



REAL SOCIEDAD MATEMÁTICA ESPAÑOLA
XLVI OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA
Comunidad de Madrid



Primera sesión, viernes 27 de noviembre de 2009

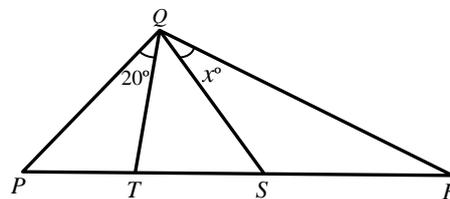
- En la hoja de respuestas, escribe la letra que corresponde a la opción que creas correcta en cada pregunta. Si decides cambiarla, táchala con una cruz y escribe otra.
- Cada respuesta correcta te aportará 5 puntos, cada respuesta en blanco 2 puntos y cada respuesta errónea, 0 puntos.
- No están permitidas calculadoras ni ningún instrumento de medida.
- Tiempo: 3 horas.

1 En una lista de siete números, cualesquiera cuatro adyacentes suman 16 y cualesquiera cinco adyacentes suman 19. ¿Cuál es la suma de esos siete números?

- A) 21 B) 25 C) 28 D) 32 E) 35

2 En el dibujo de la derecha, que no está hecho a escala, se verifica que $PT = QT = TS$, $QS = SR$ y el ángulo $\widehat{PQT} = 20^\circ$. ¿Cuál es el valor de x ?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40



3 En este cuadrado mágico, el producto de los números de cada fila, columna y diagonal es el mismo. ¿Cuál es valor de $r + s$?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{9}{16}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{33}{16}$ E) 24

p	q	r
s	1	t
u	4	$1/8$

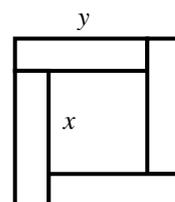
4 En un reloj digital, como el del dibujo, en el que aparecen las horas, minutos y segundos, ¿cuántas veces cambian los seis dígitos simultáneamente en 24 horas?

16 : 34 : 56

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5 El diagrama muestra un cuadrado de lado y y que se ha dividido en un cuadrado de lado x y cuatro rectángulos iguales. ¿Cuál es la longitud del lado largo del rectángulo?

- A) $\frac{y-x}{2}$ B) $\frac{y+2x}{3}$ C) $y-x$ D) $\frac{2y}{3}$ E) $\frac{y+x}{2}$



- 6 En el diagrama que ves, podemos leer dos números de tres cifras cada uno: leyendo de izquierda a derecha y leyendo de arriba a abajo. Hay un único valor del dígito d para el que ambos números son primos. ¿Cuál es este valor?

	5	
1	d	3
	7	

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

- 7 Una lista de diez números está formada por 0, 1, 2, 3, 4, cada uno de ellos dos veces. Los ceros están juntos; los unos separados por 1 número; los doses separados por 2 números; los treses separados por 3 números; y los cuatros separados por 4 números. Si la lista empieza por 3, 4, ..., ¿qué número aparece en último lugar?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

- 8 Las páginas de un libro están numeradas 1, 2, 3, ... Si se han empleado 852 dígitos para numerarlas, ¿cuál es el número de la última página?

A) 215 B) 314 C) 320 D) 329 E) 422

- 9 ¿Para cuántos valores de n se verifica que $\frac{n}{2}$ y $2n$ son números de tres cifras?

A) 0 B) 150 C) 200 D) 300 E) 500

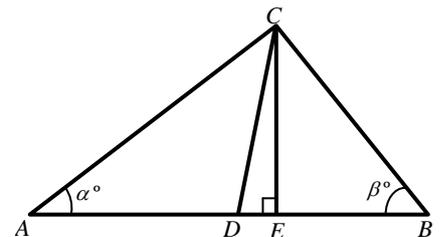
- 10 Si la suma de tres números primos diferentes es 40, ¿cuál es la diferencia entre los dos mayores?

A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

- 11 En un festival de Navidad, la entrada infantil cuesta 4,20 € y la de adulto 7,70 €. Un grupo de niños y adultos fue al festival y pagaron entre todos c €. De los siguientes números, ¿cuál de ellos es un posible valor para c ?

A) 91 B) 92 C) 93 D) 94 E) 95

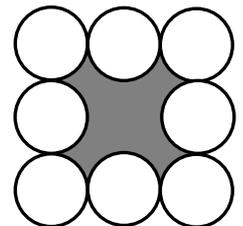
- 12 En el triángulo ABC de la figura, se verifica que $\hat{B}AC = \alpha^\circ$ y $\hat{A}BC = \beta^\circ$, donde $\alpha < \beta$. Si CD es la bisectriz del ángulo $\hat{A}CB$ y CE es perpendicular a AB , ¿cuál es el valor del ángulo $\hat{D}CE$?



A) $\frac{180 - (\alpha + \beta)}{2}$ B) $\frac{\beta - \alpha}{2}$ C) $\frac{\alpha + 2\beta}{2}$ D) $\frac{360 - \alpha - 2\beta}{2}$ E) $\frac{\alpha + \beta}{2}$

- 13 Con centro en los vértices y puntos medios de los lados de un cuadrado de perímetro 8, hemos construido la región sombreada que observas, en la que todas las circunferencias son iguales. ¿Cuál es el perímetro de dicha región?

