VIII Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

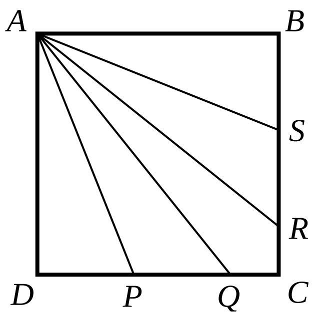
22 de noviembre de 2008

PRUEBA POR EQUIPOS 1º y 2º de E.S.O. (45 minutos)

1.- Pedro y Juan eligen ocho números de los nueve que hay escritos en este diagrama, cuatro cada uno; así pues hay un número que no elige ninguno. Pedro observa que la suma de sus cuatro números es el triple de la suma de los cuatro números de Juan. ¿Qué número dejaron sin elegir?

4	**12**	**8**
13	**24**	**14**
7	**5**	**23**

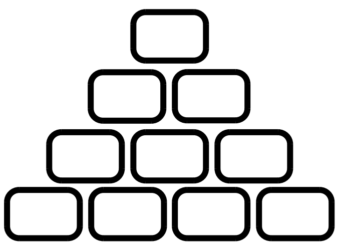
2.- El dibujo muestra un cuadrado de 10 cm de lado en el que los segmentos *AP, AQ, AR* y *AS* lo han dividido en cinco regiones de igual área. ¿Cuál es la distancia de *Q* a *R*?



3.- En cada una de las diez casillas que ves se ha colocado un entero positivo que satisface las siguientes condiciones:

1. En la fila de abajo, cada número es el doble del que tiene a su izquierda.
2. Cada número de las otras seis casillas (sin contar las de la fila de abajo) es la suma de los dos números que tiene inmediatamente debajo.

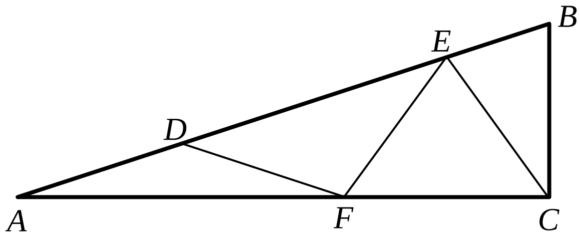
Si la suma de los números de todas las casillas es un cubo perfecto, calcula el menor número posible que hay en la casilla de la izquierda de la fila de abajo.



22 de noviembre de 2008

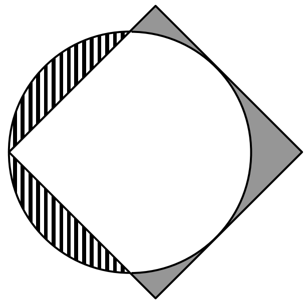
PRUEBA POR EQUIPOS 3º y 4º de E.S.O. (45 minutos)

1.- En la figura que veis, *ABC* es un triángulo rectángulo y los segmentos *AD, DF, FE, EC* y *CB* miden todos lo mismo. ¿Cuál es la medida del ángulo $\hat{A}$?



2.- Si $P_n = 1^n + 2^n + 3^n + 4^n$, ¿para cuántos valores de *n*, comprendidos entre 1 y 100, ($1 \leq n \leq 100$), se cumple que P_n es múltiplo de 5?

3.- La figura muestra una circunferencia de radio 2 y un cuadrado. La circunferencia es tangente a dos lados del cuadrado y pasa por uno de sus vértices. Llamando S_1 al área de la superficie sombreada (interior al cuadrado pero exterior a la circunferencia) y S_2 al área de la zona rayada, (interior a la circunferencia pero exterior al cuadrado), calcula $S_1 + S_2$.



22 de noviembre de 2008

<u>PRUEBA POR EQUIPOS</u> Bachillerato. (45 minutos)

1.- En un colegio plantean a un determinado número de estudiantes de E.S.O. y al mismo número de estudiantes de Bachillerato la siguiente pregunta:

- ¿*Tú crees que hay vida en Marte*?

Cada estudiante responde SÍ o NO y resulta que el 60 % de los que respondieron SÍ eran de Bachillerato y el 80 % de los que respondieron NO eran estudiantes de E.S.O.

