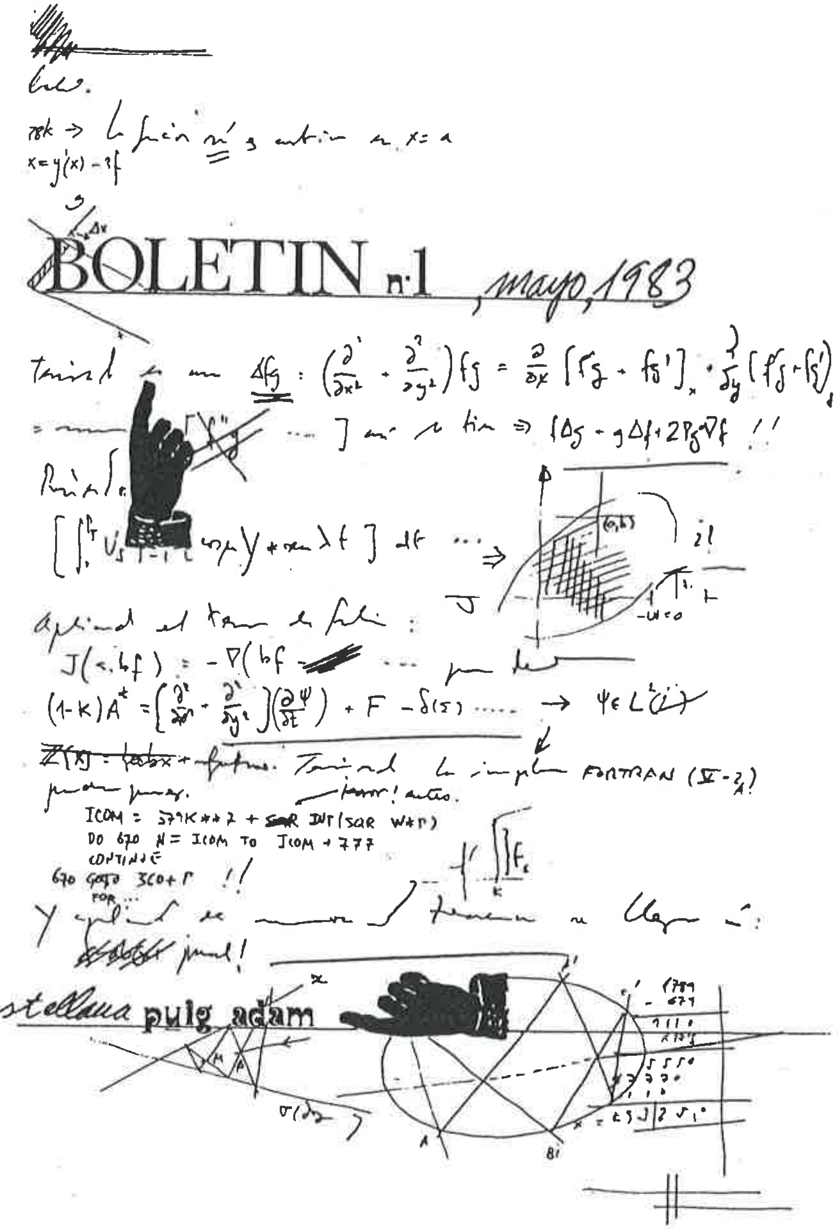
BOLETÍN

Nº 1

Mayo 1983

BOLETIN n.1, mayo, 1983



Editado por la Sociedad Castellana puig adam de Profesores de Matemáticas

B O L E T I N de la Sociedad Castellana de Profesores de Matemáticas "PUIG ADAM"

nº1 (1983)

La Sociedad tiene su domicilio provisional en:

Ronda de Atocha 2 (INBAD)
Madrid (5).

La confección de este primer número ha estado a cargo de:

ELORRIAGA, Javier López de
PACHECO, José Miguel (coordinador)
PALANCAR, Fernando
VELAZQUEZ, Enrique.

La correspondencia deberá dirigirse a la sede de la Sociedad, con la indicación:

"Para el Boletín".

Este boletín se publicará 3 veces al año a lo largo del curso académico.

INDICE

1. PRESENTACION Y SALUDOS

Las tendencias actuales en la enseñanza llevan a la constitución de grupos, más o menos formales, para el intercambio de experiencias, informaciones, o simplemente contactos, entre los diversos colectivos de docentes.

La Sociedad, cuyo Boletín presentamos con este número inicial, pretende incorporarse a esa línea general de actividades, participando en cuantas manifestaciones puedan organizarse en el ámbito de la enseñanza de las Matemáticas.

Esta Sociedad se halla abierta a todos los profesionales de las matemáticas, sea cual sea el nivel docente que desempeñen; es, pues, de desear la máxima participación de todo tipo de docentes en nuestras actividades y en el Boletín. La enseñanza de las Matemáticas no ha de estar reñida ni con las Matemáticas por sí mismas ni con los problemas puramente pedagógicos que puedan aparecer. En resumen, pretendemos una Sociedad viva y de variadas intenciones.

Aprovechamos esta primera aparición en público para enviar un fraternal saludo a todas las Sociedades, grupos, colectivos, seminarios y amigos, en general, de las Matemáticas y su enseñanza. Quede aquí constancia de la labor desarrollada por tales personas, y sepan que nuestra Sociedad y su Boletín se hallan abiertos a todo tipo de colaboraciones.

ASPECTOS LEGALES

La Sociedad Castellana de Profesores de Matemáticas "Puig Adam" se halla legalmente constituída. Sus estatutos han sido aprobados por la D.G. de Política Interior por resolución de 1 de Octubre de 1982.

Los estatutos de la Sociedad recogen sus fines:

- Elevar y actualizar el nivel profesional y pedagógico de los profesores de Matemáticas.

- Impulsar el desarrollo de investigaciones didácticas y su difusión.

- Servir de nexo entre los profesores.

- Organizar cursos, seminarios,...

- No se dedicará a la defensa de intereses económicos y corporativos.

- El ámbito territorial de la Sociedad corresponde a las provincias de Madrid, Toledo, Ciudad Real, Cuenca, Guadalajara y Segovia, sin que ello sea estorbo para admitir socios procedentes de otras localizaciones.

- Pueden solicitarse ejemplares de los Estatutos en la Sede de la Sociedad, Ronda de Atocha 2, Madrid (5).

- Durante este primer año de andadura la Sociedad está presidida por D. José Ramón Pascual Ibarra, Catedrático de Matemáticas e Inspector de Enseñanza Media.

ALOCUCION DEL PRESIDENTE ELECTO, JOSE RAMON PASCUAL IBARRA, EN LA PRIMERA REUNION DE LOS MIEMBROS DE LA SOCIEDAD

Me pide amablemente Martínez Losada, a cuya iniciativa y entusiasmo se debe, en gran parte, el que hoy nos encontremos reunidos en este acto, que podríamos considerar constituyente de la Sociedad, me ha pedido, digo, que os dirija unas palabras sobre la figura de don Pedro Puig Adam, a manera de glosa breve de su vida y de su obra. El encargo es a la vez grato y difícil. Grato para mí porque, superada ya la etapa del servicio activo, me ha llegado la hora en que se continúa viviendo más anclado en los recuerdos que soñando esperanzas, y entre tantos recuerdos que jalonan mi vida profesional, de profesores, compañeros y alumnos, los más entrañables son, sin duda, los que guardo como mejor tesoro de las lecciones que tuve la fortuna de recibir del maestro inolvidable. Difícil también, y más con la brevedad exigida, porque es ciertamente estremecedor acercarse a la humanidad exquisita y desbordante de este hombre admirable. Ante la grandeza de su alma y la profundidad y extensión de su saber, ¡quedan tan bajas las cotas de mis posibilidades! Está por hacer el libro biográfico del profesor Puig. Yo invito desde aquí a quien pueda hacerlo a que emprenda la tarea. Pero, por lo pronto, lo que sí deberíamos solicitar del Ministerio de Educación es que reimprima lo antes posible la obra "LA MATEMATICA Y SU ENSEÑANZA ACTUAL". Editada en 1960, el mismo año del fallecimiento del autor, y agotada rápidamente, sus contenidos y lecciones conservan un valor perenne. Las jóvenes generaciones de profesores la necesitan. Creo sinceramente que ninguna publicación posterior -nacional o extranjera- la ha superado en sustancia didáctica, y, sin embargo, ¡cuántas se han inspirado en ella, algunas sin citarla!

