

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
Curso 2024-2025
MATERIA: FÍSICA

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, responda a 4 preguntas siguiendo las indicaciones dadas al inicio de cada bloque

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2,5 puntos y cada apartado se calificará según la puntuación indicada en el mismo.

TIEMPO: 90 minutos.

Bloque Física relativista, cuántica, nuclear y de partículas. (En esta pregunta no hay opcionalidad)

Pregunta 1.- La medicina nuclear utiliza diferentes tipos de isótopos para sus aplicaciones diagnósticas y terapéuticas. La elección de los mismos está condicionada por la necesidad de que no sean tóxicos, tengan un tipo de emisión radiactiva idónea, baja energía y período de semidesintegración corto, para que la dosis absorbida sea pequeña. El isótopo más ampliamente utilizado actualmente en los servicios de medicina nuclear es el tecnecio-99, ^{99}Tc . Como medida de seguridad, se mide la actividad de una dosis aleatoria de cada lote cada cierto tiempo desde su preparación hasta el momento de inyectársela a un paciente, obteniéndose las siguientes lecturas:

Tiempo transcurrido desde la creación de la muestra (h)	4	16
Actividad (Bq)	$3,62 \cdot 10^{13}$	$4,90 \cdot 10^{12}$

- (1,5 puntos) Determine el periodo de semidesintegración del isótopo ^{99}Tc y la actividad inicial de la muestra.
- (1 punto) Calcule la masa de isótopo presente en la muestra en el instante en que se preparó.

Datos: Masa atómica del ^{99}Tc , $M_{^{99}\text{Tc}} = 98,9 \text{ u}$; Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Bloque Campo gravitatorio. (Elija una entre las preguntas 2.A. y 2.B.)

Pregunta 2.A.- Un satélite de masa 300 kg describe una órbita elíptica alrededor de la Tierra. En el punto más cercano de su trayectoria el satélite dista 7000 km de la superficie de la Tierra y lleva una velocidad de 6000 m s^{-1} , con lo que el satélite tiene un periodo de $6,08$ horas, calcule:

- (1 punto) La energía del satélite y su momento angular.
- (1 punto) La máxima distancia entre el satélite y la Tierra y su velocidad en dicho punto.
- (0,5 puntos) El trabajo que realiza la fuerza gravitatoria cuando el satélite pasa del apogeo al perigeo.

Datos: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Masa de la Tierra, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; Radio de la Tierra, $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

Pregunta 2.B.- Dos partículas puntuales A y B con masas $m_A = 5 \text{ kg}$ y $m_B = 20 \text{ kg}$ se encuentran situadas en el origen de coordenadas y en el punto $(6, 0) \text{ m}$ respectivamente. Si ambas partículas están en reposo, determine:

- (1 punto) El campo gravitatorio en el punto $(1, 0) \text{ m}$ debido a las partículas A y B.
- (0,5 puntos) El punto de equilibrio situado entre las partículas A y B.
- (1 punto) El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria para desplazar una partícula de 100 g de masa desde el punto $(1, 0) \text{ m}$ hasta el punto $(2, 0) \text{ m}$.

Dato: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

Bloque Campo electromagnético. (Elija una entre las preguntas 3.A. y 3.B.)

Pregunta 3.A.- Sean dos cargas puntuales fijas $q_1 = 1 \mu\text{C}$ y q_2 de valor desconocido situadas en los puntos $(-2, 0) \text{ m}$ y $(4, 0) \text{ m}$, respectivamente.

- (1 punto) Determine el valor de la carga q_2 sabiendo que el campo eléctrico generado por ambas cargas en el punto $(0, 2) \text{ m}$ únicamente tiene componente según el eje x .
- (1 punto) Calcule el campo eléctrico total en el punto $(0, 2) \text{ m}$.
- (0,5 puntos) Si la carga q_2 se deja libre, calcule la velocidad que llevará cuando pase por el origen de coordenadas, si su masa es de 1 g .

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

Pregunta 3.B.- Una bobina cuadrada formada por 10 espiras de 10 cm de lado posee una resistencia total de 20Ω . La bobina se coloca perpendicularmente a un campo variable de módulo $B(t) = B_0 e^{-t/\tau}$ T ($B_0 = 0,5 \text{ T}$, $\tau = 1 \text{ ms}$).