¿Cuál es el porcentaje de estudiantes de E.S.O. que respondieron SÍ?

2.- Sea f una función para la que $f(x)+f\left(\dfrac{1}{1-x}\right)=x$ siempre que x no sea ni 0 ni 1. ¿Cuál es el valor de $f(2)$?

3.- En el triángulo *ABC*, la altura que parte de *A* divide al lado *BC* en dos trozos de longitudes 18 y 7. Calcula las longitudes de los trozos en los que divide al lado *BC* una paralela a dicha altura que divide al triángulo en dos regiones de igual área.

VIII Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

22 de noviembre de 2008

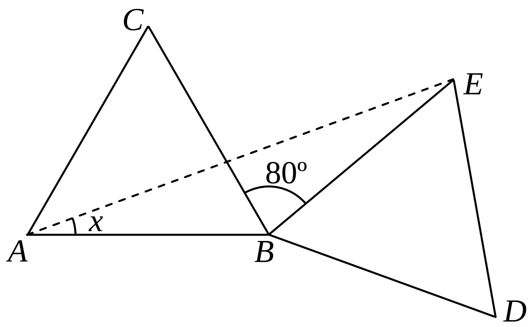
<u>PRUEBA INDIVIDUAL</u> 1º y 2º de E.S.O. (90 minutos)

1. En cierto instante Alicia observa en su reloj digital que han pasado ***"a"*** minutos desde las dos de la tarde. Un cuarto de hora después observa que han pasado ***"b"*** minutos desde las tres de la tarde y, ¡curioso!, 2·3 = 6 y ***"a"*** es el sextuplo (seis veces mayor) de ***"b"***. ¿Qué hora era cuando Alicia miró el reloj por segunda vez?

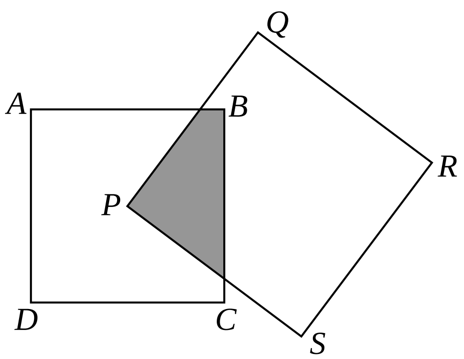
2. Encuentra todos los números naturales menores que 1000 que tienen exactamente tres divisores.

3. En una carrera escolar de 1500 metros cada centro envía 3 participantes. Alba, Beatriz y Carlos son los componentes del equipo del centro Miguel de Guzmán. Alba termina justamente en la posición central de todos los participantes; Beatriz, que llegó después que Alba, acabó en el lugar 19º y Carlos acabó el 28º. ¿Cuántos centros participaron en esa carrera?

4. En la figura que ves, los triángulos *ABC* y *BDE* son equiláteros e iguales. Si el ángulo marcado, de vértice *B*, mide 80º, ¿cuánto mide el ángulo *x*?



5. El dibujo muestra dos cuadrados *ABCD* y *PQRS* cuyos lados miden 8 y 9 cm, respectivamente. El punto *P* es el centro del cuadrado *ABCD* y el lado *PQ* corta al *AB* en un punto que dista 7 cm de *A.* ¿Cuál es el perímetro de la región sombreada?

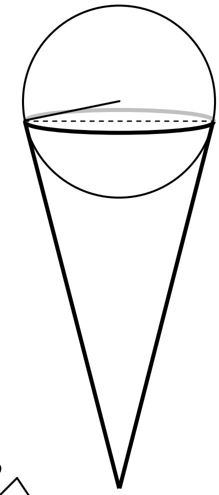


VIII Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

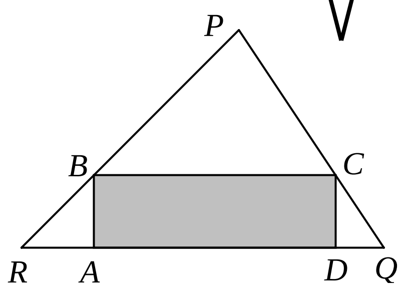
22 de noviembre de 2008

PRUEBA INDIVIDUAL **3º y 4º de E.S.O.** (90 minutos)

1.- La bola del helado de Pedro tiene un radio de 4 cm y descansa en un cucurucho en forma de cono de $2\sqrt{15}$ cm de diámetro de la base, de tal forma que la superficie del cucurucho es tangente a la superficie de la bola., como indica el dibujo. ¿Qué porcentaje de helado tiene que comerse Pedro para que lo que quede llene al derretirse totalmente el cucurucho?



