

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

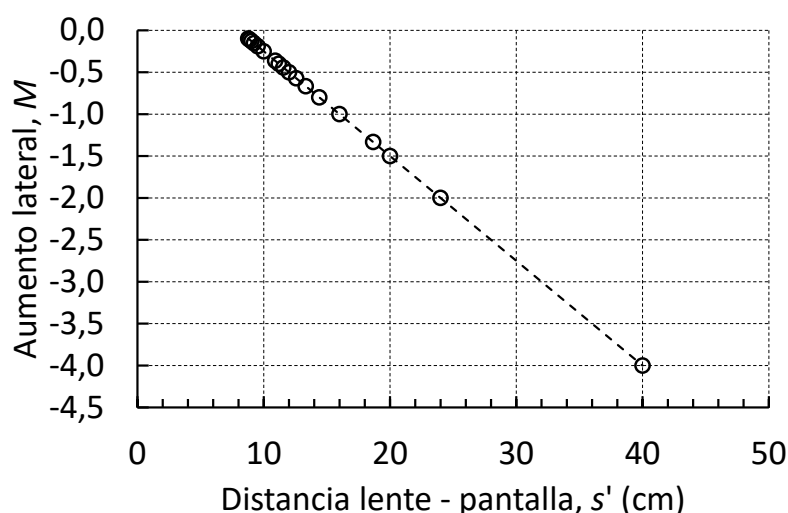
Después de leer atentamente todas las preguntas, responda a cuatro preguntas siguiendo las indicaciones dadas al inicio de cada bloque.

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2,5 puntos y cada apartado se calificará según la puntuación indicada en el mismo.

TIEMPO: 90 minutos.

Bloque Vibraciones y Ondas (Esta pregunta no tiene opcionalidad.)

Pregunta 1.- Un sistema óptico está compuesto por un foco luminoso, un objeto iluminado por éste, una lente y una pantalla. Se va cambiando la distancia s entre el objeto y la lente y se busca la posición de la pantalla en la que la imagen está enfocada. La gráfica adjunta muestra la relación entre el aumento lateral M y la distancia s' entre la lente y la pantalla.



- a) (1 punto) Demuestre que el aumento lateral, M , tiene la siguiente expresión en función de la distancia focal imagen, f' y de la posición de la imagen, s' :

$$M = 1 - \frac{s'}{f'}$$

- b) (0,5 puntos) Con los datos de la gráfica, determine la distancia focal de la lente, razonando si es convergente o divergente.
c) (1 punto) Determine la distancia objeto para el caso en que la distancia lente-imagen es 40 cm y el aumento lateral es igual a -4. Realice el trazado de rayos en esta situación.

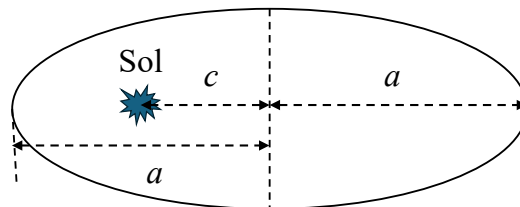
Bloque Campo gravitatorio (Elija una entre las preguntas 2.A. y 2.B.)

Pregunta 2.A.- Consideremos el planeta extrasolar G-876d, que tiene una masa igual a 6 veces la masa de la Tierra y un radio de 1,73 veces el radio de la Tierra. El planeta describe una órbita circular de radio $3,14 \cdot 10^6$ km en torno a la estrella Gliese, cuya masa es de $6,37 \cdot 10^{29}$ kg. Determine:

- a) (1 punto) La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta.
b) (1 punto) La velocidad del planeta en la órbita y su periodo de revolución.
c) (0,5 puntos) La energía del planeta en la órbita.

Datos: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Masa de la Tierra, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; Radio de la Tierra, $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

Pregunta 2.B.- Plutón es un planeta enano del sistema solar que describe una órbita con un periodo de 248 años terrestres. Sabiendo que la órbita de Plutón es elíptica y que la excentricidad de la órbita, es decir, el cociente entre la distancia del Sol al centro de la elipse, c y el semieje mayor de la elipse, a , es 0,244, determine:



- (1 punto) La distancia al Sol en la que Plutón está más alejado del mismo (afelio) y en la que está más cercano (perihelio).
- (1,5 puntos) Las velocidades orbitales en el afelio y en el perihelio.

Datos: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Masa del Sol, $M_{\text{Sol}} = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.