- (1,5 puntos) Calcule para $t = 2 \text{ ms}$ el flujo magnético que atraviesa la bobina, la fuerza electromotriz inducida y la intensidad que circula por ella.

A partir de $t = 3 \text{ ms}$ el campo magnético permanece constante y la bobina comienza a rotar con una velocidad angular ω .

- (1 punto) Calcule el valor de ω necesario para que la intensidad de corriente máxima que circula por la bobina sea de 5 mA .

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$.

Bloque Vibraciones y Ondas. (Elija una entre las preguntas 4.A. y 4.B.)

Pregunta 4.A.- A 1500 m de la casa de Juan hay una mina a cielo abierto donde se utilizan explosiones para extraer mármol. Con la ayuda de un sonómetro Juan mide el nivel de intensidad sonora de una de estas explosiones, arrojando una lectura de 20 dB . Si consideramos que todas las explosiones son idénticas, determine:

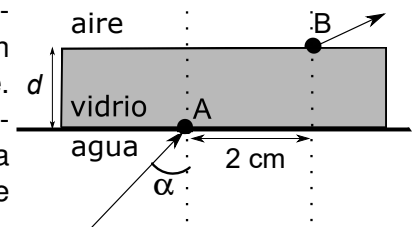
- (1 punto) La potencia de dichas explosiones.
- (0,5 puntos) Si el micrófono del sonómetro encargado de medir la onda sonora tiene una superficie de 2 cm^2 , calcule la potencia que ha detectado el micrófono.

La normativa legal impide que se sobrepasen los 55 dB en las poblaciones urbanas. Sabiendo que la casa más cercana al punto donde se están generando las explosiones está a 50 metros ,

- (1 punto) Calcule el número máximo de explosiones que podrían producirse simultáneamente sin sobrepasar el límite legal.

Dato: Intensidad umbral, $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$.

Pregunta 4.B.- Una lámina de vidrio de espesor d y con índice de refracción $n_{\text{vidrio}} = 1,55$ flota sobre una capa de agua con índice de refracción $n_{\text{agua}} = 1,33$. Por encima de la lámina de vidrio se encuentra el aire. Cuando un rayo de luz monocromática de frecuencia $f = 7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ incide desde el agua hacia la lámina de vidrio con un ángulo de incidencia $\alpha = 40^\circ$ se observa que entre el punto de entrada a la lámina (A) y el de salida (B) hay una distancia horizontal de 2 cm (ver figura).



- (0,5 puntos) Determine las longitudes de onda del rayo en el agua y en el vidrio.
- (1,5 puntos) Halle el espesor del vidrio, d , y el tiempo que tarda el rayo en atravesarlo.
- (0,5 puntos) Calcule el ángulo de incidencia mínimo del rayo sobre la superficie de la interfase agua-vidrio para que la luz no salga al aire.

Datos: Índice refracción del aire, $n_{\text{aire}} = 1$; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN FÍSICA

- ✱ Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.
- ✱ Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.
- ✱ En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.
- ✱ Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.
- ✱ Se evaluará la coherencia, la cohesión, la corrección gramatical, léxica y ortográfica de los textos producidos, así como su presentación.
- ✱ Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2,5 puntos.
- ✱ En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la misma para cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,25 puntos).

SOLUCIONES

(Documento de trabajo orientativo)

Pregunta 1.- La medicina nuclear utiliza diferentes tipos de isótopos para sus aplicaciones diagnósticas y terapéuticas. La elección de los mismos está condicionada por la necesidad de que no sean tóxicos, tengan un tipo de emisión radiactiva idónea, baja energía y período de semidesintegración corto, para que la dosis absorbida sea pequeña. El isótopo más ampliamente utilizado actualmente en los servicios de medicina nuclear es el tecnecio-99, ^{99}Tc . Como medida de seguridad, se mide la actividad de una dosis aleatoria de cada lote cada cierto tiempo desde su preparación hasta el momento de inyectársela a un paciente, obteniéndose las siguientes lecturas:

Tiempo transcurrido desde la creación de la muestra (h)	4	16
Actividad (Bq)	$3,62 \cdot 10^{13}$	$4,90 \cdot 10^{12}$

- a) (1,5 puntos) Determine el periodo de semidesintegración del isótopo ^{99}Tc y la actividad inicial de la muestra.
b) (1 punto) Calcule la masa de isótopo presente en la muestra en el instante en que se preparó.

