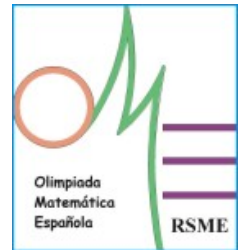




REAL SOCIEDAD MATEMÁTICA ESPAÑOLA
XLIV OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA
Comunidad de Madrid



Primera sesión, viernes 23 de noviembre de 2007

- En la hoja de respuestas, escribe la letra que corresponde a la opción que creas correcta en cada pregunta. Si decides cambiarla, táchala con una cruz y escribe otra.
- Cada respuesta correcta te aportará 5 puntos, cada respuesta en blanco 2 puntos y cada respuesta errónea, 0 puntos.
- No están permitidas calculadoras ni ningún instrumento de medida.
- Tiempo: 3 horas.

1 A un número de 4 cifras del que sabemos que es divisible por 3, 4 y 5, se le han borrado las dos últimas cifras, quedándonos el $86\square\square$. ¿Cuál es la suma de las dos cifras borradas?

- A) 4 B) 6 C) 7 D) 9 E) 14

2 Utilizando algunos de los nueve enteros que hay del 11 al 19, podemos hacer una lista de forma que cualesquiera dos consecutivos no son primos entre sí. Por ejemplo: 16, 18, 15, 12, 14. Al hacer la lista más larga posible con los nueve enteros que hay del 111 al 119, ¿cuántos quedarán fuera?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3 Al hacer la multiplicación de los dos números de dos cifras que ves, se nos han perdido unos cuantos. ¿Qué cifra debe aparecer en lugar de ♥?

$$\begin{array}{r} 4 \quad \sim \\ \times \quad \sim \quad \sim \\ \hline \sim \quad 8 \quad \sim \\ 8 \quad \sim \quad 0 \\ \hline \sim \quad \sim \quad 4 \quad \heartsuit \end{array}$$

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

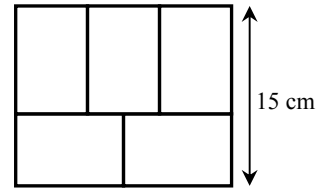
4 Los cuatro números $\frac{1}{2}$, x , y , $\frac{3}{4}$ están colocados en orden creciente. Si la diferencia entre cada dos consecutivos es constante, ¿cuál es valor de y ?

- A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{7}{12}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{5}{8}$

5 La suma de un número de tres cifras y la suma de sus cifras es 429. ¿Cuál es el producto de las tres cifras de este número?

- A) 20 B) 28 C) 30 D) 36 E) 48

- 6** Colocamos cinco rectángulos idénticos como se muestra en la figura. Si el rectángulo grande mide 15 cm de ancho, ¿cuál es su área en cm^2 ?

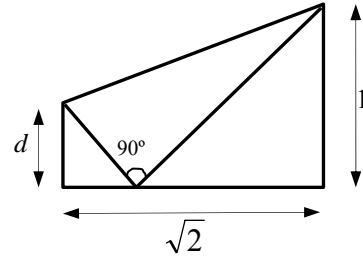


A) 270 B) 300 C) 330 D) 360 E) 450

- 7** ¿Cuándo es el producto $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{n}\right)$ un número entero?

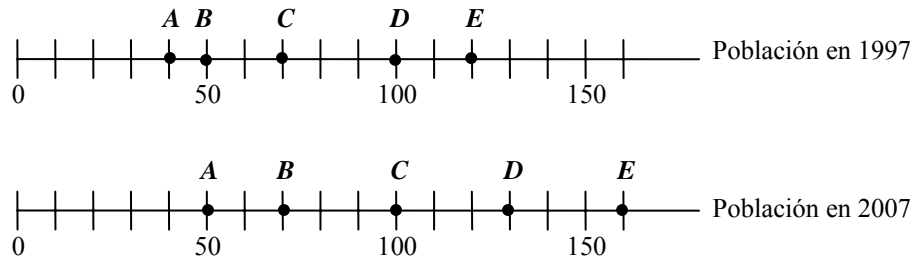
A) Cuando n es impar B) Cuando n es par C) Cuando n es múltiplo de 3
D) Siempre E) Nunca

- 8** Doblamos una hoja de papel de dimensiones 1 y $\sqrt{2}$ como se muestra en la figura, es decir, que una esquina cae en el lado opuesto y el doblez pasa por la otra esquina opuesta al lado. ¿Cuál es el valor de d ?