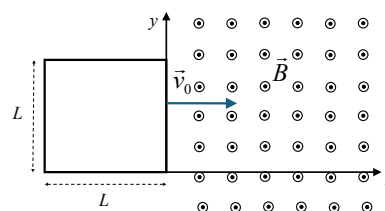
Bloque Campo electromagnético (Elija una entre las preguntas 3.A. y 3.B.)

Pregunta 3.A.- Una partícula con carga -2 nC está situada en el punto $(-5, 0) \text{ m}$ del plano xy . Otra partícula con carga $+2 \text{ nC}$ está situada en el punto $(5, 0) \text{ m}$ del plano xy . Determine:

- (1,5 puntos) El campo y el potencial eléctrico en el punto $A(5, 4) \text{ m}$ del plano xy .
- (1 punto) El trabajo que realiza la fuerza del campo eléctrico al llevar una carga $q' = 3 \text{ nC}$ desde $A(5, 4) \text{ m}$ hasta el punto $B(0, 4) \text{ m}$ del plano xy .

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

Pregunta 3.B.- Una espira cuadrada de lado $L = 20 \text{ cm}$ está situada en el plano xy y penetra en un campo magnético uniforme $\vec{B} = 200 \text{ mT } \vec{k}$ con una velocidad uniforme $\vec{v}_0 = 2 \text{ m s}^{-1} \vec{i}$ (ver figura). Si la espira está inicialmente completamente fuera del campo magnético y comienza a entrar en él en $t = 0$, determine:



- (1 punto) El flujo magnético en $t_1 = 50 \text{ ms}$ y $t_2 = 150 \text{ ms}$.
- (1 punto) La fem inducida en $t_1 = 50 \text{ ms}$ y $t_2 = 150 \text{ ms}$.
- (0,5 puntos) La intensidad que recorre la espira en $t = 200 \text{ ms}$ si su resistencia es de 15Ω .

Bloque Física relativista, cuántica, nuclear y de partículas (Elija una entre las preguntas 4.A. y 4.B.)

Pregunta 4.A.- El isótopo del cobalto ^{60}Co tiene un periodo de semidesintegración de 1925,2 días y una masa atómica de $59,94 \text{ u}$. Se prepara una muestra de este isótopo que tiene una actividad inicial de $2,64 \cdot 10^9 \text{ Bq}$. Calcule:

- (0,5 puntos) La constante de desintegración del ^{60}Co .
- (1 punto) La masa de ^{60}Co que contiene la muestra.
- (1 punto) La actividad de la muestra al cabo de 1 año.

Dato: Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Pregunta 4.B.- Dentro del complejo de aceleradores que suministran protones al LHC (Large Hadron Collider) está el PS Booster, un acelerador circular capaz de acelerar protones hasta una energía cinética de $1,4 \text{ GeV}$. Determine:

- (1,5 puntos) La masa relativista de los protones cuando su energía cinética es de $1,4 \text{ GeV}$.
- (1 punto) La velocidad de dichos protones con esta energía.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; Masa en reposo del protón, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

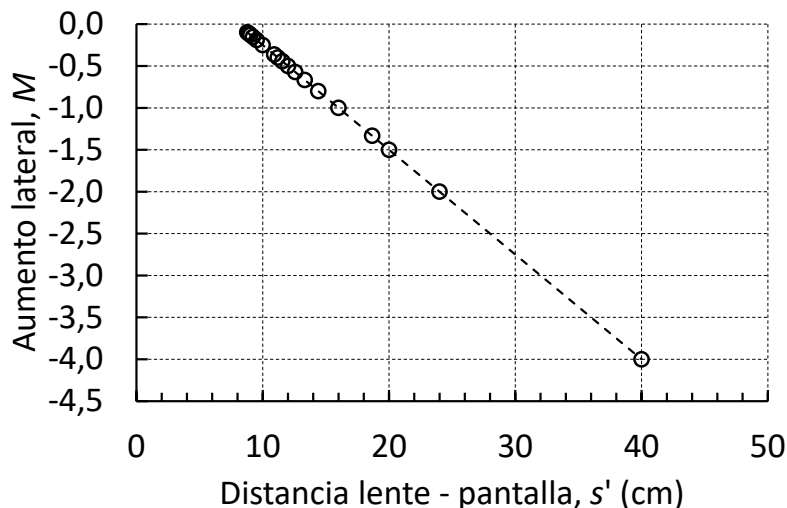
CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN FÍSICA

- ✱ Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.
- ✱ Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.
- ✱ En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.
- ✱ Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.
- ✱ Se evaluará la coherencia, la cohesión, la corrección gramatical, léxica y ortográfica de los textos producidos, así como su presentación.
- ✱ Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2,5 puntos.
- ✱ En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la misma para cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,1 puntos).

