

# RESTRICCIONES EN MODELOS COSMOLÓGICOS HETEROGÉNEOS CON LENTES GRAVITACIONALES

---

Jornada de Doctorandos  
Programa de Doctorado en Astrofísica  
Universidad Complutense de Madrid.  
Diciembre 2016

---

**Dr(c) P. Montenegro<sup>(1)</sup> y Dr. D. Valls-Gabaud<sup>(2)</sup>**

**(1) Universidad Católica de la Santísima Concepción**

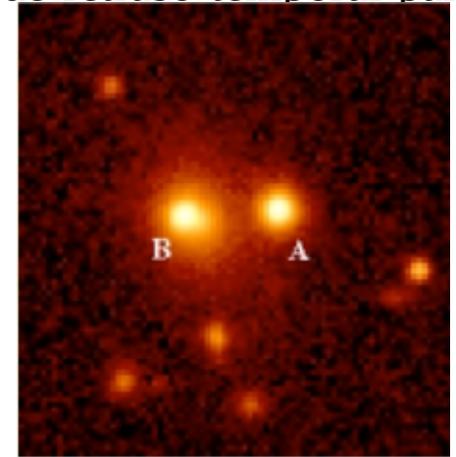
**(2) LERMA, CNRS UMR 8112, Observatoire de Paris.**

## Presentación

1. Lentes gravitacionales fuertes, sus parámetros fundamentales
2. Modelo localmente heterogéneo de Zeldovich-Kantowski-Dyer-Roeder

Las lentes gravitacionales han mostrado ser una poderosa herramienta de estudio cosmológico. En la década del 60, **Refsdal, S.**, vislumbra la posibilidad de determinar el parámetro de Hubble y la masa de las galaxias utilizando el efecto de lente gravitacional, en particular propone el uso del efecto de retraso temporal para determinar la constante de Hubble , (*Refsdal, 1964*)

El primer descubrimiento de imágenes múltiples ocurrió en 1976. Se observó la imagen de dos quásar con idéntico espectro separadas solo 6'' , (*Walsh et al 1979*) establecieron que eran dos imágenes del mismo objeto



El gran desarrollo de las observaciones, en esta era denominada cosmología de precisión, ha facilitado el empleo de las lentes gravitacionales en general, y las lentes gravitacionales fuertes (LGF) en particular, como test cosmológicos, al aportar una gran cantidad de datos de muy buena calidad

La técnica que emplearemos, se desarrollo el 2008, y utilizaba **15** sistemas de LGF, en la actualidad mis cálculos los realizo con **119** sistemas

El cúmulo de Abell 2218, el 2004 permitió la detección de una débil galaxia ubicada a  $z \sim 7$  (*Kneib et al 2004a*)