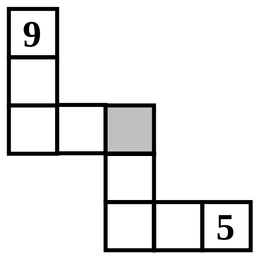
2.- El dibujo muestra un rectángulo *ABCD* inscrito en un triángulo *PQR*. Si el lado *AB* del rectángulo es la tercera parte de la altura del triángulo que parte del vértice *P*, halla el cociente entre el área del rectángulo y el área del triángulo.



3.- Antes de realizar el último examen del curso, Cal-Culín pensó que si sacaba en dicho examen un 1,7 la nota media de todos los exámenes del curso sería de un 8, pero si sacaba un 9,2, la media sería de 8,5. ¿Cuántos exámenes hizo en ese curso?

4.- Al dividir un número de **cinco** cifras "*n*" entre 100 obtenemos un cociente "*q*" y un resto "*r*". ¿Para cuántos de esos números "*n*" se verifica que $q + r$ es divisible por 11?

5.- Los números enteros 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 están escritos en estas casillas, uno en cada una, de manera que las tres de cada fila y las tres de cada columna suman 13. Si el 9 y el 5 están en los extremos, como muestra la figura, ¿qué número ocupará la casilla central sombreada?

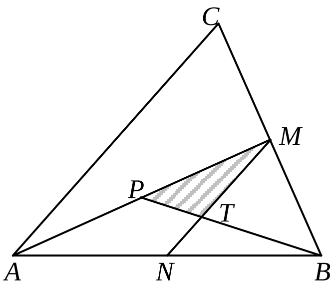


VIII Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

22 de noviembre de 2008

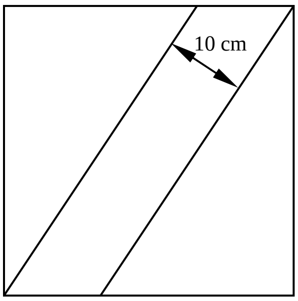
PRUEBA INDIVIDUAL **Bachillerato** (90 minutos)

1. El área del triángulo ABC de la figura es 48 cm^2. Si P es el punto medio de la mediana AM, N el punto medio del lado AB y T el punto de intersección de los segmentos MN y PB, calcula el área del triángulo MTP.



2. Alex, Bruno y Carolina trabajando juntos tardan 6 horas menos que Alex en pintar una habitación, 1 hora menos que Bruno y la mitad que Carolina. ¿Cuánto tiempo tardarían en pintar esa habitación Alex y Bruno si trabajaran juntos?

3. El cuadrado de la figura está dividido en tres trozos de igual área por las paralelas que ves. Si la distancia entre las paralelas es de 10 cm, ¿cuál es el área del cuadrado?



4. Calcula todos los valores enteros de b para los que en las soluciones de la inecuación $x^2 + bx + 2 \leq 0$ aparecen solamente 3 números enteros.

5. Para cada número real positivo a, escribimos $a = [a] + \{a\}$ donde $[a]$ es la parte entera de a y $\{a\}$ la parte decimal. Si x, y, z son números reales positivos que verifican:

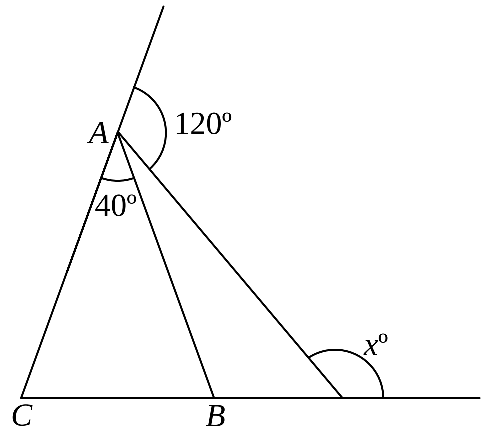
$$\begin{cases} x + [y] + \{z\} = 4{,}2 \\ y + [z] + \{x\} = 3{,}6 \\ z + [x] + \{y\} = 2 \end{cases}$$ calcula el valor de $\{y\}$.

