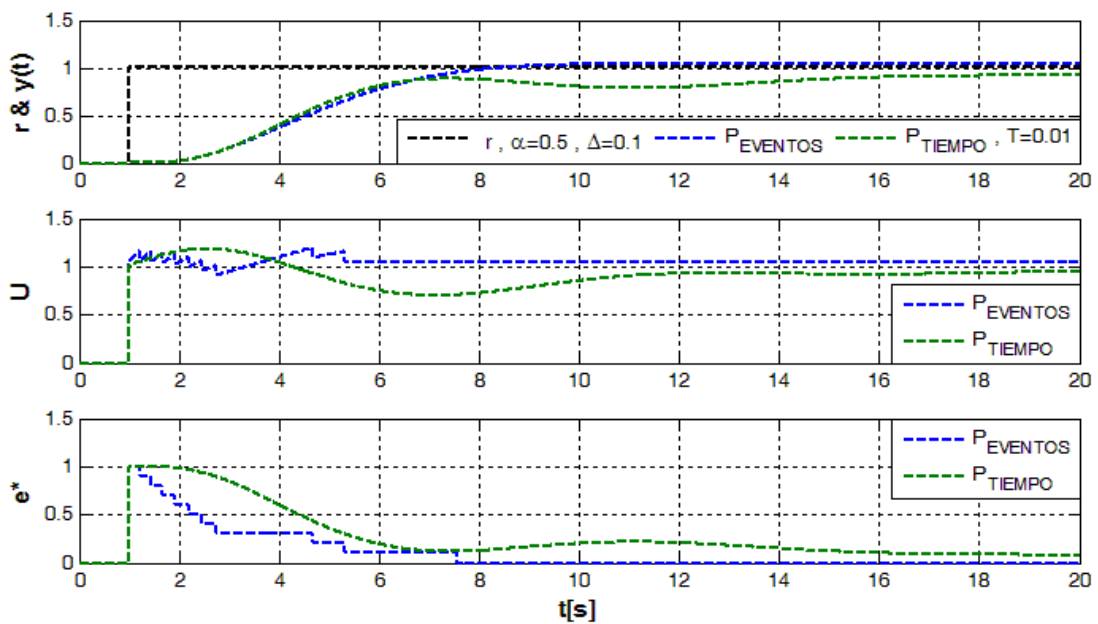


Figura 73: Modelo de cuarto orden. Comparación de controladores.

A pesar de la aproximación, el sistema de control responde adecuadamente en todos los casos planteados. En este caso el sistema planificado en tiempo con controlador PI se ve más afectado por la aproximación, comportándose peor que el controlador propuesto y generando este último, cien veces menos eventos.

Índices	P. Tiempo	Propuesto	Propuesto	Propuesto	Propuesto	Propuesto
$\Delta$	--	0.1	0.125	0.2	0.25	0.5
S	2000	11	9	6	4	2
$S_m$	100	1.6748	1.3703	0.9135	0.6090	0.3045
$T_m$	0.01	0.2330	0.2035	0.2035	0.2035	0.2035
IAE	7.3616 e4	3.5166 e4	3.5952 e4	3.4732 e4	4.5779 e4	3.3837 e4
IAU	16.754 e4	19.019 e4	18.940 e4	19.718 e4	16.801 e4	18.316 e4
IAEP	--	-0.0970	-0.1687	-0.3749	0.0054	0.3146
IAD	--	3.8450 e4	3.7665 e4	3.8884 e4	2.7838 e4	3.9779 e4
E.S.S.	0.0780	-0.0437	-0.0475	-0.0746	0.1150	0.0183
C.L.	No	No	No	No	No	No

Tabla 10: Modelo de cuarto orden. Índices de rendimiento.