A) π B) 2π C) 8 D) 3π E) 4π



- 14 ¿Cuántos conjuntos de tres primos distintos tienen la propiedad de que el producto de los tres es cinco veces su suma?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 7

- 15** F es el conjunto de todos los números de cinco cifras en los que el producto de éstas es 15. T es el conjunto de todos los números de cinco cifras en los que el producto de éstas es 25. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

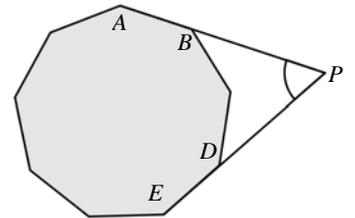
A) El conjunto F tiene el doble de elementos que el conjunto T .
 B) El conjunto F tiene la mitad de elementos que el conjunto T .
 C) El conjunto F tiene $5/3$ de los elementos del conjunto T .
 D) El conjunto F tiene $3/5$ de los elementos del conjunto T .
 E) Ambos conjuntos tienen el mismo número de elementos.

- 16** En una clase el número de chicas es más del 45% pero menos del 50% del total. ¿Cuál es el menor número posible de chicas en esa clase?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

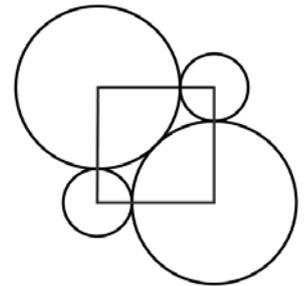
- 17** La figura muestra un polígono regular de nueve lados en el que hemos prolongado los lados AB y DE hasta que se junten en el punto P . ¿Cuál es el valor del ángulo $B\hat{P}D$?

A) 40° B) 45° C) 50° D) 55° E) 60°



- 18** El dibujo muestra cuatro circunferencias, iguales dos a dos, con centros en los vértices de un cuadrado y tangentes entre sí. Si el radio de las circunferencias pequeñas es 1 cm, ¿cuál es, en cm, el radio de las grandes?

A) $1 + \sqrt{2}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{4\pi}{3}$



- 19** ¿Cuántos números hay, de 10 cifras cada uno, formados solamente por unos, doses y treses y tal que cualquier par de cifras adyacentes difieran en 1?

A) 16 B) 32 C) 64 D) 80 E) 100

- 20** ¿Cuál es el máximo número de cifras que puede tener un número si cualquier número formado por dos cifras consecutivas es un cuadrado perfecto?

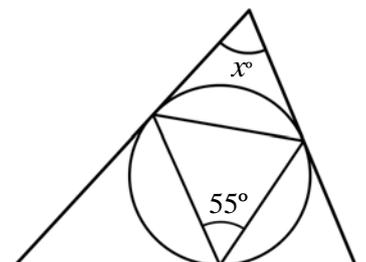
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 10

- 21** En un triángulo, dos de sus medianas, de longitudes 8 y 12 cm, son perpendiculares. ¿Cuál es, en cm^2 , el área de dicho triángulo?

A) 24 B) 32 C) 48 D) 64 E) 96

- 22** En la figura observas una circunferencia inscrita en un triángulo y circunscrita en otro. ¿Cuál es el valor de x ?

A) 55 B) 60 C) 65 D) 70 E) 75



- 23 En una circunferencia de centro O marco los puntos A y B siendo el ángulo $\widehat{AOB} = 60^\circ$. Una segunda circunferencia es tangente interior a aquella y además tangente a los segmentos OA y OB . ¿Cuál es el cociente entre las áreas de los círculos pequeño y grande?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{4}$

- 24 ¿Cuál es el área de la región formada por los puntos (x, y) tales que $|3x - 18| + |2y + 7| \leq 3$?

A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) 5

- 25 ¿Cuál es el coeficiente de x^{28} en el producto de polinomios

$$(1 + x + x^2 + \dots + x^{27}) \cdot (1 + x + x^2 + \dots + x^{14})^2 ?$$

A) 195 B) 196 C) 224 D) 378 E) 405

- 26 Colocamos alineadas y al azar tres bolas rojas, dos blancas y una azul. ¿Cuál es la probabilidad de que no haya dos del mismo color juntas?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

- 27 En el interior de un rectángulo de dimensiones a y b con $a > b$, coloreamos otro rectángulo de lados paralelos a los de aquel y que deja un pasillo sin colorear de anchura uniforme de 1 cm. Si el rectángulo coloreado tiene la mitad de área del rectángulo original, ¿cuántas posibilidades hay para el par ordenado (a, b) ?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

- 28 En el cuadrilátero $ABCD$ con $AB = BC = CD$, los ángulos en A y en C miden 70° y 170° respectivamente. ¿Cuál es la medida, en grados, del ángulo en A ?

A) 75 B) 80 C) 85 D) 90 E) 95

- 29 Una encuesta demuestra que el 70% de los encuestados aprueban una determinada medida del gobierno. En tres ocasiones, elegimos un encuestado al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que solo en una de estas tres ocasiones el encuestado sea de los que aprueban la medida del gobierno?

A) 0,063 B) 0,0189 C) 0,233 D) 0,333 E) 0,441

- 30 El cuadrado $ABCD$, de área 36, verifica que el lado AB es paralelo al eje horizontal. Si los vértices A , B y C están respectivamente en las gráficas de $y = \log_a x$, $y = 2 \log_a x$ e $y = 3 \log_a x$, ¿cuál es el valor de a ?

A) $\sqrt[6]{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt[3]{6}$ D) $\sqrt{6}$ E) 6