22 de noviembre de 2008

PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)

1º y 2º **de ESO.-**

1A.- En la figura que te mostramos, el triángulo *ABC* es isósceles con *AB* = *AC*. Calcula *x*.
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)



1B.- Sea "T" la respuesta del problema 2B
En el diagrama adjunto hay tres casillas vacías. En la 4ª casilla está la respuesta T que te han pasado. En cada una de las casillas 2ª, 3ª y 4ª el número que tiene que haber es la media de los números que hay en las casillas que tiene al lado.
¿Qué número tiene que haber en la 5ª casilla?
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)

4			**T**	

1C.- Sea "T" la respuesta del problema 2C.
Para numerar todas las páginas de un libro hemos utilizado T – 1 dígitos (cifras). ¿Cuántas páginas tiene el libro?
(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala)

22 de noviembre de 2008

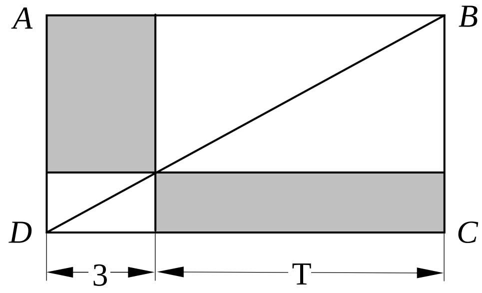
PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)

3º y 4º de ESO.-

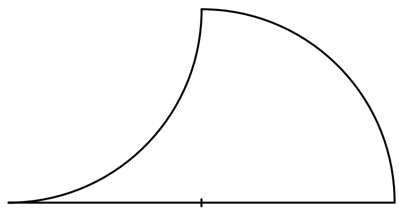
2A.- Sea "T" la respuesta del problema 3A.

La longitud de uno de los rectángulos sombreados de la figura es T. ¿Qué fracción del área del rectángulo *ABCD* está sombreada?

(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala)



2B.- La figura de la derecha está compuesta por un segmento de longitud 16 cm y dos cuartos de circunferencia, una de las cuales tiene su centro en el punto medio del segmento. Calcula su área (en cm^2).



(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º-2º de ESO)

2C.- Sea "T" la respuesta del problema 3C.

El producto $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{(T-1)^2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{T^2}\right)$ es una fracción que una vez reducida al máximo puede expresarse como $\frac{a}{b}$. Halla $a+b$.

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º-2º de ESO)

22 de noviembre de 2008

PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)

Bachillerato.-

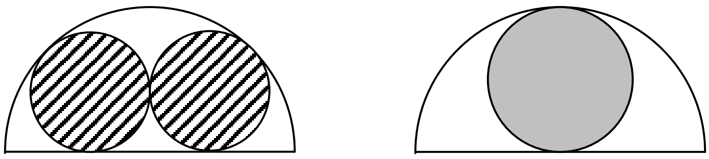
3A.- Sea "T" la respuesta del problema 1A.

La parábola $y = ax^2 + bx + c$ es la simétrica de la parábola $y = x^2 - 4x + \frac{T}{10}$ respecto de la recta paralela al eje OY y que pasa por el vértice de ésta. Calcula $a + b + c$.

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 3º-4º de ESO)

3B.- Sea "T" la respuesta del problema 1B.

El área de cada uno de los dos semicírculos de la figura es T. ¿Cuál es la diferencia entre el área de los círculos rayados y el área del círculo sombreado?



(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala)

3C.- Calcula el valor de k si $3^{2008} - 3^{2006} - 3^{2005} - 3^{2004} = k \cdot 9^{1002}$.

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 3º-4º de ESO)