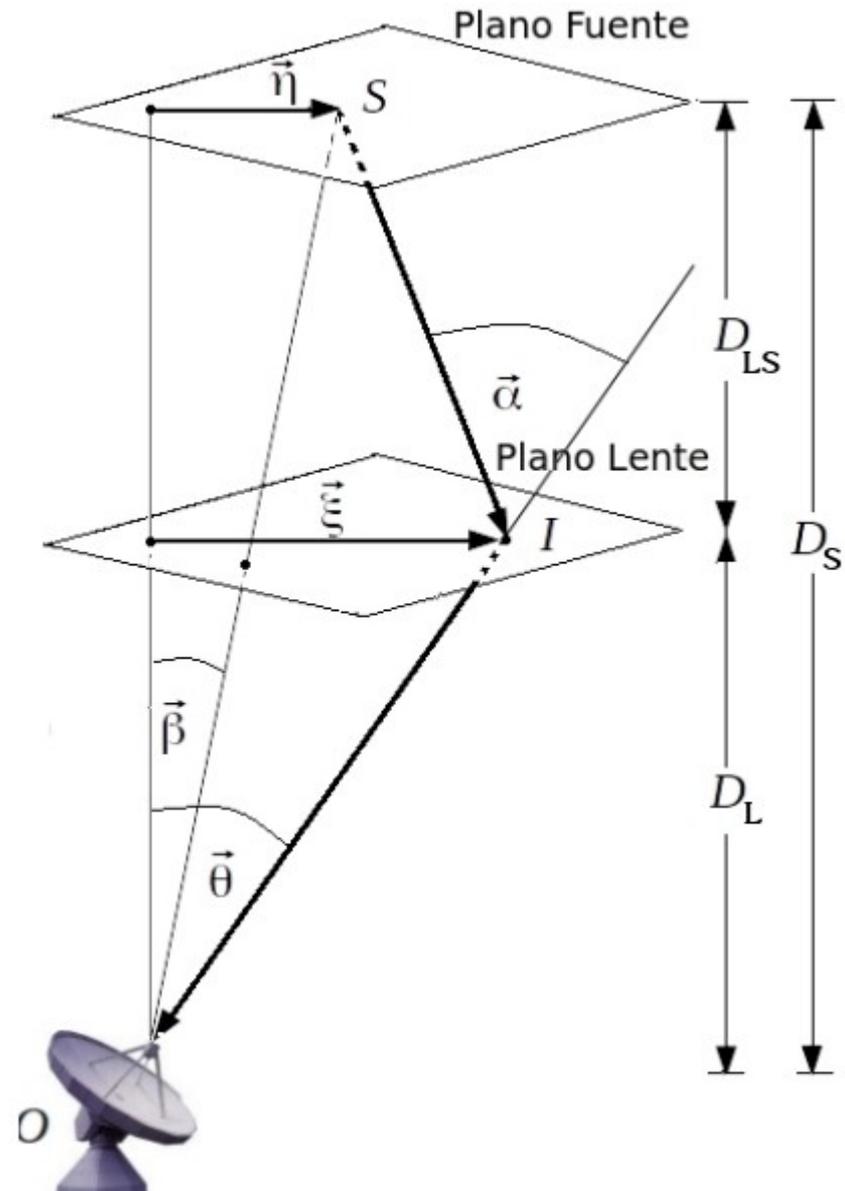


## Configuración típica para lentes gravitacionales fuertes:

Una concentración de masa (la lente), a una distancia  $D_L$ , defleca los rayos de luz de una fuente, ubicada a una distancia  $D_S$ .

Son definidos el plano fuente y el plano lente como planos perpendiculares al eje óptico.

La posición bidimensional de la fuente sobre el plano fuente es el vector  $\vec{\eta}$ , medido con respecto al punto de intersección del eje óptico con este plano;  $\xi$  es el vector de impacto del rayo de luz. Alfa corresponde al ángulo de deflexión de la luz proveniente de la fuente



El método que aplicaremos para restringir el espacio de parámetros cosmológicos, utiliza LGF y sus parámetros:  $(z_S, z_L, \theta_E, \sigma)$ , donde  $z_S$  y  $z_L$  son el redshift de la fuente y de la lente respectivamente,  $\theta_E$  es el ángulo de Einstein y  $\sigma$  es la dispersión de velocidades en la lente. Este método fue desarrollado por **(Grillo et al. 2008)**.

La lente se modela como una esfera isoterma singular (SIS), en tal caso la expresión para el ángulo de Einstein es

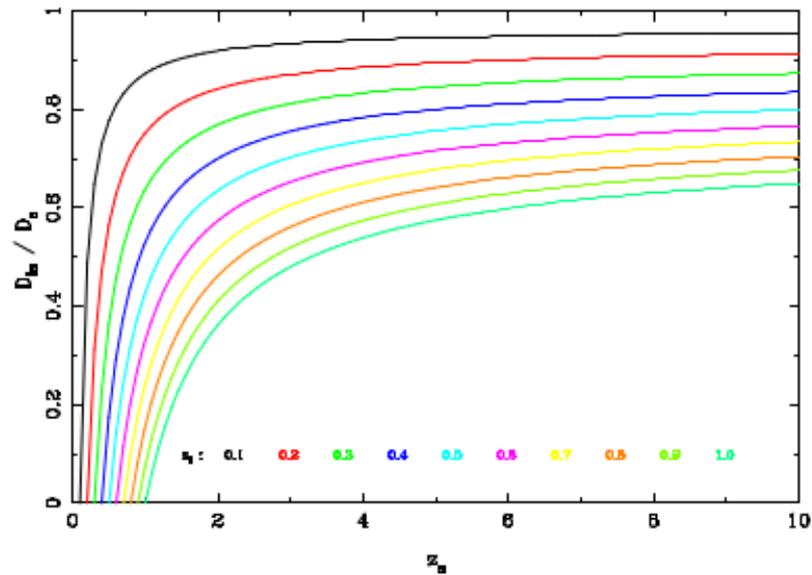
$$\theta_E = 4 \pi \left( \frac{\sigma_{SIS}}{c} \right)^2 \frac{D_{LS}}{D_S}$$