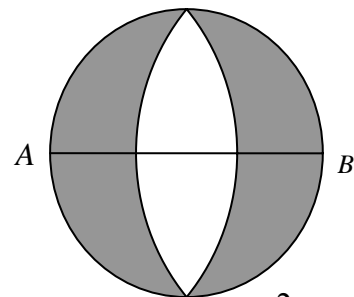
A) $\frac{1}{2}$ B) $\sqrt{2} - 1$ C) $\frac{7}{16}$ D) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

- 9** Las siguientes escalas muestran la población de cinco ciudades A, B, C, D y E en 1997 y 2007. ¿Cuál de las cinco tiene un porcentaje de crecimiento más alto durante estos diez años?



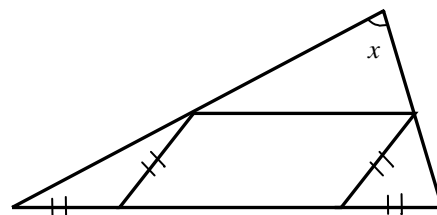
A) A B) B C) C D) D E) E

- 10** En la circunferencia de la figura, de radio 1 cm, AB es un diámetro. Hemos dibujado dos arcos del mismo radio, con centros A y B , que se cortan, como puedes observar, en puntos que están en la circunferencia. ¿Cuál es, en cm^2 , el área sombreada?



A) $\frac{\pi}{2}$ B) 1 C) $\pi - 1$ D) 2 E) $\frac{2\pi}{3}$

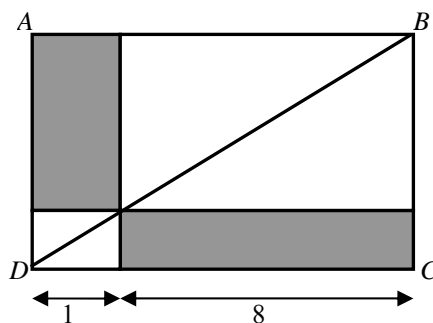
- 11** El dibujo que ves muestra un paralelogramo dentro de un triángulo. Si los segmentos marcados tienen igual longitud, ¿cuántos grados mide el ángulo x ?



A) 80° B) 85° C) 90° D) 95° E) 100°

- 12** ¿Qué fracción del área del rectángulo $ABCD$ está sombreada?

- A) $\frac{16}{81}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{2}{9}$
 D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{9}$



- 13** Si $x = \frac{111110}{111111}$, $y = \frac{222221}{222223}$, $z = \frac{333331}{333334}$, ¿qué afirmación de las siguientes es correcta?

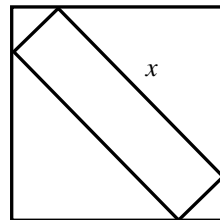
- A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $y < z < x$ D) $z < x < y$ E) $y < x < z$

- 14** Si a personas trabajando b horas diarias cada una, pintan c m² de pared, ¿cuántas horas debe trabajar al día cada una de d personas para pintar e m²?

- A) $\frac{abe}{cd}$ B) $\frac{abd}{ce}$ C) $\frac{abc}{de}$ D) $\frac{acd}{be}$ E) $\frac{ace}{bd}$

- 15** EL dibujo muestra un rectángulo $1 \times x$ dentro de un cuadrado 10×10 . ¿Cuál es el valor de x ?