Datos: Masa atómica del ^{99}Tc , $M_{^{99}\text{Tc}} = 98,9 \text{ u}$; Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Solución:

- a) Para calcular el periodo de semidesintegración haremos uso de la ley de decaimiento de la actividad y de los valores que nos muestra la tabla, de este modo podemos establecer que:

$$A(t_1 + t) = A(t_1)e^{-t/\tau} \rightarrow 4,90 \cdot 10^{12} = 3,62 \cdot 10^{13}e^{-(12 \cdot 3600)/\tau}$$

Si despejamos τ obtenemos

$$\ln\left(\frac{4,90 \cdot 10^{12}}{3,62 \cdot 10^{13}}\right) = -(12 \cdot 3600)/\tau \rightarrow \tau = 2,16 \cdot 10^4 \text{ s}$$

y el periodo de semidesintegración $T_{1/2}$

$$T_{1/2} = \ln 2 \cdot \tau = 14,97 \cdot 10^3 \text{ s}$$

Procedemos a calcular la actividad inicial de la muestra:

$$A(t = 4h) = A(0)e^{-t/\tau} \rightarrow 3,62 \cdot 10^{13} = A_0e^{-(4 \cdot 3600)/\tau} \rightarrow A_0 = 3,62 \cdot 10^{13}e^{(4 \cdot 3600)/\tau} = 7,05 \cdot 10^{13} \text{ Bq}$$

- b) Para calcular la masa de isótopo presente en la muestra en el momento en el que se preparó la muestra calcularemos la actividad inicial con la actividad inicial podemos obtener los átomos presentes en la muestra inicial

$$A(0) = \lambda N(0) = \frac{N(0)}{\tau} \rightarrow N(0) = A(0) \cdot \tau = 1,52 \cdot 10^{18} \text{ átomos.}$$

Finalmente, como conocemos los átomos presentes inicialmente podemos obtener su masa.

$$m = \frac{1,52 \cdot 10^{18} \cdot 98,9}{6,02 \cdot 10^{23}} = 2,50 \cdot 10^{-4} \text{ g.}$$

Pregunta 2.A.- Un satélite de masa 300 kg describe una órbita elíptica alrededor de la Tierra. En el punto más cercano de su trayectoria el satélite dista 7000 km de la superficie de la Tierra y lleva una velocidad de 6000 m s^{-1} , con lo que el satélite tiene un periodo de 6,08 horas, calcule:

- (1 punto) La energía del satélite y su momento angular.
- (1 punto) La máxima distancia entre el satélite y la Tierra y su velocidad en dicho punto.
- (0,5 puntos) El trabajo que realiza la fuerza gravitatoria cuando el satélite pasa del apogeo al perigeo.

Datos: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Masa de la Tierra, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; Radio de la Tierra, $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

Solución:

- El enunciado nos da los datos del satélite en el perigeo, lo que nos permite calcular su energía mecánica y su momento angular

$$E_m = E_p + E_c = -G \frac{M_T m}{r_{per}} + \frac{1}{2} m v_{per}^2 = -G \frac{M_T m}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} m v_{per}^2 = -3,53 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} \rightarrow L = r_{per} m v_{per} = (R_T + h) m v_{per} = 2,41 \cdot 10^{13} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

- Para calcular la máxima distancia entre el satélite y la Tierra hacemos uso de la 3ª Ley de Kepler que relaciona directamente el periodo con el semieje mayor,

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{GM_T} \rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM_T}{4\pi^2}} = 1,69 \cdot 10^7 \text{ m}$$

Una vez calculado el semieje mayor de la órbita y como conocemos la distancia mínima entre el satélite y la Tierra podemos obtener la distancia que nos piden

$$r_{apo} = 2a - r_{per} = 2,04 \cdot 10^7 \text{ m}$$

Si ahora aplicamos la conservación del momento angular podemos deducir la velocidad en este punto

$$L = r_{per} m v_{per} = r_{apo} m v_{apo} = 2,41 \cdot 10^{13} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1} \rightarrow v_{apo} = \frac{2,41 \cdot 10^{13}}{m r_{apo}} = 3,92 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