Reescribiendo, obtenemos el observable  $\Gamma$ , que depende del redshift de la lente, del redshift de la fuente, y de los parámetros del modelo cosmológico estudiado, que indicaremos por  $\Phi$

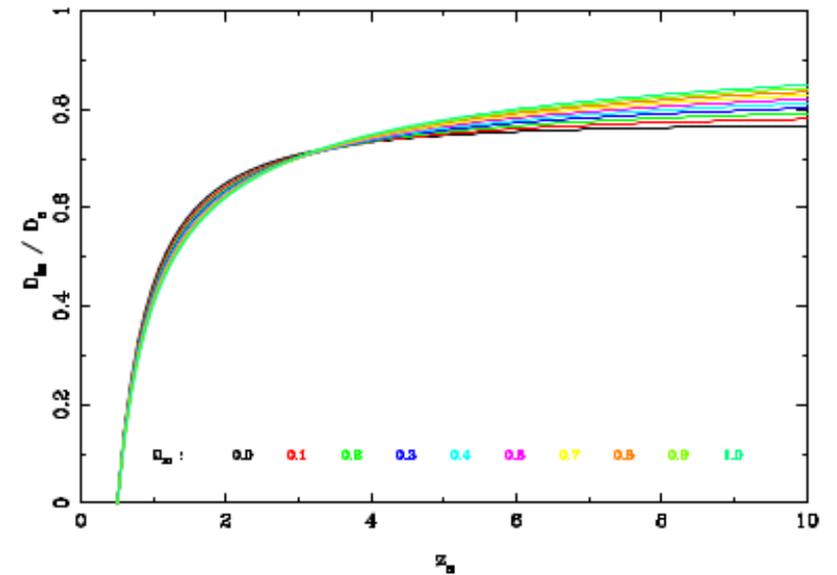
$$\frac{c^2}{4 \pi} \frac{\theta_E}{\sigma_0^2} = \frac{D_{LS}}{D_S} = r(z_L, z_S, \phi)$$

La sensibilidad cosmológica de  $r$  se observa en el siguiente gráfico

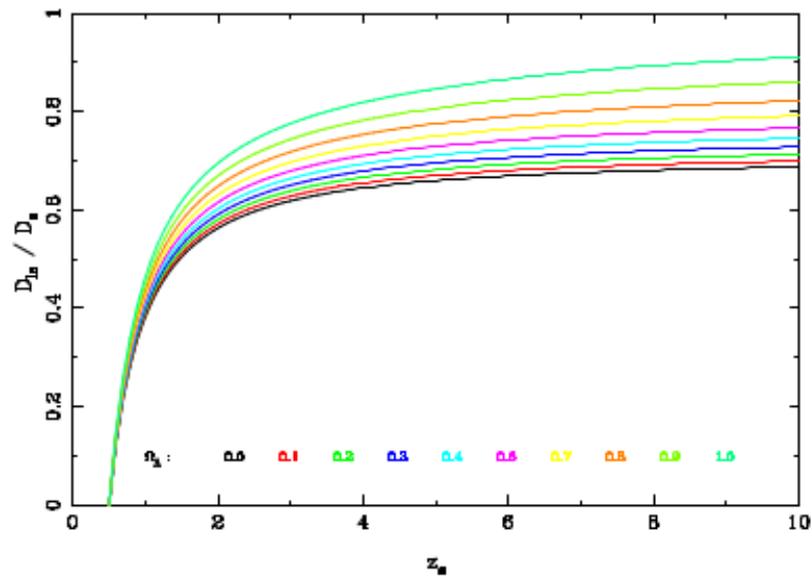
$z_1$  variable  $\Omega_m = 0.3$   $\Omega_\Lambda = 0.7$