No voy a haceros ahora una relación de sus trabajos científicos, tanto en la vertiente de la matemática pura como en la ciencia aplicada, que le valieron un sillón en la Real Academia de Ciencias, ni tampoco os voy a cansar con la exposición de có mo concebía Puig Adam la Matemática como *ciencia de los esquemas* representaciones simples de la complejidad del mundo natural, y, en consecuencia, una apropiada didáctica vitalista, activa y heurística. Pero sí me parecería oportuno el sugerir que en la primera publicación que se haga por la Sociedad figurase un lugar destacado, como síntesis maravillosa de su ideario didáctico, su DECALOGO DE LA DIDACTICA MATEMATICA MEDIA, que, sin comentarios innecesarios, me permito recordaros ahora:

I. *No adoptar una didáctica rígida, sino amoldarla en cada caso al alumno, observándole constantemente.*

II. *No olvidar el origen concreto de la Matemática ni los procesos históricos de su evolución.*

III. *Presentar la Matemática como una unidad en relación con la vida natural y social.*

IV. *Graduar cuidadosamente los planos de abstracción.*

V. *Enseñar guiando la actividad creadora y descubridora de los alumnos.*

VI. *Estimular dicha actividad despertando el interés directo y funcional hacia el objeto del conocimiento.*

VII. *Promover en todo lo posible la autocorrección.*

VIII. *Conseguir cierta maestría en las soluciones antes de automatizarlas.*

IX. *Cuidar que la expresión del alumno sea traducción fiel de su pensamiento.*

X. *Procurar que todo alumno tenga éxitos que eviten su desaliento.*

La lectura de estos preceptos nos revela que para el profesor Puig por encima de la enseñanza de la Matemática está el alumno como centro de la educación, como potencial a desarrollar. La Matemática, que en tantas ocasiones es un obstáculo insalvable, por el contrario, puede y debe contribuir eficazmente a la función esencial educativa de formación de la personalidad del educando; pero para ello no basta la Matemática, se necesita del profesor-guía. Y por ser cierto, como se ha dicho tantas veces, que no se enseña lo que se sabe sino lo que se es, don Pedro, en sus clases de formación del profesorado, y en sus escritos, insistía tanto en la necesidad del cultivo de las cualidades humanas, afectivas, de los futuros profesores, sin descuidar por ello, naturalmente, su formación matemática y científica, éstas cuanto más amplias mejor. Por eso, pudo escribir con auténtico rigor personal, que *"educar es, en el fondo, cultivar a un tiempo el conocimiento de lo verdadero, la voluntad de lo bueno y la sensibilidad de lo bello"*. Porque él, por encima de todo, fue un buscador de la Verdad, un hacedor del Bien, y un enamorado de la Belleza.

Don Pedro no enseñaba sólo matemáticas. Cualquier ocasión era buena para inculcar en sus alumnos el amor a los más altos valores del espíritu. Veamos, si no, las palabras que les dirigió en el acto de clausura del curso 1946-47, en el Instituto de San Isidro: *"Amad la libertad, amadla mucho. Al extremo de que este amor os libre de las peores esclavitudes, que son las que se engendran en el interior de nuestra propia alma. La esclavitud del odio, la esclavitud de los sentidos, la esclavitud de la envidia, la esclavitud de la vanidad. Amad vuestra libertad infinitamente, pero amad también infinitamente la libertad de los demás. Reclamad vuestros derechos con la misma fuerza con que respeteis los derechos de vuestros semejantes, derechos que se convierten en deberes para vosotros"*.

Este hombre tuvo el honor de ser profesor del niño que ha llegado a reinar en España con el nombre de Juan Carlos I.

Pensad que si habéis querido que el nombre de Pedro Puig Adam sea el de la Sociedad, con el deseo de honrar la memoria del mejor didacta de la Matemática que ha tenido España, y uno de los mejores del mundo, en opinión de Fletcher, acto elogiable como lo será siempre el reconocimiento de la dedua de gratitud que la sociedad y la Patria tiene con sus hijos más preclaros, pensad, os digo, que al hacerlo habéis contraído también una grave responsabilidad: deberéis dedicar todo vuestro entusiasmo, vuestros desvelos y trabajos, sin desánimos ni desmayos, recordando que "*cuando se concibe la vida como servicio, el tiempo ya no es caudal propio sino ajeno*", a asegurar que toda la actividad de la Sociedad que ahora nace con la misión exclusiva de contribuir a la mejora de la calidad de nuestra enseñanza, sea digna del nombre que ostenta. Tarea que requiere inexcusablemente la participación activa de todos y cada uno de sus miembros; que nadie se excuse, por tanto, de contribuir a las colaboraciones que pueda prestar o que se le soliciten. Desterrad con decisión todo brote de particularismos de cualquier índole. Finalmente, gracias por el honor que me habéis otorgado al ofrecerme la presidencia de la Sociedad durante este curso en que comienza su andadura,... y que os deseo larga y feliz.

****
***

VIDA DE LA SOCIEDAD

Además de las sesiones habituales de constitución, presentación y primeras discusiones formales, la Sociedad ha comenzado a participar en actividades propias de sus fines. En particular, ha patrocinado, en colaboración con el ICE de la UAM, las siguientes:

- Conferencia del Prof. D. Juan Ochoa Mélida (Catedrático de Matemáticas del I.B. "Ortega y Gasset", de Madrid) sobre "La Organización de la Olimpiada Matemática Internacional: 'Problemas' que plantea y 'Problemas' que se proponen". (Tuvo lugar el día 16 de Marzo de 1983).

- Seminario sobre "Introducción al Análisis no Standard" (27.IV al 11.V, 1983) por el Prof. J.L. Rubio de Francia, Catedrático de Análisis Matemático de la UAM.

- Preparación de Simposios sobre Selectividad y Matemáticas y sobre nuevas tendencias en Matemáticas aplicadas a la enseñanza.

***

SOCIEDAD CASTELLANA "PUIG ADAM" DE PROFESORES DE MATEMATICAS

D. ____

Dirección particular ______________________________

Tfno. ____

Centro de Trabajo ________________________________

SOLICITA EL INGRESO COMO SOCIO NUMERARIO EN LA SOCIEDAD

Fecha ______________________________.

Fdo:

RESUMEN DE LA CONFERENCIA DEL PROF. D. JUAN OCHOA MELIDA. LA OLIMPIADA MATEMATICA INTERNACIONAL: "PROBLEMAS" QUE PLANTEA Y "PROBLEMAS" QUE SE PROPONEN

Los orígenes de la O.M.I. están en las Olimpiadas nacionales. En este sentido, la nación precursora fue Hungría que en el año 1894, instituyó una competición matemática entre alumnos de enseñanza secundaria. La competición se denominaba Barón Lorand Eötvös y, visto a posteriori, fue un gran éxito, pues todos los grandes matemáticos húngaros: Riesz, Karman, Erdös, Rado, Luckacs, Redei, ..., en su juventud fueron ganadores de la competición Eötvös. Este éxito fue el que indujo a otras naciones a implantar sus propias competiciones matemáticas nacionales entre estudiantes de grado medio y el que llevó a Rumanía a convocar, en el año 1959, la primera O.M.I. En la primera edición de la O.M.I. intervinieron seis países; se espera que en la de este año participen más de treinta.

La O.M.I. no tiene estatutos, ni comité central. Tiene lugar en la primera quincena de Julio y está regida por un comité internacional, constituído por un representante de cada uno de los países que toman parte en ella. Dicho comité escoge, en sesión plenaria, los temas a proponer en la Olimpiada, de entre los propuestos por los propios miembros del comité y se encarga de calificar las pruebas. En el acto de clausura de la Olimpiada, el representante del país encargado de organizar la suguiente Olimpiada invita a las Delegaciones asistentes a participar en ella.

Los estudiantes que componen cada equipo, ocho como máximo, deben tener menos de veinte años y no cursar o haber cursado estudios universitarios. La Delegación de cada país está compuesta por los estudiantes y dos profesores acompañantes.

El examen consiste en resolver seis cuestiones, a desarrollar, de tres en tres, en dos días, con jornadas de cuatro horas.