- Para calcular el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria cuando el satélite se desplaza desde el apogeo al perigeo aplicamos la definición del trabajo realizado por las fuerzas conservativas

$$W = -\Delta E_p = -(E_{p_{per}} - E_{p_{apo}}) = -\left(-G \frac{M_T m}{R_T + h} + G \frac{M_T m}{r_{apo}}\right) = 3,09 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Una forma alternativa de obtener este trabajo es utilizar la expresión $W = \Delta E_c$ ya que conocemos la velocidad del satélite en ambos puntos

$$W = \Delta E_c = (E_{c_{per}} - E_{c_{apo}}) = \frac{1}{2} m (v_{per}^2 - v_{apo}^2) = 3,09 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Pregunta 2.B.- Dos partículas puntuales A y B con masas $m_A = 5 \text{ kg}$ y $m_B = 20 \text{ kg}$ se encuentran situadas en el origen de coordenadas y en el punto (6, 0) m respectivamente. Si ambas partículas están en reposo, determine:

- (1 punto) El campo gravitatorio en el punto (1, 0) m debido a las partículas A y B.
- (0,5 puntos) El punto de equilibrio situado entre las partículas A y B.
- (1 punto) El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria para desplazar una partícula de 100 g de masa desde el punto (1, 0) m hasta el punto (2, 0) m.

Dato: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

Solución:

- Para calcular el campo gravitatorio en el punto en el que se deposita inicialmente la partícula C aplicaremos la ley de gravitación universal

$$\vec{g} = -G \frac{m_A}{x_0^2} (\vec{i}) - G \frac{m_B}{(d - x_0)^2} (-\vec{i})$$

siendo d la distancia entre las partículas y y_0 la distancia inicial entre las partículas A y C, de este modo:

$$\vec{g} = -G \frac{5}{1^2} \vec{i} + G \frac{20}{5^2} \vec{i} = -2,80 \cdot 10^{-10} \vec{i} \text{ N kg}^{-1}$$

- Para calcular el punto de equilibrio situado entre las partículas A y B, exigiremos que los campos que generan las partículas A y B tengan el mismo módulo ya que en el apartado anterior ya hemos visto que llevan sentidos opuestos, por lo tanto:

$$G \frac{5}{x^2} = G \frac{20}{(6 - x)^2}$$

resolviendo la ecuación de segundo grado que nos queda obtenemos $x_1 = 2 \text{ m}$ y $x_2 = -6 \text{ m}$. De las dos soluciones matemáticas obtenidas, la única que tiene sentido físico es x_1 y por lo tanto la solución es (2, 0) m.

- El trabajo que realiza la fuerza gravitatoria para llevar a la tercera partícula (m_C) desde el punto inicial hasta el punto de equilibrio es por definición $W = -\Delta U$. De este modo

$$U_0 = -G \frac{m_A \cdot m_C}{x_0} - G \frac{m_B \cdot m_C}{d - x_0} = -G \frac{5 \cdot 0,1}{1} - G \frac{20 \cdot 0,1}{5} = -6,00 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

$$U_f = -G \frac{m_A \cdot m_C}{x_1} - G \frac{m_B \cdot m_C}{d - x_1} = -G \frac{5 \cdot 0,1}{2} - G \frac{20 \cdot 0,1}{4} = -5,00 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

por lo tanto

$$W = -\Delta U = -1,00 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

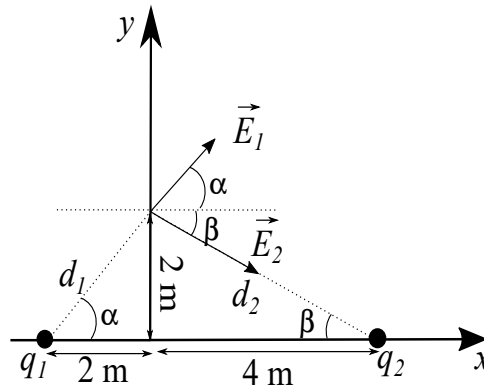
Pregunta 3.A.- Sean dos cargas puntuales fijas $q_1 = 1 \mu\text{C}$ y q_2 de valor desconocido situadas en los puntos $(-2, 0) \text{ m}$ y $(4, 0) \text{ m}$, respectivamente.

