Curso Académico 2017-18

GEOMETRÍA DIFERENCIAL

Ficha Docente

ASIGNATURA

Nombre de asignatura (Código GeA): GEOMETRÍA DIFERENCIAL (900508)
Créditos: 6
Créditos presenciales: 6
Créditos no presenciales: 5
Semestre: 2

PLAN/ES DONDE SE IMPARTE

Titulación: DOBLE GRADO EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
Plan: DOBLE GRADO EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
Curso: 5 **Ciclo:** 1
Carácter: Optativa
Duración/es: Por determinar (no genera actas), Segundo cuatrimestre (actas en Jun. y Jul.)
Idioma/s en que se imparte:
Módulo/Materia: /

PROFESOR COORDINADOR

Nombre	Departamento	Centro	Correo electrónico	Teléfono
LAFUENTE LOPEZ, JAVIER	Geometría y Topología	Facultad de Ciencias Matemáticas	jlafuent@ucm.es	

PROFESORADO

Nombre	Departamento	Centro	Correo electrónico	Teléfono
LAFUENTE LOPEZ, JAVIER	Geometría y Topología	Facultad de Ciencias Matemáticas	jlafuent@ucm.es	

SINOPSIS

BREVE DESCRIPTOR:

Generalización de los elementos de la Geometría intrínseca de superficies y variedades euclideas al contexto de las variedades abstractas (semi-)riemannianas.

REQUISITOS:

- Análisis en varias variables. Diferenciación e integración.
- Sistemas de ecuaciones diferenciales.
- Geometría diferencial de curvas y superficies.
- Álgebra Lineal
- Topología elemental.

Es aconsejable, aunque no imprescindible haber cursado la asignatura de Variedades diferenciables.

OBJETIVOS:

a) Comprensión y manejo de los conceptos y resultados básicos de la Geometría Riemanniana y Lorentziana.

b) Introducir las técnicas del cálculo de variaciones.

c) Aplicación a la mecánica

d) Aplicación la relatividad general.

COMPETENCIAS:

Generales

Conocimiento de la noción de variedad (semi) riemanniana y aprendizaje de los conceptos principales.
Conseguir la madurez necesaria para:
1) Tener un uso adecuado de las reglas de la lógica en los desarrollos matemáticos
2) Ser capaz de “reconocer” lo que no se entiende.
3) Ser capaz de reconstruir los detalles de las demostraciones no desarrollados explícitamente en clase.
4) Demostrar rigurosamente afirmaciones intuitivamente triviales.
5) Comprender y eventualmente utilizar, teoremas que no han sido demostrados en clase.
6) Adquirir capacidad crítica frente argumentos falaces o desarrollos innecesarios

Transversales:

Apreciar el papel de la Geometría (semi-)Riemanniana en sus aplicaciones a la física y a la topología de variedades.

Específicas:

- Determinación de variedades riemannianas. Ejemplos significativos.
- Conocer bien las definiciones y la manipulación formal sin coordenadas de los elementos básicos de la Geometría Riemannianal, tales como métrica, conexión canónica asociada, curvaturas …etc.
- Conocer bien los algoritmos en coordenadas para la determinación y manipulación local, los anteriores elementos.
- Percibir el papel de las coordenadas como herramienta para expresar analíticamente y manipular características intrínsecas de variedades riemannianas, que son independientes del sistema de coordenadas utilizado.

Otras:

- Comprender el papel de la geometría Lorentziana como modelo de la relatividad general.
- Apreciar el papel de la métrica riemanniana para describir la energía cinética en la formulación lagrangiana de un sistema mecánico simple.

CONTENIDOS TEMÁTICOS:

1.- Introducción a la Geometría Riemanniana local. Primera Forma Fundamental en superficies. Generalización a variedades Euclideas . Longitud de una curva. Geometría intrínseca. Estructuras riemannianas en un abierto de R^n. Isometrías. Longitud y Energía de una curva. Sistemas holónomos de particulas.

2.- Cálculo (local) de variaciones: Geodésicas. Espacio de curvas entre dos puntos fijos.Variaciones. Las geodésicas como Puntos críticos de los operadores Longitud y Energía. Símbolos de Christoffel. Sistema mecánico simple: Función Lagrangiana. Principio de mínima acción. Ecuaciones diferenciales (locales) de la evolución.

3.- Variedades Riemannianas: Variedades diferenciables. Revisión del espacio tangente y cotangente. Estructura Riemanniana. Longitud de curvas. Isometrías Estructura métrica de una variedad Riemanniana. Isometrías. Las geodésicas a revisión. Aplicación exponencial. Carta normal. Geodésicas minimizantes. Completitud geodésica. Teorema de Hopf-Rinow .

4.- La conexión Riemanniana: Revisión de los campos de vectores en una variedad. Conexiones afines. Transporte paralelo de vectores. El Tensor de curvatura. La conexión de Levi-Civita. Las geodésicas revisitadas. El caso de las variedades Euclideas.

5.- Curvaturas: El tensor de curvatura (semi-)Riemanniano. Curvaturas seccionales. El tensor de Ricci y Curvatura escalar. Espacios de curvatura constante. Curvatura y topología. Enunciados de los teoremas de Hadamar y Bonnet-Myers.

6.- Variedades Lorentzianas: Métricas semi-Riemannianas: La conexión canónica. Caso Lorentziano. El Espacio de Minkowski. La Geometría Lorentziana como modelo relativista: Orientación temporal. Causalidad. Tiempo propio. Rayos de luz y partículas inerciales. Paradoja de los gemelos.

ACTIVIDADES DOCENTES:

Clases teóricas:

2.5 horas
Exposición de temas teóricos por parte del profesor.

Seminarios:

Clases prácticas:

1.5 horas
Cada semana se entregará una lista de problemas, dos de ellos ocultos. El alumno podrá elegir cada dos semanas uno de los problemas ocultos , para entregar a través del Campus Virtual, con el compromiso implícito de salir a resolverlo a la pizarra si así se le pide. De la hora y media semanal de prácticas media, está destinada a la resolución en la pizarra de problemas por los propios alumnos con la ayuda eventual del profesor. La hora restante a la resolución de problemas por el profesor.

Trabajos de campo:

Prácticas clínicas:

Laboratorios:

Exposiciones:

Presentaciones:

Otras actividades:

TOTAL:

EVALUACIÓN:

Se realizará un examen final con una parte teórica y otra práctica.
La Nota Final, se obtiene como máximo entre la nota del examen E, y la nota ponderada
MÁXIMO (0,4C + 0,6E, E) si E>3.
Donde la nota de Curso C corresponde a la calificación de siete problemas. Para obtener nota de curso es necesario haber asistido al menos al 80% de las clases.
En todo caso la calificación final no podrá superar el 5, si E<5.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:

J. Douglas Moore. Lectures on Differential Geometry. (2009)
M. P. Do Carmo, Geometría Riemanniana, 1988
B. O'Neill Semi-riemannian geometry with applications to relativity, 1983

OTRA INFORMACIÓN RELEVANTE

El profesor tiene una página de la asignatura en el Campus virtual. En ella se pueden consultar
- Notas manuscritas del curso
- Las hojas de problemas propuestos
- Soluciones proporcionadas por los propios alumnos de algunos ejercicios.
- Material didáctico complementario.
- Evolución de la Nota de Curso a lo largo del periodo de clases.