

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

PARA MAYORES DE 25 AÑOS

AÑO 2024

MATERIA: MATEMÁTICAS II**INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN**

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se calculará sobre las respuestas dadas a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni simbólicas.

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

CALIFICACIÓN: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.

TIEMPO: 90 minutos

OPCIÓN A**A.1. Calificación máxima:** 2,5 puntos.

Haciendo el inventario en una tienda se ha encontrado un cajón con cubiertos. En esa caja, el número de tenedores menos el número de cuchillos excede en 10 el doble del número de cucharas. Pero al doble del número de cuchillos le falta 30 para ser igual al doble del número de tenedores menos el triple del número de cucharas. La suma de cubiertos es igual a 50.

¿Cuántas cucharas y cuántos tenedores hay? ¿Cuál es el mayor número de juegos completos de cuchara, tenedor y cuchillo que podemos rehacer con el contenido de la caja?

A.2. Calificación máxima: 2,5 puntos.

Se considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida como $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & x < 0 \\ \sqrt{x+1}, & x \geq 0 \end{cases}$.

- (0,5 puntos) Determine la paridad de la función y su continuidad.
- (1 punto) Determine si la función es diferenciable en el dominio. Discútase si se puede aplicar el teorema de Rolle en el intervalo $(-2,2)$.
- (1 punto) Calcule el área de la región acotada comprendida entre la gráfica de $f(x)$ y la recta $y = \sqrt{2}$.

A.3. Calificación máxima: 2,5 puntos.

Un dispositivo que emite un rayo láser está situado en el punto del espacio $P(1,2,4)$.

- (1,25 puntos) El dispositivo emite un rayo hacia el punto $O(2,3,0)$. Halle el punto en donde incide el rayo en el plano $\pi: x + 2y + z = 1$ así como el ángulo de incidencia.
- (1,25 puntos) El dispositivo se coloca ahora en otro punto P' de forma que O sea simétrico de P' respecto de π . Determine las coordenadas del punto P' .

A.4. Calificación máxima: 2,5 puntos.

De dos sucesos A y B de cierto espacio muestral se sabe que $P(A) = \frac{7}{12}$, $P(A \cap \bar{B}) = \frac{1}{3}$ y $P(\bar{A} \cap B) = \frac{5}{12}$.

- (1,5 puntos) Calcule $P(A \cup B)$ y $P(A \cap B)$. ¿Son A y B sucesos incompatibles? ¿Son A y B sucesos independientes?
- (1 punto) Si de otro suceso C se sabe que $P(A|C) = \frac{1}{4}$ y $P(A \cup C) = \frac{7}{8}$. Calcule $P(C)$.

OPCIÓN B

B.1. Calificación máxima: 2,5 puntos.

Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ -1 & a+1 & -2 \\ 1 & a & 2 \end{pmatrix}.$$

- a) (2 puntos) Discútase, según el valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$, el sistema de ecuaciones

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2a \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- b) (0,5 puntos) Resuelva ese sistema para el caso $a = -\frac{1}{2}$.

B.2. Calificación máxima: 2,5 puntos.

Se considera la función definida en su dominio $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x^2-2}, & x < 0, \\ \frac{x^3}{x^2+2}, & x \geq 0. \end{cases}$

- a) (1 punto) Determine el dominio de la función, así como su continuidad y diferenciabilidad.
b) (0,75 puntos) Determine las asíntotas verticales, horizontales u oblicuas de la función.
c) (0,75 puntos) Calcule el área de que determina la función con el eje X en el intervalo $[-1,0]$.

B.3. Calificación máxima: 2,5 puntos.

Se consideran en el espacio los puntos $A(1,2,0)$ y $B(-2,2,4)$ así como la recta $r: (\lambda, \lambda, 1 + \lambda)$.