- (1 punto) Determine el valor de la carga q_2 sabiendo que el campo eléctrico generado por ambas cargas en el punto $(0, 2) \text{ m}$ únicamente tiene componente según el eje x .
- (1 punto) Calcule el campo eléctrico total en el punto $(0, 2) \text{ m}$.
- (0,5 puntos) Si la carga q_2 se deja libre, calcule la velocidad que llevará cuando pase por el origen de coordenadas, si su masa es de 1 g .

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

Solución:

- Como el enunciado nos dice que el campo eléctrico total en el punto $(0, 2) \text{ m}$ solo tiene componente según el eje x nos está indicando que la carga q_2 debe ser negativa.



Como las componentes y de ambos campos se anulan, exigiremos que ambas tengan el mismo módulo:

$$|E_{1y}| = |E_{2y}| \rightarrow K \frac{q_1}{d_1^2} \text{sen} \alpha = K \frac{q_2}{d_2^2} \text{sen} \beta \rightarrow \frac{1 \cdot 10^{-6}}{2^2 + 2^2} \text{sen} 45^\circ = \frac{|q_2|}{4^2 + 2^2} \frac{2}{\sqrt{4^2 + 2^2}}$$

despejando obtenemos $|q_2| = 3,95 \mu\text{C}$, pero como hemos dicho anteriormente, la carga debe ser negativa y por lo tanto:

$$q_2 = -3,95 \mu\text{C}$$

- Una vez que tenemos calculado el valor real de la carga q_2 podemos proceder a calcular el campo total en el punto que nos indican, para lo cual simplemente deberemos sumar los módulos de las componentes x de ambos campos ya que llevan el mismo sentido:

$$\vec{E}_T = K \frac{q_1}{d_1^2} \cos \alpha \vec{i} + K \frac{q_2}{d_2^2} \cos \beta (\vec{i}) = 9 \cdot 10^9 \frac{1 \cdot 10^{-6}}{2^2 + 2^2} \cos 45^\circ \vec{i} + 9 \cdot 10^9 \frac{3,95 \cdot 10^{-6}}{4^2 + 2^2} \frac{4}{\sqrt{4^2 + 2^2}} \vec{i}$$

$$\vec{E}_T = 2,39 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N C}^{-1}$$

- Para calcular la velocidad que nos piden debemos tener en cuenta que estamos en una situación en la que la energía mecánica de q_2 debe permanecer constante en todo momento. Inicialmente su energía será únicamente potencial y vendrá dada por:

$$E_T = U = K \frac{q_1 \cdot q_2}{d_{12}} = 9 \cdot 10^9 \frac{1 \cdot 10^{-6} (-3,95 \cdot 10^{-6})}{6} = -5,925 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Conforme la partícula se desplaza a lo largo del eje x hacia la izquierda desde el punto inicial, su energía potencial electrostática irá disminuyendo a costa de aumentar su energía cinética, pero la suma de ambas permanecerá constante. Por lo tanto podemos despejar la velocidad que nos piden de la siguiente ecuación

$$-5,925 \cdot 10^{-3} \text{ J} = K \frac{q_1 q_2}{2} + \frac{1}{2} m v^2 = 9 \cdot 10^9 \frac{1 \cdot 10^{-6} (-3,95 \cdot 10^{-6})}{2} + \frac{1}{2} 1 \cdot 10^{-3} v^2$$

obteniendo:

$$v = 4,87 \text{ m s}^{-1}$$

Pregunta 3.B.- Una bobina cuadrada formada por 10 espiras de 10 cm de lado posee una resistencia total de 20Ω . La bobina se coloca perpendicularmente a un campo variable de módulo $B(t) = B_0 e^{-t/\tau}$ T ($B_0 = 0,5$ T, $\tau = 1$ ms).

- a) (1,5 puntos) Calcule para $t = 2$ ms el flujo magnético que atraviesa la bobina, la fuerza electromotriz inducida y la intensidad que circula por ella.

A partir de $t = 3$ ms el campo magnético permanece constante y la bobina comienza a rotar con una velocidad angular ω .

