

Primera sesión, viernes 26 de noviembre de 2010

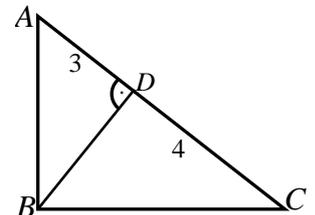
- En la hoja de respuestas, escribe la letra que corresponde a la opción que creas correcta en cada pregunta. Si decides cambiarla, táchala con una cruz y escribe otra.
- Cada respuesta correcta te aportará 5 puntos, cada respuesta en blanco 2 puntos y cada respuesta errónea, 0 puntos.
- No están permitidas calculadoras ni ningún instrumento de medida.
- Tiempo: 3 horas.

**1** Un tetrabrick contiene leche con un 2% de grasa, que supone un 40% menos de grasa que la contenida en otro de leche entera. ¿Cuál es el porcentaje de grasa de la leche entera?

- A)  $\frac{12}{5}\%$       B) 3%      C)  $\frac{10}{3}\%$       D) 3,8%      E) 4,2%

**2** El triángulo  $ABC$  es rectángulo en  $B$ , y el punto  $D$  es el pie de la altura que parte de  $B$ . Si  $AD=3$  y  $DC=4$ , ¿cuál es el área de dicho triángulo?

- A)  $4\sqrt{3}$       B)  $7\sqrt{3}$       C) 21      D)  $14\sqrt{3}$       E) 42



**3** Sean  $a, b, c, d$ , números reales tales que  $|a-b|=2$ ,  $|b-c|=3$  y  $|c-d|=4$ . ¿Cuál es la suma de todos los posibles valores de  $|a-d|$ ?

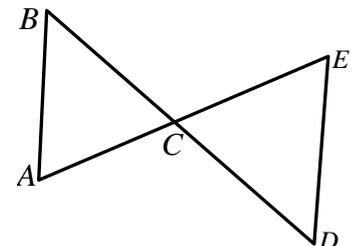
- A) 9      B) 12      C) 15      D) 18      E) 24

**4** Durante un determinado año, el precio de la gasolina subió un 20% en enero; bajó un 20% en febrero; subió un 25% en marzo; y bajó un  $x\%$  en abril. Si al final de abril, el precio de la gasolina era igual que a comienzos de enero, el entero más próximo a  $x$  es:

- A) 12      B) 17      C) 20      D) 25      E) 35

**5** Los segmentos  $BD$  y  $AE$  se cortan en  $C$ , cumpliéndose que  $AB=BC=CD=CE$  y  $\hat{A}=\frac{5}{2}\hat{B}$ . ¿Cuál es la medida del ángulo  $D$ ?

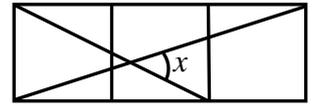
- A)  $52,5^\circ$       B)  $55^\circ$       C)  $57,5^\circ$       D)  $60^\circ$       E)  $62,5^\circ$



