UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso 2023-2024
MATERIA: FÍSICA

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN
Después de leer atentamente todas las preguntas, responda a cinco preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.
CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).
TIEMPO: 90 minutos.

Pregunta A.1.- Un planeta describe una órbita elíptica alrededor de una estrella de masa $2{,}34 \cdot 10^{30}$ kg. La distancia mínima entre el planeta y la estrella es de $2{,}67 \cdot 10^{11}$ m y su periodo de revolución alrededor de la estrella es 7,43 años. Si la velocidad mínima del planeta en la órbita es $8{,}61 \cdot 10^{3}$ m s^{-1},

a) Calcule la distancia máxima entre el planeta y la estrella y halle la velocidad máxima del planeta en la órbita.
b) Determine la velocidad del planeta cuando se encuentra a $5 \cdot 10^{11}$ m de la estrella.

Dato: *Constante de Gravitación Universal,* $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^{2} kg^{-2}.

Pregunta A.2.- Una onda transversal se propaga en el sentido positivo del eje *x* con una velocidad de 20 m s^{-1}. La velocidad máxima de vibración de los puntos del medio por los que se transmite la onda es de 3 cm s^{-1} y se ha comprobado que la oscilación pasa por su punto de equilibrio cada 2 s. Determine:

a) El número de onda y la amplitud de la onda.
b) La expresión matemática que describe el movimiento del punto situado en $x = 0$, sabiendo que en el instante inicial tiene una elongación de +1 cm y una velocidad de oscilación negativa.

Pregunta A.3.- Un ion de masa m y carga q se acelera desde el reposo mediante una diferencia de potencial de 22 kV y penetra en un campo magnético de $1{,}5$ T perpendicular a su trayectoria de manera que el ion describe una trayectoria circular de radio 20 cm. Determine:

a) La relación entre su masa m y su carga q (m/q).
b) La frecuencia de giro del ion cuando está en el seno del campo magnético.

Pregunta A.4.- Un objeto de 10 cm de altura se sitúa 25 cm a la izquierda de un espejo cóncavo de un metro de radio de curvatura.

a) Determine la posición y tamaño de la imagen.
b) Si se quisiese proyectar la imagen del objeto sobre una pantalla situada a 4 m a la izquierda del espejo, ¿dónde deberíamos situar dicho objeto? Realice el correspondiente trazado de rayos.

Pregunta A.5.- Sobre una superficie de aluminio incide radiación electromagnética de longitud de onda 200 nm. Si el trabajo de extracción del aluminio es 4,2 eV,

a) Calcule la energía cinética máxima de los electrones emitidos debido al efecto fotoeléctrico y el potencial de frenado del aluminio para esta longitud de onda.
b) Uno de estos electrones emitido con energía cinética máxima es acelerado posteriormente mediante una diferencia de potencial de 20 V. Calcule la longitud de onda de de Broglie asociada a dicho electrón.

Datos: *Velocidad de la luz en el vacío,* $c = 3 \cdot 10^{8}$ m s^{-1}; *Constante de Planck,* $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s; *Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; *Masa en reposo del electrón,* $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Pregunta B.1.- Uno de los proyectos más ambiciosos de Elon Musk es Starlink, una red de satélites diseñada para proporcionar acceso a Internet de alta velocidad en todo el mundo. Cada uno de estos satélites tiene una masa de 250 kg y orbita a una altura de 1200 km sobre la superficie de la Tierra. Si suponemos que las órbitas descritas por estos satélites son circulares, calcule:

a) La fuerza que actúa sobre cada uno de los satélites y la distancia que recorre cada día.
b) La energía que se le debería suministrar a uno de estos satélites para que orbite en una órbita circular de altura doble que la anterior.

Datos: *Constante de Gravitación Universal,* $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de la Tierra,* $M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg; *Radio de la Tierra,* $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m.

Pregunta B.2.- Dos fuentes sonoras A y B de la misma potencia se encuentran separadas 10 m. Un observador situado sobre el segmento que une ambas fuentes recibe simultáneamente los sonidos producidos por dichas fuentes con unos niveles de intensidad sonora $\beta_A =$ 20 dB y $\beta_B =$ 30 dB respectivamente. Calcule:

a) La potencia de las fuentes y la distancia del observador a la fuente A.
b) La distancia mínima que debe recorrer el observador en dirección perpendicular a la línea que une ambas fuentes para dejar de oír la fuente A.