### 5.5. Modelo de los cuatro tanques acoplados.

Otro aspecto que se ha contemplado en este estudio es la forma de abordar el control basado en eventos de sistemas multivariables. Una posible opción, cuando su aplicación es posible, son las redes de desacoplo y el control por desacoplo, que permiten fundamentalmente, reducir la complejidad del problema de control multivariable. En este caso, el modelo a controlar que se ha tomado de ejemplo, (4.62), representa una planta real tal como se comentó.

Al utilizar el controlador propuesto sobre la planta (4.62), se observó que al ser la dinámica de tiempo del sistema tan elevada, la última etapa de control, la P, hace que el sistema evolucione a la referencia demasiado lentamente, resultando un efecto parecido al de estancamiento (figura 10).

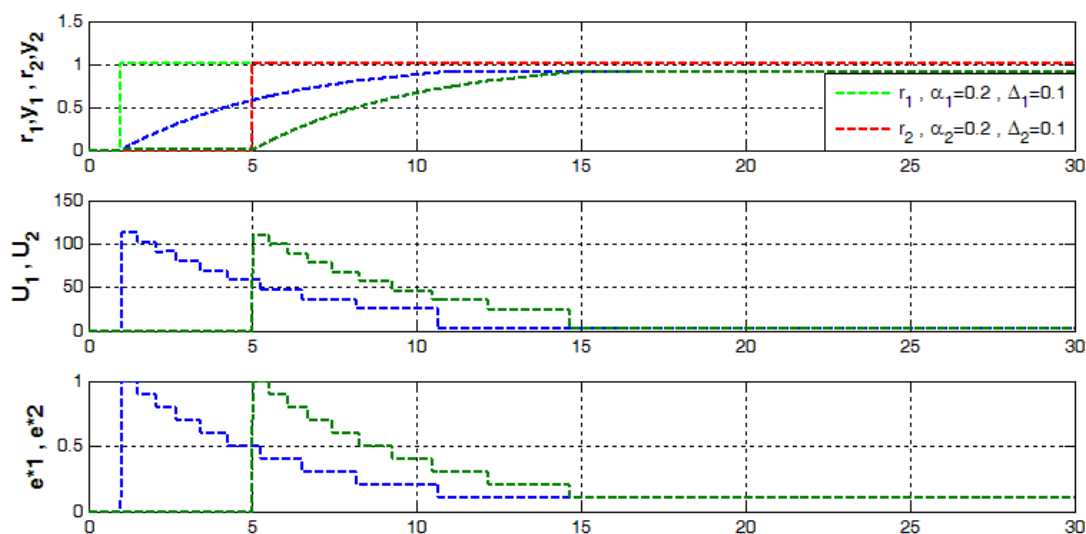
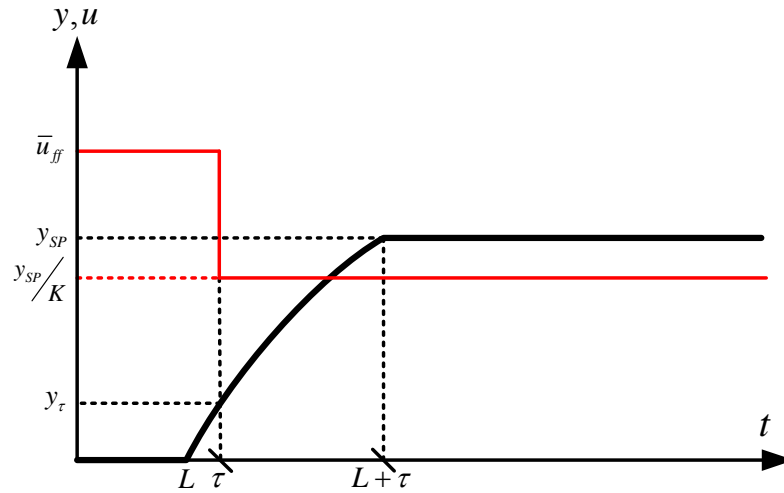


Figura 74: Planta de los cuatro tanques. Respuestas desacopladas.



