



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso 2022-2023

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá responder razonadamente a **cinco** preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se le proponen.

Cada ejercicio se valorará sobre 2 puntos, y si consta de dos apartados, cada apartado se valorará sobre 1 punto.

DURACIÓN: 90 minutos.

A.1. (2 puntos) Se consideran las matrices A y B dadas por

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Determine la matriz X tal que, $A \cdot X = B$.

b) Calcule $B \cdot B^t \cdot A^{-1}$, donde B^t denota la matriz transpuesta de B y A^{-1} la matriz inversa de A .

A.2. (2 puntos) Una familia acaba de comprar una parcela y desea construir en ella una piscina rectangular. Tiene que decidir el largo y el ancho de la piscina sabiendo que el largo no puede ser más de 2 veces el ancho, y que 3 veces el ancho no puede sobrepasar a 2 veces el largo. Además, el perímetro debe tener 30 metros como máximo y quieren que la piscina tenga al menos 4 metros de ancho. ¿Qué dimensiones deben elegir si quieren una piscina lo más larga posible?

A.3. (2 puntos) Dada la siguiente función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} ax^2e^{x-3} & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{x^2-x-6}{x^2-3x} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

a) Obtenga el valor del parámetro real a para que la función sea continua en $x = 3$.

b) Para $a = 1$, determine los máximos y mínimos relativos de $f(x)$ en el intervalo $(-\infty, 1)$.

A.4. (2 puntos) Sean dos sucesos A y B tales que $P(A) = 0,57$, $P(B) = 0,46$ y $P(A \cap B) = 0,28$. Calcule las siguientes probabilidades:

a) $P(A \cup B)$.

b) $P(B|\bar{A})$ siendo \bar{A} el suceso complementario de A .

A.5. (2 puntos) La longitud en metros de un coche se puede aproximar por una variable aleatoria normal de media μ y desviación típica $\sigma = 0,2$ metros.

a) Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de μ sea menor de 4 centímetros con un nivel de confianza del 95 %.

b) Suponga que $\mu = 4$ metros. Calcule la probabilidad de que al tomar una muestra aleatoria simple de tamaño $n = 36$ coches, la longitud media, \bar{X} , sea mayor de 4,04 metros.

B.1. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\left. \begin{aligned} 2ax + y + 2z &= 2 \\ x - az &= 0 \\ 3x - y - z &= 2a \end{aligned} \right\}$$

- Discuta el sistema para los diferentes valores de a .
- Resuelva el sistema de ecuaciones para $a = 1$.

B.2. (2 puntos) Se considera la siguiente función real de variable real dependiente de un parámetro real a :

$$f(x) = -x^3 + 4ax^2 - 17x + 5a$$

- Calcule el valor de a para que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$ sea la misma que la pendiente de la recta $g(x) = \sqrt{3} - 4x$.
- Para $a = 0$, obtenga el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica de la función $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

B.3 (2 puntos) Se considera la siguiente función real de variable real:

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{x}$$

- Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
- Determine las asíntotas de la función.

B.4. (2 puntos) Un restaurante de comida rápida sirve el 40 % de los menús para consumir en el local, el 35 % es transportado por motoristas a domicilio (*delivery*) y el resto de menús son recogidos por los clientes en el local (*take-away*). El restaurante tiene un menú vegetariano que es consumido por el 8 % de los clientes en el local, el 5 % de los pedidos a domicilio y el 12 % de los recogidos en el local por los propios clientes. Eligiendo un menú al azar, calcule la probabilidad de que:

- Sea vegetariano.
- Haya sido llevado a domicilio por un motorista, sabiendo que es vegetariano.

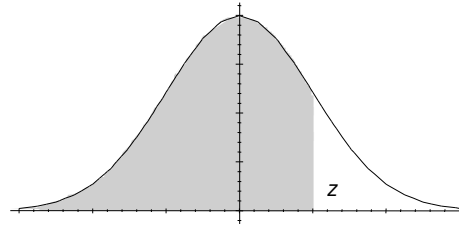
B.5. (2 puntos) La vida media de una persona medida en semanas se puede aproximar por una variable aleatoria normal de media μ y desviación típica $\sigma = 300$ semanas.

- Se toma una muestra aleatoria simple de 20 personas ya fallecidas, obteniéndose una media muestral de 4020 semanas. Determine un intervalo de confianza al 99 % para μ .
- ¿Qué tamaño de muestra sería necesario para que la longitud del intervalo anterior no sobrepase las 100 semanas?