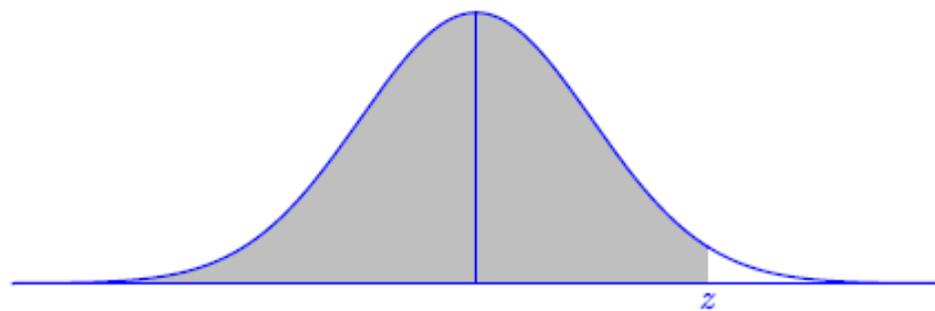
- a) (0,75 puntos) Determine la posición relativa de la recta r con la recta que pasa por A y B .
b) (0,75 puntos) Determine si hay algún punto C de la recta r que forme junto con A y B un triángulo equilátero.
c) (1 punto) Determine la ecuación de una recta s que corte perpendicularmente a r y que pase por A .

B.4. Calificación máxima: 2,5 puntos

Una nueva máquina hiladora fabrica madejas de lana. La longitud de la lana desenrollada de una madeja se distribuye como una normal de media 200m y desviación típica de 5m.

- a) (1,25 puntos) Calcule la probabilidad de que la lana desenrollada de una madeja extraída al azar esté entre 196m y 202m.
b) (1,25 puntos) Una madeja se considera inadmisiblesi la longitud de su lana es inferior a 195m. Calcule la probabilidad de que entre 10 madejas extraídas al azar haya 2 o más madejas inadmisibles.

DISTRIBUCIÓN NORMAL



Ejemplo: si Z tiene distribución $N(0, 1)$, $P(Z < 0,45) = 0,6736$.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS II
CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

En cada pregunta, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en el documento de soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada.

Se penalizará en la calificación de cada respuesta la falta de justificación razonada o de precisión y se valorarán las estrategias, razonamientos y toma adecuada de decisiones.

A.1.

Cada ecuación bien escrita: 0,5 puntos. Resolución correcta del sistema: 0,75 puntos (si se resuelve correctamente un sistema incorrecto, se podrá dar hasta 0,5 puntos). Respuestas a las preguntas: 0,25 puntos.

A.2.

a) Paridad: 0,25 puntos. Continuidad: 0,25 puntos.

b) Derivabilidad: 0,25 planteamiento y 0,25 resolución. Aplicación del teorema de Rolle: 0,5 puntos.

c) Determinación correcta de la región: 0,5 puntos. Cálculo de la primitiva: 0,25 puntos. Resultado: 0,25 puntos.

A.3.

a) Determinación del rayo: 0,25 puntos. Corte con el plano: 0,5 puntos. Cálculo del ángulo: 0,5 puntos.

b) Planteamiento 0,75 puntos. Resolución 0,5 puntos.

A.4.

a) Cálculo de $P(A \cup B)$: 0,5 puntos. Cálculo de $P(A \cap B)$: 0,5 puntos. Respuesta sobre independencia e incompatibilidad: 0,25 puntos cada una.

b) Planteamiento: 0,5 puntos. Resolución: 0,5 puntos

OPCIÓN B

En cada pregunta, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en el documento de soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada.

Se penalizará en la calificación de cada respuesta la falta de justificación razonada o de precisión y se valorarán las estrategias, razonamientos y toma adecuada de decisiones.

B.1.

a) Determinación de los valores singulares: 0,25 cada uno. Discusión correcta de cada uno de los tres casos posibles: 0,5 puntos cada uno.

b) Planteamiento: 0,25 puntos. Resolución: 0,25 puntos cada uno.

B.2.

a) Dominio: 0,25 puntos. Continuidad: 0,25 puntos. Diferenciabilidad: 0,5 puntos divididos entre planteamiento y resolución.

b) Cada tipo de asíntota: 0,25 puntos.

c) Cálculo de la primitiva: 0,5 puntos. Respuesta: 0,25 puntos.

B.3.

a) Planteamiento: 0,5 puntos. Resolución: 0,25 puntos.

b) Planteamiento: 0,5 puntos. Resolución: 0,25 puntos.

c) Planteamiento: 0,75 puntos. Resolución: 0,25 puntos.

B.4.

a) Planteamiento: 0,75. Resolución: 0,5 puntos.

b) Planteamiento: 0,75. Resolución: 0,5 puntos.