Una posible opción evaluada para mejorar la velocidad de convergencia del sistema a la referencia en la etapa P, sería aplicar la metodología definida en [13] para controladores feedforward. Según [13], con dos eventos y con un controlador proporcional, se puede trasladar la respuesta de un sistema de primer orden de una referencia a otra tal como indica la figura 76.



**Figura 75:** Cambio de referencia con dos eventos de un controlador proporcional.

En la figura se supone que el sistema parte de un estado inicial nulo, situación que se puede extrapolar a cualquier cambio de referencia. Para trasladar la respuesta de esta forma, el controlador debería aplicar un pulso inicial de valor  $\bar{u}_{ff}$  hasta el instante  $\tau$ , y superado este instante, reducir la acción de control a  $y_{SP}/K$ , donde  $y_{SP}$  representa la nueva referencia deseada y  $K$ , la ganancia en estado estacionario del sistema.

$$u_{ff}(t) = \begin{cases} \bar{u}_{ff} & t < \tau \\ \frac{y_{SP}}{K} & t \geq \tau \end{cases} \quad (5.10)$$

Los valores  $\bar{u}_{ff}$  y  $\tau$  son ajustables y deben cumplir la condición (5.11).

$$\bar{u}_{ff} = \frac{y_{SP}/K}{1 - e^{-t/\tau}} \quad (5.11)$$

Lo que significa que cuanto menor sea el valor del pulso inicial  $\bar{u}_{ff}$  mayor será el tiempo de aplicación del mismo,  $\tau$ , y a la inversa. En el caso particular que nos ocupa, tal como se comentaba en el apartado 4.4.2, los caudales generados por las bombas de la planta estaban restringidos al rango [0-200] cm<sup>3</sup>/s, por lo que una posible opción sería limitar  $\bar{u}_{ff}$  al valor máximo. En nuestro caso se ha limitado  $\bar{u}_{ff}$  a 100 cm<sup>3</sup>/s por lo que las señales de control indicadas (5.10) tomarían los siguientes valores por cada lazo resultante del desacoplo:

$$u_{ff1}(t) = \begin{cases} \bar{u}_{ff1} & t < \tau \\ \frac{y_{SP1}}{K_1} & t \geq \tau \end{cases} = \begin{cases} 100 & t < \tau \\ \frac{\Delta_1}{K_1} & t \geq \tau \end{cases} \quad \tau = 0.5627 \quad (5.12)$$

$$u_{ff2}(t) = \begin{cases} \bar{u}_{ff2} & t < \tau \\ \frac{y_{SP2}}{K_2} & t \geq \tau \end{cases} = \begin{cases} 100 & t < \tau \\ \frac{\Delta_2}{K_2} & t \geq \tau \end{cases} \quad \tau = 0.5485$$

Con esta consideración, cada lazo alcanzaría la referencia en un tiempo razonable tal como indica la figura 76:

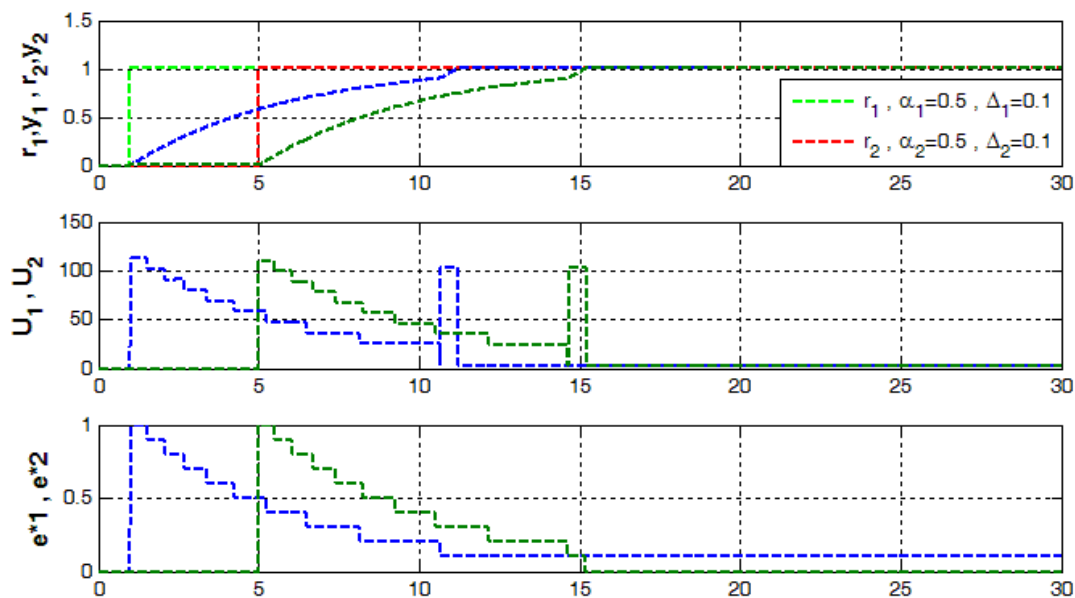


Figura 76: Planta de los cuatro tanques. Respuestas con compensación de la constante de tiempo.

Lo que, a priori supone un evento más respecto al número esperado, compensa un tiempo muerto de la planta demasiado elevado, y se debería considerar como una condición más de diseño cuando el modelo presenta esta característica.





## 6. Conclusiones y trabajos futuros.

En este trabajo se ha realizado un estudio orientado a la obtención de reglas prácticas para la sintonía de controladores PI con muestreo basado en eventos. El objetivo general del trabajo se ha cumplido, habiendo definido y caracterizado un nuevo esquema de control, así como propuesto un marco para la sintonía con una interpretación práctica e intuitiva. A lo largo del desarrollo se han ilustrado las ventajas y debilidades del esquema propuesto, proponiendo mecanismos para compensar estas últimas. Se han tratado aspectos como estabilidad, la sintonía, influencia de perturbaciones, las limitaciones físicas de los actuadores, robustez y las incertidumbres en el modelado de la planta. Los análisis teóricos se han ilustrado con simulaciones en las que además, se han realizado comparativas con otros controladores en base a índices de rendimiento sobre la calidad de la respuesta y sobre la eficiencia de los muestreos. El esquema desarrollado para modelos de primer orden con retardo, se ha aplicado a plantas de complejidad superior, proponiéndose finalmente una metodología para su extensión al caso multivariable mediante redes de desacoplo.

Además de las aportaciones planteadas, hay algunos aspectos tratados que requerirían un estudio con más detalle del que permite la extensión del trabajo actual. Estas cuestiones y las posibles extensiones del esquema actual, sugieren líneas de continuación como las siguientes:

- Aplicación y evaluación del esquema de control en plantas reales a nivel de laboratorio.
- Consideración de una red entre el bloque de muestreo y el controlador para el estudio de la influencia de retardos. Una posible opción sería incluir mecanismos como el *TimeStamp* de manera que una vez calculado el retardo, este se tuviera en cuenta en el bloque de retardo del predictor de Smith.
- Desarrollo de esquemas eficaces para la estimación de la incertidumbre y su diferenciación de las perturbaciones. Una posible opción serían tolerancias adaptativas e identificación on-line en el bloque SSOD de manera que se distinguiese la influencia de cada efecto.
- Implementación del esquema de control basado en eventos puro, incluyendo condiciones de evento para la acción proporcional e integral en el controlador.
- Implementación del controlador de dos grados de libertad basado en eventos, a partir del esquema del predictor de Smith.
- Implementación de un sistema de control en red de manera que se controle con un solo punto inalámbrico varios procesos y se deban planificar los muestreos en función de la dinámica de cada uno y la incertidumbre que puedan añadir.
- Caracterización analítica o heurística de reglas de sintonía a partir del marco definido.