- A) $10 + 2\sqrt{2}$ B) $10\sqrt{2} - 1$ C) $10\sqrt{2} - 2$
 D) $10 + \sqrt{2}$ E) 12

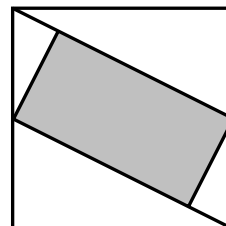


- 16** El cociente entre la longitud y la anchura de una pantalla de televisión de las de antes es $\frac{4}{3}$, y ese cociente en las de pantalla plana es $\frac{16}{9}$. Si dos pantallas, una antigua y otra plana, tienen la misma área, el cociente (longitud pantalla plana):(longitud pantalla antigua) es:

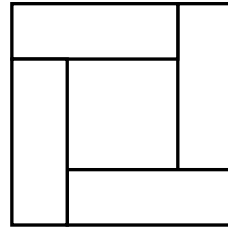
- A) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ D) $\frac{4}{3}$ E) Nada de lo anterior

- 17** El dibujo que ves muestra un cuadrado y dos segmentos que unen vértices del cuadrado con el punto medio de un lado opuesto. Si la figura sombreada es un rectángulo, ¿qué fracción del área del cuadrado ocupa?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{8}$



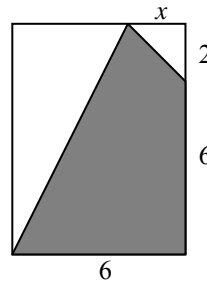
- 18** Un cuadrado está dividido en cuatro rectángulos iguales y un cuadrado pequeño como se muestra en la figura. Si el área del cuadrado pequeño es $\frac{1}{4}$ del área del grande, ¿cuál es el cociente entre las longitudes de los lados de los rectángulos?



- A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

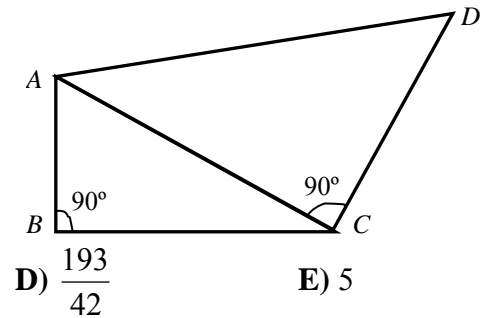
- 19** En el rectángulo de la figura, hemos sombreado tres cuartos de su área. ¿Cuál es el valor de x ?

- A) 2 B) 2,4 C) 3
D) 3,6 E) 4



- 20** En el cuadrilátero $ABCD$ de la figura, la diagonal AC es bisectriz del ángulo A . Si $AB = \frac{7}{3}$ y $AD = \frac{21}{4}$, y los ángulos $\hat{A}BC$ y $\hat{A}CD$ son rectos, la longitud de dicha diagonal es:

- A) $\frac{7}{2}$ B) 4 C) $\frac{17}{4}$



- D) $\frac{193}{42}$ E) 5

- 21** Si $x^2 + x + 1 = 0$, ¿cuánto vale $x^2 + \frac{1}{x^2}$?

- A) $\frac{1}{4} + \sqrt{3}i$ B) 1 C) $-\sqrt{3} - i$ D) -1 E) Nada de lo anterior

- 22** De los siguientes números hay uno sólo que es primo. ¿Cuál?

- A) $1\ 000^2 + 111^2$ B) $555^2 + 666^2$ C) $2\ 007^2 - 2\ 004^2$
D) $2\ 007^2 + 2\ 006^2$ E) $2\ 007^2 + 2\ 009^2$

- 23** Si R es el radio de la circunferencia circunscrita a un decágono regular de lado 1, ¿cuántas de las siguientes expresiones son iguales a R ?

