# XXV Concurso de Problemas Puig Adam

Como todos los años, y ya van 25, el pasado sábado 9 de junio se celebró en la Facultad de Matemáticas de la UCM el concurso de Problemas Puig Adam que, junto al concurso Intercentros, constituyen dos actividades organizadas por nuestra Sociedad que ilusionan a un importante número de estudiantes.

Viene siendo una constante a lo largo de muchos años que cada una de las celebraciones de este concurso sirva para despedir, sin ningún acto significativo, pero sí con el corazón, a aquellos estudiantes que, a lo largo de sus años a partir de 3º ESO, tuvieron una participación destacada en el concurso. Todavía recordamos a Hugo, estudiante de 2º de matemáticas en la UCM, ganador de la Olimpiada Matemática Española en 2006 y medalla de plata en Eslovenia, que obtuvo el primer lugar en los tres años que participó en nuestro concurso.

Pues bien, este año, de una tacada, despedimos a tres. Sirvan estas líneas para reconocer el mérito de Diego Izquierdo Arseguet, David Alfaya y Gabriel Fürstenheim, participantes y ganadores en nuestro concurso desde que eran unos niños, así como nuestro agradecimiento por todos los ratos buenos que nos han hecho pasar.

No queremos, de ninguna forma, olvidar a Antonio Ledesma, que cada año nos acompaña con sus estudiantes desde Requena, realizando un trabajo encomiable que, como él y nosotros sabemos, no goza del reconocimiento que debiera por parte de la Administración Educativa.

Pero en fin, nuestros chicos disfrutan con los problemas que, al fin y al cabo, es de lo que se trata. Aquí están todos: los problemas y los ganadores.

#### **NIVEL I**

## Problema 1º

Se da el triángulo ABC y se trazan las medianas AM y BN, que se cortan en G. Calcular el área del cuadrilátero GMCN en función del área de ABC.

#### Problema 2º

Decimos que un número entero es "supersticioso" cuando es igual a 13 veces la suma de sus cifras. Escribe todos los números supersticiosos que existen.

#### Problema 3º

Los lados de un triángulo miden 9, ,12 y 15 cm. ¿Cuánto mide el radio de un círculo cuyo centro está en lado pequeño y es tangente a los otros dos?.

#### Problema 4º

Escribe todas las formas posibles de obtener 100 como suma de dos o más enteros positivos consecutivos.

#### **NIVEL II**

# Problema 1º

Encuentra un número de cuatro cifras que verifique las siguientes condiciones:

- a) La suma de los cuadrados de las cifras de las centenas y de las unidades es igual a 53.
- b) La suma de los cuadrados de las otras dos cifras es igual a 45.
- c) Si del número pedido restamos el que se obtiene al invertir las cifras, resulta un múltiplo de 99 comprendido entre 1000 y 1200.

#### Problema 2º

Sea un triángulo; a, b, c, las longitudes de sus lados y R la longitud del radio del círculo circunscrito. Demostrar que si se verifica  $R(a+b) = c\sqrt{ab}$ , entonces el triángulo es isósceles.

#### Problema 3º

A una persona le han prestado un teléfono móvil, pero ha olvidado su número PIN ( de 4 cifras), a pesar de que le dijeron que era un capicúa divisible por 49. El teléfono se bloquea si hace más de dos intentos fallidos. Probar que podrá utilizarlo.

#### Problema 4º

El cuadrilátero ABCD admite un círculo inscrito, de centro O. Si el ángulo AÔB es de 70°, calcular el valor del ángulo DÔC.

# **NIVEL III**

# Problema 1º

Se comprueba que es  $\sqrt{82}-9<0,05$ . Con ese dato, calcula cuál es la cifra decimal que ocupa el lugar 31° en la escritura decimal de  $\left(9+\sqrt{82}\right)^{50}$ , recordando que  $\left(9+\sqrt{82}\right)^{50}+\left(9-\sqrt{82}\right)^{50}$  es un número entero.

# Problema 2º

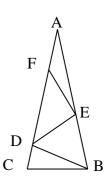
Lanzamos alternativamente una moneda y un dado perfectamente equilibrados y dejamos de lanzar cuando obtengamos cara o cuando obtengamos un dos. Si empezamos lanzando la moneda, ¿cuál es la probabilidad de acabar porque hemos obtenido un dos?.

# Problema 3º

Sean a y b enteros positivos. Demuestra que la ecuación  $(x-a)^2 + (x-b)^2 = 2ab-1$  no tiene raíces racionales.

#### Problema 4º

En la figura, el triángulo ABC es isósceles y el ángulo A es de 20 grados. Además, CB = BD = DE = EF. Calcular el valor del ángulo FBA (no señalado en la figura).



## Nivel I.

- 1. Moisés Herradón Cueto (Brains).
- 2=. Francisco Criado Gallart (Madre de Dios).
- 2=. Carlos Ruiz Domínguez (San Viator).
- 4. Alfio Vidal Auñán (Oleana, Requena).
- 5. Sergio Fernández Rincón (IES Antonio Machado, Alcalá de Henares).

## Nivel II.

- 1. Rubén Jiménez Benito (IES José Hierro).
- 2=. María Cámara Torres (CI Campolara, Burgos).
- 2=. Eva Mª Laín Rodríguez (Colegio Británico).
- 4. Fernando García Garriga (CI Campolara, Burgos).
- 5. Iago Rego García (IES Joan Miró).

## Nivel III.

- 1. Diego Izquierdo Arseguet (Liceo Francés).
- 2. David Alfaya Sánchez (IES José Luis Sampedro, Tres Cantos).
- 3. Andrés Rodríguez Reina (Colegio SEK Ciudalcampo).
- 4. Gabriel Fürstenheim Milerud (IES Ramiro de Maeztu).
- 5. Pedro Fernández Gaspar (Colegio Retamar).