	UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso **2023-2024** **MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**	

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá responder razonadamente a **cinco** preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se le proponen.
Cada ejercicio se valorará sobre 2 puntos, y si consta de dos apartados, cada apartado se valorará sobre 1 punto.
DURACIÓN: 90 minutos.

1. (2 puntos) Se consideran las matrices A y B dadas por:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

   a) Calcule $A \cdot B$ y $A^3 \cdot B$.
   b) Determine el valor del determinante de la matriz $A - 2I$, donde I denota la matriz identidad de tamaño 3×3.

2. (2 puntos) La siguiente derivada de una función real de variable real representa la tasa de variación instantánea de una sustancia disuelta en agua:

$$f'(t) = \frac{3}{2}\left(t - \frac{1}{2}t^2\right),$$

   siendo $t \geq 0$ el tiempo en horas desde que se prepara la disolución.
   a) Encuentre la función que proporciona la cantidad de sustancia disuelta en función del tiempo, sabiendo que en $t = 0$ la cantidad disuelta es nula.
   b) Determine el instante de tiempo en el que la sustancia disuelta es máxima.

3. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por la siguiente expresión:

$$f(x) = \begin{cases} e^{x-1} & si \quad x \leq 1 \\ \\ \dfrac{-x^2}{x-2} & si \quad x > 1 \end{cases}$$

   a) Determine el dominio de $f(x)$ y estudie la continuidad en el punto $x = 1$.
   b) Analice los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

4. (2 puntos) Se considera la siguiente función real de variable real:

$$f(x) = \frac{x^5 - 1}{x^4 - 16}.$$

   a) Determine las asíntotas de esta función.
   b) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la función en el punto de abscisa $x = 0$.

5. (2 puntos) Se desea vender limonada y naranjada caseras en una verbena popular. Además de agua, de la que disponemos sin limitaciones, cada litro de limonada necesita 4 limones y 80 gramos de azúcar. Cada litro de naranjada necesita 6 naranjas, 1 limón y 50 gramos de azúcar. Se dispone de 80 limones, 72 naranjas y 1720 gramos de azúcar para la elaboración. Cada litro de limonada se venderá a 2 euros y cada litro de naranjada a $2{,}5$ euros. Determine los litros que se deben elaborar de cada una de las dos bebidas para maximizar los ingresos de la venta.

6. (2 puntos) Alba, Benito y Charo son socios de una empresa de reformas. Por un trabajo realizado recibieron 6200 euros que se repartieron en función del tiempo dedicado. La cantidad percibida por Alba excede en 200 euros al total recibido conjuntamente por los otros dos socios. Por otra parte, se sabe que para que Alba y Benito percibieran lo mismo Alba debería entregar a Benito 600 euros. Plantee un sistema de ecuaciones y determine la cantidad percibida por cada socio.

7. (2 puntos) Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a:

$$\left\{\begin{array}{lcr} x + y + a\,z & = & 2 \\ x + y + z & = & a \\ -2x + 2a\,y + 8\,z & = & -13 \end{array}\right.$$

   a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro a.
   b) Resuelva el sistema de ecuaciones para $a = 0$.

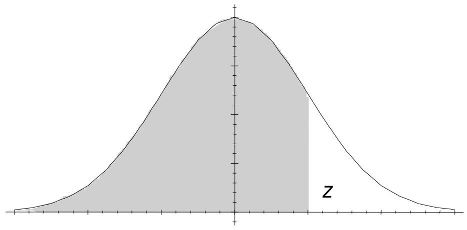
8. (2 puntos) Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 0{,}7$ y $P(B) = 0{,}15$. Además, se sabe que $P(\bar{B} \mid A) = 0{,}8$ donde $\bar{B}$ es el suceso complementario de B. Calcule:
   a) $P(A \cup B)$
   b) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$

9. (2 puntos) El tiempo que las películas permanecen en cartelera se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica $\sigma = 2$ semanas.
   a) Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria simple de películas para que el error máximo cometido en la estimación de μ sea menor de una semana con un nivel de confianza del $95\,\%$.
   b) Suponga que $\mu = 5$ semanas. Calcule la probabilidad de que al tomar una muestra aleatoria simple de tamaño $n = 16$ películas el tiempo medio que han permanecido en cartelera, $\bar{X}$, sea mayor de 6 semanas.