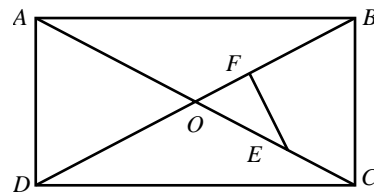
$$\frac{\cos 18^\circ}{\sen 36^\circ}; \quad \sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{2}}; \quad \sqrt{\frac{1}{2 \cdot (1 - \cos 36^\circ)}}; \quad 2 \cdot \sen 54^\circ$$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

- 24] Hace 22 años, la edad de Jorge era el cuádruple de la de Marta, pero hace 18 años era sólo el triple. ¿Cuántos años hace que era nada más que el doble?

A) 14 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

- 25] En el rectángulo $ABCD$ de centro O , el punto E está en el segmento OC y F es el pie de la perpendicular de E a OB . Si $OF = 3$ y $EF = 4$, el cociente $\frac{AB}{BC}$ es igual a:



A) $\frac{3}{4}$ B) 1 C) $\frac{4}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{4}{3}$ E) 2

- 26] En el interior del triángulo equilátero ABC elegimos al azar un punto P . ¿Cuál es la probabilidad de que el ángulo APB sea obtuso?

A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B) $\frac{\pi}{6} + \frac{1}{2}$ C) $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ D) $\frac{\pi}{6\sqrt{3}} + \frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

- 27] En la sucesión 1, 3, 4, 7, 11, ... se verifica, como ves, que cada término después de los dos primeros es la suma de los dos que le preceden. De las siguientes afirmaciones, ¿cuántas son verdaderas?

- I. El 20° término es divisible por 2.
 II. El 30° término es divisible por 3.
 III. El 40° término es divisible por 4.
 IV. El 50° término es divisible por 5.

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

- 28] Si b es un número real que verifica $b^3 = b + 1$, ¿cuál de las siguientes igualdades no es correcta?

A) $b^4 = b^2 + b$ B) $b^5 = b^4 + 1$ C) $b^4 = b^3 + b^2 - 1$
 D) $b^2 + b + 1 = 1 + \frac{1}{b-1}$ E) $b^4 + b^3 = b^2 + 1$

- 29] En el triángulo isósceles ABC con $AB = AC$ y el ángulo A igual a 2α , las alturas que parten de A y B se cortan en el punto P . Si E es el pie de la altura que parte de A , ¿cuánto vale $\frac{PE}{AE}$?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\text{sen } \alpha$ D) $\frac{1}{\cos \alpha}$ E) $\text{tg}^2 \alpha$

- 30] Una bolsa contiene m bolas rojas y n bolas blancas. Elegimos al azar una bola, miramos su color y la devolvemos a la bolsa junto a k bolas de su mismo color. A continuación elegimos una segunda bola al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que esta segunda bola sea roja?

A) $\frac{m}{m+n}$ B) $\frac{n}{m+n}$ C) $\frac{m}{m+n+k}$ D) $\frac{m+k}{m+n+k}$ E) $\frac{m+n}{m+n+k}$



REAL SOCIEDAD MATEMÁTICA ESPAÑOLA
XLIII OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA
Comunidad de Madrid



Primera sesión, viernes 24 de noviembre de 2006

Nombre: Curso:.....

IES/Colegio: Teléfono de contacto:.....

| Pregunta | Respuesta |
|----------|-----------|
| 1 | A |
| 2 | C |
| 3 | D |
| 4 | B |
| 5 | B |
| 6 | A |
| 7 | A |
| 8 | B |
| 9 | C |
| 10 | D |
| 11 | C |
| 12 | A |
| 13 | B |
| 14 | A |
| 15 | B |

| Pregunta | Respuesta |
|----------|-----------|
| 16 | A |
| 17 | B |
| 18 | D |
| 19 | E |
| 20 | A |
| 21 | D |
| 22 | A |
| 23 | E |
| 24 | D |
| 25 | E |
| 26 | D |
| 27 | B |
| 28 | E |
| 29 | E |
| 30 | A |

| Correctas | Incorrectas | En blanco | TOTAL |
|-----------|-------------|-----------|-------|
| | | | |