



# Curso Académico 2017-18

## GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES

### Ficha Docente

#### ASIGNATURA

Nombre de asignatura (Código GeA): GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES (800585)

Créditos: 7.5

Créditos presenciales: 5

Créditos no presenciales: 2.5

Semestre: 1

#### PLAN/ES DONDE SE IMPARTE

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS

Plan: GRADO EN MATEMÁTICAS

Curso: 3      Ciclo: 1

Carácter: Obligatoria

Duración/es: Por determinar (no genera actas), Primer cuatrimestre (actas en Feb. y Jul.)

Idioma/s en que se imparte:

Módulo/Materia: CONTENIDOS INTERMEDIOS/GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

#### PROFESOR COORDINADOR

Nombre	Departamento	Centro	Correo electrónico	Teléfono
CAMPOAMOR STURSBURG, OTTO-RUDWIG	Geometría y Topología	Facultad de Ciencias Matemáticas	rutwig@ucm.es	

#### PROFESORADO

Nombre	Departamento	Centro	Correo electrónico	Teléfono
CASTRILLON LOPEZ, MARCO	Geometría y Topología	Facultad de Ciencias Matemáticas	mcastril@ucm.es	
CAMPOAMOR STURSBURG, OTTO-RUDWIG	Geometría y Topología	Facultad de Ciencias Matemáticas	rutwig@ucm.es	

#### SINOPSIS

##### BREVE DESCRIPTOR:

Se inicia al estudiante en la geometría diferencial de curvas y superficies en el plano y espacio euclideo tridimensional.

##### REQUISITOS:

- Análisis real en varias variables
- Geometría y álgebra lineal.
- Topología general

##### OBJETIVOS:

- Resolver el problema de clasificación geométrica de curvas por movimientos, usando el método de la referencia móvil de Frenet.
- Estudio geométrico local de las superficies en el espacio euclideo tridimensional.
- Destacar el concepto de propiedad geométrica intrínseca.

##### COMPETENCIAS:

###### Generales

- Estrategias para la resolución de problemas.
- Distinguir los problemas de los ejercicios.
- Aprender a respetar las reglas del rigor matemático tanto en el estudio de los aspectos teóricos, como en la formalización de las respuestas a ejercicios y problemas planteados.



# Curso Académico 2017-18

## GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES

### Ficha Docente

- Desarrollar la capacidad de autocritica, reconociendo aquellos aspectos que necesitan mayor nivel de comprensión para avanzar en el propio proceso de aprendizaje

#### Transversales:

#### Específicas:

- Apreciar la diferencia entre curva parametrizada y curva.
- Destreza en el cálculo de curvaturas.
- Entender porqué las curvaturas determinan un sistema completo de invariantes para la clasificación de curvas por congruencia.
- Comprender el concepto de superficie y relacionar las distintas definiciones equivalentes.
- Apreciar la diferencia entre superficie parametrizada y superficie.
- Saber usar coordenadas locales para resolver problemas geométricos.
- Distinguir entre lo que depende y lo que no depende del sistema de coordenadas utilizado.
- Distinguir entre geometría local y global.
- Distinguir las propiedades intrínsecas de las que no lo son, y apreciar el significado del teorema egregio de Gauss.
- Destreza en el cálculo de formas fundamentales, curvaturas etc.

#### Otras:

#### CONTENIDOS TEMÁTICOS:

- 1) Teoría local de curvas en el plano y el espacio euclídeo.

Curvas planas. Definiciones básicas. Curvas regulares. Cambio de parámetro. Parametrización por longitud de arco. Diedro de Frenet: Curvatura. Curvas congruentes. Teorema fundamental de congruencia. Centro de curvatura Evolutas y evolventes.

Curvas en el espacio. Triedro de Frenet. Fórmulas de Frenet: Curvatura y Torsión. Teorema fundamental de congruencia.

- 2) Teoría local de superficies.

