UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2021-2022**

MATERIA: FÍSICA

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda a cinco preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).

TIEMPO: 90 minutos.

Pregunta A.1.- *Tianwen-1* es una misión espacial china para aterrizar en el planeta Marte. El 10 de febrero de 2021 la nave (un módulo de aterrizaje acoplado a un orbitador) entró en órbita marciana. Suponga que la órbita es circular y que el periodo de revolución es de 12 h.

a) Determine la altura sobre la superficie del planeta a la que orbita la nave espacial.

b) El 15 de mayo de 2021 el módulo de aterrizaje se separa del orbitador y, tras poner en marcha sus retrocohetes que reducen su velocidad orbital a cero, cae sobre la superficie del planeta. Si no hubiesen funcionado los sistemas de frenado, ¿a qué velocidad hubiera impactado el módulo de aterrizaje en caída libre?

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de Marte,* $M_M = 6{,}39\cdot10^{23}$ kg; *Radio de Marte,* $R_M = 3390$ km.

Pregunta A.2.- Un diapasón que vibra con la nota *La* emite al golpearlo un sonido en forma de onda esférica. El oído de un afinador de pianos se encuentra a 30 cm del diapasón. Si la potencia sonora inicial al golpear el diapasón es de 10^{-4} W, y va disminuyendo con el tiempo, obtenga:

a) El nivel de intensidad sonora inicial que percibe el afinador de pianos.

b) El tiempo que transcurre hasta que el afinador deja de oír el diapasón, si la potencia sonora *P* disminuye exponencialmente con el tiempo *t* según la ley $P = P_0 e^{-t/\tau}$, donde P_0 es la potencia inicial y $\tau = 2$ s.

Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Pregunta A.3.- Dos hilos conductores rectilíneos A y B paralelos al eje *x*, que pasan por los puntos (0, -4, 0) m y (0, 4, 0) m, transportan intensidades de corriente de 2 A y 5 A, respectivamente, a lo largo del sentido positivo del eje *x*.

a) Calcule el vector campo magnético que produce el conductor A en la posición del conductor B.

b) Obtenga la fuerza por unidad de longitud que ejerce el conductor A sobre el conductor B, indicando su dirección y sentido.

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ T m A^{-1}.

Pregunta A.4.- Para obtener una imagen aumentada de un objeto de 1 mm de altura se utilizan dos lentes convergentes A y B, de distancias focales 2 cm y 2,5 cm, respectivamente. El objeto se sitúa a 3 cm a la izquierda de la lente A, mientras que la lente B está colocada a la derecha de la lente A.

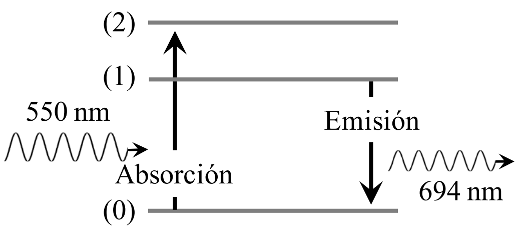
a) Obtenga el tamaño de la imagen que forma la lente A, y determine la separación entre las lentes para que el sistema óptico forme una imagen final virtual e invertida de 5 mm.

b) Realice el trazado de rayos correspondiente a la formación de la imagen por el sistema.

Pregunta A.5.- El primer láser operativo fue el láser de rubí en 1960. El rubí presenta un sistema de tres niveles como el mostrado en la figura. Tras absorber luz de 550 nm, emite su color rojo característico a 694 nm. Calcule:

a) La frecuencia de los fotones absorbidos en la transición (0) $\rightarrow$ (2) y de los emitidos en la transición (1) $\rightarrow$ (0).

b) La diferencia de energía entre los niveles (2) y (1) expresada en electrón-voltios.



Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; *Velocidad de la luz en el vacío,* $c = 3\cdot10^{8}$ m s^{-1}; *Constante de Planck,* $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J s.