10. (2 puntos) En la base de datos de Spotify el $80\,\%$ de las canciones incluidas son de artistas procedentes de EEUU. El $30\,\%$ de las canciones de artistas procedentes de EEUU incluidas pueden clasificarse como electrónica, el $20\,\%$ como música urbana y el $50\,\%$ restante como pertenecientes a otros estilos musicales. Si el artista no procede de EEUU esas probabilidades son de $10\,\%$, $50\,\%$ y $40\,\%$ respectivamente. Eligiendo al azar una canción de la base de Spotify, calcule la probabilidad de que:
    a) La canción pueda clasificarse como música urbana.
    b) Sabiendo que la canción puede clasificarse como música urbana, sea de un artista no procedente de EEUU.

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de *z*.



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $A \cdot B$ .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de $A^3 \cdot B$ .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Obtención correcta de la matriz $A - 2I$ .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto del determinante.. 0,50 puntos.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de la integral .... 0,50 puntos.
Obtención correcta de la constante de integración .... 0,25 puntos.
Expresión correcta de la función para la cantidad de sustancia .... 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de los valores críticos .... 0,25 puntos.
Exclusión justificada de $t = 0$... 0,25 puntos.
Obtención justificada del máximo.. 0,50 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Determinación del dominio de la función .... 0,25 puntos.
Estudio de la existencia de la función en $x = 1$ .... 0,25 puntos.
Estudio correcto de la continuidad en $x = 1$ .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo de la derivada y de los valores que la anulan .... 0,50 puntos.
Determinación de los intervalos de crecimiento y decrecimiento .... 0,50 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Obtención de las asíntotas verticales... 0,25 puntos.
Justificación de la no existencia de asíntota horizontal.......................... 0,25 puntos.
Cálculo correcto de asíntota oblicua.. 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la ecuación de la recta tangente .... 0,25 puntos.
Cálculo correcto de la pendiente de la recta .... 0,50 puntos.
Obtención de la expresión de la recta tangente .... 0,25 puntos.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Determinación de las variables y de la función objetivo........................ 0,25 puntos.
Determinación correcta de las restricciones .... 0,50 puntos.
Representación correcta de la región factible.. 0,50 puntos.
Cálculo correcto de los vértices de la región factible............................. 0,50 puntos.
Obtención de la solución contextualizada (litros e ingreso de la venta) 0,25 puntos.

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.

Ejercicio 6. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Descripción correcta de las tres incógnitas.. 0,25 puntos.
Planteamiento del sistema de ecuaciones .... 0,75 puntos.
Resolución correcta del sistema .... 0,75 puntos.
Obtención correcta de la solución contextualizada .... 0,25 puntos.

Ejercicio 7. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de los valores críticos... 0,25 puntos.
Discusión correcta del sistema .... 0,75 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Obtención de la solución del sistema .... 1 punto.

Ejercicio 8. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Ejercicio 9. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.
Planteamiento correcto de la fórmula del error .... 0,25 puntos.
Determinación correcta del tamaño de la muestra .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Determinación de la distribución de la media muestral .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad solicitada .... 0,50 puntos.

Ejercicio 10. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

SOLUCIONES

1. *a*)

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = 2B$$

$$A^3 \cdot B = A^2 \cdot (A \cdot B) = A^2 \cdot (2B) = 2(A \cdot (A \cdot B)) = 2(A \cdot (2B)) = 4(A \cdot B) = 8B = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}$$

b)

$$|A - 2I| = \begin{vmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & -1 \\ -2 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

2. *a*) La cantidad de sustancia en la mezcla vendrá dada por una primitiva $F(t)$ sabiendo que en $t = 0$, no hay sustancia en el agua, es decir, $F(0) = 0$.

$$F(t) = \int \frac{3}{2}\left(t - \frac{1}{2}t^2\right) dt = \frac{3}{4}t^2 - \frac{1}{4}t^3 + K$$

Como $0 = F(0) = 0 - 0 + K$, entonces $K = 0$ y la función que determina la cantidad de sustancia en función del tiempo es:

$$F(t) = \frac{3}{4}t^2 - \frac{1}{4}t^3$$

b) El máximo de sustancia en la disolución será el máximo de la función $F(t)$. Pero $F'(t) = f'(t)$. Por tanto, los puntos críticos de $F(t)$ se obtienen de la expresión:

$$F'(t) = f'(t) = \frac{3}{2}\left(t - \frac{1}{2}t^2\right) = \frac{3}{2}t\left(1 - \frac{1}{2}t\right) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t = 0,\, 2$$

Como en $t = 0$, $F(0) = 0$, se analiza en $t = 2$:
En $(0, 2)$, $F'(t) = f'(t) > 0$, entonces $F(t)$ crece.
En $(2, +\infty)$, $F'(t) = f'(t) < 0$, entonces $F(t)$ decrece.