SOLUCIONES

(Documento de trabajo orientativo)

Pregunta 1.- Un sistema óptico está compuesto por un foco luminoso, un objeto iluminado por éste, una lente y una pantalla. Se va cambiando la distancia s entre el objeto y la lente y se busca la posición de la pantalla en la que la imagen está enfocada. La gráfica adjunta muestra la relación entre el aumento lateral M y la distancia s' entre la lente y la pantalla.



- a) (1 punto) Demuestre que el aumento lateral, M , tiene la siguiente expresión en función de la distancia focal imagen, f' y de la posición de la imagen, s' :

$$M = 1 - \frac{s'}{f'}$$

- b) (0,5 puntos) Con los datos de la gráfica, determine la distancia focal de la lente, razonando si es convergente o divergente.
- c) (1 punto) Determine la distancia objeto para el caso en que la distancia lente-imagen es 40 cm y el aumento lateral es igual a -4. Realice el trazado de rayos en esta situación.

Solución:

- a) Para encontrar la expresión del aumento lateral en función de la distancia imagen y de la distancia focal escribimos su expresión:

$$M = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{1}{s} = \frac{M}{s'}$$

Según la ecuación de la lente delgada:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{M}{s'} = \frac{1 - M}{s'}$$

Por tanto,

$$1 - M = \frac{s'}{f'} \Rightarrow M = 1 - \frac{s'}{f'}$$

La expresión solicitada es, pues,

$$M = 1 - \frac{s'}{f'}$$

- b) Para determinar la distancia focal de la lente, podemos emplear la expresión obtenida anteriormente, cogiendo un punto de la gráfica, como el punto $M = -4$ y $s' = 40$ cm:

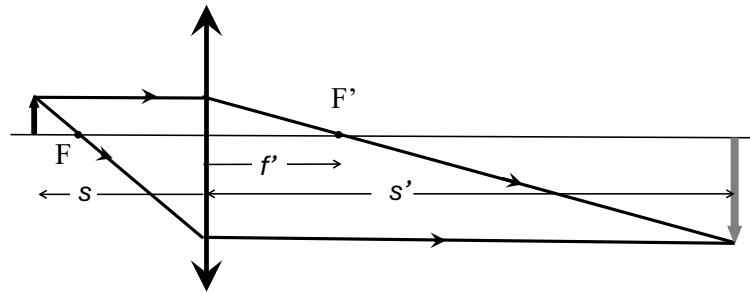
$$M = 1 - \frac{s'}{f'} \Rightarrow f' = \frac{s'}{1 - M} = \frac{40}{5} = 8 \text{ cm}$$

Puesto que el resultado para f' es positivo la lente es convergente.

c) Con la expresión del aumento podemos hallar la distancia objeto:

$$M = \frac{s'}{s} \Rightarrow s = \frac{s'}{M} = \frac{40 \text{ cm}}{-4} = -10 \text{ cm}$$

El diagrama de rayos para $s' = 40 \text{ cm}$ está representado en la siguiente figura:



Pregunta 2.A.- Consideremos el planeta extrasolar G-876d, que tiene una masa igual a 6 veces la masa de la Tierra y un radio de 1,73 veces el radio de la Tierra. El planeta describe una órbita circular de radio $3,14 \cdot 10^6$ km en torno a la estrella Gliese, cuya masa es de $6,37 \cdot 10^{29}$ kg. Determine:

- (1 punto) La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta.
- (1 punto) La velocidad del planeta en la órbita y su periodo de revolución.
- (0,5 puntos) La energía del planeta en la órbita.

Datos: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Masa de la Tierra, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; Radio de la Tierra, $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

Solución:

- Para hallar la aceleración de la gravedad en la superficie, necesitamos hallar el radio y la masa del planeta extrasolar:

$$R_{extr} = 1,73 R_T = 1,10 \cdot 10^7 \text{ m}; \quad M_{extr} = 6 M_T = 3,58 \cdot 10^{25} \text{ kg}$$

Para hallar la aceleración en la superficie, igualamos el peso a la atracción gravitatoria:

$$m g_{extr} = G \frac{m M_{extr}}{R_{extr}^2} \Rightarrow g_{extr} = G \frac{M_{extr}}{R_{extr}^2}$$

de manera que:

$$g_{extr} = G \frac{M_{extr}}{R_{extr}^2} = 19,7 \text{ m s}^{-2}$$

donde g_{extr} es la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta extrasolar.