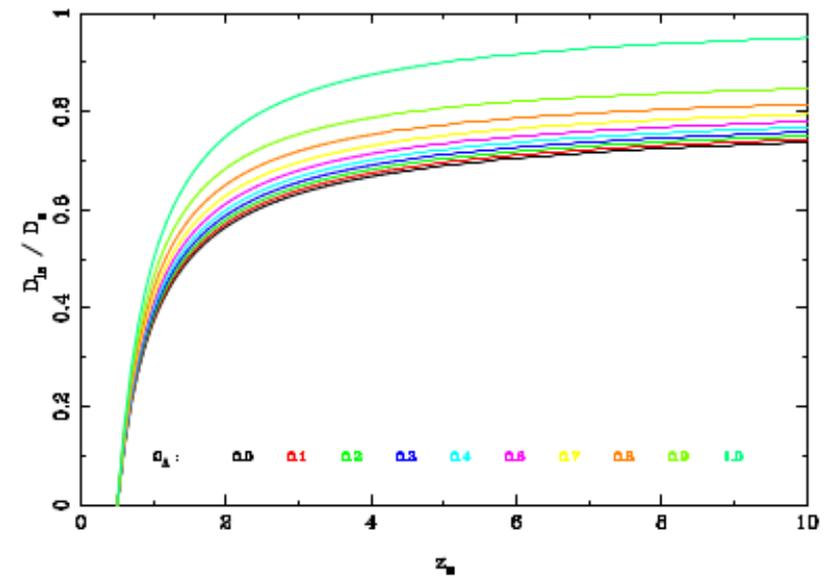
$z_1 = 0.5$   $\Omega_m$  variable  $\Omega_\Lambda = 0.7$



$z_1 = 0.5$   $\Omega_m = 0.3$   $\Omega_\Lambda$  variable



$z_1 = 0.5$   $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$



Los parámetros del modelo, se estiman minimizando la función tipo  $\chi^2$  siguiente

$$\chi^2(\Phi) = \sum_{i=1}^n \frac{\left( \frac{c^2}{4\pi} \frac{\theta_{E_i}}{\sigma_i^2} - r(z_l, z_s, \Phi) \right)^2}{\left( \frac{c^2}{4\pi} \right)^2 \left[ \left( \frac{\delta\theta_{E_i}}{\sigma_i^2} \right)^2 + 2 \left( \frac{\theta_{E_i} \delta\sigma_i}{\sigma_i^3} \right)^2 \right]}$$

El análisis estadístico fue realizado con técnicas bayesianas. En particular utilizando técnicas de muestreo anidado desarrollado por (**Skilling 2004**). Se utilizo el software MultiNest liberado por (**Feroz et al. 2009**) para explorar el espacio de los tres parámetros del modelo, ( $\Omega_M, \Omega_\Lambda$  y  $\alpha$ ). Las cadenas fueron analizadas con el software ComoMC (**Lewis and Bridle 2002**), con el que se obtuvo la distribución posterior en tres dimensiones; marginalizando se obtuvieron las distribuciones proyectadas en cada plano, y para cada variable

# Datos

Los datos requeridos para realizar nuestro análisis estadístico, consiste en una muestra de **119** lentes gravitacionales fuertes, incluye sistemas galaxia-galaxia y galaxia-quasar. Estos datos fueron obtenidos en distintas exploraciones;

**88** sistemas, corresponden a un subconjunto de los 85 sistemas galaxia-galaxia de la muestra Sloan Lens ACS (SLACS), previamente seleccionados por (*Auger et al. 2009*), y obtenidos con la Camara Avanzada para Exploraciones (ACS) del Hubble Space Telescope (HST). La información correspondiente a la dispersión de velocidades, fue obtenida de (*Bolton et al. 2008*) y (*Brownstein et al.(2012)*) y fueron medidas a partir de datos espectroscópicos del SDSS 1 .

**25** elementos, fueron extraídos de la muestra Boss Emission-Line Lens Survey (BELLS), (*Brownstein et al. 2012*), corresponden a sistemas galaxia-galaxia, descubiertos espectroscópicamente por la presencia de altos corrimientos al rojo de las líneas de emisión en la Baryon Oscillation Spectroscopic Survey (BOSS) de galaxias luminosas y confirmados con imagenes de alta resolucion del HST.

**6** elementos de los 38 sistemas galaxia-quasar seleccionados por (*Oguri et al. 2014*), a partir del CfA-Arizona Space Telescope LENS Survey (CASTLES) de lentes gravitacionales