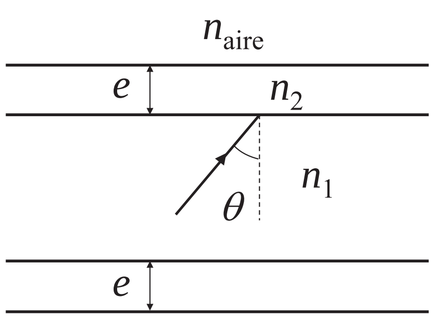
Dato: *Intensidad umbral,* $I_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W m^{-2}.

Pregunta B.3.- Por un hilo rectilíneo infinito situado sobre el eje *z* circula una corriente I_1 = 3 A según el sentido positivo de dicho eje. Por el punto (3, 0, 0) m pasa un segundo hilo paralelo al primero y por el que circula una corriente I_2 desconocida.

a) Obtenga el valor de la intensidad de la segunda corriente sabiendo que el campo magnético generado por ambas corrientes en el punto (3, 4, 0) m solo tiene componente *y*.
b) Determine la velocidad que lleva un electrón si al pasar por el punto (3, 4, 0) m experimenta una fuerza $1,08 \cdot 10^{-21}\vec{i}\,\mathrm{N}$.

Datos: *Permeabilidad magnética del vacío,* $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}; *Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Pregunta B.4.- El núcleo de una fibra óptica tiene un índice de refracción $n_1 = 1{,}7$ y está recubierta por un material de índice de refracción $n_2 = 1{,}2$ que tiene un espesor $e = 0{,}1\,\mathrm{mm}$ (ver figura). En el núcleo hay un rayo que incide sobre la frontera con el recubrimiento con un ángulo $\theta = 35°$. Halle:



a) El ángulo con el que el rayo sale del recubrimiento al aire.
b) El tiempo que tarda el rayo en atravesar el recubrimiento de la fibra.

Datos: *Velocidad de la luz en el vacío,* $c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1}; *Índice de refracción del aire,* $n_{aire} = 1$.

Pregunta B.5.- Se dispone de una muestra de gas radón (Rn) de actividad 1,98$\cdot 10^{17}$ Bq. Si el periodo de semidesintegración del radón es de 3,8 días, calcule:

a) La constante de desintegración radiactiva y la masa de radón en la muestra original.
b) El número de átomos de radón que quedarán en la muestra al cabo de 2 días y su actividad.

Datos: *Masa atómica del* Rn, $M_{\mathrm{Rn}} = 222\,\mathrm{u}$; *Número de Avogadro,* $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN
FÍSICA

- ⋆ Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.
- ⋆ Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.
- ⋆ En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.
- ⋆ Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.
- ⋆ Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2 puntos.
- ⋆ En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la misma para cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,25 puntos).

FÍSICA- SOLUCIONES

OPCIÓN A

(Documento de trabajo orientativo)

Pregunta A.1.- Un planeta describe una órbita elíptica alrededor de una estrella de masa $2{,}34 \cdot 10^{30}$ kg. La distancia mínima entre el planeta y la estrella es de $2{,}67 \cdot 10^{11}$ m y su periodo de revolución alrededor de la estrella es 7,43 años. Si la velocidad mínima del planeta en la órbita es $8{,}61 \cdot 10^{3}$ m s^{-1},

a) Calcule la distancia máxima entre el planeta y la estrella y halle la velocidad máxima del planeta en la órbita.
b) Determine la velocidad del planeta cuando se encuentra a $5 \cdot 10^{11}$ m de la estrella.