Por tanto, la función $F(t)$ alcanza un máximo en $t = 2$ y la cantidad de sustancia será máxima a las dos horas de realizarse la disolución.

3. *a*) $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
En $x = 1$:
$\exists f(1) = e^0 = 1$
$\lim_{x\to 1^+} \left(\frac{-x^2}{x-2}\right) = 1$ y $\lim_{x\to 1^-} \left(e^{x-1}\right) = 1$
En consecuencia, la función es continua en $x = 1$.

b) $f_1'(x) = e^{x-1} > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$ por lo que $f_1(x) = e^{x-1}$ es una función creciente $\forall x \in \mathbb{R}$ y $f(x)$ es creciente $\forall x \in (-\infty, 1)$.

$f_2'(x) = \frac{4x-x^2}{(x-2)^2}$
En $(1, 2)$, $(2, 4)$, $f_2'(x) > 0 \Rightarrow f_2$ crece en $(1, 2)$, $(2, 4)$.
En $(4, +\infty)$, $f_2'(x) < 0 \Rightarrow f_2$ decrece en $(4, +\infty)$.

4. *a*)

$$f(x) = \frac{x^5 - 1}{x^4 - 16}$$

Asíntotas verticales:

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x \to 2^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \to -2^+} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x \to -2^-} f(x) = -\infty$$

Por tanto, tiene asíntotas verticales en $x = -2$ y en $x = 2$.

Asíntotas horizontales:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^5 - 1}{x^4 - 16} = +\infty \qquad \lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^5 - 1}{x^4 - 16} = -\infty$$

La función $f(x)$ no tiene asíntota horizontal.

Asíntota oblicua: $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{\frac{x^5-1}{x^4-16}}{x} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^5 - 1}{x^5 - 16x} = 1$$

$$n = \lim_{x \to \pm\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \to \pm\infty} \left(\frac{x^5 - 1}{x^4 - 16} - x \right) = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{16x - 1}{x^4 - 16} = 0$$

Entonces, la función $f(x)$ tiene asíntota oblicua en $y = x$.

b) Ecuación de la recta tangente a la gráfica en $x_0 = 0$:

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$y_0 = f(0) = 1/16$$

$$f'(x) = \frac{x^8 - 80x^4 + 4x^3}{(x^4 - 16)^2}$$

$$f'(0) = 0$$

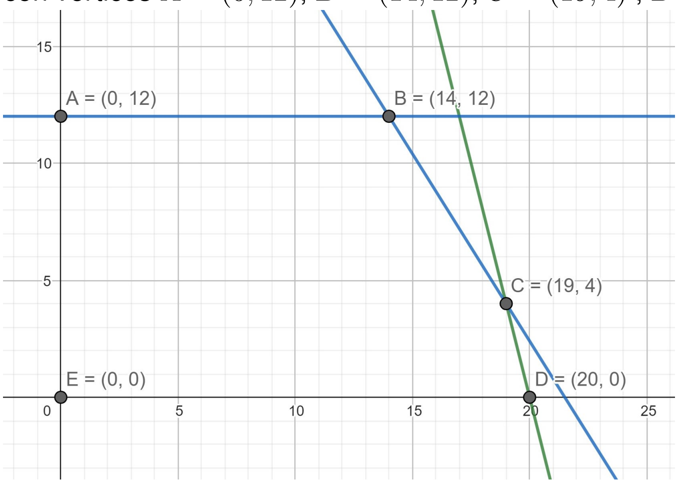
La ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en $x_0 = 0$ será:

$$y = \frac{1}{16}$$

5. Sea $x =$ litros de limonada elaborados, e $y =$ litros de naranjada elaborados. Entonces:

$$S = \{4x + y \leq 80, 6y \leq 72, 80x + 50y \leq 1720, x \geq 0, y \geq 0\},$$

con vértices $A = (0, 12)$, $B = (14, 12)$, $C = (19, 4)$, $D = (20, 0)$ y $E = (0, 0)$.