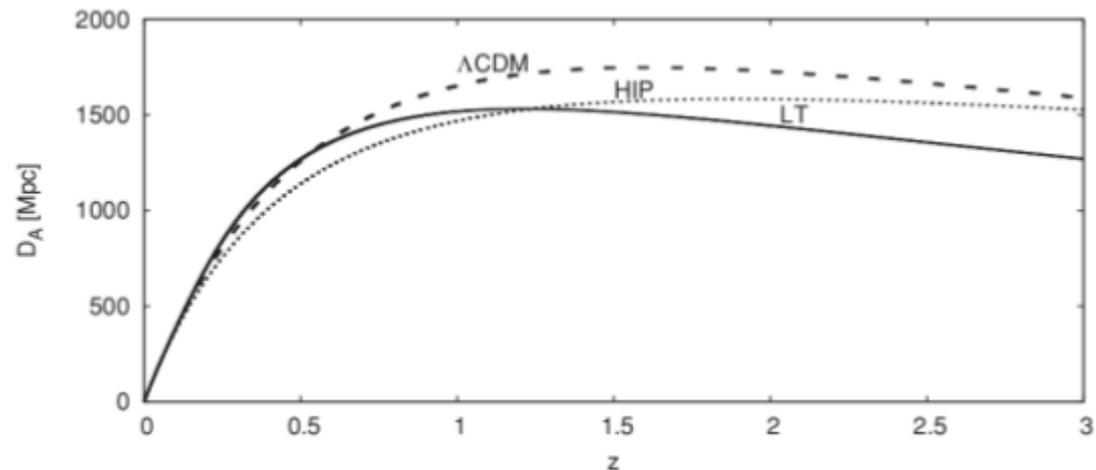
# Por qué se necesitan modelos Heterogéneos

Si bien es cierto que a grandes escalas cosmológicas ( $\geq 100M$  pc) el modelo de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) entrega una descripción concordante con las observaciones. Deben tenerse presente dos cosas

1. La información con que actualmente contamos para hacer nuestras cuentas, es exclusivamente luz, y el análisis se hace con haces de tamaños muy diferentes que se interpretan de la misma forma.
2. Cuando la luz pasa cerca de grandes distribuciones de masa, su trayectoria es afectada por el efecto lente gravitacional, es claro que haces de tamaño diferente se afectarán de forma diferente

Luego, cabe preguntarse qué tan buena aproximación es el modelo de FLRW de las observaciones cosmológicas, y de poder definir un mejor modelo, ¿qué elementos considerar? Si se consideran solo aquellos modelos que no modifican principios físicos elementales, queda como única alternativa abordar modelos que se alejen de la homogeneidad.

Se espera que en un futuro próximo sí habrán observaciones capaces de distinguir un modelo de otro. Por ejemplo, medidas precisas de un máximo en la función distancia diámetro angular, podría colocar restricciones sobre los modelos, como se ve en la siguiente figura



Distancia diámetro angular  $D_{A(z)}$ , en el modelo  $\Lambda$ CDM, un modelo hiperbólico de Friedmann y un modelo de Lemaître-Tolman-Bondi.  $D_{A(z)}$  en un modelo heterogéneo a  $z > 1,5$  es distinguible del caso homogéneo, a un nivel del 20% al 30%. Sin embargo, las actuales estimaciones de  $D_{A(z)}$  desde SNIa son a  $z < 1$  predominantemente, **(Bolejko et al., 2010)**

Para estudiar los efectos de las heterogeneidades locales, cúmulos y voids, sobre la distancia diámetro angular, utilizaremos la aproximación de Zeldovich-Kantowski-Dyer-Roeder (ZKDR), (*Dyer y Roeder, 1972*), (*Dashevskii y Zel'dovich, 1965*) y (*Kantowski, 1969*). Las heterogeneidades locales se consideraran distribuidas aleatoriamente y el resto de la materia distribuida uniformemente con una baja densidad; la fracción de materia agrupada con respecto a la distribuida uniformemente será caracterizada por el parámetro de agrupamiento del modelo  $\alpha$

$$\alpha = 1 - \frac{\rho_{cl}}{\langle \rho \rangle}$$

Para  $\alpha = 1$  se recupera el caso homogéneo FLRW,  $\alpha < 1$  universo con heterogeneidades locales, y  $\alpha = 0$  un universo completamente agrupado.

La distancia diámetro angular, en unidades naturales, en función del redshift y de los parámetros cosmológicos, esto es  $d_A(z, \Omega_M, \Omega_k, \Omega_\Lambda, \alpha)$ , para el modelo ZKDR, satisface la siguiente ecuación

donde  $\Omega_m = \frac{8\pi G\rho_m}{3H_0}$  es el parametro densidad de materia,  $\Omega_k = -\frac{kc^2}{R_0H_0}$  es el parametro de curvatura espacial,  $k$  es la curvatura,  $\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{3H_0}$  es el parametro de constante cosmologica,

$$\begin{aligned} (1+z) [\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_\Lambda] \frac{d^2 d_A}{dz^2} + \\ + \left[ \frac{7}{2}\Omega_m(1+z)^3 + 3\Omega_k(1+z)^2 + 2\Omega_\Lambda \right] \frac{d d_A}{dz} + \\ + \frac{3}{2}\alpha\Omega_m(1+z)^2 d_A = 0 \end{aligned}$$