- Para hallar la velocidad orbital, v_{orb} , utilizamos la relación entre la fuerza normal y la fuerza de atracción gravitatoria:

$$M_{extr} \frac{v_{orb}^2}{r_{orb}} = G \frac{M_{extr} M_{estrella}}{r_{orb}^2}$$

Despejando, nos queda:

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{G M_{estrella}}{r_{orb}}} = 1,16 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$$

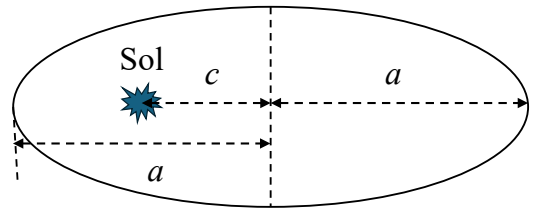
Para hallar el periodo, utilizamos su relación con la velocidad orbital:

$$T = \frac{2\pi r_{orb}}{v_{orb}} = 1,70 \cdot 10^5 \text{ s} = 1,96 \text{ días}$$

- La energía mecánica en la órbita será:

$$E_{mec} = \frac{1}{2} M_{extr} v_{orb}^2 - G \frac{M_{estrella} M_{extr}}{r_{orb}} = -2,42 \cdot 10^{35} \text{ J}$$

Pregunta 2.B.- Plutón es un planeta enano del sistema solar que describe una órbita con un periodo de 248 años terrestres. Sabiendo que la órbita de Plutón es elíptica y que la excentricidad de la órbita, es decir, el cociente entre la distancia del Sol al centro de la elipse, c y el semieje mayor de la elipse, a , es 0,244, determine:



- (1 punto) La distancia al Sol en la que Plutón está más alejado del mismo (afelio) y en la que está más cercano (perihelio).
- (1,5 puntos) Las velocidades orbitales en el afelio y en el perihelio.

Datos: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Masa del Sol, $M_{\text{Sol}} = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.

Solución:

- Lo primero que haremos será hallar el semieje mayor, a , con la tercera ecuación de Kepler:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G M_{\text{sol}}}{4\pi^2} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{G M_{\text{sol}} T^2}{4\pi^2}}$$

Sustituyendo, obtenemos $a = 5,9 \cdot 10^{12} \text{ m}$.

Utilizando el dato de la excentricidad, podemos hallar la distancia del Sol al centro de la elipse, c :

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow c = e a = 1,44 \cdot 10^{12} \text{ m}.$$

Conocidos a y c , podemos hallar el perihelio y el afelio:

$$\begin{aligned} r_{\text{perihelio}} &= a - c = 4,46 \cdot 10^{12} \text{ m} \\ r_{\text{afelio}} &= a + c = 7,34 \cdot 10^{12} \text{ m} \end{aligned}$$

- Para hallar las velocidades, haremos uso de la conservación del momento angular y de la energía:

$$L_{\text{perihelio}} = L_{\text{afelio}} \Rightarrow v_{\text{perihelio}} \cdot r_{\text{perihelio}} = v_{\text{afelio}} \cdot r_{\text{afelio}}$$

$$E_{\text{perihelio}} = E_{\text{afelio}} \Rightarrow \frac{1}{2} M_p v_{\text{perihelio}}^2 - \frac{G M_p M_{\text{sol}}}{r_{\text{perihelio}}} = \frac{1}{2} M_p v_{\text{afelio}}^2 - \frac{G M_p M_{\text{sol}}}{r_{\text{afelio}}}$$

Combinando ambas ecuaciones resulta:

$$v_{\text{afelio}} = \sqrt{\frac{2 G M_{\text{sol}} (1/r_{\text{perihelio}} - 1/r_{\text{afelio}})}{r_{\text{afelio}}^2/r_{\text{perihelio}}^2 - 1}}$$

Sustituyendo:

$$v_{\text{afelio}} = 3,69 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

Haciendo uso de la relación con la velocidad en el perihelio:

$$v_{\text{perihelio}} = v_{\text{afelio}} \frac{r_{\text{afelio}}}{r_{\text{perihelio}}} = 6,08 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

Pregunta 3.A.- Una partícula con carga -2 nC está situada en el punto $(-5, 0) \text{ m}$ del plano xy . Otra partícula con carga $+2 \text{ nC}$ está situada en el punto $(5, 0) \text{ m}$ del plano xy . Determine:

- (1,5 puntos) El campo y el potencial eléctrico en el punto $A(5, 4) \text{ m}$ del plano xy .
- (1 punto) El trabajo que realiza la fuerza del campo eléctrico al llevar una carga $q' = 3 \text{ nC}$ desde $A(5, 4) \text{ m}$ hasta el punto $B(0, 4) \text{ m}$ del plano xy .

