

Resumen

*Las preguntas más importantes de la vida,
de hecho, no son en su mayoría más que problemas de probabilidad*
Pierre-Simon Laplace (1749-1827)

Este manual, titulado *Jugando con el azar: fundamentos para la estadística aplicada y la ciencia de datos*, está dirigido principalmente al estudiantado del Grado en Estadística Aplicada y del Grado en Ciencia de los Datos Aplicada, impartidos en la Facultad de Estudios Estadísticos de la Universidad Complutense de Madrid. La asignatura Azar y Probabilidad, a la que está orientado este manual, forma parte de las asignaturas básicas impartidas en primer curso de ambos grados.

Este manual tiene como objetivo ofrecer una introducción clara a los conceptos fundamentales del azar y la probabilidad, así como a sus aplicaciones prácticas, proporcionando una comprensión sencilla y eficaz, tanto a estos estudiantes como a cualquier otro interesado. Comienza con los conceptos básicos de probabilidad, variables aleatorias unidimensionales, continúa con las principales distribuciones aleatorias, tanto discretas como continuas, y finaliza con las variables bidimensionales.

Cada tema incluye diversos ejemplos para ilustrar los conceptos, junto con ejercicios resueltos, ejercicios propuestos y un formulario de autoevaluación al final, que permiten al lector comprobar su comprensión y reforzar su aprendizaje.

Palabras clave: azar, probabilidad, variables aleatorias, distribuciones aleatorias, modelos probabilísticos.

Abstract

*Life's most important questions are, for the most part,
nothing but probability problems*
Pierre-Simon Laplace (1749-1827)

This book, *Playing with Chance: Foundations for Applied Statistics and Data Science*, is primarily intended for students majoring in Applied Statistics and Applied Data Science at the Facultad de Estudios Estadísticos de la Universidad Complutense de Madrid. The subject “Azar y Probabilidad” (Chance and Probability) is a core course taught in the first year of both majors.

This book aims to provide a clear introduction to the fundamental concepts of chance and probability, along with their practical applications. It offers a simple and accessible explanation of chance and probability for students and anyone else interested in the topic. This book starts with basic concepts of probability and one-dimensional random variables, progresses to the main random distributions (both discrete and continuous), and concludes with two-dimensional variables.

Each section includes examples to illustrate the concepts, along with solved exercises, suggested exercises, and a self-assessment at the end of each section to help readers check their understanding and reinforce their learning.

Keywords: chance, probability, random variables, probability distributions, probabilistic models.

Introducción

“Siempre me recuerdo a mí mismo que lo que se observa es, como mucho, una combinación de probabilidades y resultados, no solo resultados.” Esta frase, atribuida a *Nassim Nicholas Taleb* (1960-), nos recuerda que detrás de cada suceso existe una compleja interacción entre el azar y la probabilidad. El azar suele entenderse como un suceso imprevisible, mientras que la probabilidad es el cálculo matemático que evalúa las posibilidades de que un suceso ocurra cuando interviene el azar. La probabilidad se utiliza para modelar la incertidumbre, la variabilidad y el azar.

La vida diaria está llena de sucesos aleatorios, y la probabilidad nos permite analizar y comprender las posibilidades de que estos eventos ocurran. Los juegos de azar se fundamentan en un componente de probabilidad. De hecho, la idea cuantitativa del azar surgió por primera vez en las mesas de juego, y la teoría de la probabilidad comenzó en 1654 con *Pascal* y *Fermat*, como una teoría destinada a los juegos de azar. ¿Son equitativos los juegos de azar? En el caso de la lotería, la probabilidad de ganar es extremadamente baja. Tanto los casinos como las empresas que gestionan estos juegos analizan cuidadosamente las probabilidades y establecen reglas que les aseguran una ventaja matemática, permitiéndoles maximizar sus ganancias.

La teoría de la probabilidad estudia los fenómenos aleatorios y estocásticos, y ha encontrado aplicaciones en prácticamente todas las ramas del conocimiento. Por ejemplo, la teoría de la probabilidad se utiliza en la toma de decisiones empresariales y en el análisis predictivo en marketing. A través de la probabilidad, una empresa puede estimar las probabilidades de que los clientes adquieran su producto, lo que ayuda a las empresas a tomar decisiones de inversión y producción. Este enfoque probabilístico no se limita al ámbito empresarial, sino que también se extiende a diversas disciplinas, como la economía, la biología y la inteligencia artificial, donde el azar y la probabilidad desempeñan un papel crucial en la comprensión y predicción de fenómenos complejos.

Dada la importancia del azar y la probabilidad, tanto el Grado en Estadística Aplicada como el Grado en Ciencia de los Datos Aplicada, que se imparten en la Facultad de Estudios Estadísticos de la Universidad Complutense de Madrid, han

incluido Azar y Probabilidad como una asignatura básica en primer curso de ambos grados. El objetivo principal de este manual es proporcionar una introducción clara y accesible a los conceptos fundamentales del azar y la probabilidad, así como a sus aplicaciones prácticas, acercando a estudiantes e interesados a estos temas de manera efectiva y sencilla. Aunque este manual está principalmente diseñado para la asignatura de Azar y Probabilidad, algunos de sus contenidos también pueden resultar útiles tanto en otros grados como para otras asignaturas de estos grados, un ejemplo es Descripción y Exploración de Datos.

Este manual es el fruto del trabajo de cuatro profesoras: M^a Ángeles Medina Sánchez, Ziwei Shu, Rosario Susi García y Rosa Espínola Vílchez. Utiliza como base el libro publicado por las autoras Susi y Espínola en 2012, al que las profesoras Medina y Shu han incorporado nuevos ejemplos y modificado algunos contenidos y la estructura, basándose en su experiencia docente con los estudiantes en los últimos años. De esta manera, se adapta el contenido del libro a las necesidades actuales de los estudiantes, con el objetivo de facilitarles la comprensión de la asignatura de Azar y Probabilidad. Se ha actualizado con ejemplos prácticos adicionales, como el juego del calamar (en su versión académica), la lotería, e incluye formularios de autoevaluación para los estudiantes, con el fin de mejorar la comprensión del material y fomentar su estudio.

La estructura de este manual está organizada de manera progresiva, desde los conceptos básicos de probabilidad y las variables aleatorias unidimensionales hasta las variables aleatorias bidimensionales, distribuida en los siguientes tres módulos:

- El primer módulo incluye tres temas: en el tema 1 se definen los conceptos básicos del cálculo de probabilidades, como el espacio muestral y los axiomas de Kolmogorov, entre otros. La definición de variable aleatoria unidimensional se presenta en el tema 2, junto con las funciones de probabilidad asociadas a esta variable. En el tema 3, se introducen las distintas características de una variable aleatoria unidimensional, agrupadas en tres tipos de medidas: centralización, posición, dispersión y forma, y función generatriz de momentos.
- El segundo módulo incluye dos temas: en el tema 4 se presentan las principales distribuciones discretas y sus características, mientras que en el tema 5 se abordan las principales distribuciones continuas y sus características.
- El tercer módulo incluye dos temas: en el tema 6 se abordan los conceptos relacionados con las variables aleatorias bidimensionales discretas, mientras que en el tema 7 se tratan las variables aleatorias bidimensionales continuas.