Las condiciones iniciales para esta ecuación, considerando se desea conocer  $d_A$  desde una posición inicial con redshift  $z_1$  distinto de cero, son

$$\begin{aligned} d_A(z_1, z) |_{z=z_1} &= 0 \\ \frac{d}{dz} d_A(z_1, z) |_{z=z_1} &= \text{sign}(z - z_1) \frac{c}{(1+z_1)H(z_1)} \end{aligned}$$

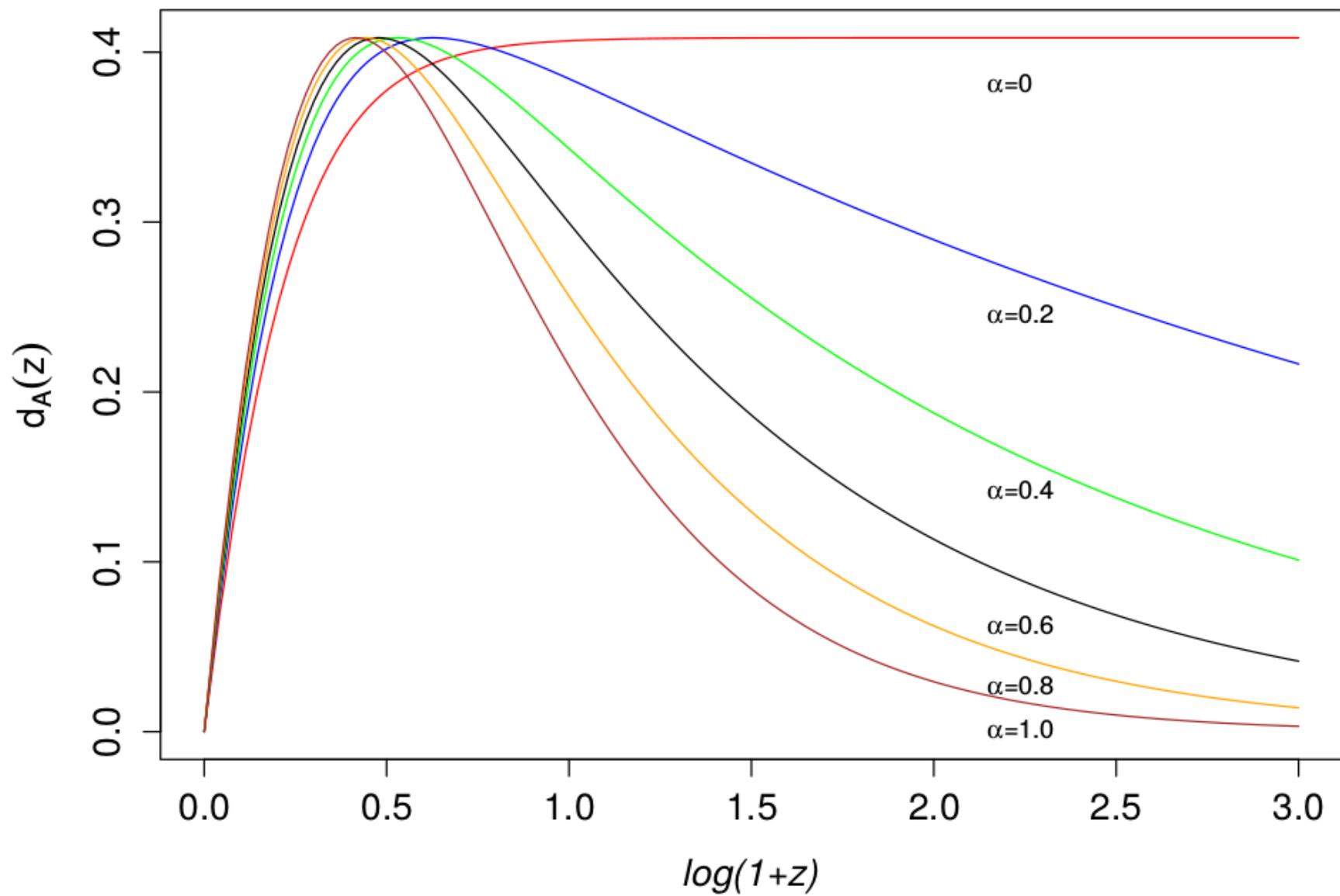
Aplicando el método descrito, restringimos el espacio de parámetros del modelo, y encontramos resultados en algunos casos comparables, y en otros superiores a otros trabajos, que han utilizado para este fin SNIa, GRBs, etc. (**Bretón y Montiel, 2013**) , (**Yang et al., 2013**), (**Lima et al., 2014**), (**Li et al., 2015**), etc.