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

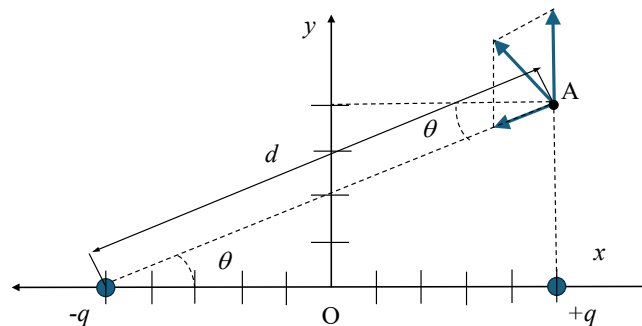
Solución:

- Para hallar campo y potencial en $A(5, 4) \text{ m}$ calcularemos primero las distancias y el seno y el coseno del ángulo:

$$d = \sqrt{10^2 + 4^2} = 10,77 \text{ m}$$

$$\cos \theta = \frac{10}{10,77} = 0,929$$

$$\text{sen } \theta = \frac{4}{10,77} = 0,371$$



El campo eléctrico tendrá dos contribuciones, una de la carga $-q$ y otra de la carga q . La primera de ellas es:

$$\vec{E}_{-q} = -\frac{Kq}{d^2} (\cos \theta \vec{i} + \text{sen } \theta \vec{j}) = (-0,144 \vec{i} - 0,058 \vec{j}) \text{ N C}^{-1}$$

La segunda contribución será:

$$\vec{E}_{+q} = \frac{Kq}{4^2} \vec{j} = 1,125 \vec{j} \text{ N C}^{-1}$$

Sumando ambas obtenemos:

$$\vec{E}_T = (-0,144 \vec{i} + 1,067 \vec{j}) \text{ N C}^{-1}$$

El potencial en A será:

$$V(A) = -K \frac{q}{10,77} + K \frac{q}{4} = 2,83 \text{ V}$$

- Para hallar la energía pedida es necesario determinar el potencial eléctrico en $B(0, 4) \text{ m}$:

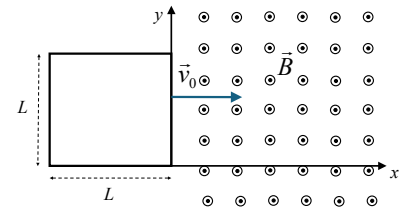
$$V(B) = 0$$

ya que la distancia de ambas cargas al punto B es la misma y las cargas son iguales en valor absoluto y de signo contrario.

El trabajo que realiza la fuerza del campo eléctrico al llevar una carga q' de A a B será, por tanto:

$$W_{AB} = q' (V_A - V_B) = 8,49 \text{ nJ}$$

Pregunta 3.B.- Una espira cuadrada de lado $L = 20\text{ cm}$ está situada en el plano xy y penetra en un campo magnético uniforme $\vec{B} = 200\text{ mT } \vec{k}$ con una velocidad uniforme $\vec{v}_0 = 2\text{ m s}^{-1} \vec{i}$ (ver figura). Si la espira está inicialmente completamente fuera del campo magnético y comienza a entrar en él en $t = 0$, determine:



- (1 punto) El flujo magnético en $t_1 = 50\text{ ms}$ y $t_2 = 150\text{ ms}$.
- (1 punto) La fem inducida en $t_1 = 50\text{ ms}$ y $t_2 = 150\text{ ms}$.
- (0,5 puntos) La intensidad que recorre la espira en $t = 200\text{ ms}$ si su resistencia es de $15\ \Omega$.