- 6** ¿Cuántos capicúas de siete cifras pueden formarse con los dígitos 2, 2, 3, 3, 5, 5, 5?
- A) 6      B) 12      C) 24      D) 36      E) 48
- 7** Marcamos cuatro puntos  $A, B, C, D$ , en una recta cumpliéndose que  $AB=BC=CD=1$ . En otra paralela marcamos los puntos  $E$  y  $F$  con  $EF=1$ . Con tres de estos puntos, dos en una recta y el tercero en la otra, formamos un triángulo. ¿Cuántos valores posibles puede tener el área de dicho triángulo?
- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7
- 8** ¿Cuál es el resto de la división de  $3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2010}$  entre 8?
- A) 0      B) 1      C) 2      D) 4      E) 5
- 9** Los tres primeros términos de una progresión aritmética son  $2x-2$ ,  $5x-4$  y  $x+8$ . Si el  $n$ -ésimo término de esta progresión es 2010, ¿quién es  $n$ ?
- A) 256      B) 503      C) 1004      D) 1506      E) 8037
- 10** En un pentágono regular de lado 2 cm, consideramos el círculo circunscrito y el inscrito. Sea  $P$  la diferencia de sus áreas. En un heptágono regular, también de lado 2 cm, hacemos lo mismo y llamamos  $H$  a la diferencia de sus áreas. De las siguientes afirmaciones, ¿cuál es la verdadera?
- A)  $P = \frac{25}{49}H$       B)  $P = \frac{5}{7}H$       C)  $P = H$       D)  $P = \frac{7}{5}H$       E)  $P = \frac{49}{25}H$
- 11** Del triángulo  $ABC$  conocemos las coordenadas de dos vértices,  $A(3,0)$  y  $B(0,3)$ , y sabemos que el tercer vértice,  $C$ , está en la recta  $x+y=7$ . ¿Cuál es el área de dicho triángulo?
- A) 6      B) 8      C) 10      D) 12      E) 14
- 12** El quinto y el octavo términos de una progresión geométrica son los números  $7!$  y  $8!$  respectivamente. ¿Quién es el primer término de esa progresión?
- A) 60      B) 75      C) 120      D) 225      E) 315
- 13** En el triángulo  $ABC$ ,  $AB = 13$ ,  $AC = 15$  y la longitud de la altura sobre  $BC$  es 12. ¿Cuál es la suma de los dos valores posibles para  $BC$ ?
- A) 15      B) 16      C) 17      D) 18      E) 19
- 14** Si  $0 < r < 3$  y consideramos las cinco ecuaciones siguientes, de incógnita  $x$ , ¿en cuál de ellas es mayor la solución?
- A)  $3(1+r)^x = 7$       B)  $3\left(1+\frac{r}{10}\right)^x = 7$       C)  $3(1+2r)^x = 7$
- D)  $3(1+\sqrt{r})^x = 7$       E)  $3\left(1+\frac{1}{r}\right)^x = 7$

- 15] Se juntan tres cuadrados como se indica en la figura. ¿Cuánto mide el ángulo  $x$ ?

A)  $60^\circ$       B)  $50^\circ$       C)  $45^\circ$       D)  $40^\circ$       E)  $30^\circ$



- 16] Si  $\log_{10}(\sqrt{2010} + \sqrt{2000}) = n$ , ¿cuál de los siguientes números es el valor de  $\log_{10}(\sqrt{2010} - \sqrt{2000})$ ?

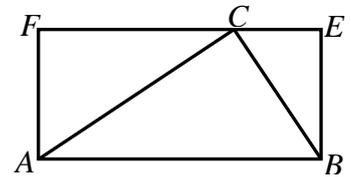
A)  $n-1$       B)  $1-n$       C)  $\frac{1}{n}$       D)  $n+1$       E) Es imposible determinarlo con esos datos

- 17] Sean  $a$  y  $b$  los catetos de un triángulo rectángulo. Si  $d$  es el diámetro de la circunferencia inscrita y  $D$  el diámetro de la circunferencia circunscrita,  $d + D$  es igual a:

A)  $a + b$       B)  $\sqrt{ab}$       C)  $\sqrt{a^2 + b^2}$       D)  $ab$       E)  $2b - a$

- 18] La figura muestra un rectángulo  $ABEF$  y un triángulo  $ABC$ . Se sabe que  $\hat{ACF} = \hat{CBE}$ . Si  $FC = 6$  y  $CE = 2$ , el área del triángulo  $ABC$  es:

A) 12      B) 16      C)  $8\sqrt{2}$   
D)  $8\sqrt{3}$       E) Faltan datos para poder contestar

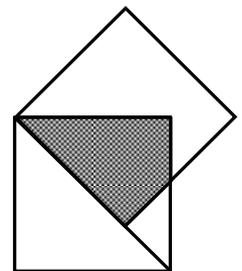


- 19] Un tren consta de cinco vagones: I, II, III, IV y V y una locomotora que los arrastra. ¿De cuántas maneras se pueden distribuir los vagones de modo que el vagón I esté más cerca de la locomotora que el vagón II?