Los resultados se resumen en la tabla y gráfica siguientes

Parametro	Media	Desviacion estandar
$\Omega_M$	0.3036723	0.2944557E-01
$\Omega_\Lambda$	0.7013132	0.2911379E-01
$\alpha$	0.4916304	0.2818822E-01

valores medios y desviaciones estándar de los parámetros, obtenidos utilizando inferencia bayesiana sobre el modelo, con datos reales de sistemas de lentes gravitacionales detallados al principio.

También hemos verificado que las LGF se complementan muy bien con otras muestras, como los sistemas de lentes que presentan retraso temporal, y las SNIa



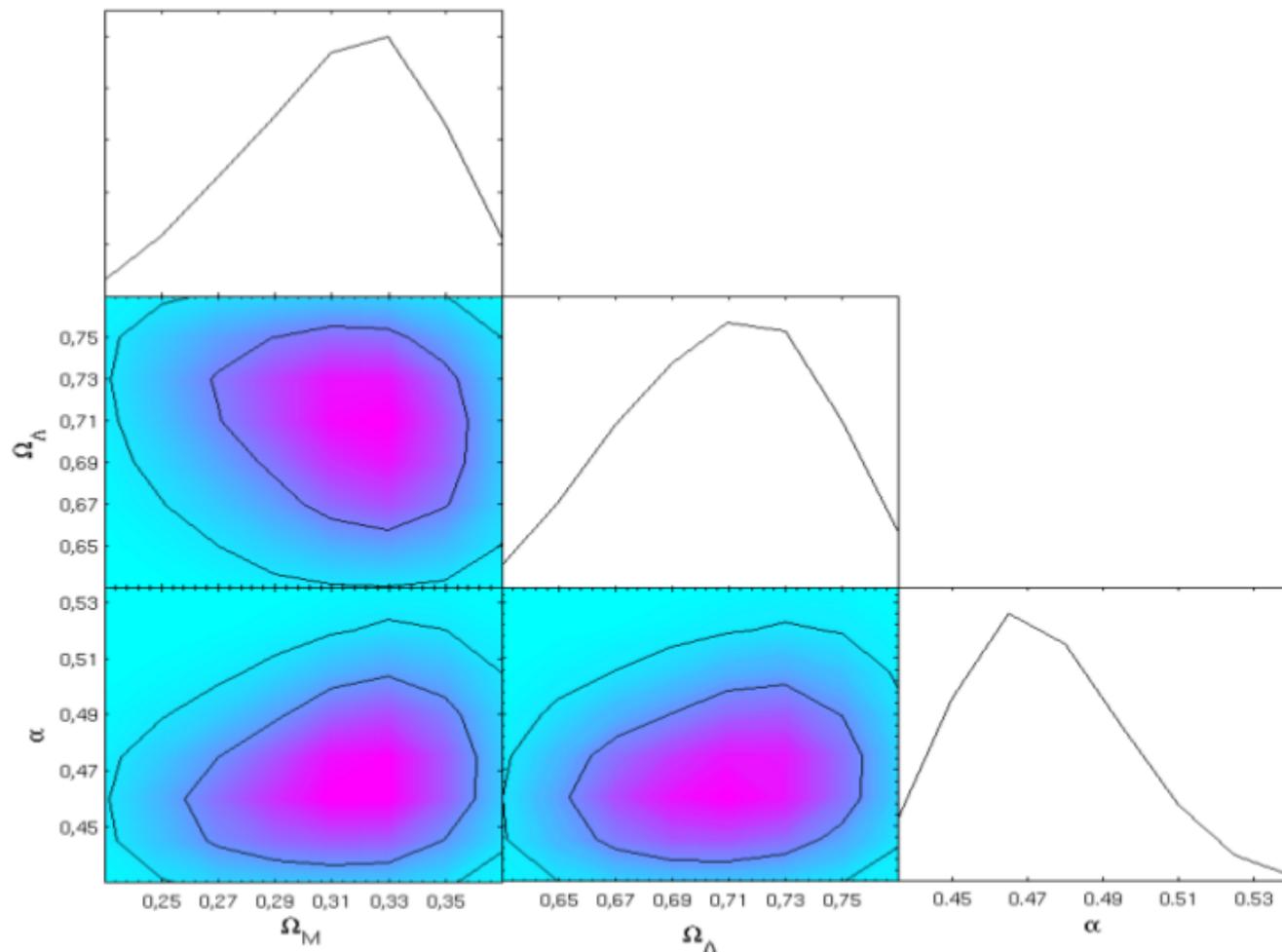
Aplicando el método descrito, restringimos el espacio de parámetros del modelo, y encontramos resultados en algunos casos comparables, y en otros superiores a otros trabajos, que han utilizado para este fin SNIa, GRBs, etc. (**Bretón y Montiel, 2013**) , (**Yang et al., 2013**), (**Lima et al., 2014**), (**Li et al., 2015**), etc.