Pregunta B.1.- Una masa puntual de 5 kg se encuentra fija en el punto P (0, 20) m del plano *xy*. Otra masa puntual *m*, inicialmente en reposo, se encuentra en el punto Q (100, 0) m.

a) Calcule el campo gravitatorio creado por la masa de 5 kg en el punto Q.

b) Por efecto de la atracción gravitatoria, la masa *m* se acelera hacia el punto P. Calcule el vector velocidad que poseerá dicha masa cuando pase por el punto (50, 10) m.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Pregunta B.2.- Las ondas sísmicas que registra un sismógrafo se pueden aproximar a una onda de la forma $y = y_0 \,\mathrm{sen}\left[\omega t - kx\right]$. En un determinado seísmo el instrumento detecta una onda de frecuencia 0,73 Hz y amplitud 5,5 cm. Sabiendo que la velocidad de propagación de las ondas en el material por el que se transmite es de 12 km s^{-1}, obtenga:

a) La longitud de onda de las ondas y la expresión matemática de la onda.

b) La velocidad y aceleración máximas de oscilación que experimentan los puntos del medio material al paso de la onda sísmica.

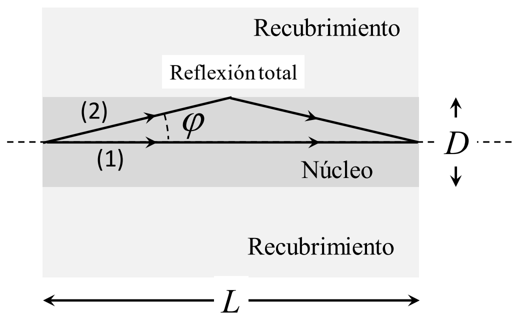
Pregunta B.3.- Un haz de iones de Ag^+ se aceleran, partiendo del reposo, a lo largo de una diferencia de potencial de 3 kV. Tras esta etapa de aceleración, los iones entran en una región donde existe un campo magnético de 200 mT perpendicular a su velocidad.

a) Calcule la velocidad que adquieren los iones de Ag^+ tras la etapa de aceleración.

b) Obtenga el radio de la trayectoria de los iones al penetrar en la región del campo magnético.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C; *Masa atómica de la plata, $M_{Ag} = 107{,}9$* u; *Unidad de masa atómica, 1* u = *$1{,}66\cdot 10^{-27}$* kg.

Pregunta B.4.- Una fibra óptica de plástico para el conexionado de un automóvil posee un núcleo cilíndrico con índice de refracción n_N = 1,46 y diámetro D = 100 μm, y un recubrimiento concéntrico de índice de refracción n_R = 1,43. Partiendo del centro de la fibra, el rayo (1) va paralelo a ella, mientras que el rayo (2) viaja con el máximo ángulo posible φ para que se refleje totalmente en la frontera núcleo-recubrimiento (ver figura).



a) Calcule el ángulo φ que forma el rayo (2) con el eje de la fibra óptica.

b) Obtenga la longitud de fibra *L* para la cual el rayo (2) alcanza de nuevo el eje de la fibra, así como la diferencia de tiempos de llegada entre el rayo (1) y el (2) tras recorrer dicha longitud de fibra *L*.

Dato: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot 10^8$ m s^{-1}.

Pregunta B.5.- El ^{201}Tl es un isótopo utilizado para obtener imágenes del músculo cardiaco que permite detectar áreas isquémicas del corazón, y posee un periodo de semidesintegración de 73 h. La solución que se administra por vía intravenosa contiene una actividad inicial de 37 MBq por cada mililitro de solución.

a) Determine la vida media del isótopo y su constante de desintegración radiactiva.

b) Calcule el número de isótopos que quedarán en un paciente al transcurrir un día después de haberle suministrado 5 mL de solución, así como la actividad al cabo de ese tiempo.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

FÍSICA

* Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.
* Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.
* En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.
* Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.
* Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2 puntos.
* En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la misma para cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,25 puntos).

FÍSICA

SOLUCIONES

(Documento de trabajo orientativo)

Pregunta A.1.- *Tianwen-1* es una misión espacial china para aterrizar en el planeta Marte. El 10 de febrero de 2021 la nave (un módulo de aterrizaje acoplado a un orbitador) entró en órbita marciana. Suponga que la órbita es circular y que el periodo de revolución es de 12 h.

a) Determine la altura sobre la superficie del planeta a la que orbita la nave espacial.

b) El 15 de mayo de 2021 el módulo de aterrizaje se separa del orbitador y, tras poner en marcha sus retrocohetes que reducen su velocidad orbital a cero, cae sobre la superficie del planeta. Si no hubiesen funcionado los sistemas de frenado, ¿a qué velocidad hubiera impactado el módulo de aterrizaje en caída libre?

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de Marte,* $M_M = 6{,}39\cdot10^{23}$ kg; *Radio de Marte,* $R_M = 3390$ km.