Dato: *Constante de Gravitación Universal,* $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Solución:

a) Para calcular la distancia máxima entre el planeta y la estrella aplicamos la tercera ley de Kepler

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}\left(\frac{r_{\text{mín}} + r_{\text{máx}}}{2}\right)^3 = 5,49 \cdot 10^{16}\text{s}$$

Despejando de la ecuación anterior obtenemos: $r_{\text{máx}} = 9,35 \cdot 10^{11}\text{m}$
Para hallar la velocidad que nos piden deberemos aplicar la conservación del momento angular que aplicaremos entre los puntos de distancia máxima y mínima, pues son los puntos donde los vectores posición y velocidad son perpendiculares y, por lo tanto:

$$L_{r_{\text{mín}}} = L_{r_{\text{máx}}}$$

Esto nos indica que en el punto en el que la distancia es máxima su velocidad será mínima

$$r_{\text{mín}} m\, v_{\text{máx}} = r_{\text{máx}} m\, v_{\text{mín}} \quad \Rightarrow \quad v_{\text{máx}} = \frac{r_{\text{máx}}\, v_{\text{mín}}}{r_{\text{mín}}} = \frac{9,35 \cdot 10^{11} \cdot 8{,}61 \cdot 10^{3}}{2,67 \cdot 10^{11}} = 3,02 \cdot 10^{4}\ \text{m s}^{-1}$$

b) En este apartado nos piden la velocidad cuando el planeta se encuentra a una cierta distancia d (v_d). Para ello aplicaremos la conservación de la energía mecánica, que la podemos calcular utilizando los resultados del apartado anterior, tanto en el punto de distancia máxima (y velocidad mínima) como en el punto de distancia mínima (y velocidad máxima) y que deberá ser igual a la energía en el punto que nos dicen:

$$E_m = \frac{1}{2}m{v^2}_{\text{máx}} - G\frac{m\,M}{r_{\text{mín}}} = \frac{1}{2}m{v^2}_{\text{mín}} - G\frac{m\,M}{r_{\text{máx}}} = \frac{1}{2}m{v^2}_{d} - G\frac{m\,M}{r_d}$$

$$\frac{1}{2}{v^2}_{\text{máx}} - G\frac{M}{r_{\text{mín}}} = \frac{1}{2}{v^2}_{\text{mín}} - G\frac{M}{r_{\text{máx}}} = -1{,}30 \cdot 10^{8}\ \text{J} = \frac{1}{2}{v^2}_{d} - G\frac{M}{r_d}$$

$$-1{,}30 \cdot 10^{8}\ \text{J} = \frac{1}{2}v_d^2 - 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2,34 \cdot 10^{30}}{5 \cdot 10^{11}} \quad \rightarrow \quad v_d = 1{,}91 \cdot 10^{4}\ \text{m s}^{-1}$$

Pregunta A.2.- Una onda transversal se propaga en el sentido positivo del eje *x* con una velocidad de 20 m s^{-1}. La velocidad máxima de vibración de los puntos del medio por los que se transmite la onda es de 3 cm s^{-1} y se ha comprobado que la oscilación pasa por su punto de equilibrio cada 2 s. Determine:

a) El número de onda y la amplitud de la onda.
b) La expresión matemática que describe el movimiento del punto situado en $x = 0$, sabiendo que en el instante inicial tiene una elongación de +1 cm y una velocidad de oscilación negativa.

Solución:

a) Para hallar el número de onda y la frecuencia hacemos uso de la información que nos dan sobre las velocidades de propagación y vibración de la onda. El enunciado también nos está diciendo que el semiperiodo T/2 = 2 s.

$$v_p = \frac{\lambda}{T} \quad \Rightarrow \quad \lambda = v_p\, T \quad \Rightarrow \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{v_p\, T} = 0,08 \text{ rad m}^{-1}$$
$$v_{max} = A\omega = A\frac{2\pi}{T} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{T\, v_{max}}{2\pi} = 1,91 \cdot 10^{-2} \text{ m } = 1,91 \text{ cm}$$

b) Cada uno de los puntos del medio por el que se propaga la onda describe un movimiento armónico simple cuya expresión general:

$$y(t) = A \text{ sen}(\omega t + \phi)$$

La frecuencia angular la podemos calcular con los datos que os dan en el enunciado, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \text{ rad s}^{-1}$ y la amplitud ya la conocemos del apartado anterior por lo tanto:

$$1 = 1,91 \text{ sen}(\phi) \Rightarrow \begin{cases} \phi = 31,57° = 0,55 \text{ rad} \\ \phi = 148,43° = 2,58 \text{ rad} \end{cases}$$

Para determinar cuál de los dos desfases es el correcto, usaremos el hecho de que la velocidad es negativa:

$$v_v(t) = \frac{dy(t)}{dt} = A\, \omega \cos(\phi) < 0 \Rightarrow \phi = 148,43° = 2,58 \text{ rad}$$