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de z .



| z | ,00 | ,01 | ,02 | ,03 | ,04 | ,05 | ,06 | ,07 | ,08 | ,09 |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7703 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9954 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |
| 3,0 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9988 | 0,9988 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9990 | 0,9990 |

MATEMATICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

| | |
|---|--------------|
| Resolución de la ecuación matricial | 0,25 puntos. |
| Cálculo de la matriz inversa | 0,50 puntos. |
| Obtención de la matriz X | 0,25 puntos. |

Apartado (b): 1 punto.

| | |
|---|--------------|
| Expresión de la matriz transpuesta | 0,25 puntos. |
| Cálculo correcto de los productos de matrices | 0,75 puntos. |

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

| | |
|--|--------------|
| Determinación de la función objetivo | 0,25 puntos. |
| Determinación correcta de las restricciones | 0,50 puntos. |
| Representación de la región factible y sus vértices | 0,75 puntos. |
| Obtención de la solución (dimensiones de la piscina) | 0,50 puntos. |

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

| | |
|--|--------------|
| Estudio correcto de la continuidad en $x = 3$ | 0,50 puntos. |
| Obtención correcta del valor del parámetro a | 0,50 puntos. |

Apartado (b): 1 punto.

| | |
|---|--------------|
| Cálculo de la derivada y de los valores que la anulan | 0,50 puntos. |
| Determinación de la abscisa del máximo y del mínimo | 0,50 puntos. |

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

| | |
|---|--------------|
| Planteamiento correcto de la probabilidad | 0,50 puntos. |
| Cálculo correcto de la probabilidad..... | 0,50 puntos. |

Apartado (b): 1 punto.

| | |
|---|--------------|
| Planteamiento correcto de la probabilidad | 0,50 puntos. |
| Cálculo correcto de la probabilidad..... | 0,50 puntos. |

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

| | |
|---|--------------|
| Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ | 0,25 puntos. |
| Expresión correcta de la fórmula del error | 0,25 puntos. |
| Determinación correcta del tamaño de la muestra | 0,50 puntos. |

Apartado (b): 1 punto.

| | |
|--|--------------|
| Expresión correcta de la distribución de la media muestral | 0,25 puntos. |
| Planteamiento correcto de la probabilidad | 0,25 puntos. |
| Tipificación correcta de la variable | 0,25 puntos. |
| Determinación correcta de la probabilidad..... | 0,25 puntos. |

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.

OPCION B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Cálculo correcto de los valores críticos 0,50 puntos.
- Discusión correcta 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Obtención de la solución correcta del sistema..... 1 punto.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Cálculo correcto de la derivada 0,25 puntos.
- Planteamiento correcto de la ecuación 0,50 puntos.
- Obtención del valor del parámetro a 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Cálculo correcto de la primitiva 0,25 puntos.
- Planteamiento correcto del área..... 0,25 puntos.
- Obtención de área pedida 0,50 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Cálculo correcto de la derivada 0,25 puntos.
- Determinación correcta de los intervalos 0,75 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Obtención de la asíntota vertical 0,25 puntos.
- Estudio de asíntota horizontal 0,25 puntos.
- Obtención de la asíntota oblicua 0,50 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Planteamiento correcto de la probabilidad 0,50 puntos.
- Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento correcto de la probabilidad 0,50 puntos.
- Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.
- Cálculo correcto del error 0,25 puntos.
- Determinación correcta del intervalo de confianza 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Deducción del error 0,25 puntos.
- Planteamiento correcto de la fórmula del error 0,25 puntos.
- Determinación correcta del tamaño de la muestra 0,50 puntos.

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.

SOLUCIONES

A. 1. a)

$$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

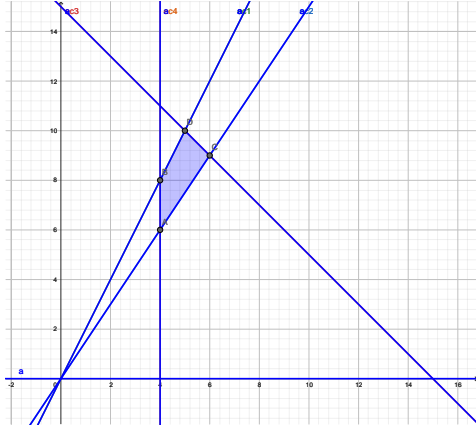
b)

$$(B \cdot B^t) \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$$

A.2. Sea x : ancho de la piscina (en metros), e y : largo de la piscina (en metros). Entonces:

$$S = \{2x - y \geq 0, 3x - 2y \leq 0, 2x + 2y \leq 30, x \geq 4, y \geq 0\},$$

con vértices $A = (4, 6)$, $B = (4, 8)$, $C = (6, 9)$ y $D = (5, 10)$.



La función a maximizar es $B(x, y) = y$. Evaluamos en los vértices de la región factible obtenidos:

- $B(4, 6) = 6$
- $B(4, 8) = 8$
- $B(6, 9) = 9$
- $B(5, 10) = 10 \rightarrow$ Máximo

La piscina debe tener 5 metros de ancho y 10 metros de largo.

A.3. a)

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} (ax^2 e^{x-3}) = 9a = f(3), \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x} \right) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{x+2}{x} \right) = \frac{5}{3}$$

La función será continua en $x = 3$ si $9a = 5/3 \Leftrightarrow a = 5/27$.

b) En $(-\infty, 1)$ con $a = 1$, $f(x) = x^2 e^{x-3}$

$$f'(x) = (2x + x^2)e^{x-3} \quad ; \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad \text{o} \quad x = -2$$

En $(-\infty, 1)$ la función $f(x)$ alcanza un máximo relativo en el punto de abscisa $x = -2$ y un mínimo relativo en el punto de abscisa $x = 0$.

