



Curso Académico 2016-17

GEOMETRÍA DIFERENCIAL

Ficha Docente

ASIGNATURA

Nombre de asignatura (Código GeA): GEOMETRÍA DIFERENCIAL (800604)

Créditos: 6

Créditos presenciales: 6

Créditos no presenciales:

Semestre: 2

PLAN/ES DONDE SE IMPARTE

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS

Plan: GRADO EN MATEMÁTICAS

Curso: 4 **Ciclo:** 1

Carácter: Optativa

Duración/es: Segundo cuatrimestre (actas en Jun. y Sep.), Por determinar (no genera actas)

Idioma/s en que se imparte:

Módulo/Materia: CONTENIDOS AVANZADOS EN MATEMÁTICAS PURA Y APLICADA I/GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA AVANZADAS

PROFESOR COORDINADOR

Nombre	Departamento	Centro	Correo electrónico	Teléfono
LAFUENTE LOPEZ, JAVIER	Geometría y Topología	Facultad de Ciencias Matemáticas	jlafuent@ucm.es	

PROFESORADO

Nombre	Departamento	Centro	Correo electrónico	Teléfono
LAFUENTE LOPEZ, JAVIER	Geometría y Topología	Facultad de Ciencias Matemáticas	jlafuent@ucm.es	

SINOPSIS

BREVE DESCRIPTOR:

Breve descriptor

Generalización de los elementos de la "geometría intrínseca" de superficies (y variedades euclídeas) al contexto de las variedades abstractas (semi-) Riemannianas.

REQUISITOS:

- Análisis en varias variables. Diferenciación e integración.
- Sistemas de ecuaciones diferenciales.
- Geometría diferencial de curvas y superficies.
- Álgebra Lineal
- Topología elemental.

Es aconsejable, aunque no imprescindible haber cursado la asignatura de Variedades diferenciables.

OBJETIVOS:

- Comprensión y manejo de los conceptos y resultados básicos de la Geometría Riemanniana y Lorentziana.
- Introducir las técnicas del cálculo de variaciones.
- Aplicación a la mecánica
- Aplicación la relatividad general.

COMPETENCIAS:

Generales

Conocimiento de la noción de variedad (semi) riemanniana y aprendizaje de los conceptos principales. Conseguir la madurez necesaria para:

- 1) Tener un uso adecuado de las reglas de la lógica en los desarrollos matemáticos
- 2) Ser capaz de "reconocer" lo que no se entiende.
- 3) Ser capaz de reconstruir los detalles de las demostraciones no desarrollados explícitamente en clase.
- 4) Demostrar rigurosamente afirmaciones intuitivamente triviales.
- 5) Comprender y eventualmente utilizar, teoremas que no han sido demostrados en clase.
- 6) Adquirir capacidad crítica frente argumentos falaces o desarrollos innecesarios



Curso Académico 2016-17

GEOMETRÍA DIFERENCIAL

Ficha Docente

Transversales:

Apreciar el papel de la geometría Semi- Riemanniana en sus aplicaciones a la física y a la topología de variedades.

Específicas:

- Determinación de variedades riemannianas. Ejemplos significativos.
- Conocer bien las definiciones y la manipulación formal sin coordenadas de los elementos básicos de la Geometría Riemanniana, tales como métrica, conexión canónica asociada, curvaturas ...etc.
- Conocer bien los algoritmos en coordenadas para la determinación y manipulación local, los anteriores elementos.
- Percibir el papel de las coordenadas como herramienta para expresar analíticamente y manipular características intrínsecas de variedades riemannianas, que son independientes del sistema de coordenadas utilizado.

Otras:

- Comprender el papel de la geometría Lorentziana como modelo de la relatividad general.
- Appreciar el papel de la métrica riemanniana para describir la energía cinética en la formulación lagrangiana de un sistema mecánico simple.