Solución:

- Como la espira tiene una velocidad uniforme podemos hallar la expresión del flujo en función del tiempo:

$$\Phi_m = B L x(t) = B L v_0 t$$

No obstante, cuando la espira haya entrado completamente en el campo magnético, ya no habrá cambio en el flujo. El tiempo que tarda la espira en entrar se puede calcular de la siguiente forma:

$$t = \frac{L}{v_0} = 0,1\text{ s} = 100\text{ ms}$$

De manera que la expresión del flujo magnético será:

$$\Phi_m(t) = \begin{cases} BLv_0 t & \text{si } t < 100\text{ ms} \\ BL^2 & \text{si } t > 100\text{ ms} \end{cases} \quad (1)$$

Por tanto, el flujo en $t_1 = 50\text{ ms}$ será:

$$\Phi_m(t_1) = BLv_0 t_1 = 4 \cdot 10^{-3}\text{ Wb}$$

y en t_2 será:

$$\Phi_m(t_2) = BL^2 = 8 \cdot 10^{-3}\text{ Wb}$$

- Aplicando la ley de Faraday encontramos la expresión para la fem inducida, $\mathcal{E}$:

$$\mathcal{E}(t) = \begin{cases} -BLv_0 & \text{si } t < 100\text{ ms} \\ 0 & \text{si } t > 100\text{ ms} \end{cases} \quad (2)$$

Por lo tanto, para $t_1 = 50\text{ ms}$, tenemos:

$$\mathcal{E} = -80\text{ mV}$$

y para $t_2 = 150\text{ ms}$:

$$\mathcal{E} = 0$$

Hay que señalar que, dado que no se ha establecido ningún criterio de signos, la fuerza electromotriz puede ser tanto positiva como negativa.

- La intensidad que recorre la espira en $t = 200\text{ ms}$ será:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = 0$$

ya que la fem inducida en $t > 100\text{ ms}$ es nula.

Pregunta 4.A.- El isótopo del cobalto ^{60}Co tiene un periodo de semidesintegración de 1925,2 días y una masa atómica de 59,94 u. Se prepara una muestra de este isótopo que tiene una actividad inicial de $2,64 \cdot 10^9$ Bq. Calcule:

- a) (0.5 puntos) La constante de desintegración del ^{60}Co .
- b) (1 punto) La masa de ^{60}Co que contiene la muestra.
- c) (1 punto) La actividad de la muestra al cabo de 1 año.

Dato: Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Solución:

- a) Para hallar la constante de desintegración λ usamos su relación con el tiempo de semidesintegración:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 3,60 \cdot 10^{-4} \text{ días}^{-1} = 4,17 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$$

- b) Para determinar la masa de ^{60}Co que contiene la muestra, empezaremos obteniendo el número de núcleos iniciales, N_0 :

$$A_0 = \lambda N_0 \Rightarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = 6,33 \cdot 10^{17} \text{ núcleos}$$

Utilizando la masa atómica del ^{60}Co y el número de Avogadro podemos hallar la masa inicial:

$$m_0 = M_{^{60}\text{Co}} \frac{N_0}{N_A} = 6,3 \cdot 10^{-5} \text{ g} = 63 \mu\text{g}$$

- c) Para saber la actividad al cabo de un año, pasamos el año a segundos:

$$t = 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 3,15 \cdot 10^7 \text{ s}$$

Sustituimos este valor en la expresión de la actividad en función del tiempo:

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} = 2,64 \cdot 10^9 e^{-4,17 \cdot 10^{-9} \cdot 3,15 \cdot 10^7} = 2,31 \cdot 10^9 \text{ Bq}$$

Pregunta 4.B.- Dentro del complejo de aceleradores que suministran protones al LHC (Large Hadron Collider) está el PS Booster, un acelerador circular capaz de acelerar protones hasta una energía cinética de 1,4 GeV. Determine:

- a) (1,5 puntos) La masa relativista de los protones cuando su energía cinética es de 1,4 GeV.
- b) (1 punto) La velocidad de dichos protones con esta energía.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m s⁻¹; Masa en reposo del protón, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg.

Solución:

- a) En primer lugar, hallaremos la energía cinética en julios:

$$E_c = 1,4 \cdot 10^9 \text{ eV} = 1,4 \cdot 10^9 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J eV}^{-1} = 2,24 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

La relación entre la masa relativista, la masa en reposo y la energía cinética es:

$$mc^2 = m_0c^2 + E_c \Rightarrow m = m_0 + \frac{E_c}{c^2} = 4,16 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

- b) Para hallar la velocidad del protón, hacemos uso de la relación entre masa relativista y masa en reposo:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow v = c\sqrt{1 - \frac{m_0^2}{m^2}} = 0,916 c = 2,75 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$