Superficies regulares. Representación local paramétrica e implícita. Cambios de coordenadas. El plano tangente en un punto. Primera forma fundamental. Cálculo integral en recintos pequeños. Funciones diferenciables entre superficies. Diferencial de una función. Curvatura normal: Teorema de Meusnier. Segunda forma fundamental. Aplicación de Gauss-Weingarten. Curvaturas y direcciones principales. Líneas de curvatura. Curvatura de Gauss. Indicatriz de Dupin. Direcciones asintóticas. Líneas asintóticas. Curvatura geodésica. Definición extrínseca de geodésica.

- 3) Geometría intrínseca local de superficies.

Isometrías. Superficies homeomorfas, difeomorfas, isométricas y congruentes. Carácter intrínseco. Símbolos de Christoffel. Ecuaciones diferenciales de las geodésicas: Carácter intrínseco. Teorema Egregium de Gauss. Ecuaciones de compatibilidad. Derivación intrínseca de campos tangentes a la superficie a lo largo de curvas. Derivación general intrínseca. Transporte paralelo. Carácter intrínseco de la curvatura geodésica. Sistemas especiales de coordenadas.

- 4) Geometría global de superficies.

Enunciado del Teorema fundamental de congruencia. Teorema de Gauss para triángulos geodésicos pequeños. Enunciado del Teorema de Gauss-Bonnet.

#### ACTIVIDADES DOCENTES:

##### Clases teóricas:

Tres sesiones académicas teóricas semanales

##### Seminarios:

##### Clases prácticas:

A medida que se vaya desarrollando el temario, se entregarán listas de problemas. Habrá dos sesiones académicas semanales de problemas, una de ellas se dedicará a la resolución de algunos de los problemas planteados, la otra tendrá carácter de seminario y en ella los alumnos, además de poder plantear cuantas dudas deseen, podrán salir a resolver los problemas.

##### Trabajos de campo:

##### Prácticas clínicas:

##### Laboratorios:

##### Exposiciones:



# Curso Académico 2017-18

## GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES

### Ficha Docente

#### **Presentaciones:**

#### **Otras actividades:**

#### **TOTAL:**

#### **EVALUACIÓN:**

Habrà un examen final obligatorio y evaluación continua voluntaria, que se realizará mediante alguno de los procedimientos siguientes: Resolución de problemas, exposiciones, participación activa en las clases o pruebas de control, según criterio del profesor.

La calificación de la evaluación continua constituirá, al menos, el 10% de la nota final para aquellos alumnos que deseen someterse a la misma.

#### **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:**

Manfredo P. Do Carmo Geometría Diferencial de Curvas y Superficies. Alianza Universidad Textos (1990).

Noel J. Hicks. Notes on Differential Geometry. van Nostrand & Reinold (1965)

Erwin Kreyszig. Differential Geometry. Dover Publications Inc. (2003)

J.M. Rodriguez Sanjurjo, J.M. Ruiz Sancho. Introducción a la Geometría diferencial I. Curvas Ed. Sanz y Torres (2012)

A. F. Costa, J. M. Gamboa, Ejercicios de Geometría diferencial de curvas y superficies. Ed. Sanz y Torres (1998).

Enrique Outerelo y José M. Sánchez Abril. Geometría Diferencial Elemental de Curvas y Superficies. Ed. Sanz y Torres (2009)

Ángel Miguel Amores. Curso Básico de Curvas y Superficies. Ed. Sanz y Torres (2001)

Javier Lafuente. 45 sesiones de Geometría diferencial de curvas y superficies. Publicación interna del Departamento de Geometría y Topología. (2014)

<http://www.mat.ucm.es/~jlafuent/own/Manuales/Variiedades/cyslc.pdf>.

#### **OTRA INFORMACIÓN RELEVANTE**

Los alumnos dispondrán de material docente en el Campus Virtual y páginas personales del profesorado.