Solución:

a) Calculamos primeramente el radio de la órbita, teniendo en cuenta:

$$v_{orb} = \frac{2\pi r_{órbita}}{T_{orbital}}$$

$$F_{centrípeta} = F_{gravitatoria} \quad \Rightarrow \quad m\frac{v_{orb}^2}{r_{órbita}} = \frac{GM_M m}{r_{\,órbita}^{\,2}}$$

Sustituyendo la velocidad orbital en la última ecuación, resulta:

$$r_{órbita} = \left(\frac{GM_M T_{orbital}^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}$$

Sabiendo el valor del periodo orbital:

$$T_{orbital} = 12 \text{ h} = 43200 \text{ s}$$

el radio de la órbita resulta:

$$r_{órbita} = \left(\frac{GM_M T_{orbital}^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} = 12630 \text{ km}$$

De ahí, la altura a la que orbita la nave sobre la superficie de Marte es:

$$h = r_{órbita} - R_M = 9240 \text{ km}$$

b) Utilizando el principio de conservación de la energía mecánica:

$$\Delta(E_{pot} + E_{cin}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = GM_M m\left[\frac{1}{R_M} - \frac{1}{r_{órbita}}\right]$$

donde se ha tenido en cuenta que el módulo de aterrizaje cae libremente partiendo del reposo. De ahí se obtiene la velocidad que tendría al llegar a la superficie marciana:

$$v = \sqrt{2GM_M\left[\frac{1}{R_M} - \frac{1}{r_{órbita}}\right]} = 4289 \text{ m s}^{-1}$$

Pregunta A.2.- Un diapasón que vibra con la nota *La* emite al golpearlo un sonido en forma de onda esférica. El oído de un afinador de pianos se encuentra a 30 cm del diapasón. Si la potencia sonora inicial al golpear el diapasón es de 10^{-4} W, y va disminuyendo con el tiempo, obtenga:

a) El nivel de intensidad sonora inicial que percibe el afinador de pianos.
b) El tiempo que transcurre hasta que el afinador deja de oír el diapasón, si la potencia sonora P disminuye exponencialmente con el tiempo t según la ley $P = P_0 e^{-t/\tau}$, donde P_0 es la potencia inicial y τ = 2 s.

Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Solución:

a) La potencia sonora y la intensidad para una onda esférica vienen relacionadas mediante:

$$P_{inicial} = I\,S = I 4\pi d^2$$

De ahí se obtiene la intensidad de la onda a una distancia de 30 cm:

$$I = \frac{P_{inicial}}{4\pi d^2} = 8,84 \cdot 10^{-5}\ \text{Wm}^{-2}$$

El nivel de intensidad sonora es ahora:

$$\beta = 10 \log_{10}\left[\frac{I}{I_0}\right] = 79,5\ \text{dB}$$

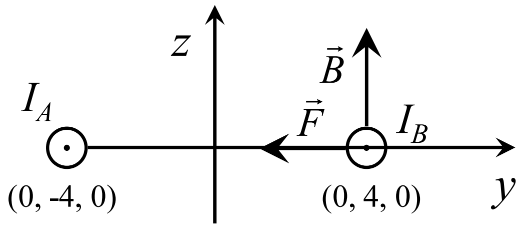
b) La potencia umbral con que debe emitir el diapasón para que se perciba su sonido a 30 cm será:

$$P_{umbral} = I_0 4\pi d^2 = 1,13 \cdot 10^{-12}\ \text{W}$$

Utilizando ahora la ley de decaimiento de la potencia con el tiempo se tiene:

$$P_{umbral} = P_{inicial} e^{-t/\tau} \qquad \Rightarrow \qquad t = \tau \ln\left[\frac{P_{inicial}}{P_{umbral}}\right] = 36,6\ \text{s}$$

Pregunta A.3.- Dos hilos conductores rectilíneos A y B paralelos al eje *x*, que pasan por los puntos (0, -4, 0) m y (0, 4, 0) m, transportan intensidades de corriente de 2 A y 5 A, respectivamente, a lo largo del sentido positivo del eje *x*.



a) Calcule el vector campo magnético que produce el conductor A en la posición del conductor B.

b) Obtenga la fuerza por unidad de longitud que ejerce el conductor A sobre el conductor B, indicando su dirección y sentido.

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}.