Oficialmente, la O.M.I. es una competición individual, no por equipos, pero, de hecho, se publican tablas de clasificación de los equipos participantes. Tal vez, este último hecho sea el origen de gran parte de los problemas de la O.M.I. A los países les interesa enormemente quedar bien en la O.M.I. Los grandes países no van a la O.M.I. a participar sino a ganar. Esto hace que los países "preparen" excesivamente su participación en la O.M.I. De los Estados Unidos se sabe que, en las distintas fases de selección, movilizan cientos de miles de alumnos y que ésta comienza a los doce años. De los métodos de selección y preparación empleados por los países del Este no tengo noticias, pero tienen que ser duros, ya que, de hecho, la U.R.S.S., domina la O.M.I. En esta situación se corre el riesgo, el grave riesgo, de convertir la O.M.I., en un crisol de "sabios precoces". Por "sabios precoces" queremos significar a los muchachos que conozcan en profundidad la Matemática clásica elemental, es decir, personas que a los 18 años han hecho unos cuantos miles de problemas. Esta situación ha supuesto un cambio de actitud en la O.M.I.; se ha renunciado a proponer problemas de colección. En la primera etapa de la O.M.I., antes de que participaran las grandes potencias, era frecuente proponer en la Olimpiada problemas clásicos. Esto era posible en una O.M.I. que no se "preparaba", pero, si se "prepara", resulta inadmisible. En la actualidad, los problemas que se proponen en la O.M.I., pretenden ser originales o, por lo menos, no son conocidos y requieren para su resolución conocimientos matemáticos muy limitados, pero, como es necesario que haya dificultad porque el nivel es alto, los problemas suelen ser sofisticados, como podremos ver, a veces, muy sofisticados. En esta nueva situación sucede que para resolver estos problemas, aunque no sean necesarios grandes conocimientos, sí es muy útil tener experiencia. Para adquirir experiencia hay que resolver muchos problemas y para resolver muchos problemas se necesita una dedicación de muchas horas. En consecuencia, volvemos a estar en la misma situación: para que un joven tenga posibilidad de hacer un papel digno en la O.M.I., es necesario que haya dedicado buena parte de su adolescencia y juventud a la preparación matemática.

Con respecto a los muchachos que van a representar este año por primera vez, a nuestro país en la O.M.I., tienen que enfrentarse con serios inconvenientes:

1ª. Edad. De hecho, los componentes del equipo español tienen 17 años y en las representaciones de otros países, con enseñanzas de grado medio más extensas, habrá muchachos de 19 años.

2ª. Los programas de nuestro Bachillerato eluden la Geometría sintética y la teoría elemental de números, que son de donde salen fundamentalmente los problemas propuestos en la O.M.I.

3ª. La selección de participantes en la O.M.I., por la escasa difusión de la Olimpiada nacional, en nuestro país deja bastante que desear.

4ª. La preparación específica del equipo que va a acudir a la O.M.I., debido al COU y la Selectividad, va a ser prácticamente nula.

Dos ejemplos de problemas propuestos en la O.M.I.

1ª. En el cuadrilátero A,B,C,D, $AB = 5$, $AC = 11$, $CD = 7$, área = 66. Hallar entre qué límites k_1, k_2, varía BD.

Si se analiza el problema, se concluye: dados los lados opuestos AB DC y la diagonal AC, el área del cuadrilátero puede variar desde 0, hasta el máximo $S = AC(AB+CD)\cdot 1/2$. En consecuencia, en el problema propuesto, según sea el valor del área, puede haber:

a) Infinitas soluciones si el área dada es menor que S.
b) Una única solución si el área dada es igual a S.
c) Ninguna solución si el área dada es mayor que S.

En el enunciado del problema se ha propuesto el caso b) y, sin embargo, en el propio enunciado se sugiere que el caso propuesto es el a).

2ª. Sea $\frac{p}{q} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \ldots + \frac{1}{1319}$ (1)

Si p/q es irreducible, demostrar que p es múltiplo de 1979. Dado que los números 1979 y 1319 son primos, parece lógico pensar que sea una propiedad intrínseca a determinadas parejas de números primos, pero no es así. El problema propuesto (1) es un caso particular del siguiente:

$\frac{p}{q} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{8r-1}$ (2)

Si p/q es irreducible, p es múltiplo de 12r-1. Para demostrar (2) basta tomar dos veces restos mód 12r-1, y terminar demostrando, por inducción, que la suma

$S_r = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \ldots + \frac{1}{4r-1} - \left(\frac{1}{2r} + \frac{1}{2r+1} + \ldots + \frac{1}{4r-1}\right)$ es igual a cero.

****
***

2. ESTUDIOS

LA INFORMATICA INTEGRADA EN EL BACHILLERATO COMO E.A.T.P.- Por

Ricardo Aguado Muñoz, Agustín Blanco y Ricardo Zamarreño,
del Grupo 2001

1.- Conveniencia de introducir la informática en el momento actual. Los microordenadores al alcance de todos

No es nuestro propósito insistir en la importancia de la informática en campos cada vez más amplios de la actividad social, circunstancia que hace inexcusable su introducción en la enseñanza secundaria.

Hasta ahora se habría podido poner como pretexto de su ausencia en los plantes de estudio el alto coste de los ordenadores. Pero la aparición del microordenador, con su bajo precio, modifica sustancialmente el panorama.

Si en el aspecto material, la situación es óptima para iniciarse en esa disciplina, desde el punto de vista intelectual la informática ofrece extraordinario interés por la posibilidad de bucear en diversos campos científicos simulando modelos y explotando la capacidad de cálculo de un computador. Por otra parte, la elaboración de un programa exige una disciplina mental que será útil al alumno en muchas otras situaciones de su vida.

En España se está planteando en estos momentos la introducción de la informática en el bachillerato, cuando otros

países, como Francia, ya tienen en su haber algunos años de experiencia en este campo.

Vamos a exponer brevemente las experiencias del país vecino y la polémica que existe en la actualidad sobre las diferentes opciones informáticas que se intentan continuar o potenciar.

2.- Un poco de Historia: La experiencia francesa

En Marzo de 1970, la O.C.D.E. organizó en Sèvres un Seminario sobre Ciencias de la Computación en la Enseñanza Secundaria. De aquí nació la idea de introducir la informática en este nivel de enseñanza. Bajo la iniciativa de Wladimir Mercoureff, profesor de la Universidad de París-Sur, cincuenta y ocho Lycées fueron dotados de miniordenadores, un miniordenador con ocho terminales para cada Lycée..

Quinientos profesores voluntarios recibieron una formación "fuerte" en firmas privadas (I.B.M., C.I.I., Honeywell-Bull) y en universidades. Otros cinco mil profesores recibieron una formación ligera de algunos días o por correspondencia.

Se creó un lenguaje especial de programación bautizado L.S.E. (Lenguaje simbólico de enseñanza), y una sección "Informática y Enseñanza" en el I.N.R.P. (Instituto Nacional de Investigaciones Pedagógicas) para animar y coordinar esta experiencia. En cada uno de los 58 Lycées, los cinco o seis profesores que participaban en estos trabajos tenían un descuento de treinta horas semanales. Como puede observarse, los esfuerzos iniciales eran considerables.

Pero en 1976, el Ministerio detenía la instalación de ordenadores y suprimía los descuentos del profesorado. El motivo que esgrimía es que había que hacer un balance antes de continuar. No obstante, el 80% de los 58 Lycées siguieron adelante con la experiencia.

La aparición de los microordenadores en 1976 iba a producir un giro radical en la política ministerial. En 1978 el Gobierno decidió el relanzamiento de la informática estableciendo un plan quinquenal 1979-1984 para distribuir 10.000 "micros" por todas las escuelas e institutos del país. El Ministerio decidió dar una formación corta de doce días a los profesores voluntarios. Según parece, este plan está teniendo dificultades en su realización.

Un acontecimiento importante, el informe Simon, ha hecho estallar el problema que subyace en la introducción de los computadores en la enseñanza secundaria.

El 24 de Octubre de 1980 Jean Claude Simon remite al Presidente de la República un informe titulado "La Educación y la Informatización de la Sociedad", que propone, entre otras, acciones útiles para perfeccionar la enseñanza de la informática y para mejorar la pedagogía en otras disciplinas.

¿Qué informática se quiere introducir en la escuela? La utilización del ordenador como útil pedagógico (E.A.O. enseñanza asistida por ordenador), o bien, el estudio de una disciplina considerada como lenguaje nuevo.

La concepción que ha dominado desde los comienzos de la experiencia de los 58 Lycées es la E.A.O., que va más allá de la "enseñanza programada". El ordenador es esencialmente una máquina de enseñar cuyo manejo no necesita apenas conocimientos de informática o programación. Su manipulación por los alumnos y profesores favorece accesoriamente una familiarización con la informática y puede conducir a los más motivados a elaborar o a mejorar programas que exijan ya un mínimo de conocimientos. Los notables resultados de las experiencias asistidas por ordenador en materias tanto científicas como literarias son claros: muestran que el ordenador cambia sensiblemente la relación del alumno con la enseñanza y el contenido de la misma enseñanza.

Este punto de vista prevalecía también para los 10.000 "micros" hasta la publicación del informe Simon. Su argumentación ha modificado los criterios de mucha gente. La sociedad se informatiza, los microprocesadores invaden todos los aspectos de nuestra vida.

Por una parte, la formidable eficacia de esta técnica, capaz de tratar rápidamente un máximo de informaciones, hace que en el futuro un gran número de actividades sociales estén reguladas por sistemas informáticos. Si un pequeño número de individuos manejan estas máquinas, estarán investidos de un poder considerable que comportará riesgos para la democracia.

Por otra parte, la necesidad de informáticos y programadores es cada vez mayor y los efectivos actuales insuficientes (son necesarios de aquí a 1985, 145.000 programadores).