CONTENIDOS TEMÁTICOS:

1.-.- Introducción a la Geometría Riemanniana local. Primera Forma Fundamental en superficies. Generalización a variedades Euclídeas . Longitud de una curva. Geometría intrínseca. Estructuras riemannianas en un abierto de \mathbb{R}^n . Isometrías. Longitud y Energía de una curva.

2.- Cálculo (local) de variaciones: Geodésicas. Espacio de curvas entre dos puntos fijos. Variaciones. Las geodésicas como Puntos críticos de los operadores Longitud y Energía. Símbolos de Christoffel. Sistema mecánico simple: Función Lagrangiana. Principio de mínima acción. Ecuaciones diferenciales (locales) de la evolución.

3.- Variedades Riemannianas. Variedades diferenciables. Revisión del espacio tangente y cotangente. Estructura Riemanniana. Longitud de curvas. Estructura métrica de una variedad Riemanniana. Isometrías. Completitud geodésica. Enunciado del Teorema de Hopf-Rinow

4.- La conexión Riemanniana. Revisión de los campos de vectores en una variedad. Conexiones afines. Transporte paralelo de vectores. La conexión de Levi-Civita. Las geodésicas revisitadas. Aplicación exponencial. Carta normal. Geodésicas minimizantes y entornos convexos. El caso de las variedades Euclídeas.

5.- Variedades Lorentzianas. Métricas semi-Riemannianas: La conexión canónica. Caso Lorentziano. El Espacio de Minkowski. La Geometría Lorentziana como modelo relativista: Orientación temporal. Causalidad. Tiempo propio. Rayos de luz y partículas inerciales. Paradoja de los gemelos.

6.- Curvaturas. El tensor de curvatura (semi-)Riemanniano. Curvaturas seccionales. El tensor de Ricci y Curvatura escalar. La ecuación de Einstein. Espacios de curvatura constante.

ACTIVIDADES DOCENTES:

Clases teóricas:

2.5 horas

Exposición de temas teóricos por parte del profesor.

Seminarios:

0,5 horas

Exposición por parte de los alumnos de problemas

Clases prácticas:

1 horas

Cada semana se entregará una lista de problemas, dos de ellos ocultos. El alumno podrá elegir cada dos semanas uno de los problemas ocultos, para entregar a través del Campus Virtual, con el compromiso implícito de salir a resolverlo a la pizarra si así se le pide. De la hora y media semanal de prácticas media, está destinada a la resolución en la pizarra de problemas por los propios alumnos con la ayuda eventual del profesor. La hora restante a la resolución de problemas por el profesor.

Trabajos de campo:

Prácticas clínicas:

Laboratorios:

Exposiciones:



Curso Académico 2016-17

GEOMETRÍA DIFERENCIAL

Ficha Docente

Presentaciones:

Otras actividades:

Entrega "on line" de soluciones a "problemas abiertos"

TOTAL:

EVALUACIÓN:

Se realizará un examen final con una parte teórica y otra práctica.

La Nota Final, se obtiene como máximo entre la nota del examen E, y la nota ponderada

MÁXIMO $(0,35C + 0,65E, E)$ si $E > 3$.

Donde la nota de Curso C corresponde a la calificación de siete problemas. Para obtener nota de curso es necesario haber asistido al menos al 80% de las clases.

En todo caso la calificación final no podrá superar el 5, si $E < 5$.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:

J. Douglas Moore. Lectures on Differential Geometry. (2009)

M. P. Do Carmo, Geometría Riemanniana, 1988

B. O'Neill Semi-riemannian geometry with applications to relativity, 1983

OTRA INFORMACIÓN RELEVANTE

Otra información relevante

El profesor tiene una página de la asignatura en el Campus virtual. En ella se pueden consultar

- Notas manuscritas del curso
- Las hojas de problemas propuestos
- Soluciones proporcionadas por los propios alumnos de algunos ejercicios.
- Material didáctico complementario.
- Evolución de la Nota de Curso a lo largo del periodo de clases.