XXIV CONCURSO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS "SOCIEDAD PUIG ADAM"
Facultad de Matemáticas U.C.M.
Madrid, 10 de junio de 2006

NIVEL I

Problema 1°

En una etapa ciclista en línea, cuando el vencedor llegó a la meta, el segundo clasificado estaba a 3 km y el tercero estaba a 4,35 km. Conservando sus velocidades respectivas, el segundo llegó a la meta sacando de ventaja al tercero 1,5 km. ¿Cuál fue la longitud de la etapa?

Problema 2°

Considera el cuadrado ABCD, de centro O y lado 1. A_1, B_1, C_1 y D_1 son los puntos medios de los segmentos AO, BO, CO y DO respectivamente. ¿Cuál es el área de la región común a los paralelogramos AB_1CD_1 y A_1BC_1D?

XXIV CONCURSO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS "SOCIEDAD PUIG ADAM"
Facultad de Matemáticas U.C.M.
Madrid, 10 de junio de 2006

NIVEL I

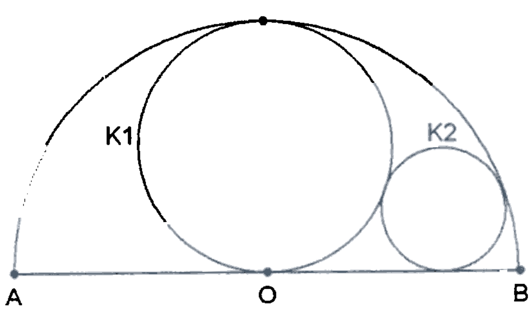
Problema 3°

¿Cuántos enteros positivos tienen exactamente 3 divisores propios de forma que cada uno de estos divisores propios sea menor que 50?

(Recuerda: un divisor propio de un número es un divisor positivo menor que el número)

Problema 4°

Consideramos una semicircunferencia de centro O y diámetro AB. Dos circunferencias, K_1 y K_2, tangentes exteriores, son tangentes a la semicircunferencia, y tangentes a su diámetro AB, la primera de ellas precisamente en el punto O.
Si AB = 8, determina el radio r de la circunferencia K_2.



XXIV CONCURSO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS "SOCIEDAD PUIG ADAM"
Facultad de Matemáticas U.C.M.
Madrid, 10 de junio de 2006

NIVEL II

Problema 1°

Se escribe la fracción $\dfrac{535353.........53}{9009}$ El numerador se forma escribiendo el par 53 n veces. Hallar el menor valor de n para que la fracción sea un entero.

Problema 2°

En el triángulo ABC, D es el punto medio de AB y E, que está en BC, verifica BE = 2 EC.

Si $\widehat{ADC} = \widehat{BAE}$, ¿cuánto mide el ángulo A del triángulo dado?

XXIV CONCURSO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS "SOCIEDAD PUIG ADAM"
Facultad de Matemáticas U.C.M.
Madrid, 10 de junio de 2006

NIVEL II

Problema 3°

Las dimensiones de un trapecio isósceles ABCD (con AD = BC) son AB = 9, CD = 7 y AD = $\sqrt{17}$. Hallar sobre la base mayor AB un punto P tal que el área del trapecio ABCD sea 4 veces el área del triángulo isósceles PDM, con M en CD y PD = PM

Problema 4°

Encuentra todas las ternas de enteros (a, b, c) tales que $a^2 + b^2 - 8c = 6$

XXIV CONCURSO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS "SOCIEDAD PUIG ADAM"
Facultad de Matemáticas U.C.M.
Madrid, 10 de junio de 2006

NIVEL III

Problema 1°

En un equipo de fútbol tenemos 11 jugadores, cuyas camisetas están numeradas del 1 al 11. Elegimos al azar 6 de ellas. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los números de las camisetas sea impar?

Problema 2°

En el triángulo ABC, $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 5$ y $\overline{AC} = 7$, y además las bisectrices $\overline{AD}$ y $\overline{CE}$ se cortan en P. Calcular $\overline{AP}$

XXIV CONCURSO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS "SOCIEDAD PUIG ADAM"
Facultad de Matemáticas U.C.M.
Madrid, 10 de junio de 2006

NIVEL III

Problema 3°

En el triángulo ABC, la bisectriz del ángulo B corta al lado AC en el punto D. Demostrar que la longitud del segmento BD es menor que la media geométrica de los lados BA y BC.

Problema 4°

Los números a, b, c, d, e, f, g, son siete enteros positivos consecutivos cuya suma es un cubo. La suma $b+c+d+e+f$ de los cinco centrales es un cuadrado. Hay infinitas soluciones para el primero, a. Ordenadas de menor a mayor, calcular cual es la segunda.