Según Simon, "*La informática modifica nuestra manera de representar los fenómenos, ya sean físicos, económicos, lingüísticos, biológicos... Pero el uso del ordenador impone un lenguaje propio, una manera propia de plantear los problemas y de resolverlos, muy diferente de los procedimientos clásicos. Existiendo multiplicidad de aplicaciones, las personas que manejan los aparatos, no pueden contentarse con una informática "transparente" de apretar un botón. Les es necesario comprender y más a menudo programar ellos mismos: luego llegar a ser un poco informáticos. Como las matemáticas, la informática ha llegado a ser una disciplina clave*".

Prosigamos, concluye Simon, las experiencias de E.A.O., pero enseñemos este "nuevo lenguaje" a partir de "quatrième". Piensa que se deben dedicar 200 horas a la enseñanza de la informática a partir de dicho nivel a razón de una hora y media semanal, propone también crear un CAPES (certificado de aptitud al profesorado de enseñanza secundaria) y una agregación de informática.

Sesenta profesores van a ser formados en la enseñanza de la informática y a título experiental a partir de 1981, una decena de Lycées ofrecerán una opción informática.

A más o menos largo plazo las conclusiones del informe Simon se impondrán sin ninguna duda.

Pero esta opción es sometida a duras críticas por muchos profesores. Se argumenta:

a) La informática evoluciona con demasiada rapidez como para ser enseñada a jóvenes alumnos.

b) Enseñar informática mediante especialistas implica que los otros profesores, y en particular los que utilizan la E.A.O. no serán más que ejecutantes sumisos.

c) **La informática llegará a ser la nueva disciplina seleccionadora.**

d) No es conveniente matar en los jóvenes el placer de descubrir y crear, por un marco demasiado disciplinado.

En medio de esta polémica el Ministerio juzga más realista comenzar creando una opción en segundo, primero y terminal. Esto evitará poner en cuestión la organización de la Enseñanza Secundaria y un enfrentamiento entre las asociaciones de especialistas y los sindicatos de profesores. Además daría tiempo para experimentar programas serios y suficientemente atractivos para los Lycées.

3. Razones para ubicar la informática dentro de las E.A.T.P.

Nosotros pensamos que por el momento y dada la actual estructura del bachillerato, la informática debe ser considerada como una E.A.T.P. Nos apoyamos en varias razones:

1) Concebimos la informática como una actividad a practicar, encaminada al ejercicio profesional.

2) No pretendemos que el Seminario de Matemáticas tenga

3) De este modo la materia puede aparecer en 2ª y 3ª de Bachillerato como una disciplina optativa, lo que implica que el horario del alumno no aumenta y que tampoco se impone la informática al que no la desee. La informática como materia obligatoria, sería imposible actualmente por falta de profesorado con la formación adecuada y por el elevado coste que supondría.

4) Se acumularían las necesarias experiencias para situarla en un futuro más o menos próximo en el lugar que le corresponda de acuerdo con los avances técnicos y las necesidades sociales.

4. Programas para 2ª y 3ª de Bachillerato

Según hemos dicho, consideramos la informática como una disciplina a practicar con una computadora.

Todos los que han elaborado algún programa saben que en raras ocasiones funciona correctamente la primera vez. Lo habitual es tener que hacer determinadas modificaciones hasta su puesta a punto.

Por esta razón concebimos como situación óptima la existencia de un "Aula de Informática" con las características que se exponen en otro lugar. El mínimo aceptable puede ser de dos microordenadores asistido cada aparato por dos alumnos. De este modo en una clase de veinte alumnos, teniendo en cuenta que a las E.A.T.P. se les asignan dos horas semanales, cada alumno asistirá a la clase práctica una vez cada quince o veinte días, a todas luces insuficiente, pero mucho mejor que nada.

Con un "Aula de Informática" óptima solo es necesario un profesor, mientras que las dotaciones mínimas exigen dos; un profesor se encarga del trabajo de los alumnos con el "micro", y el otro profesor de unas inevitables clases teóricas donde se exponga el lenguaje y se plantee la elaboración de programas.

El lenguaje que consideramos apropiado para la iniciación a la informática es el BASIC por su sencillez y amplia difusión. Hay lenguajes, tal vez más sencillos de aprender, diseñados especialmente para la enseñanza, por lo que el alumno aprende un lenguaje que no utilizará más que en situaciones muy particulares. Por otra parte ningún microordenador existente en el mercado dispone de esos lenguajes, por lo cual hay que introducir en el "micro" un lenguaje intérprete, que pase cada instrucción del lenguaje con el que se programa a BASIC.

CONTENIDOS

Primer curso de informática (2ª de BUP)

En el primer año se expondrán los elementos fundamentales del lenguaje BASIC. A medida que se avance en su conocimiento se propondrán problemas más complejos, teniendo en cuenta que el enfoque algorítmico a la resolución de problemas y la simulación de situaciones reales son aspectos esenciales de la informática. Los trabajos planteados serán de Matemáticas, Física, gestión de empresa y en general de todas aquellas situaciones que puedan motivar a los alumnos.

Debido a que los programas van adquiriendo cada vez mayor complejidad, puede ser interesante iniciar a los alumnos en la programación estructurada y en la formación de una biblioteca de programas óptimos para diversos problemas generales: paso al límite, integración, factorización, etc., que puedan incorporarse como módulo para acceder a programas más complicados.

Segundo curso de informática (3ª de BUP)

En este segundo año se completará el lenguaje BASIC y se profundizará en sus posibilidades, así como en la programación estructurada. Problemas sugeridos por los alumnos o propuestos por los profesores serán estudiados detenidamente, disponiendo de todo el tiempo que sea preciso.

****
***

ALGORITMO DE OBTENCION DEL TERMINO GENERAL DE UNA SUCESION (*)

Fernando Palancar Almazán,
Profesor Agregado del I.N.B. de San Fernando de Henares

I. INTRODUCCION

Dentro de los actuales programas del Bachillerato Unificado Polivalente, el estudio de las sucesiones de números reales se efectúa en el segundo curso. Dicho estudio se basa en un instrumento fundamental, el término general de cada sucesión "a_n", a través del cual se determina la existencia de monotonía en una sucesión y principalmente su convergencia o divergencia.

Cuando se comienzan a estudiar las sucesiones de números reales, uno de los primeros ejercicios que se plantea a los alumnos, es la obtención del término general de una sucesión a partir del conocimiento de los primeros términos de la misma:

Ejemplo 1: $(a_n) = 3, 8, 13, 18, 23, \ldots$

Solución : $a_n = 5n - 2.$

Estos ejercicios se resuelven por tanteo y no disponemos de un método que nos permita llegar a la solución. Por otra parte, la solución no es siempre tan sencilla como en el Ejemplo 1, así:

Ejemplo 2: $(a_n) = 3, 22, 73, 174, 343, 598, \ldots$

En este trabajo veremos un algoritmo que nos va a permitir obtener la solución y que se puede aplicar cuando el término general tiene una expresión polinómica.

(*) Una versión ampliada de este trabajo, con aplicaciones en lenguajes de programación BASIC y FORTRAN, aparecerá en breve en "Gaceta Matemática".

II. EXPOSICION DEL METODO

Los datos iniciales son los primeros términos de una sucesión; así en el Ejemplo 2: $(a_n) = 3, 22, 73, 174, 343, 598, \ldots$ Sobre estos datos iniciales anotamos las diferencias entre cada término y el anterior:

19	51	101	169	255	
3	22	73	174	343	598

Reiteramos el proceso hasta que obtenemos una fila de ceros

0	0				
18	18	18			
32	50	68	86		
19	51	101	169	255	
3	22	73	174	343	598

La primera columna $\begin{bmatrix} 18 \\ 32 \\ 19 \\ 3 \end{bmatrix}$ la denominaremos "columna de diferencias" de la sucesión (a_n) y es el instrumento de aplicación del presente método.

Podemos obtener la columna de diferencias de las sucesiones del tipo (n^p) $p \in \mathbb{N}$. Así para $(n^3) = 1, 8, 27, 64, 125, \ldots$ obtendríamos:

0				
6	6			
12	18	24		
7	19	37	61	
1	8	27	64	125

y la columna de diferencias es $\begin{bmatrix} 6 \\ 12 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$.

En la Tabla 1 se encuentran las columnas de diferencias de las sucesiones del tipo (n^p) $p \in \mathbb{N}$, hasta $p = 8$.