Por lo tanto, la ecuación que nos piden será

$$y(t) = 1,91 \text{ sen}\left(\frac{\pi}{2}t + 2,58\right) \text{ cm}$$

donde *t* está en s.
Si considerásemos la función coseno, la solución sería:

$$1 = 1,91 \cos(\phi) \Rightarrow \begin{cases} \phi = 58,43° = 1{,}02 \text{ rad} \\ \phi = 121,57° = 2,12 \text{ rad} \end{cases}$$

y como la velocidad tiene que ser positiva:

$$v_v(t) = \frac{dy(t)}{dt} = -A\, \omega \,\text{sen}(\phi) < 0 \Rightarrow \phi = 58,43° = 1{,}02 \text{ rad}$$

Y por lo tanto: $y(t) = 1,91 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + 1,02\right)$ cm donde *t* está en s.

Pregunta A.3.- Un ion de masa m y carga q se acelera desde el reposo mediante una diferencia de potencial de $22\,\text{kV}$ y penetra en un campo magnético de $1{,}5$ T perpendicular a su trayectoria de manera que el ion describe una trayectoria circular de radio $20\,\text{cm}$. Determine:

a) La relación entre su masa m y su carga q (m/q).
b) La frecuencia de giro del ion cuando está en el seno del campo magnético.

Solución:

a) La relación entre la masa y la carga del ion la podemos hallar a partir del radio de la trayectoria en el campo magnético. En dicha trayectoria se cumple:

$$qvB = m\,\frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{qBR}{m}$$

Por otro lado, dado que el ion ha sido acelerado por un potencial eléctrico V podemos hallar la velocidad en función de este potencial:

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV$$

Sustituyendo la expresión de la velocidad en esta última ecuación tenemos:

$$\frac{m}{q} = \frac{B^2R^2}{2V} = 2{,}04 \cdot 10^{-6}\ \text{kg C}^{-1}$$

b) La frecuencia de giro del ion en el seno del campo magnético se puede deducir de la velocidad angular del ion en el campo magnético:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{qBR}{mR} = \frac{qB}{m} = 7{,}35 \cdot 10^5\ \text{rad s}^{-1}$$

Como $\omega = 2\pi f$, obtenemos:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 1{,}17 \cdot 10^5\ \text{Hz}$$

Pregunta A.4.- Un objeto de 10 cm de altura se sitúa 25 cm a la izquierda de un espejo cóncavo de un metro de radio de curvatura.

a) Determine la posición y tamaño de la imagen.
b) Si se quisiese proyectar la imagen del objeto sobre una pantalla situada a 4 m a la izquierda del espejo, ¿dónde deberíamos situar dicho objeto? Realice el correspondiente trazado de rayos.

Solución:

a) Utilizando la ecuación de los espejos y donde $f = \frac{R}{2} = -50 \text{ cm}$, tenemos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{-50} = \frac{1}{s'} + \frac{1}{-25} \rightarrow s' = 50 \text{ cm}$$

El aumento lateral viene dado por el cociente:

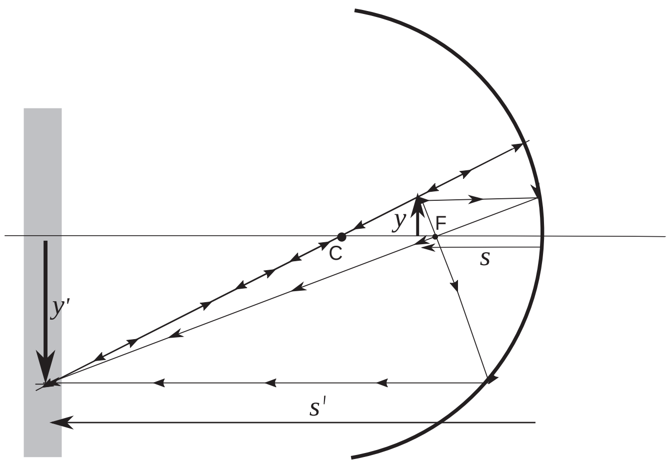
$$M = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \quad \rightarrow \quad y' = -10\frac{50}{-25} = 20 \text{ cm}$$

b) En este apartado nos preguntan la posición del objeto (s) para que su imagen se proyecte en una pantalla a 4 metros del espejo.
Teniendo en cuenta que s' es negativa $\quad \Rightarrow \quad s' = -4$ m:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{-0,5} = \frac{1}{-4} + \frac{1}{s} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{4} - \frac{1}{0,5} = -\frac{7}{4} \quad \Rightarrow \quad s = -0{,}57 \text{ m}$$

$$s = -0{,}57 \text{ m}$$

El trazado de rayos es el siguiente:



Pregunta A.5.- Sobre una superficie de aluminio incide radiación electromagnética de longitud de onda 200 nm. Si el trabajo de extracción del aluminio es 4,2 eV,

a) Calcule la energía cinética máxima de los electrones emitidos debido al efecto fotoeléctrico y el potencial de frenado del aluminio para esta longitud de onda.
b) Uno de estos electrones emitido con energía cinética máxima es acelerado posteriormente mediante una diferencia de potencial de 20 V. Calcule la longitud de onda de de Broglie asociada a dicho electrón.

Datos: *Velocidad de la luz en el vacío,* $c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1}; *Constante de Planck,* $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s; *Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; *Masa en reposo del electrón,* $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Solución:

a) El trabajo de extracción del aluminio es:

$$W_{ext} = \ 4,2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = \ 6,72 \cdot 10^{-19}\mathrm{J}$$

La energía del fotón de 200 nm viene dada por

$$E_f = h\ f = h\ \frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^{-9}} = 9,95 \cdot 10^{-19}\mathrm{J}$$

Por otro lado, el balance energético asociado al efecto fotoeléctrico es:

$$E_f = W_{ext} + E_c \quad \rightarrow \quad E_c = E_f - W_{ext} = 9,95 \cdot 10^{-19} - 6,72 \cdot 10^{-19} = 3,23 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Finalmente, el potencial de frenado viene dado por

$$V_{fr} = \frac{E_c}{e} = \frac{3,23 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = \ 2,02\ \mathrm{V}$$

b) El electrón inicialmente con una energía cinética hay que añadirle la energía cinética debida a la diferencia de potencial de 20 V con el que se acelera:

$$E_{cTotal} = E_{c0} + e\ V = 3,23 \cdot 10^{-19} + 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 20 = 3,52 \cdot 10^{-18}\ \mathrm{J}$$

La velocidad del electrón será:

$$E_{cTotal} = 3,52 \cdot 10^{-18} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,52 \cdot 10^{-18}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 2,78 \cdot 10^6\ \mathrm{m\ s^{-1}}$$

Por lo tanto, la longitud de onda de de Broglie vendrá dada por:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2,78 \cdot 10^6} = 2,62 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}$$

FÍSICA-SOLUCIONES

OPCIÓN B

(Documento de trabajo orientativo)

Pregunta B.1.- Uno de los proyectos más ambiciosos de Elon Musk es Starlink, una red de satélites diseñada para proporcionar acceso a Internet de alta velocidad en todo el mundo. Cada uno de estos satélites tiene una masa de 250 kg y orbita a una altura de 1200 km sobre la superficie de la Tierra. Si suponemos que las órbitas descritas por estos satélites son circulares, calcule:

a) La fuerza que actúa sobre cada uno de los satélites y la distancia que recorre cada día.
b) La energía que se le debería suministrar a uno de estos satélites para que orbite en una órbita circular de altura doble que la anterior.

Datos: *Constante de Gravitación Universal,* $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de la Tierra,* $M_T = 5{,}97\cdot 10^{24}$ kg; *Radio de la Tierra,* $R_T = 6{,}37\cdot 10^{6}$ m.

Solución:

a) La fuerza que actúa sobre cada uno de los satélites vendrá dada por la ley de gravitación:

$$\overrightarrow{F} = -G\frac{m_{sat}\; M_T}{(h+R_T)^2}\vec{u}_r = -6,67\cdot 10^{-11}\frac{250\cdot 5,97\cdot 10^{24}}{(1200\cdot 10^3 + 6,37\cdot 10^6)^2}\vec{u}_r = -1,74\cdot 10^3\vec{u}_r\ \mathrm{N}$$