Solución:

a) El módulo del campo magnético producido por el conductor A en la posición del conductor B es:

$$B = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi d} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ T},$$

donde la distancia *d* es de 8 m. Utilizando la regla de la mano derecha, la dirección y sentido será hacia el eje positivo del eje *z*, con lo que:

$$\vec{B} = 5 \cdot 10^{-8} \vec{k} \text{ T}$$

b) La fuerza magnética ejercida sobre un conductor rectilíneo que transporta una cierta corriente en presencia de un campo magnético homogéneo viene expresada mediante:

$$\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}$$

Teniendo en cuenta el campo magnético calculado anteriormente y la dirección y sentido de la corriente en B, se obtiene:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_A I_B}{2\pi d} = 2{,}5 \cdot 10^{-7} \text{ N m}^{-1}$$

Tomando en consideración el producto vectorial $I \vec{l} \times \vec{B}$, la dirección y sentido de la fuerza será:

$$\frac{\vec{F}}{l} = -2{,}5 \cdot 10^{-7} \vec{j} \text{ N m}^{-1}$$

que es una fuerza atractiva entre los dos conductores.

Pregunta A.4.- Para obtener una imagen aumentada de un objeto de 1 mm de altura se utilizan dos lentes convergentes A y B, de distancias focales 2 cm y 2,5 cm, respectivamente. El objeto se sitúa a 3 cm a la izquierda de la lente A, mientras que la lente B está colocada a la derecha de la lente A.

a) Obtenga el tamaño de la imagen que forma la lente A, y determine la separación entre las lentes para que el sistema óptico forme una imagen final virtual e invertida de 5 mm.

b) Realice el trazado de rayos correspondiente a la formación de la imagen por el sistema.

Solución:

a) El problema suministra los siguientes datos:

$f'_A = 2$ cm

$f'_B = 2{,}5$ cm

$s_A = -3$ cm

$y_A = 1$ mm

$y'_B = -5$ mm

Utilizando la ley para lentes delgadas se obtiene la posición de la imagen que forma la lente A:

$$\frac{1}{s'_A} - \frac{1}{s_A} = \frac{1}{f'_A} \qquad \Rightarrow \qquad s'_A = \left(\frac{1}{f'_A} + \frac{1}{s_A} \right)^{-1} = 6 \text{ cm}$$

Además, usando la fórmula para el aumento lateral se puede hallar el tamaño de su imagen:

$$\frac{y'_A}{y_A} = \frac{s'_A}{s_A} \qquad \Rightarrow \qquad y'_A = y_A \frac{s'_A}{s_A} = -2 \text{ mm}$$

Ahora, la imagen que forma la lente A actúa como objeto para la lente B:

$$y_B = y'_A = -2 \text{ mm}.$$

Como el tamaño final de imagen es 5 mm:

$$y'_B = -5 \text{ mm}$$

Combinando las anteriores ecuaciones aplicadas a la lente B se obtiene la posición del objeto para la lente B:

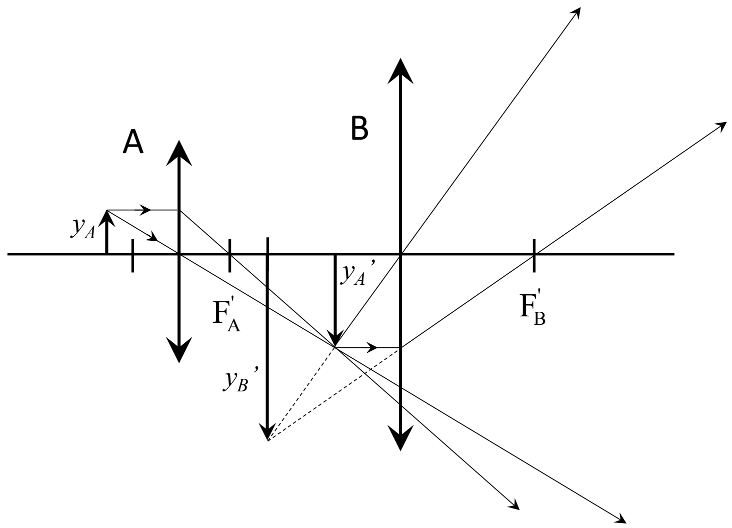
$$\left. \begin{array}{l} \dfrac{y'_B}{y_B} = \dfrac{s'_B}{s_B} \\ \dfrac{1}{s'_B} - \dfrac{1}{s_B} = \dfrac{1}{f'_B} \end{array} \right\} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1}{s_B}\frac{y_B}{y'_B} - \frac{1}{s_B} = \frac{1}{f'_B} \qquad \Rightarrow \qquad s_B = f'_B\left(\frac{y_B}{y'_B} - 1\right) = -1{,}5 \text{ cm}$$