A.4. a) La probabilidad pedida es:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,57 + 0,46 - 0,28 = 0,75.$$

b) La probabilidad pedida es:

$$P(B | \bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{0,46 - 0,28}{1 - 0,57} = 0,4186.$$

A.5. a) Se tiene $E < 0,04$, $\sigma = 0,2$ y $z_{\alpha/2} = 1,96$

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0,04 > 1,96 \frac{0,2}{\sqrt{n}} \Rightarrow n > 96,04$$

Luego el tamaño mínimo de la muestra debe ser de $n = 97$ coches.

b) La variable aleatoria \bar{X} sigue una distribución $N(4; 0, 2/\sqrt{36})$

$$P(\bar{X} > 4,04) = P\left(Z > \frac{4,04 - 4}{0,2/\sqrt{36}}\right) = P(Z > 1,2) = 1 - 0,8849 = 0,1151$$

B.1. a) La matriz del sistema es:

$$A = \begin{pmatrix} 2a & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -a \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Cuyo determinante es $|A| = -2a^2 - 3a - 1$.

Así, $-2a^2 - 3a - 1 = 0 \Rightarrow a = -1, a = -1/2$.

Por lo tanto:

- Si $a \neq -1, a \neq -1/2, rg(A|B) = 3, rg(A) = 3$. SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO.
- Si $a = -1, rg(A) = 2, rg(A|B) = 2$. La segunda ecuación es la tercera más la primera. SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO.
- Si $a = -1/2, rg(a) = 2, rg(A|B) = 3$. SISTEMA INCOMPATIBLE.

b) Para $a = 1$ el sistema es compatible determinado. Resulta:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y + 2z = 2 \\ x - z = 0 \\ 3x - y - z = 2 \end{array} \right\}$$

Aplicando por ejemplo el método de Cramer obtenemos que la solución es:

$$\det(A) = -6, x = \frac{2}{3}, y = \frac{-2}{3}, z = \frac{2}{3}$$

B.2. a) $g(x) = \sqrt{3} - 4x$ es una recta de pendiente $m = -4$

Ecuación de la recta tangente a la gráfica en x_0 : $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

$$f'(x) = -3x^2 + 8ax - 17$$

$$f'(1) = 8a - 20$$

$$8a - 20 = -4$$

$$a = 2$$

b) Para $a = 0$,

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, \quad f(x) < 0 \quad \forall \quad x \in (0, 2)$$

El área pedida es:

$$\left| \int_0^2 (-x^3 - 17x) dx \right| = \left| -\frac{x^4}{4} - 17\frac{x^2}{2} \right|_0^2 = \left| -\frac{16}{4} - \frac{17}{2} \cdot 4 \right| = |-38| = 38u^2$$

B.3. a) La función $f(x)$ no está definida en $x = 0$.

$$f'(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

En $x \in (-\infty, -\sqrt{3}), (\sqrt{3}, +\infty)$ $f'(x) > 0$ y $f(x)$ es creciente.

En $x \in (-\sqrt{3}, 0), (0, \sqrt{3})$ $f'(x) < 0$ y $f(x)$ es decreciente.

b) Asíntotas verticales:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$$

Por tanto, tiene asíntota vertical en $x = 0$.

Asíntotas horizontales:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

La función $f(x)$ no tiene asíntotas horizontales.

Asíntotas oblicuas: $y = mx + n$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^2 + 4x + 3}{x^2} \right) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{4x + 3}{x} \right) = 4$$

Entonces, la función $f(x)$ tiene asíntota oblicua en $y = 4 + x$.

B.4. Definimos los sucesos L = 'consumido en el local', D = 'delivery', T = 'take-away' y V = 'vegetariano'.

a) La probabilidad pedida es:

$$\begin{aligned} P(V) &= P(V | L)P(L) + P(V | D)P(D) + P(V | T)P(T) \\ &= 0,08 \cdot 0,4 + 0,05 \cdot 0,35 + 0,12 \cdot 0,25 = 0,0795. \end{aligned}$$

b) La probabilidad pedida es:

$$P(D | V) = \frac{P(V | D)P(D)}{P(V)} = \frac{0,05 \cdot 0,35}{0,0795} = 0,22.$$

B.5. a) $IC_{99\%}(\mu) = \bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 4020 \pm 2,575 \cdot 300/\sqrt{20} = (3847, 2637; 4192, 7263)$

b) Se tiene que $L = 100$ y $z_{\alpha/2} = 2,575$

$$L = 2 \cdot z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \iff 100 < 2 \cdot 2,575 \frac{300}{\sqrt{n}} \iff n > 238,70.$$

La muestra debe ser de al menos 239 personas.