Para calcular la distancia que recorren cada día:

$$\left|\vec{F}\right| = 1,74\cdot 10^3\mathrm{N}\ = m\frac{v^2}{(R_T+h)} \quad \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{\left|\vec{F}\right|\ (R_T+h)}{m}} = \sqrt{\frac{1,74\cdot 10^3\cdot(6,37\cdot 10^6 + 1200\cdot 10^3)}{250}} = 7,25\cdot 10^3\ \mathrm{m\ s^{-1}}$$

$$s = 24\cdot 3600\cdot v = 6,26\cdot 10^8\ \mathrm{m}\ =\ 6,26\cdot 10^5\ \mathrm{km}$$

b) Para calcular la energía necesaria para transferir el satélite de una órbita a otra, deberemos calcular la diferencia de energía entre ambas órbitas.

$$E_{M0} = E_{P0} + E_{C0} = -G\frac{m\ M_T}{(R_T+h)} + \frac{1}{2}m\frac{G\ M_T}{(R_T+h)} = -\frac{1}{2}\frac{G\ m\ M_T}{(R_T+h)} = -6,58\cdot 10^9\ \mathrm{J}$$

$$E_{Mf} = E_{Pf} + E_{Cf} = -\frac{1}{2}\frac{G\ m\ M_T}{(R_T+2h)} = -5,68\cdot 10^9\ \mathrm{J}$$

$$\Delta E = E_{Mf} - E_{M0} = 9,00\cdot 10^8\ \mathrm{J}$$

Pregunta B.2.- Dos fuentes sonoras A y B de la misma potencia se encuentran separadas 10 m. Un observador situado sobre el segmento que une ambas fuentes recibe simultáneamente los sonidos producidos por dichas fuentes con unos niveles de intensidad sonora $\beta_A = 20$ dB y $\beta_B = 30$ dB respectivamente. Calcule:

a) La potencia de las fuentes y la distancia del observador a la fuente A.
b) La distancia mínima que debe recorrer el observador en dirección perpendicular a la línea que une ambas fuentes para dejar de oír la fuente A.

Dato: *Intensidad umbral,* $I_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W m^{-2}.

Solución:

a) Calculamos la intensidad emitida por cada una de las fuentes en el punto donde se encuentra el observador:

$$20 \text{ dB} = 10 \log \frac{I_A}{I_0} \quad \Rightarrow \quad I_A = 1,0 \cdot 10^{-10} \text{ W m}^{-2}$$

$$30 \text{ dB} = 10 \log \frac{I_B}{I_0} \quad \Rightarrow \quad I_B = 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ W m}^{-2}$$

Si ahora relacionamos la intensidad con la potencia de la fuente y la distancia al observador y hacemos el cociente entre ambas expresiones obtenemos:

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{1 \cdot 10^{-10}}{1 \cdot 10^{-9}} = \frac{\frac{P}{4\pi x^2}}{\frac{P}{4\pi(10-x)^2}} = \frac{1}{10} = \frac{(10-x)^2}{x^2} \quad \Rightarrow \quad x = 7,60 \text{ m}$$

Una vez conocida la posición respecto de la primera fuente podemos calcular la potencia de la fuente:

$$I_A = 1 \cdot 10^{-10} = \frac{P}{4\pi \cdot 7,60^2} \quad \Rightarrow \quad P = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 4\pi \cdot 7,60^2 = 7,25 \cdot 10^{-8} \text{ W}$$

b) Primero debemos calcular la distancia a partir de la cual el observador dejará de oír la fuente A.

$$d = \sqrt{\frac{P}{4\pi I_0}} = \sqrt{\frac{7,25 \cdot 10^{-8}}{4\pi 10^{-12}}} = 75,96 \text{ m}$$

Esta distancia es la hipotenusa del triángulo rectángulo que forma la distancia que nos preguntan y la distancia inicial entre la fuente A y el observador. Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$d_{\text{máx}} = \sqrt{d^2 - x^2} = 75,59 \text{ m}$$

Pregunta B.3.- Por un hilo rectilíneo infinito situado sobre el eje *z* circula una corriente I_1 = 3 A según el sentido positivo de dicho eje. Por el punto (3, 0, 0) m pasa un segundo hilo paralelo al primero y por el que circula una corriente I_2 desconocida.

a) Obtenga el valor de la intensidad de la segunda corriente sabiendo que el campo magnético generado por ambas corrientes en el punto (3, 4, 0) m solo tiene componente *y*.
b) Determine la velocidad que lleva un electrón si al pasar por el punto (3, 4, 0) m experimenta una fuerza $1,08 \cdot 10^{-21}\vec{i}$ N.