TABLA 1

0	0								
a_{pp}	40320	0							
.	181440	5040	0						
:	332640	20160	720	0					
a_{pk}	317520	31920	2520	120	0				
.	166824	25200	3360	360	24	0			
:	46620	10206	2100	390	60	6	0		
a_{p2}	6050	1932	602	180	50	12	2	0	
a_{p1}	255	127	63	31	15	7	3	1	0
a_{p0}	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n^p	n^8	n^7	n^6	n^5	n^4	n^3	n^2	n	1

En general, dada la sucesión (n^p), si denotamos a_{pk} $0 \leq k \leq p$, a los números de la columna de diferencias se verifica que:

$$a_{pk} = \sum_{i=0}^{k} (-1)^i \binom{k}{i} (k-i+1)^p \qquad \begin{array}{l} a_{p0} = 1 \\ a_{pp} = p! \end{array} \quad \forall p \qquad a_{pk} = 0 \quad \forall k > p$$

El método está basado en el hecho de que dada una sucesión (a_n) su columna de diferencias tiene la misma expresión respecto de las columnas de diferencias de la Tabla 1, que el término general a_n respecto de los diversos términos n^p:

Ejemplo 3: Si $a_n = 2n^2 - 3n + 7$ $\quad (a_n) = 6, 9, 16, 27, \ldots$

Su columna de diferencias es:

$$2\begin{bmatrix}2\\3\\1\end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix} + 7\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4\\3\\6\end{bmatrix}$$

En efecto, si obtenemos directamente la columna de diferencias tenemos:

$$\begin{array}{llll} 0 & & & \\ 4 & 4 & & \\ 3 & 7 & 11 & \\ 6 & 9 & 16 & 27 \end{array}$$

Volviendo al Ejemplo 2, que todavía no hemos resuelto, su columna de diferencias $\begin{bmatrix}18\\32\\19\\3\end{bmatrix}$ tienen cuatro elementos, lo cual indica que sólo vamos a utilizar las cuatro primeras columnas de la Tabla 1.

Anotamos en la Tabla 2, la columna de diferencias de (a_n) y las que vamos a necesitar de la Tabla 1, es decir, (n^3), (n^2), (n) y (1).

TABLA 2

6 12 7 1	0 2 3 1	0 0 1 1	0 0 0 1	18 32 19 3	 36 15 5	$3n^3$ $-2n^2$ $4n$ -2
n^3	n^2	n	1	a_n		

Comenzamos desde arriba hacia abajo, el primer número de la columna de (a_n) es 18, que es igual a tres veces el primer número de la columna de (n^3), $18/6 = 3$, entonces anotamos en la Tabla $3n^3$.

Hasta ahora tenemos $3n^3$ y si vamos a la segunda fila, para $3n^3$ tenemos $3\cdot 12 = 36$, que también anotamos en la Tabla, y efectuamos el siguiente cálculo $(32 - 36)/2 = -2$, y anotamos $-2n^2$ en la Tabla.

Al llegar a la tercera fila tenemos $3n^3 - 2n^2$, que sobre la Tabla da $3\cdot 7 - 2\cdot 3 = 15$, lo anotamos y efectuamos el siguiente cálculo $(19 - 15)/1 = 4$, obteniendo en la Tabla $4n$.

De esta forma, continuando el proceso en la última fila de la Tabla, obtenemos la solución definitiva del Ejemplo 2:

$$(a_n) = 3,\ 22,\ 73,\ 174,\ 343,\ 598,\ldots$$

Solución: $a_n = 3n^3 - 2n^2 + 4n - 2.$

Hemos de observar que para poder aplicar este método necesitamos un mínimo de datos iniciales, pues si en el Ejemplo 2, nos hubieran dado como datos iniciales $(a_n) = 3, 22, 73, 174,\ldots$, al obtener la columna de diferencias habríamos anotado:

$$\begin{array}{rrrr} 18 & & & \\ 32 & 50 & & \\ 19 & 51 & 101 & \\ 3 & 22 & 73 & 174 \end{array}$$

y no podríamos haber sabido si el número que aparece en la columna, encima del 18, es un cero o no, lo cual es fundamental para poder obtener la columna de diferencias de una sucesión. En general, si conocemos los m primeros términos de una sucesión, podremos aplicar el algoritmo si la columna de diferencias de la sucesión tiene a lo sumo m-1 elementos no nulos.

III. EJEMPLOS ADICIONALES

Ejemplo 4: $(a_n) = -2, -10, 22, 184, 614, 1498, \ldots$

Obtenemos su columna de diferencias

0					
48	48				
90	138	186			
40	130	268	454		
- 8	32	162	430	884	
- 2	-10	22	184	614	1498

La columna de diferencias de (a_n) tiene cinco elementos, por tanto hemos de anotar en la Tabla las cinco primeras columnas de la Tabla 1

24	0	0	0	0	48		$2n^4$
60	6	0	0	0	90	120	$-5n^3$
50	12	2	0	0	40	40	0
15	7	3	1	0	-8	-5	$-3n$
1	1	1	1	1	-2	-6	4
n^4	n^3	n^2	n	1	a_n		

Solución: $a_n = 2n^4 - 5n^3 - 3n + 4.$

Ejemplo 5: $(a_n) = 8, -4, -534, -3640, -14740, -45132, -115234, -258544, \ldots$

La columna de diferencias también la podemos obtener hacia abajo y después la invertimos

8	-4	-534	-3640	-14740	-45132	-115234	-258544
-12	-530	-3106	-11100	-30392	-70102	-143310	
-518	-2576	-7994	-19292	-39710	-73208		
-2058	-5418	-11298	-20418	-33498			
-3360	-5880	-9120	-13080				
-2520	-3240	-3960					
-720	-720						
0							

La columna de diferencias tiene siete elementos, por tanto hemos de anotar las siete primeras columnas de la Tabla 1.

720	0	0	0	0	0	0	-720		$-n^6$
2520	120	0	0	0	0	0	-2520	-2520	0
3360	360	24	0	0	0	0	-3360	-3360	0
2100	390	60	6	0	0	0	-2058	-2100	$+7n^3$
602	180	50	12	2	0	0	-518	-518	0
63	31	15	7	3	1	0	-12	-14	$+2n$
1	1	1	1	1	1	1	8	8	0
n^6	n^5	n^4	n^3	n^2	n	1	a_n		

Solución: $a_n = -n^6 + 7n^3 + 2n.$

IV. CONCLUSION

Si al obtener la columna de diferencias de la sucesión (a_n) nunca obtenemos una fila de ceros, esto quiere decir que la expresión de a_n no es de forma polinómica y por tanto no es aplicable el método.

Por otra parte, la resolución manual de ejercicios como el del último ejemplo es muy farragosa y pesada. En la actualidad, el camino lógico será expresar este algoritmo en algún lenguaje de ordenador, hacer un programa y resolver de esta forma los ejercicios.

No obstante, la idea inicial de este algoritmo surgió en una de mis clases de segundo de BUP y pienso que los alumnos lo podrían utilizar para resolver ejercicios que precisen hasta las cuatro o cinco primeras columnas de la Tabla 1. De esta forma podríamos evitar que la resolución de estos ejercicios se haga utilizando "la cuenta de la vieja".

****
***

POR UNA DIDACTICA DE PARTICIPACION EN E.G.B. Y B.U.P.- Por Pilar Díaz Calzón

En el talante del profesor ante su clase está el secreto de que en la clase prenda o no la actividad matemática. Si nos empeñamos en explicar con el rigor más formalista con vistas a que el alumno nos repita la proeza, estaremos trabajando de espaldas a la realidad psicológica de la clase y al origen histórico de la matemática misma. El rigor que en nuestras aulas hemos de exigir a los alumnos es que entiendan lo que dicen y hacen.

En E.G.B. y en los primeros cursos de B.U.P. sobre todo, se debe huir de la clase magistral, donde el alumno ¡participa tan poco!, se aburre y no se siente protagonista de lo que hace; su pasividad anulará sus dotes de originalidad, de congratulación con el trabajo que realiza, de aceptación cordial de los temas que le proponga el Profesor; sentirá una imposición molesta, llegará a concluir que le están poniendo una camisa de fuerza, que ni le interesa para su vida, ni le sirve para nada útil.

Tal vez sea más importante que la materia tratada, el espíritu con que se trata; el fino tacto del profesor se pone de manifiesto creando la motivación oportuna del tema y quedándose recesivo en su tratamiento para dar paso al ancho y rico mundo de la imaginación y de las posibilidades potenciales de sus alumnos para que tanteen los caminos, hagan sus conjeturas, organicen su propia estrategia interior; sólo el toque o la pregunta que de vez en cuando proceda o le parezca oportuno hacer al profesor será suficiente para que marche la clase. Y es más, cuantas veces la nave cambia de rumbo porque la tripulación así lo demanda. Pues sea!, puesto que de lo que se trata es de aprender a navegar. Luego, mucho más tarde, cada alumno decidirá a qué puerto quiere dirigirse y si ha aprendido las artes de la vela, llegará.