## 7. Referencias Bibliográfica

1. Dormido, S., J. Sánchez, and E. Kofman. *Muestreo, control y comunicación basados en eventos*. Revista Iberoamericana De Automática e Informática Industrial (RIAI), 2008. **5**(1): p. 1697-7912.
2. Åstrom, K.J. and B.M. Bernhardsson. *Comparison of Riemann and Lebesgue sampling for first order stochastic systems*, in *Proc. 41st IEEE Conference on Decision and Control 2002*: Las Vegas, NV, USA.
3. Åström, K.J. *Event based control*. In *Analysis and Design of Nonlinear Control Systems: In Honor of Alberto Isidori*, L.M. (Eds.), Editor 2008, Springer Verlag.
4. Cervin, A. and K.J. Åström. *On limit cycles in event-based control systems*. In *Proc. 46th IEEE Conference on Decision and Control 2007*: New Orleans, LA, USA.
5. Lehmann, D. and J. Lunze. *Event-based control: a state-feedback approach*. In *Proc 10th European Control Conference (ECC'09) 2009*: Budapest, Hungary.
6. Lunze, J. and D. Lehmann. *A state-feedback approach to event-based control*. *Automatica*, 2010. **46**(1): p. 211–215.
7. Miskowicz, M. *Send-on-delta concept: an event-based data reporting strategy*. *Sensors*, 2006. **6**(1): p. 49–63.
8. Otanez, P., J. Moyne, and D. Tilbury. *Using deadbands to reduce communication in networked control systems*. In *Proc. American Control Conference 2002*.
9. Park, P., J. Araújo, and K.H. Johansson. *Wireless networked control system co-design*. In *International Conference on Networking, Sensing and Control, ICNSC 2011* 2011.
10. Ploennigs, J. and V. Vasyutynskyy. *Comparative Study of Energy-Efficient Sampling Approaches for Wireless Control Networks*. *IEEE Transaction on Informatics*, 2010. **6**(3): p. 416-424.
11. Rabi, M. and K.H. Johansson. *Event-triggered strategies for industrial control over wireless networks*. in *Proc. 4th Annual International Conference on Wireless Internet 2008*: Maui, Hawaii, USA.
12. Sánchez, J., M.A. Guarnes, and S. Dormido. *On the Application of Different Event Based Sampling Strategies to the Control of a Simple Industrial Process*. *Sensors*, 2009. **9**: p. 6795-6818.
13. Sánchez, J., A. Visioli, and S. Dormido. *A two-degree-of-freedom PI controller based on events*. *Journal of Process Control*, 2011. **Vol. 21**: p. 639-651.
14. Sandee, J.H., W. Heemels, and P.P.J.v.d. Bosch, *Event-driven control as an opportunity in the multidisciplinary development of embedded controllers*. In *Proc. 24th IEEE American Control Conference 2005*: Portland, Oregon, USA.
15. T. Henningson, E.J., A. Cervin. *Sporadic event-based control of first order linear stochastic systems*. *Automatica*, 2008. **44**(11): p. 2890–2895.
16. Vasyuntynskyy, V. and M. Miskowicz. *Towards comparison of deadband sampling types*, In *Proc. IEEE International Symposium on Industrial Electronics 2007*: Vigo, Spain.
17. Zampieri, S. *Trends in Networked Control Systems*, in *Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control 2008*: Seoul, Korea.