La función de ingreso es $B(x, y) = 2x+2{,}5y$. Evaluamos en los vértices de la región factible obtenidos:

- $B(0, 12) = 30$
- $B(14, 12) = 58 \to$ Máximo
- $B(19, 4) = 48$
- $B(20, 0) = 40$
- $B(0, 0) = 0$

Se deben elaborar 14 litros de limonada y 12 litros de naranjada. El ingreso obtenido será de 58 euros.

6. Sea $x =$ cantidad recibida por Alba, $y =$ cantidad recibida por Benito y $z =$ cantidad recibida por Charo.

$$\left\{\begin{array}{rcl} x + y + z &=& 6200 \\ x &=& y + z + 200 \\ x - 600 &=& y + 600 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} x + y + z &=& 6200 \\ x - y - z &=& 200 \\ x - y &=& 1200 \end{array}\right.$$

La solución del sistema es $x = 3200$, $y = 2000$, $z = 1000$. Por tanto, Alba recibe 3200 euros, Benito recibe 2000 euros y Charo recibe 1000 euros.

7. *a*) $|A| = 2a^2 - 2 = 0 \Longleftrightarrow a = \pm 1$

Si $a \neq \pm 1 \Longrightarrow Rg(A) = Rg(A|B) = 3 \Longrightarrow$ Sistema Compatible Determinado.
Si $a = 1$

$$(A|B) = \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 8 & -13 \end{array}\right) \Longrightarrow Rg(A) \neq Rg(A|B) \Longrightarrow \text{ Incompatible.}$$

Si $a = -1$

$$(A|B) = \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ -2 & -2 & 8 & -13 \end{array}\right) \Longrightarrow Rg(A) = Rg(A|B) = 2 \Longrightarrow \text{ Compatible indeterminado.}$$

b) Si $a = 0$

$$(A|B) = \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 8 & -13 \end{array}\right) \xrightarrow[]{\substack{f_2 - f_1 \\ f_3 + 2f_1}} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 8 & -9 \end{array}\right)$$

Por tanto, $x = -3/2, \quad y = 7/2, \quad z = -2.$

8. *a*) Por definición $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$,

$$P(A \cap B) = P(B \mid A) \cdot P(A) = (1 - P(\bar{B} \mid A)) \cdot P(A) = 0{,}2 \cdot 0{,}7 = 0{,}14,$$

entonces,

$$P(A \cup B) = 0{,}7 + 0{,}15 - 0{,}14 = 0{,}71.$$

b) La probabilidad pedida es:

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0{,}14 = 0{,}86.$$

9. *a*) Se tiene $E < 1, \sigma = 2$ y $z_{\alpha/2} = 1{,}96$.

$$E = Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1 > 1{,}96 \frac{2}{\sqrt{n}} \Rightarrow n > 15{,}3664.$$

Luego el tamaño mínimo de la muestra debe ser de $n = 16$ películas.

b) La variable aleatoria $\bar{X}$ sigue una distribución $N(5, 2/\sqrt{16})$

$$P(\bar{X} > 6) = 1 - P\left(Z < \frac{6-5}{2/\sqrt{16}}\right) = 1 - P(Z < 2) = 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228.$$

10. Definimos los sucesos: $A =$ 'el artista procede de EEUU', $\bar{A}$= 'El artista no procede de EEUU', $E_1 =$ 'La canción puede clasificarse como electrónica', $E_2 =$ 'la canción puede clasificarse como música urbana' y $E_3 =$ 'la canción puede clasificarse como perteneciente a otros estilos'.

a) La probabilidad pedida es:

$$\begin{array}{rcl} P(E_2) &=& P(E_2 \mid A)P(A) + P(E_2 \mid \bar{A})P(\bar{A}) \\ &=& 0{,}8 \cdot 0{,}2 + 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}26. \end{array}$$

b) La probabilidad pedida es:

$$P(\bar{A} \mid E_2) = \frac{P(E_2 \mid \bar{A})P(\bar{A})}{P(E_2)} = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}5}{0{,}26} = 0{,}3846.$$