Es claro que el Profesor deberá tener un amplio horizonte de saberes para tomar cualquier rumbo con naturalidad. De ahí lo fundamental de una sólida formación remota del Profesor.

Pero no basta saber de una parcela de una ciencia para poder enseñarla. La formación integral del alumno exige una coordinación del Profesorado que aborde desde metodologías interdisciplinares coherentes hasta la revisión y superación de objetivos y contenidos pedagógicos de cada Profesor.

Hoy el niño necesita educar su comportamiento ante el aprendizaje, antes las situaciones de convivencia, ante la acelerada mutación del entorno que le ha tocado vivir, para comprenderlo y ser capaz de transformarlo.

El hombre de este siglo, -si la sociedad no persiste en autodestruirse-, el hombre que será el alumno que tenemos hoy en las aulas, necesita educar su capacidad para la adquisición de hábitos útiles e inteligentes, para potenciar sus habilidades naturales, para desarrollar su imaginación creadora, para asumir la responsabilidad que sus actos provoquen en la sociedad en que vive, para sentirse solidario con el trabajo de los demás, para saberse protagonista de los cambios socio-culturales que se desarrollan en su entorno y de este modo aportar su trabajo solidario a fin de hacer la vida más propicia para el hombre (y no a la inversa).

En esta línea de pensamiento, creo que la actividad matemática es un buen vehículo para lograr el diseño antes apuntado.

Se trata de respirar en la clase una atmósfera de taller de trabajo donde los alumnos aborden su tarea relajadamente, alegremente, centrando su interés en lo que él puede decir o aportar al tema, por encima de lo que el hecho de haber trabajado un tema pueda decir del propio alumno.

Por desgracia muchas veces es este último aspecto el único que tiene en cuenta el Profesor a la hora de juzgar o evaluar a un alumno. Es la consecuencia de la práctica de la "pedagogía

del absurdo" de la que gran parte del profesorado está afectado. Se trata de hacer engullir a los alumnos unos temas preestablecidos para cada curso y a toda prisa, porque "si se pierde el tiempo", no se llega al final!

Así para concretar en alguna actividad que posibilite una metodología de comunicación en clase (1ª B.U.P.) propondré ésta:

"Varios amigos solicitan de una Caja de Ahorros sendos préstamos para adquirir cada uno su vivienda. Todos solicitan la misma cantidad de dinero.

La entidad bancaria les pone las siguientes condiciones:

a) Cada solicitante necesita dos avalistas.

b) Si una persona avala a otra, ésta no puede avalar a la primera.

c) Una persona no puede autoavalarse.

Con estas condiciones, nos preguntamos: ¿cuántos amigos, como mínimo, han de reunirse para avalándose entre ellos, puedan cumplir las condiciones impuestas por la Caja y obtener así los créditos que necesitan?".

Se entra así en una didáctica de participación que muy sucintamente comentaré en algunos aspectos:

1. Se deja un tiempo para comprender la situación.
2. Se aclara cualquier pregunta que deseen hacer los alumnos.
3. Comienzan las conjeturas y estrategias de cada alumno.
4. Hay un intercambio de ideas con el entorno. Defensa de sus planteamientos, esquemas, gráficos, etc.
5. Puesta en común de la clase con exposición de las diversas corrientes surgidas y que suponen caminar hacia la resolución del problema.
6. El Profesor sugerirá preguntas que provoquen el estu-

dio de aquellos aspectos matemáticos que considere importantes y que no se hubieran estudiado.

En la realización de la actividad, muchos alumnos llegan pronto al resultado ayudándose de diagramas (en árbol, polígonos, etc.), lo cual nos hace recalcar la importancia de las representaciones gráficas como ayuda insustituible para la comprensión de muchas ideas.

Algún alumno dibujará un diagrama cartesiano, donde si suponemos que a cada persona le corresponde un hilo de esta red y que los nudos son los avales entre ellas, resultará que en cada hilo al menos deberá haber dos nudos (condición a)).

El total de nudos para $\underline{n}$ personas, será n^2. Pero por la condición c), los nudos de la diagonal: in-izda a su-dcha no se pueden considerar. Quedan pues: $n^2 - n$.

Pero la condición b) nos advierte que no puede haber dos nudos en situación simétrica respecto a la diagonal antes dicha. Luego solo nos quedan $(n^2-n)/2$; además estos nudos que quedan deben ser tantos que aseguren a cada una de las $\underline{n}$ personas que en su hilo haya por lo menos dos nudos, luego

$$\frac{n^2 - n}{2} \geq 2n \implies n(n-5) \geq 0 \implies n \geq 5$$

<u>Algunas consideraciones finales:</u>

1. Se manejan distintos tipos de diagramas para investigar la solución (todos los alumnos hacen algo, tratan de buscar la solución).
2. Se maneja una relación que no es reflexiva ni simétrica (habitualmente lo son).
3. Se traduce el problema a un enunciado algebraico: pero no se manejan ecuaciones sino inecuaciones, con su subsiguiente discusión.
4. Se pone en manos del alumno una situación real y de ella se hacen matemáticas.

CINCO NOTAS SOBRE METODOLOGIA DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA EN EL BACHILERATO.- Por

Enrique Velázquez López

1. LA VIEJA POLEMICA, HOY

Que cien años después del "Programa de Erlangen" de Klein aún se enseñe el concepto de ángulo con una parafernalia sexagesimal, o que el seno de la suma todavía se explique en no pocas de nuestras aulas con una liturgia de construcciones triangulares son, entre otras cosas, un síntoma claro de la influencia enorme que sigue ejerciendo, después de dos mil quinientos años, el "padre" EUCLIDES. Más, en íntima conexión con lo anterior, se da otro fenómeno, que humorísticamente podría denominarse la "rebelión contra el padre", y que ha influído no poco sobre una parte del profesorado en los últimos quince años: la Matemática sería una construcción perfecta de teoremas y corolarios (coherentes sólo a nivel de Facultad, y, por tanto, tremendamente arbitrarios para el alumno de BUP), que se convierten en una maraña teórica autosuficiente, donde la aparición de un problema práctico es casi un estorbo y un ejercicio, un trabajo banal indigno de figurar en la pizarra. Así, en no pocos casos, dar un programa deviene en un simple "decir" un programa, que es una mera proyección del de la universidad.

2. ¿RIGOR Y TERMINOLOGIA? CONCEPTOS Y USO

El rigor conceptual no es mera exposición de pizarra, ni actualización de contenidos significa pura simbología. Pero tampoco aprender matemáticas consiste únicamente en adquirir rutinas incoherentes. Es, pues, necesario encontrar un punto de equilibrio. Por ejemplo, ¿en qué momento el alumno de Bachillerato comprende que una sucesión de números reales es un "elemento" de anillo de las sucesiones, cuyas propiedades oye? Cuando ha-visto muchas, individualmente, cuando les ha encontrado el término general, las cotas o el supremo, si lo tiene. Hasta entonces, la axiomática del anillo de las sucesiones no es más que una simple cáscara, una letanía que ya recitó cuando los números enteros o los polinomios de una indeterminada. Pueden darse otros ejemplos, que confluyen en la misma idea: el enunciado de los axiomas, sólo, no es rigor. Pero hay más: ¿cuándo y cómo el alumno adquiere una terminología matemática precisa que le saque de lo puramente intuitivo? Parece evidente que en EGB es prácticamente imposible; por el contrario, es factible en BUP, con ciertas cautelas. En lo que respecta al modo, está muy vinculado a la frecuencia con que el alumno use los conceptos. Veamos algunos ejemplos. Sea el cuerpo de los complejos: referencia a la raiz cuadrada de un número negativo; axiomática del cuerpo de pares ordenados; isomorfismo con los binomios, y plano Argand. A partir de ese momento, todo es recurso operativo, métodos prácticos compatibles con la axiomática expuesta, hasta que al alumno el número complejo le sea tan familiar como el natural. Así, el concepto y la terminología se adquirirá mediante el uso. Otro ejemplo es el cuerpo de las razones algebraicas, sistemática pesadilla de los alumnos de Primero de BUP, con sus simplificaciones, denominadores comunes, cuadrados, descomposiciones en fracciones simples y factorizaciones. Y algo parecido sucede con la introducción en Segundo del espacio vectorial y del concepto de dependencia lineal, para lo cual debe romperse, de entrada, la idea unívocamente gráfica de vector, con el objetivo de que los alumnos comprendan que, igualmente, un polinomio, una función o un número real son tan "vectores" como la "flechita". Siempre se vuelve a lo mismo: repetición, práctica, costumbre. En definitiva, el concepto es para usarlo.

3. ¿COMO LLEGA EL ALUMNO A BUP?