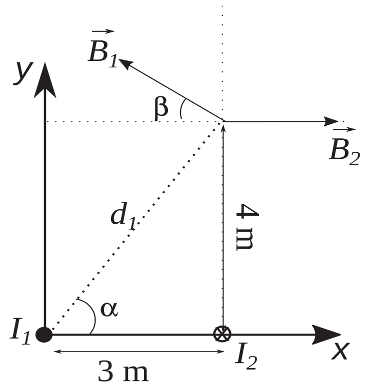
Datos: *Permeabilidad magnética del vacío,* $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}; *Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Solución:

a) Puesto que queremos que el campo total solo tenga componente *y*, el campo magnético generado por la segunda corriente deberá anular la componente x del primero ($B_{1x} = B_2$). Haciendo un esquema con los campos magnéticos generados por ambas corrientes deducimos que la corriente I deberá llevar sentido opuesto a la primera.

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{3}{5}(-\cos\beta\vec{i} + \sin\beta\vec{j})$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{4}\vec{i}$$



Si tenemos en cuenta que $\beta = 90 - \alpha$

$$B_{1x} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{3}{5}\sin\alpha = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{3}{5}\frac{4}{5} = B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{4} \Rightarrow I_2 = 1,92 \text{ A}$$

b) Para calcular la velocidad que nos piden calcularemos el campo magnético total:

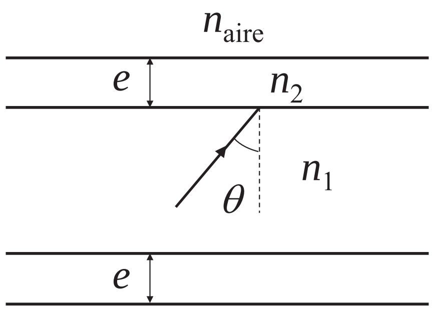
$$\vec{B}(3,4,0) = \vec{B}_{1y} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{3}{5}\cos\alpha\ \vec{j}\ = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{3}{5}\frac{3}{5}\ \vec{j} = 7,2 \cdot 10^{-8}\ \vec{j}\ \text{ T}$$

Una vez conocido el campo magnético y la fuerza que experimenta el electrón al pasar por el punto (3, 4, 0) m, podemos usar la expresión de la fuerza de Lorentz para determinar su velocidad

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = -e\ \vec{v} \times B\ \vec{j}\ = -1,6 \cdot 10^{-19}\vec{v} \times 7,2 \cdot 10^{-8}\ \vec{j}\ = 1,08 \cdot 10^{-21}\ \vec{i}\ \text{N}$$

$$\vec{v} = \frac{1,08 \cdot 10^{-21}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 7,2 \cdot 10^{-8}}\ \vec{k} = 9,38 \cdot 10^{4}\ \vec{k}\ \text{m s}^{-1}$$

Pregunta B.4.- El núcleo de una fibra óptica tiene un índice de refracción $n_1 = 1{,}7$ y está recubierta por un material de índice de refracción $n_2 = 1{,}2$ que tiene un espesor $e = 0{,}1$ mm (ver figura). En el núcleo hay un rayo que incide sobre la frontera con el recubrimiento con un ángulo $\theta = 35°$. Halle:



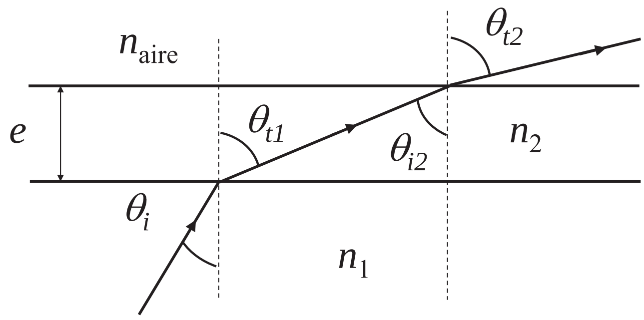
a) El ángulo con el que el rayo sale del recubrimiento al aire.
b) El tiempo que tarda el rayo en atravesar el recubrimiento de la fibra.