- b) (1 punto) Calcule el valor de ω necesario para que la intensidad de corriente máxima que circula por la bobina sea de 5 mA.

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A⁻¹.

Solución:

- a) Lo primero que calculamos es el área total de la bobina incluyendo todas las espiras que vendrá dada por $S = 10 \cdot l^2 = 0,1 \text{ m}^2$.

Para obtener el flujo magnético aplicaremos su definición:

$$\phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B_0 e^{-t/\tau} \cdot 0,1 = 0,05 e^{-0,002/0,001} = 6,77 \text{ mWb}$$

La fuerza electromotriz inducida vendrá dada por la Ley de Faraday

$$|\varepsilon| = \left| \frac{d\phi_m}{dt} \right| = \left| \frac{d}{dt} 0,05 e^{-t/0,001} \right| = \left| \frac{-0,05}{0,001} e^{-0,002/0,001} \right|$$

$$|\varepsilon| = 6,77 \text{ V}$$

Si queremos calcular la intensidad que circula por la bobina aplicamos la ley de Ohm

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{6,77 e^{-t/0,001}}{20} = 0,34 e^{-0,002/0,001} = 0,34 \text{ A}$$

- b) Para obtener el flujo magnético ahora tendremos que tener en cuenta que la intensidad campo magnético permanece constante pero no su orientación relativa con la superficie de la bobina que va cambiando con el tiempo. De este modo el flujo pasará a ser:

$$\phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B_0 e^{-0,003/\tau} \cdot 0,1 \cos(\omega t) = 0,05 e^{-3} \cos(\omega t) \text{ Wb}$$

La fuerza electromotriz inducida vendrá dada por la Ley de Faraday

$$|\varepsilon| = \left| \frac{d\phi_m}{dt} \right| = \left| \frac{d}{dt} (0,05 e^{-3} \cos(\omega t)) \right|$$

$$|\varepsilon| = 0,05 e^{-3} \omega |\text{sen}(\omega t)|$$

El valor máximo de la corriente se corresponderá cuando $|\text{sen}(\omega t)| = 1$, de modo que, la corriente máxima será:

$$I_{\text{máx}} = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{0,05 e^{-3} \omega}{20} = 0,005 \text{ A} \rightarrow \omega = 40,17 \text{ rad s}^{-1}$$

Pregunta 4.A.- A 1500 m de la casa de Juan hay una mina a cielo abierto donde se utilizan explosiones para extraer mármol. Con la ayuda de un sonómetro Juan mide el nivel de intensidad sonora de una de estas explosiones, arrojando una lectura de 20 dB. Si consideramos que todas las explosiones son idénticas, determine:

- (1 punto) La potencia de dichas explosiones.
- (0,5 puntos) Si el micrófono del sonómetro encargado de medir la onda sonora tiene una superficie de 2 cm^2 , calcule la potencia que ha detectado el micrófono.

La normativa legal impide que se sobrepasen los 55 dB en las poblaciones urbanas. Sabiendo que la casa más cercana al punto donde se están generando las explosiones está a 50 metros,

- (1 punto) Calcule el número máximo de explosiones que podrían producirse simultáneamente sin sobrepasar el límite legal.

Dato: Intensidad umbral, $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$.

Solución:

- Planteemos las ecuaciones correspondientes al nivel de intensidad que nos dice el enunciado, denominando r a la distancia entre las explosiones y la casa de Juan.

$$20 = 10 \log \frac{P}{4\pi r^2 I_0} \rightarrow 10^2 10^{-12} = \frac{P}{4\pi 1500^2} \rightarrow P = 10^{-10} 4\pi r^2 = 2,83 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

- Para determinar la potencia que detectó el micrófono debemos establecer la intensidad en la superficie de radio igual a la distancia entre la mina y la casa de Juan y multiplicar por la superficie del micrófono.