Convertida casi en un tópico en los ambientes académicos, la idea del "fracaso escolar" es un hecho palpable en nuestros

centros de enseñanza, y se corre el riesgo nominalista de que, para enfrentarla, baste con ponerle nombre. Tal fracaso es, con frecuencia, el primer aviso para una sociedad que posiblemente sea incapaz de proporcionar trabajo al hoy estudiante, por lo que no es bueno contemplar el fenómeno como algo "natural". Pero, en cualquier caso, sí es real. Por ello, es conveniente hablar del "alumno medio" en las condiciones "medias" de masificación de aulas, etc. Y en esas condiciones, es posible analizar las características del estudiante que llega a BUP. Sin ansia alguna de exhaustividad, pueden reducirse a tres:

a) Conocimiento memorístico de la teoría de conjuntos y de las estructuras algebraicas, con recitados de propiedades al modo de una lista de reyes godos.

b) Deficiencias operativas en el cuerpo de los racionales, en el de las razones algebraicas -cabe destacar las simplificaciones sin previa factorización, probablemente el error más generalizado del alumno en los inicios del bachillerato-, así como en las potencias y los polinomios. Tales deficiencias se agravan por el inimaginativo uso de las calculadoras de bolsillo por los alumnos, que manejan los números "decimales" como si fuesen naturales -obsérvese que, hace no más de diez años, todos los alumnos preferían encontrarse con las fracciones numéricas antes que con los "decimales"; hoy es al revés-, desaprovechándose la ocasión de practicar en el cuerpo de los "quebrados", tan útil en sus aplicaciones a las ciencias experimentales.

c) Falta de conexión de los conocimientos matemáticos con la realidad social, con la geometría y con el sentido común, como, anecdóticamente, lo prueba el generalizado horror del estudiante a los "problemas de planteos", tan presentes, por otro lado, en la memoria histórica de muchos de los actuales docentes.

4. EL ENFOQUE DE ALGUNOS CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Una somera relación de temas nuevos para el alumno en el BUP puede ser la que sigue: combinatoria, cálculo de probabilidades, progresiones aritméticas y geométricas, trigonometría y representación y estudio de funciones reales de variable real. Poco a poco se va imponiendo la introducción conjuntista y mediante aplicaciones de la combinatoria, método que contribuye a despojar a dicho tema del carácter "mágico" que para muchos alumnos tenía. Basándose en la combinatoria (para contar grandes números) y en el álgebra de sucesos, puede introducirse muy bien el concepto de probabilidad, procurando evitar la casuística de los problemas rebuscados, auténticos criptogramas algunas veces. Las progresiones nos permiten manejar ya en Primero sucesiones de números reales y familiarizan al alumno con el número. En cuanto a la trigonometría, afortunadamente pasaron los tiempos en los que se confundía con la topografía, de tantos "casos" de triángulos; la insistencia en lo que tiene de métrica plana, sobre todo con la resolución y discusión de ecuaciones trigonométricas, junto a la representación de las funciones circulares, puede ser un enfoque que dé buenos resultados. En lo que respecta a las funciones reales, hay que procurar que el alumno represente el máximo de ellas a lo largo del BUP para que "conozca" cada vez mejor el plano cartesiano.

En definitiva, al alumno hay que darle cierto número de conceptos para que los utilice con las técnicas operativas oportunas, y no conformarse con dar una serie de definiciones, perfectamente separables como "preguntas de teoría" de las "preguntas de problemas" de un examen. Porque no se olvide que la insuficiente madurez del alumno a estos niveles les hace creer, por ejemplo, que el concepto de integral empieza y termina en la demostración de la integral de Riemann, y que su Algebra Lineal son los axiomas del espacio vectorial y la definición de base. Con una estrategia adecuada de combinar conceptos con su uso práctico, puede conseguirse que el "alumno medio" tenga una apreciable experiencia en el manejo de entes matemáticos que antes estaban reservados al primer curso de la Facultad o, como mínimo, al COU. Al fin y al cabo, como ha señalado un matemático francés contemporáneo, los problemas de hoy no son más que la teoría de ayer, pues hasta el cálculo de un área, ejercicio banal en la actualidad, fue un problema teórico de la mayor importancia para Arquímedes o Eudoxio, hace dos mil años; y, recíprocamente, no nos quepa duda que el más pomposo y general teorema de hoy puede convertirse, a la vuelta de unas décadas, en un vulgar ejercicio de aplicación de otro teorema con el "punto de vista" más amplio.

5. UNA PROPUESTA DE ACTIVIDAD COMPLEMENTARIA

El justo e inevitable principio didáctico de tener bien presente el nivel del "alumno medio" no debe hacer olvidar al profesor su compromiso con otros estudiantes a los que es exigible un mayor rendimiento. Dos actividades pueden concebirse para este sector del alumnado: seminario y biblioteca matemática.

Entre otros, pueden organizarse sobre los siguientes temas:

a) "Historia de las matemáticas", por lo que tiene de globalidad, de ruptura de compartimentos estancos, de evolución del punto de vista matemático: 7 horas anuales, más trabajo personal del alumno.

b) "Estructuras algebraicas", haciendo recopilación de todos los entes matemáticos que son "elementos" o "conjuntos", con el fin de contemplar similitudes, diversidades, etc.: 4 horas anuales, más trabajo del alumno.

c) "Análisis", efectuando un recorrido por los conceptos de límite, continuidad, derivabilidad de funciones, con algunos teoremas importantes y representaciones gráficas anexas: 6 horas anuales más trabajo del alumno.

Todos los seminarios están indicados para alumnos de Segundo y Tercero.

Una biblioteca de nivel COU y Primero de Facultad es perfectamente manejable por determinados alumnos a condición de que el profesor sepa escoger ciertos capítulos: estudios y gráficos de funciones de variable real, métodos de integración, estructuras algebraicas, complejos, probabilidades, etc. El costo anual de esta iniciativa para un Instituto o Colegio de quinientos alumnos en BUP, puede oscilar en torno a las veinte mil pesetas, ya que el fondo de libros a prestar va acumulándose cada año.

****
***

ECOLOGIA DEL PROFESORADO, O LA ADMINISTRACION NO APLICA LAS MATEMATICAS.- Por

José Miguel Pacheco Castelao
I.B. "S. Cristóbal de los Angeles" de Madrid

1. Es un hecho conocido que, en ausencia de restricciones, el crecimiento de una especie viene dado por la ecuación diferencial:

$$\frac{dN(t)}{dt} = k\ N(t) \tag{1}$$

cuyas integrales son curvas exponenciales.

Si existen limitaciones al crecimiento de la especie, éstas pueden incorporarse a la ecuación de diferentes maneras. Supongamos que $N < T$, ésto es, hay un tope máximo para el número de individuos (que supondremos adultos) de N. En tal caso es fácil diseñar la ecuación:

$$\frac{dN}{dt} = k\ N \cdot (T-N) \tag{2}$$

que expresa la variación de N como función directa de N y de su diferencia con el tope antes dicho. Las integrales de esta ecuación diferencial son curvas logísticas:

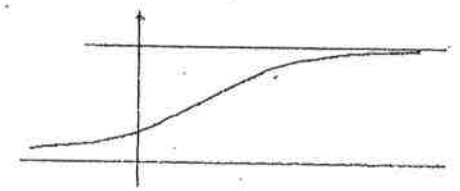


FIGURA 1

que responden a la ecuación $N = T(1+ce^{-kt})^{-1}$.

Aquí lo que es interesante radica en cómo varía la pendiente de la logística. De los dos factores, kN y T-N, que inter vienen en el segundo miembro de (2), consideremos el segundo. Si T-N se sustituye por T-f(N), donde $f(N) < N$, la logística tendrá mayor pendiente, ésto es, el intervalo de tiempo en que N se transforma en asintótica a T se hará corto y la especie se saturará antes. En general N(t) es una función monótona creciente de t, así que podemos poner f(N) = N(t-R), siendo R un tiempo que llamaremos "retardo". Así las cosas, obtenemos la ecuación:

$$\frac{dN(t)}{dt} = k\,N(t)\cdot(T - N(t-R)) \qquad (3)$$

que describe el comportamiento de N a base de datos de la historia pasada, ésto es, si se están aplicando controles sobre N con cierto retraso, R. La integración de este tipo de ecuaciones puede llevarse a cabo considerándolas como perturbaciones de (2), poniendo N(t-R) = N(t) + g(t,R). Lo que es importante, de todas maneras, es la relación entre R y K. Las dimensiones de R y 1/K son las mismas (tiempo), y conviene recordar que 1/K suele llamarse "período natural" de N. Lo que ocurre es que si $R \gg 1/K$, entonces las soluciones de la ecuación presentan un comportamiento con grandes oscilaciones, lo cual era previsible, cualitativamente hablando, debido al aumento rápido de pendiente antes dicho. Así tenemos:

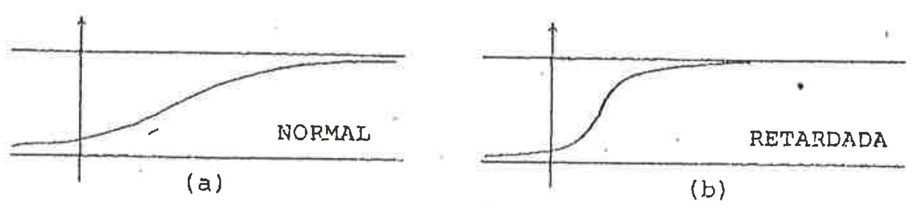
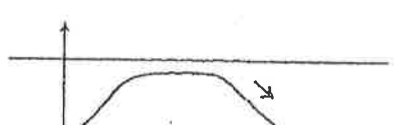


FIGURA 2

Para saber si en algún momento se producirá en la figura 2(b) un descenso u onda:



conviene que introduzcamos el concepto de edad. Ya dijimos más arriba que N representa el número de individuos adultos, así que habrá, en la vida de cada individuo, un momento en el que alcanzará dicho estado. Por regla general, podremos suponer que el número de individuos que alcanzan la edad adulta se somete a una ley del tipo:

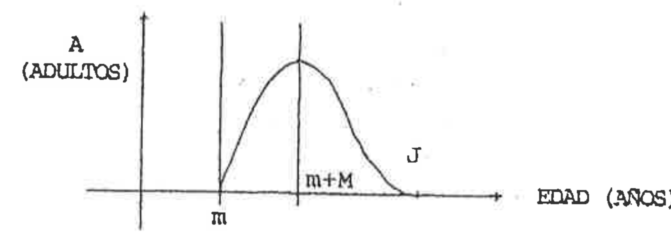


FIGURA 4

representable por una ley polinómica:

$$A = q(x-m)\cdot(x-J)^2 \qquad (4)$$

Se supone que a la edad cronológica J los individuos desaparecen del conjunto de adultos. La cantidad q puede considerarse constante y su influjo determina el valor m+M donde la curva alcanza su máximo. Tomemos ahora de nuevo la ecuación (3) y supongamos que R es apropiado para que la logística "se dispare". La ecuación (4) nos informará que la composición de la población N será de la forma siguiente:

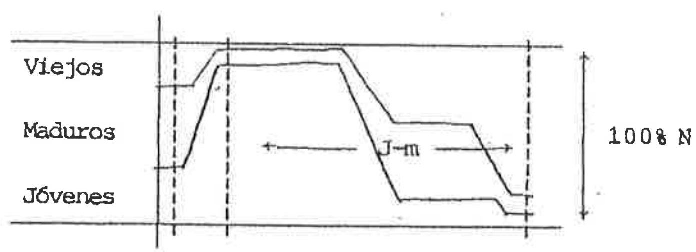


FIGURA 5

Esto es, durante largo tiempo la población adulta estará estabilizada, pero al cabo de un tiempo aproximado J-m, la práctica totalidad de esa población desaparecerá simultáneamente, peligrando de nuevo la estabilidad de N.

2. CONSIDEREMOS LA SIGUIENTE APLICACION SENCILLA:

Sea N el número total de docentes numerarios de Bachillerato y COU, y tomemos el intervalo de tiempo 1968-1982. Durante estos años el total T de ese tipo de docentes ha estado alrededor de unos 60.000. Hasta el año 1976 la constante K se podía evaluar en unos 0,25 $años^{-1}$, y en el intervalo 1978-80, N pasó bruscamente unos 6.000 a más de 40.000 individuos. Las condiciones socioeconómicas de los años 1970-75 produjeron un retraso de unos $R = 8$ años (debido básicamente a la facilidad de entrar y salir de diversos trabajos, lo que no inducía precisamente a participar en oposiciones), de forma que $R \gg 1/K$. La ecuación (3) permite predecir en estas circunstancias un ascenso brusco del número de funcionarios de carrera. Por otra parte, la ecuación (4), con $q = 9/6$, nos da un máximo en $m+M = 30$ años, lo cual, unido al hecho del crecimiento rápido de la variable N, refleja la relajación en la dificultad de las pruebas de acceso al funcionariado como consecuencia de los conflictos que culminaron en los primeros meses de 1977. En la ecuación (4) hemos puesto $m = 25$, $J = 65$.

Con estos antecedentes, la figura 5 describirá la estructura de la población docente para un período aproximado de 30 años, lo cual traerá, si se desea remediar esa situación, la adopción de medidas que hagan aumentar el cociente profesores/alumnos de forma progresiva durante esos treinta años, al cabo de los cuales se jubilará masivamente la gran mayoría del colectivo. Por desgracia, ese cociente tiende a aumentar más bien por disminución del denominador que por aumento del numerador (crecimiento vegetativo en descenso), lo cual, en un futuro próximo dará origen, debido a la dificultad de encontrar cualquier trabajo remunerado, a conflictos en el colectivo de titulados en paro que deseen acceder al funcionariado docente.

3. NOTAS INFORMATIVAS

En esta sección ofrecemos noticias de las actividades de interés para nuestro ámbito docente.

- Se han celebrado las V Jornadas de la Sociedad "Isaac Newton" de profesores de Matemáticas en La Laguna, Tenerife.

- La misma Sociedad ha ofrecido, en febrero de 1983, cursos sobre los "Orígenes del Cálculo" y el "desarrollo del continuo y el infinito", a cargo del Prof. Mariano Martínez.

- Ha tenido lugar, en el marco del IV centenario de la Universidad de Zaragoza, las III Jornadas sobre aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas, con énfasis en los temas más candentes: Historia de las Matemáticas, Informática, Probabilidades, Geometría. Las actas de estas reuniones se imprimirán en breve y podrán pedirse al ICE de la Universidad de Zaragoza.

- El Colegio de D. y L. celebrará en Alicante, del 19 al 23 de Septiembre de 1983, un Simposio (el segundo) sobre "Bases para una alternativa a los currícula de Enseñanza Secundaria". Desean recibir colaboraciones. Información, en los colegios provinciales.

- Entre el 5 y el 10 de Septiembre tendrá lugar el "Simposio sobre Rey Pastor"; informaciones, en el Colegio Universitario de la Rioja, c/ Obispo Bustamante 3, Lo

- El ICE de la Universidad de Salamanca ha constituído un Seminario Permanente (descentralizado) de Matemáticas, con grupos en Zamora y Salamanca. Los grupos versarán sus actividades en: EGB-BUP; BUP-Universidad; propuesta cuestionarios BUP; métodos de evaluación e informática. Más información, en el ICE de Salamanca, Paseo Canalejas s/n.

- El CIEAEM celebrará en Lisboa su XXXVth International Meeting (del 5 al 11 de Agosto) sobre "Didáctica de la Matemática y realidad escolar y social". Información, G. Brousseau, 17 rue Cesar Franck, 33400 Talence (Francia).

- En los días 24-30 Agosto (<u>1984</u>) tendrá lugar en Adelaida (Australia) el V International Congress on Mathematical Education. Información, ICME 5; GPO Box 1729, Adelaide 5001, South Australia.

- Los ICEs de la UAM y de la Universidad Politécnica han iniciado una interesante experiencia recogiendo ideas y sugerencias para la clase de Matemáticas, que son enviadas a los centros. Para más informaciones, dirigirse a los ICEs de la UAM (Cantoblanco, Madrid) o Politécnica, Avda. Ramiro de Maeztu s/n, Madrid 3).

- La Sociedad agradecerá la comunicación de todo tipo de actividades de esta índole y publicará sus anuncios para su mejor difusión.

****
***

4. VARIA

- Recientemente han sido recibidos como Académicos los profesores Linés, Etayo y Guzmán.

- Este año de 1983 se cumple el bicentenario de la muerte de Leonhard Euler (1707-1783). En su honor recordemos la "celeberrimam formulam"

$$\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \ldots$$

- El mayor número primo conocido hasta hoy es el calculado por Slowinski + CRAY (1) (hombre + computadora) en enero de 1983. Es $2^{86243}-1$, y no se sabe aún si es precisamente el 28ª número de Mersenne.

- En el presente año ha fallecido el matemático soviético Ivan M. Vinogradov, especialista en la Teoría de números. En memoria suya, calculemos el resto de 64322^{10000} al dividirlo por 17.

- Demostrar que las ternas (x,y,z) que satisfacen $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{1000}$ forman un conjunto finito (Olimpiada sueca, 1967).

- En nuestro próximo número se iniciará una sección de crítica y revisión de libros. Serán bienvenidos ejemplares de textos y publicaciones con tal objeto. Gracias.

- También se iniciará un apartado de problemas y soluciones. A guisa de inauguración previa, se admitirán soluciones a los dos ejercicios anteriores.

Abril de 1983.