Datos: *Velocidad de la luz en el vacío,* $c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1}; *Índice de refracción del aire,* $n_{aire} = 1$.

Solución:

a) Para hallar el ángulo de salida al aire, tenemos que aplicar la ley de Snell en las dos fronteras que hay, entre núcleo y recubrimiento y entre este y el aire. Aplicando la ley de Snell en la primera frontera, tenemos:

$$n_1 \ \mathrm{sen}\,\theta_{i1} = n_2 \ \mathrm{sen}\,\theta_{t1} \quad \Rightarrow \quad \theta_{t1} = 54,35°$$

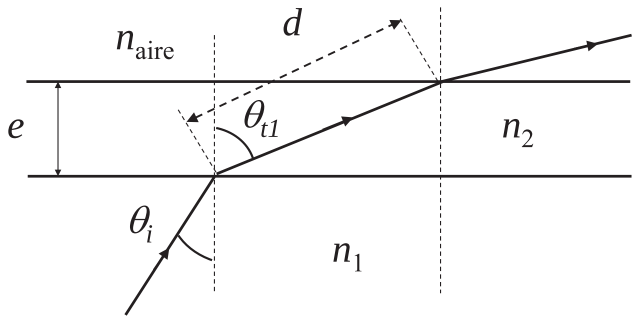


Como $\theta_{t1} = \theta_{i2}$, podemos aplicar la ley de Snell en la segunda frontera:

$$n_2 \ \mathrm{sen}\,\theta_{i2} = n_{aire} \ \mathrm{sen}\,\theta_{t2} \quad \Rightarrow \quad \theta_{t2} = 77,18°$$

El ángulo que forma el rayo de salida con el recubrimiento es $\theta_{t2} = 77,18°$.

b) Para hallar el tiempo que tarda el rayo en atravesar el recubrimiento tenemos que hallar la distancia d que recorre el rayo.



Conociendo el ángulo θ_{t1} podemos escribir:

$$d = \frac{e}{\cos\theta_{t1}} = 1{,}72 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Como la velocidad de la luz en el recubrimiento es:

$$v = \frac{c}{n_2} = 2{,}5 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

Entonces el tiempo pedido será:

$$t = \frac{d}{v} = 6{,}88 \cdot 10^{-13} \text{ s}$$

Pregunta B.5.- Se dispone de una muestra de gas radón (Rn) de actividad 1,98·10^{17} Bq. Si el periodo de semidesintegración del radón es de 3,8 días, calcule:

a) La constante de desintegración radiactiva y la masa de radón en la muestra original.
b) El número de átomos de radón que quedarán en la muestra al cabo de 2 días y su actividad.

Datos: *Masa atómica del* Rn*,* $M_{\text{Rn}} = 222\,\text{u}$; *Número de Avogadro,* $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

Solución:

a) La constante de desintegración radiactiva del radón se calcula:

$$\lambda_{\text{Rn}} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{3,8 \cdot 24 \cdot 3600} = 2,11 \cdot 10^{-6}\ \text{s}^{-1}$$

Ahora relacionamos la actividad inicial de la muestra de radón con el número de átomos de la muestra y podemos obtener la cantidad de Rn que tenemos en la muestra original

$$A_0 = N_{\text{Rn}}\lambda_{\text{Rn}} = \frac{x \cdot N_A}{222}\lambda_{\text{Rn}} \Rightarrow x = 34,61\ g$$

b) Inicialmente el número de átomos de Rn es:

$$N_0(\text{Rn}) = \frac{34,61}{222} 6,02 \cdot 10^{23} = 9,39 \cdot 10^{22} \text{ átomos}$$

Para calcular los átomos que nos quedan al cabo de 2 días aplicamos:

$$N_{\text{2días}}(\text{Rn}) = N_0(\text{Rn}) e^{-t \cdot \lambda_{\text{Rn}}} = 9,39 \cdot 10^{22} e^{-2 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 2,11 \cdot 10^{-6}} = 6,52 \cdot 10^{22} \text{ átomos}$$

y la actividad será:

$$A_{\text{2días}}(\text{Rn}) = N_{\text{2días}}(\text{Rn})\lambda_{\text{Rn}} = 1,38 \cdot 10^{17} \text{ Bq.}$$