18. Vasyutynskyy, V. and K. Kabitzsh. *Event-based control: Overview and generic model*, In *Proceedings of 8th IEEE International Workshop on Factory Communication Systems (WFCS) 2010*.
19. Heemels, W.P.M.H., J.H. Sandee, and P.P.J.V.D. Bosch. *Analysis of event-driven controllers for linear systems*. *International Journal of Control*. **81**(4).
20. Årzén, K.E. *A simple event-based PID controller*. In *Proc. 14th World Congress of IFAC, Beijing, China 1999*: Beijing, China.
21. Vasyutynskyy, V. and K. Kabitzsch *First Order Observers in Event-Based PID Controls*. In *IEEE Conference on Emerging Technologies & Factory Automation 2009*: Mallorca.
22. Vasyutynskyy, V. A. Luntovskyy, and K. Kabitzsch. *Limit cycles in PI control loops with absolute deadband sampling*. In *Proc. 18th Crimean Conference on Microwave & Telecommunication Technology 2008*: Sevastopol, Crimea.
23. D.Lehmann and J.Lunze. *Extension and Experimental Evaluation of an Event-based Statefeedback Approach*. *Control Engineering Practice*, 2011. **19**(2): p. 101-112.
24. Sánchez, J., et al. *Comparative Study of Event-Based Control Strategies: An Experimental Approach on a Simple Tank*. In *Proc. of the 10th European Control Conference (ECC'09) 2009*: Budapest, Hungary.
25. Kofman, E. and J. Braslavsky. *Level crossing sampling in feedback stabilization under data rate constraints*. In *Proc. 45th IEEE International Conference on Decision and Control 2006*: San Diego, CA, USA.
26. Miskowicz, M. *Sampling of signals in energy domain*. In *Proc. 10th IEEE Conference on Emerging Technologies and Factory Automation 2005*: Catania, Italy.
27. Miskowicz, M. *The event-triggered integral criterion for sensor sampling*. In *Proc. IEEE International Symposium on Industrial Electronics 2005*: Dubrovnik, Croatia.
28. Soo, Y. *Send-on-delta sensor data transmission with a lineal predictor*. *Sensors*, 2007. **7**(4): p. 537–547.
29. Vasyutynskyy, V. and K. Kabitzsch. *Simple PID control algorithm adapted to deadband sampling*. In *Proc. 12th IEEE Conference on Emerging Technologies and Factory Automation 2007*: Patras, Greece.
30. Durand, S. and N. Marchand. *Further results on event-based pid controller*. In *Proceedings of 10th European Control Conference (ECC'09)2009*: Budapest, Hungary.
31. Sánchez, J., M. Guarnes, and S. Dormido. *On the Application of Different Event-Based Sampling Strategies to the Control of a Simple Industrial Process*. *Sensors*, 2009. **9**: p. 6795-6818.
32. Henningsson, T., E. Johannesson, and A. Cervin. *Sporadic event-based control of first order linear stochastic systems*. *Automatica*. 2008. **11**: p. 2890–2895.
33. Beschi, M., et al. *A new two degree-of-freedom event-based PI control strategy*. 2011.
34. Beschi, M., et al. *On the presence of equilibrium points in PI control systems with send-on-delta sampling*. In *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference 2011*: Orlando, Florida (USA).
35. Beschi, M., et al. *On the Stability of an Event-based PI Controller for FOPDT processes*. In *IFAC Conference on Advances in PID Control (PID'12)2012*: Brescia, Italy.

36. Beschi, M., et al. *Stability Analysis of an Event-based PI Controller*. In *IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC 2011)* 2011: Orlando, Florida (USA).
37. Åström, K.J. and T. Hägglund. *Advanced PID Control* 2005: ISA Press, Research Triangle Park, NC.
38. Åström, K.J. and B. Wittenmark. *Computer controlled systems: Theory and design* 1997: Third Edition. Prentice Hall. New Jersey.
39. Vasyutynskyy, V. and K. Kabitzsch. *Implementation of PID controller with Send-On-Delta Sampling*. In *Proc of the international conference control (ICC' 2006)* 2006: Glasgow, Scotland.
40. Normey-Rico, J.E. and E.F. Camacho. *Control of dead-time processes*. Advanced textbooks in control and signal processing 2007: Springer.