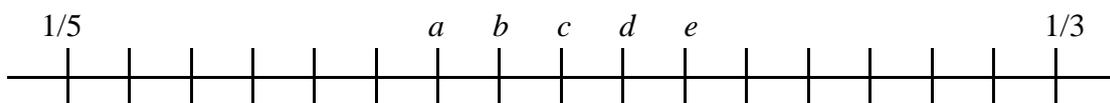
A) 120      B) 60      C) 48      D) 30      E) 10

- 20] Dos cuadrados de lado 1 tienen un vértice común y el lado de uno de ellos está sobre la diagonal del otro, como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área sombreada?

A)  $\sqrt{2} - 1$       B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       C)  $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$       D)  $\sqrt{2} + 1$       E)  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$



- 21] Marcamos sobre una recta los números  $\frac{1}{5}$  y  $\frac{1}{3}$  como indica la figura, en la que hemos señalado 16 intervalos iguales. ¿En qué posición estaría  $\frac{1}{4}$ ?



A)  $a$       B)  $b$       C)  $c$       D)  $d$       E)  $e$

**22** Alicia calcula correctamente  $\frac{66^{66}}{2}$ . ¿Cuál es la cifra de las unidades del número obtenido?

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 6                      E) 8

**23** ¿Para cuántos enteros positivos  $n$  resulta que  $n$  y  $n^3 + 3$  son ambos primos?

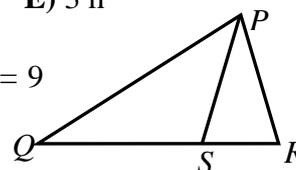
- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) Infinitos

**24** En un viaje con bastantes atascos, Juanje alcanzó una media de 55 km/h durante las dos primeras horas y 70 km/h el resto del viaje. Si la media total alcanzada fue de 60 km/h, ¿cuánto tiempo duró el viaje?

- A) 6 h                      B) 4,5 h                      C) 4 h                      D) 3,5 h                      E) 3 h

**25** Los triángulos  $PQR$  y  $PRS$  de la figura son isósceles con  $QP = QR = 9$  cm y  $PR = PS = 6$  cm. ¿Cuál es la longitud  $SR$ ?

- A) 1 cm                      B) 2 cm                      C) 3 cm                      D) 4 cm                      E) 5 cm



**26** ¿Cuál es la media de los dos decimales  $2,0\overline{9}$  y  $2,08\overline{9}$ ?

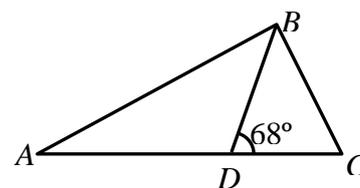
- A) 2,05                      B) 2,15                      C)  $2,0\overline{9}$                       D)  $2,08\overline{5}$                       E) 2,095

**27** La suma de cuatro enteros consecutivos nunca puede ser:

- A) 2010                      B) 4006                      C) 4004                      D) 1002                      E) 998

**28** En el triángulo  $ABC$ , la bisectriz del ángulo  $B$  corta al lado  $AC$  en el punto  $D$ , siendo  $\widehat{BDC} = 68^\circ$ . ¿Cuánto vale la diferencia entre los ángulos  $C$  y  $A$  del triángulo?

- A)  $44^\circ$                       B)  $120^\circ$                       C)  $24^\circ$   
 D)  $30^\circ$                       E) No hay información suficiente



**29** Dos botellas de igual volumen están llenas, ambas, de agua y zumo. Las razones de los volúmenes de agua y zumo son, 2:1 y 4:1. Echamos el líquido de ambas botellas en una garrafa. La proporción de agua y zumo en la garrafa es:

- A) 3:1                      B) 6:1                      C) 11:4                      D) 5:1                      E) 8:1

**30** ¿Cuál es la medida del ángulo  $\alpha$  de la figura?

- A)  $110^\circ$                       B)  $115^\circ$                       C)  $120^\circ$   
 D)  $126^\circ$                       E)  $130^\circ$