Además, la posición de la imagen formada por la lente B es: $\quad s'_B = s_B \dfrac{y'_B}{y_B} = -3{,}75$ cm

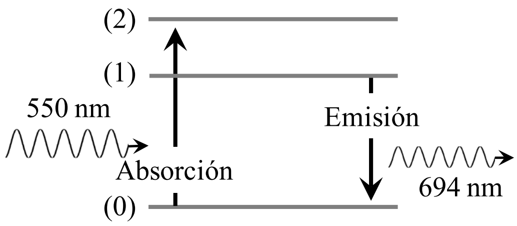
Por tanto, la separación entre lentes viene finalmente dada por:

$$d = s'_A - s_B = 7{,}5 \text{ cm}$$

b) El diagrama de rayos es el indicado en la figura, donde se ha utilizado que todo rayo paralelo sale por el foco imagen, y que todo rayo que entra por el centro de la lente no sufre desviación.



Pregunta A.5.- El primer láser operativo fue el láser de rubí en 1960. El rubí presenta un sistema de tres niveles como el mostrado en la figura. Tras absorber luz de 550 nm, emite su color rojo característico a 694 nm. Calcule:



a) La frecuencia de los fotones absorbidos en la transición (0) → (2) y de los emitidos en la transición (1) → (0).

b) La diferencia de energía entre los niveles (2) y (1) expresada en electrón-voltios.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, e = 1,6·10⁻¹⁹ C; *Velocidad de la luz en el vacío, c = 3·10⁸* m s⁻¹; *Constante de Planck, h = 6,63·10⁻³⁴* J s.

Solución:

a) Utilizando la relación entre la frecuencia y la longitud de onda de un fotón, tenemos:

$$f_{02} = \frac{c}{\lambda_{02}} = 5,45 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_{10} = \frac{c}{\lambda_{10}} = 4,32 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

b) Las energías de los niveles (2) y (1) respecto el nivel fundamental vienen dadas por:

$$E_{02} = hf_{02} = 3,62 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,26 \text{ eV}$$

$$E_{10} = hf_{10} = 2,87 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,79 \text{ eV}$$

Por tanto, la diferencia de energía entre ambos niveles será:

$$E_{21} = E_{02} - E_{10} = 0,47 \text{ eV}$$

Pregunta B.1.- Una masa puntual de 5 kg se encuentra fija en el punto P (0, 20) m del plano *xy*. Otra masa puntual *m*, inicialmente en reposo, se encuentra en el punto Q (100, 0) m.

a) Calcule el campo gravitatorio creado por la masa de 5 kg en el punto Q.

b) Por efecto de la atracción gravitatoria, la masa *m* se acelera hacia el punto P. Calcule el vector velocidad que poseerá dicha masa cuando pase por el punto (50, 10) m.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Solución:

a) El campo gravitatorio viene expresado por:

$$\vec{g} = -\frac{GM}{r^2}\vec{u}_r$$

Para el campo en Q producido por la masa de 5 kg localizada en P se tiene que:

$$|\vec{g}| = \frac{GM}{d^2} = 3,21\cdot10^{-14}\ \text{m s}^{-2}$$

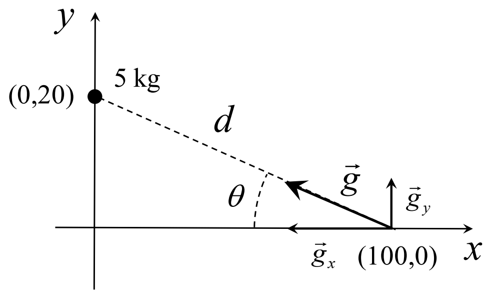
donde la distancia *d* se ha calculado como:

$$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = 102\ \text{m}$$

Las componentes cartesianas del campo serán:

$$g_x = -g\cos\theta = -g\frac{|x_2-x_1|}{d} = -3,14\cdot10^{-14}\ \text{m s}^{-2}$$

$$g_y = g\,\text{sen}\theta = g\frac{|y_2-y_1|}{d} = 6,29\cdot10^{-15}\ \text{m s}^{-2}$$