Los resultados se resumen en la tabla y gráfica siguientes

Parametro	Media	Desviacion estandar
$\Omega_M$	0.3036723	0.2944557E-01
$\Omega_\Lambda$	0.7013132	0.2911379E-01
$\alpha$	0.4916304	0.2818822E-01

valores medios y desviaciones estándar de los parámetros, obtenidos utilizando inferencia bayesiana sobre el modelo, con 119 datos reales de sistemas de lentes gravitacionales detallados al principio.

También hemos verificado que las LGF se complementan muy bien con otras muestras, como los sistemas de lentes que presentan retraso temporal, y las SNIa



La figura muestra los resultados del análisis bayesiano aplicado al modelo. Las PDF marginalizadas de los parámetros cosmológicos ( $\Omega_M$ ,  $\Omega_\Lambda$ ,  $\alpha$ ) y sus contornos de confianza al 68 % y 95 %, de sus distribuciones posteriores

## En desarrollo:

- I. Con la finalidad de considerar modelos de universo mas realistas, se debe considerar una extensión de la aproximación ZKDR, que considere efectos importantes que puedan alterar la relación distancia-redshift, como por ejemplo
  1. Al atravesar los rayos de luz regiones con grandes heterogeneidades, no se puede despreciar los efectos del shears, de hecho, como muestran **(Watanabe y Sasaki, 1990)** esta situación puede afectar fuertemente la relación distancia-redshift.
  2. Otro factor que se puede considerar es un universo con contenido mas diverso, no solo polvo, por ejemplo en **(Linder, 1988a)** se consideran los efectos de asumir que el universo puede tener diferentes componentes, con diferentes ecuaciones de estado, en este caso, el comportamiento de la distancia diámetro angular se ve muy afectado por el tipo de componente considerado
  3. También afectará la relación distancia-redshift el considerar que el parámetro de agrupamiento  $\alpha$ , pueda depender del redshift, ver por ejemplo **(Santos y Lima, 2008)**, **(Linder, 1988b)**, etc.

II. Estamos trabajando para incluir este estudio en el marco de un modelo más formal, no tan efectista como la aproximación ZKDR. En particular, estamos estudiando el modelo de Lemaître-Tolman-Bondi [(*Lemaître, 1933*), (*Tolman, 1934*), (*Bondi, 1947*)], y los modelos Szekeres (*Szekeres, 1975a*)-(*Szekeres, 1975b*).

La finalidad es que los modelos anteriores describan las regiones de voids del modelo Swiss-Cheese (*Einstein y Straus, 1945*), que se ha mostrado ser muy versátil. Globalmente el modelo es descrito por una métrica FLRW, que localmente contiene agujeros esféricos. Dependiendo de si se estudia la estructura a gran escala del universo, sus voids y murallas, o bien se estudia el efecto del agrupamiento de la materia sobre la propagación de la luz, los agujeros serán descritos por una métrica LTB o una métrica de Kottler, respectivamente. Se tiene una visión más general utilizando para el agujero una métrica de Szekeres, (*Bolejko y Célérier, 2010*). No hay restricción sobre la cantidad de agujeros, siempre que ellos no se traslapen. Las condiciones de unión entre dos espaciotiempo con geometrías diferentes establecidas por **Darmois-Israel**, garantizan que la geometría interior del agujero se una adecuadamente con la geometría exterior del 'queso'.