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = 1 \cdot 10^{-10} \text{ Wm}^{-2} \rightarrow P_{micro} = I S_{micro} = 9,90 \cdot 10^{-11} 2 \cdot 10^{-4} = 2 \cdot 10^{-14} \text{ W}$$

- Calculamos el número máximo de explosiones que producirían un nivel de intensidad sonora igual al límite legal a 50 metros de distancia

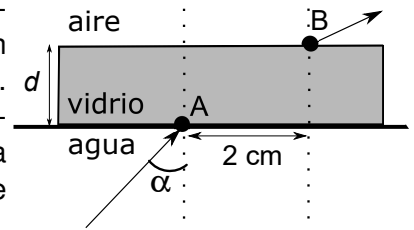
$$55 = 10 \log \frac{P}{4\pi 50^2 I_0} \rightarrow P_{max} = 10^{5,5} \cdot 10^{-12} 4\pi 50^2 = 0,0099 \text{ W}$$

el número de explosiones necesarias para generar esa potencia es:

$$n = \frac{P_{max}}{P} = \frac{0,0099}{2,83 \cdot 10^{-3}} = 3,50 \text{ explosiones}$$

por lo tanto el límite será 3 explosiones

Pregunta 4.B.- Una lámina de vidrio de espesor d y con índice de refracción $n_{\text{vidrio}} = 1,55$ flota sobre una capa de agua con índice de refracción $n_{\text{agua}} = 1,33$. Por encima de la lámina de vidrio se encuentra el aire. Cuando un rayo de luz monocromática de frecuencia $f = 7 \cdot 10^{14}$ Hz incide desde el agua hacia la lámina de vidrio con un ángulo de incidencia $\alpha = 40^\circ$ se observa que entre el punto de entrada a la lámina (A) y el de salida (B) hay una distancia horizontal de 2 cm (ver figura).



- (0,5 puntos) Determine las longitudes de onda del rayo en el agua y en el vidrio.
- (1,5 puntos) Halle el espesor del vidrio, d , y el tiempo que tarda el rayo en atravesarlo.
- (0,5 puntos) Calcule el ángulo de incidencia mínimo del rayo sobre la superficie de la interfase agua-vidrio para que la luz no salga al aire.

Datos: Índice refracción del aire, $n_{\text{aire}} = 1$; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

Solución:

- Para calcular la longitud de onda en el vidrio y el agua aplicaremos la ecuación que relaciona la velocidad de la luz con el índice de refracción y su relación con la frecuencia y la longitud de onda.

$$v_{\text{agua}} = \frac{c}{n_{\text{agua}}} = \frac{c}{1,33} = \lambda_{\text{agua}} \cdot f \rightarrow \lambda_{\text{agua}} = 322,23 \text{ nm}$$

$$v_{\text{vidrio}} = \frac{c}{n_{\text{vidrio}}} = \frac{c}{1,55} = \lambda_{\text{vidrio}} \cdot f \rightarrow \lambda_{\text{vidrio}} = 276,50 \text{ nm}$$

- Para este segundo apartado aplicamos la ley de Snell para obtener el ángulo de refracción. Con este dato y la distancia lateral entre los puntos de entrada y salida del cristal que nos proporciona el enunciado calcularemos el espesor del cristal.

$$1,33 \sin 40 = 1,55 \sin \beta \rightarrow \beta = 33,47^\circ$$

$$\text{tg}(90 - \beta) = \frac{d}{2} \rightarrow d = 3,02 \text{ cm}$$

Para calcular el tiempo que tarda el rayo en atravesar el cristal primero calcularemos la distancia entre los puntos A y B:

$$d_{AB} = \sqrt{d^2 + 2^2} = 3,63 \text{ cm}$$

Con esta distancia y la velocidad de la luz en el vidrio podemos obtener el tiempo que nos piden

$$t_{AB} = \frac{d_{AB}}{v_{\text{vidrio}}} = \frac{3,63 \cdot 10^{-2}}{c/1,55} = 1,88 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

- Para obtener el ángulo mínimo de incidencia que nos piden, aplicaremos la ley de Snell en las dos interfases agua-vidrio y vidrio-aire

vidrio-aire

$$n_{\text{vidrio}} \sin \beta = n_{\text{aire}} \cdot 1 \rightarrow \sin \beta = \frac{1}{1,55}$$

agua-vidrio

$$n_{\text{agua}} \sin \beta_{\text{mim}} = n_{\text{vidrio}} \sin \beta = 1 \rightarrow \sin \beta_{\text{mim}} = \frac{1}{1,33} \rightarrow \beta_{\text{mim}} = 48,75^\circ$$