b) Para calcular la velocidad, hacemos uso del principio de conservación de la energía mecánica, teniendo en cuenta que la masa *m* parte del reposo:

$$-\frac{GMm}{r_1} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r_2} \qquad \Rightarrow \qquad v = \left[2GM\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)\right]^{1/2} = 2,56\cdot10^{-6}\ \text{m s}^{-1}$$

donde r_1 = 102 m y r_2 se ha obtenido como:

$$r_2 = \sqrt{(50-0)^2+(10-20)^2} = 51\ \text{m}$$

Las componentes cartesianas de la velocidad serán:

$$v_x = -v\cos\theta = -v\frac{100}{102} = -2,51\cdot10^{-6}\ \text{m s}^{-1}$$

$$v_y = v\,\text{sen}\theta = v\frac{20}{102} = 5,01\cdot10^{-7}\ \text{m s}^{-1}$$

Pregunta B.2.- Las ondas sísmicas que registra un sismógrafo se pueden aproximar a una onda de la forma $y = y_0 \operatorname{sen}\left[\omega t - kx\right]$. En un determinado seísmo el instrumento detecta una onda de frecuencia 0,73 Hz y amplitud 5,5 cm. Sabiendo que la velocidad de propagación de las ondas en el material por el que se transmite es de 12 km s^{-1}, obtenga:

a) La longitud de onda de las ondas y la expresión matemática de la onda.

b) La velocidad y aceleración máximas de oscilación que experimentan los puntos del medio material al paso de la onda sísmica.

Solución:

a) Utilizando la frecuencia y velocidad de propagación de la onda se obtienen la longitud de onda, el número de onda y la frecuencia angular de la onda:

$$\lambda = \frac{v}{f} = 16438 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 3,82 \cdot 10^{-4} \text{ rad m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi f = 4,59 \text{ rad s}^{-1}$$

Sabiendo que la amplitud es y_0 = 5,5 cm, la expresión matemática que describe la onda será:

$$y = y_0 \operatorname{sen}\left[\omega t - kx\right] = 0,055 \operatorname{sen}\left[4,59\, t - 3,82 \cdot 10^{-4} x\right] \text{ m}$$

b) Utilizando la expresión de la onda, la velocidad de oscilación y aceleración de puntos del medio se obtienen derivándola sucesivamente respecto al tiempo:

$$v_{osc} = \frac{dy}{dt} = y_0\, \omega \cos\left[\omega t - kx\right]$$

$$a_{osc} = \frac{d^2 y}{dt^2} = -y_0\, \omega^2 \operatorname{sen}\left[\omega t - kx\right]$$

de donde sus valores máximos se obtienen directamente como:

$$v_{osc}\big|_{máx} = y_0\, \omega = 0,25 \text{ m s}^{-1}$$

$$a_{osc}\big|_{máx} = y_0\, \omega^2 = 1,16 \text{ m s}^{-2}$$

Pregunta B.3.- Un haz de iones de Ag^+ se aceleran, partiendo del reposo, a lo largo de una diferencia de potencial de 3 kV. Tras esta etapa de aceleración, los iones entran en una región donde existe un campo magnético de 200 mT perpendicular a su velocidad.

a) Calcule la velocidad que adquieren los iones de Ag^+ tras la etapa de aceleración.

b) Obtenga el radio de la trayectoria de los iones al penetrar en la región del campo magnético.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C; *Masa atómica de la plata, $M_{Ag} = 107{,}9$* u; *Unidad de masa atómica, 1* u *= $1{,}66\cdot 10^{-27}$* kg.

Solución:

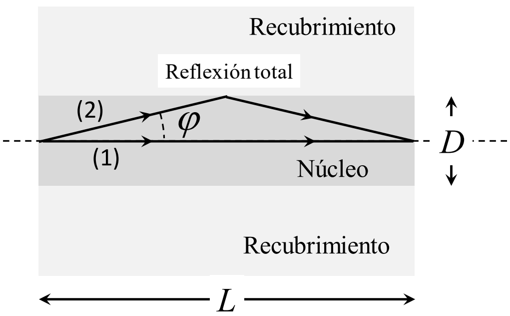
a) El principio de conservación de la energía permite conocer la velocidad máxima que adquieren los iones del haz:

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} = 7{,}32\cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$$

b) Al entrar en el campo magnético, los iones experimentan una fuerza magnética que será perpendicular a la velocidad, lo que produce un movimiento circular:

$$F_{centrípeta} = F_{magnética} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{mv^2}{R} = qvB \qquad \Rightarrow \qquad R = \frac{mv}{qB} = 0{,}410 \text{ m}$$

Pregunta B.4.- Una fibra óptica de plástico para el conexionado de un automóvil posee un núcleo cilíndrico con índice de refracción n_N = 1,46 y diámetro D = 100 μm, y un recubrimiento concéntrico de índice de refracción n_R = 1,43. Partiendo del centro de la fibra, el rayo (1) va paralelo a ella, mientras que el rayo (2) viaja con el máximo ángulo posible φ para que se refleje totalmente en la frontera núcleo-recubrimiento (ver figura).



a) Calcule el ángulo φ que forma el rayo (2) con el eje de la fibra óptica.

b) Obtenga la longitud de fibra L para la cual el rayo (2) alcanza de nuevo el eje de la fibra, así como la diferencia de tiempos de llegada entre el rayo (1) y el (2) tras recorrer dicha longitud de fibra L.

Dato: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot 10^8$ m s^{-1}.

Solución:

a) El ángulo crítico en la frontera núcleo-recubrimiento cumplirá:

$$n_N \operatorname{sen}(\theta_C) = n_R \operatorname{sen}(90^\circ) \qquad \Rightarrow \qquad \theta_C = \operatorname{arcsen}\left(\frac{n_R}{n_N}\right) = 78{,}36^\circ$$

de donde el ángulo que forma el rayo (2) con el eje longitudinal de la fibra es:

$$\varphi = 90^\circ - \theta_C = 11{,}63^\circ$$

b) Según la geometría de la figura, la longitud L de la fibra cumple:

$$\frac{D}{2}=\frac{L}{2}\operatorname{tg}(\varphi) \quad \Rightarrow \quad L=\frac{D}{\operatorname{tg}(\varphi)}=4{,}86\cdot 10^{-4}\ \text{m}$$

Por otra parte, la velocidad de los rayos propagándose por el núcleo es:

$$v=\frac{c}{n_N}=2{,}05\cdot 10^{8}\ \text{m s}^{-1}$$

De ahí puede obtenerse los tiempos de llegada de los rayos (1) y (2), que serán:

$$t_{(1)}=\frac{L}{v}=2{,}36\cdot 10^{-12}\ \text{s}$$

$$t_{(2)}=\frac{L}{v\cos(\varphi)}=2{,}41\cdot 10^{-12}\ \text{s}$$

La diferencia de tiempos es finalmente:

$$\Delta t=t_{(2)}-t_{(1)}=4{,}96\cdot 10^{-14}\ \text{s}$$

Pregunta B.5.- El ^{201}Tl es un isótopo utilizado para obtener imágenes del músculo cardiaco que permite detectar áreas isquémicas del corazón, y posee un periodo de semidesintegración de 73 h. La solución que se administra por vía intravenosa contiene una actividad inicial de 37 MBq por cada mililitro de solución.

a) Determine la vida media del isótopo y su constante de desintegración radiactiva.

b) Calcule el número de isótopos que quedarán en un paciente al transcurrir un día después de haberle suministrado 5 mL de solución, así como la actividad al cabo de ese tiempo.

Solución:

a) Según su definición, el periodo de semidesintegración cumple:

$$T_{1/2}=\tau\ln 2$$

de donde:

$$\tau=\frac{T_{1/2}}{\ln 2}=379140{,}3\ \text{s}=105{,}32\ \text{h}$$

Por otra parte, la constante de desintegración radiactiva es:

$$\lambda=\frac{1}{\tau}=2{,}64\cdot 10^{-6}\ \text{s}^{-1}=9{,}49\cdot 10^{-3}\ \text{h}^{-1}$$

b) La actividad inicial que tiene la solución de 5 mL es:

$$A_0=Conc(\text{Bq/mL})\cdot V(\text{mL})=1{,}85\cdot 10^{8}\ \text{Bq}$$

Al cabo de un día (24 h), la actividad se ha reducido a un valor de:

$$A=A_0\exp(-t/\tau)=1{,}47\cdot 10^{8}\ \text{Bq}$$

Este valor permite ahora determinar el número de núcleos de ^{201}Tl que quedan sin desintegrar al cabo de un día:

$$N=\frac{A}{\lambda}=5{,}58\cdot 10^{13}\ \text{núcleos}$$