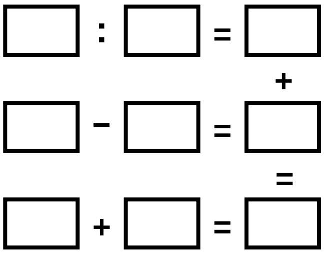
X Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

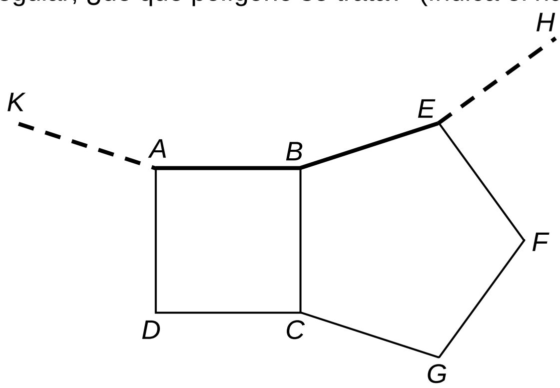
20 de noviembre de 2010

PRUEBA POR EQUIPOS 1º y 2º de E.S.O. (45 minutos)

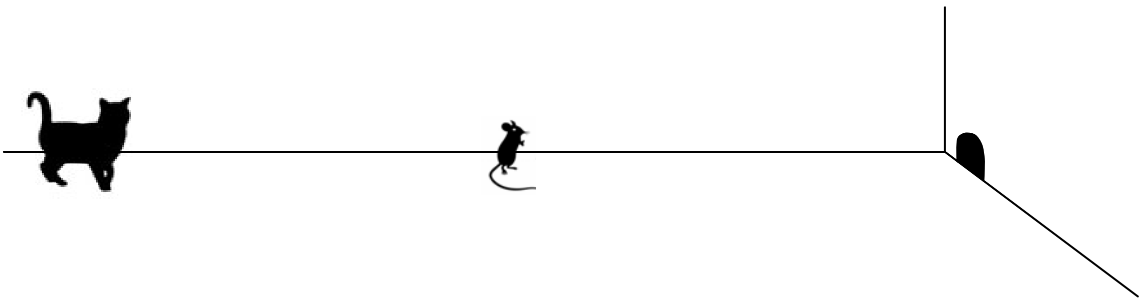
1. Coloca en las nueve casillas del diagrama los enteros positivos del 1 al 9 de manera que se verifiquen las cuatro igualdades, tres horizontales y una vertical.



2. En la figura adjunta se muestra un cuadrado *ABCD* y un pentágono regular *BEFGC*. Si *KA, AB, BE, EH,…* son lados de otro polígono regular, ¿de qué polígono se trata? (Indica el número de lados que tiene)



3. Un ratón está a 20 pasos de su ratonera y un gato está a 5 saltos del ratón. Mientras el gato da un salto el ratón da tres pasos. Un salto de gato equivale a 10 pasos de ratón. Justifica si el gato podrá, o no podrá, alcanzar al ratón antes de que éste entre en su ratonera.

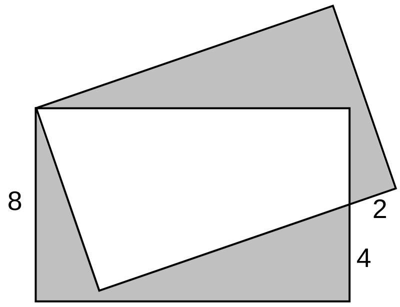


X Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

20 de noviembre de 2010

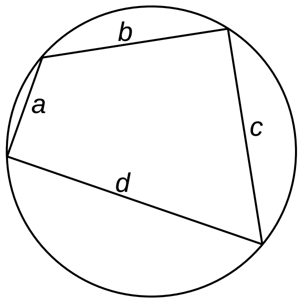
PRUEBA POR EQUIPOS 3º y 4º de E.S.O. (45 minutos)

1. Los dos rectángulos de la figura son iguales. ¿Cuál es el área de la zona sombreada?



2. Sea p un número primo mayor que 3. Pon varios ejemplos y observa el resto de la división de p^2 entre 12. Justifica que siempre ocurre lo que has observado en esos ejemplos.

3. En un círculo hay inscrito un cuadrilátero en el que los cuadrados de las longitudes de los cuatro lados consecutivos son: $a^2 = 23$, $b^2 = 50$, $c^2 = 58$ y $d^2 = 85$. Calcula el área del círculo.



X Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

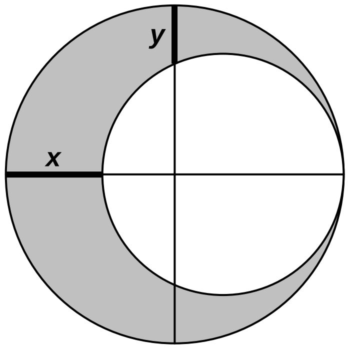
20 de noviembre de 2010

PRUEBA POR EQUIPOS Bachillerato. (45 minutos)

1. Representa gráficamente la función $f(x) = \left|\left|x\right| - 3\right| - 2\right|$

Determina el número de soluciones de la ecuación $\left|\left|\left|x\right| - 3\right| - 2\right| = \cos x$

2. En la figura se muestran dos circunferencias tangentes interiores y dos diámetros de la mayor. Si x = 16 e y = 10, calcula el área de la región sombreada.



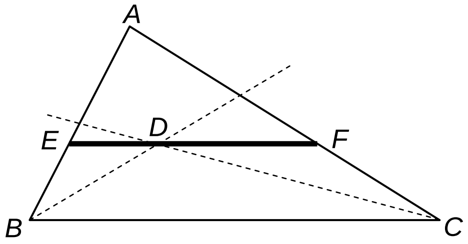
3. Justifica que un triángulo en el que las distancias de cada uno de sus vértices a dos rectas perpendiculares vengan dadas por números enteros, no puede ser equilátero.

X Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

20 de noviembre de 2010

PRUEBA INDIVIDUAL **1º y 2º de E.S.O.** (90 minutos)

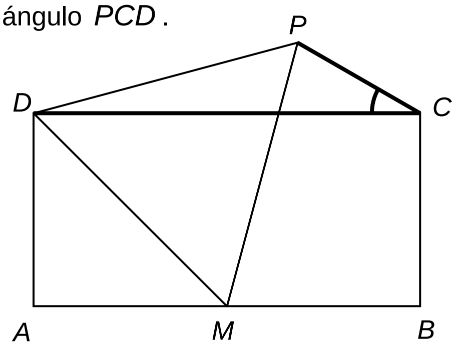
1. En el triángulo *ABC* las bisectrices interiores de los ángulos $\hat{B}$ y $\hat{C}$ se cortan en el punto *D*. Por *D* se traza la paralela al lado *BC* y corta al lado *AB* en *E* y al lado *AC* en *F*. Si *BE* = 4,5 cm y *CF* = 6,7 cm ¿cuánto mide el segmento *EF*?



2. Quiero elegir una lista de *n* números diferentes de entre los 20 números: 1, 2, 3, …19, 20 de manera que no haya en mi lista ninguna pareja de números cuya diferencia sea 5. ¿Cuál es el mayor valor de *n* para el que esto es posible? Muestra una lista con esa cantidad de números?

3. Calcula el menor entero posible *k* para el que cada uno de los tres números 24, 42 y *k* sea divisor del producto de los otros dos.

4. En el rectángulo *ABCD* de la figura *AB* es el doble de *AD*, *M* es el punto medio del lado *AB* y el triángulo *MDP* es equilátero. Calcula la medida del ángulo $P\hat{C}D$.



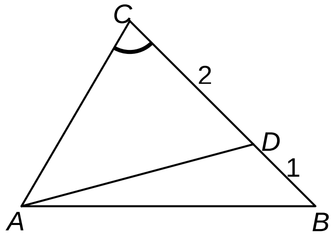
5. Dispones de 10 cajas y 44 monedas. En cada caja pones las monedas que quieras (incluso ninguna). ¿Hay alguna forma de repartir las monedas de manera que no haya dos cajas con igual número de monedas?
Si tu respuesta es afirmativa indica cómo has hecho el reparto y si es negativa justifica por qué no es posible.

X Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

20 de noviembre de 2010

<u>PRUEBA INDIVIDUAL</u> **3º y 4º de E.S.O.** (90 minutos)

1. En el triángulo *ABC*, como muestra la figura, el punto *D* divide al lado *BC* en dos segmentos de longitudes *BD* = 1 y *DC* = 2. Si los ángulos $A\hat{B}C$ y $A\hat{D}C$ miden 45º y 60º, respectivamente, Calcula la medida del ángulo $A\hat{C}B$.

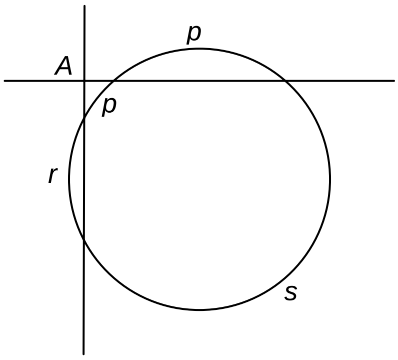


2. ¿Cuántos números de 4 cifras, todas impares y distintas, son múltiplos de 9?

3. Contador sale de su casa y va en bicicleta a casa de Perico Delgado a una velocidad media de 24 km/h. Al comprobar que Perico no está, se vuelve a su casa sin perder nada de tiempo. ¿Qué velocidad media debe conseguir a la vuelta si quiere que la velocidad media del viaje completo sea de 30 km/h?

4. Disponemos de un acuario cúbico con un poco de agua. Sumergiendo un cubito de hierro de 3 cm de arista, el agua llega justamente hasta la cara superior del cubito. Sacamos el cubito de hierro e introducimos otro de aluminio de 10 cm de arista y ¡sorpresa!, el nivel del agua asciende justamente hasta la cara superior del cubito. ¿Hasta qué altura llegaría el nivel del agua si se introdujera un cubito de 7 cm de arista?

5. La circunferencia de la figura está dividida en cuatro arcos de longitudes *p, q, r* y *s* mediante dos rectas perpendiculares. Expresa *s* en términos de *p, q* y *r*.

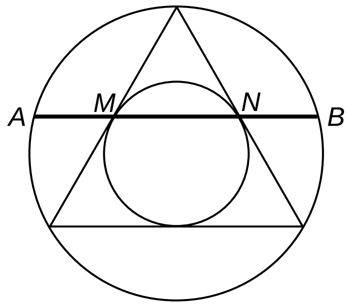


X Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

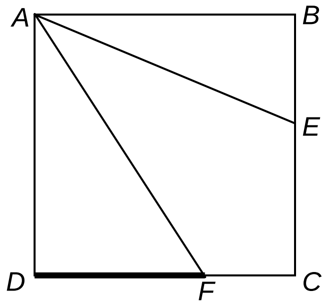
20 de noviembre de 2010

PRUEBA INDIVIDUAL **Bachillerato** (90 minutos)

1. En la figura observas un triángulo equilátero, la circunferencia inscrita y la circunscrita al mismo. La cuerda AB de la circunferencia circunscrita pasa por los puntos M y N que son los de tangencia de la circunferencia inscrita con el triángulo. Calcula $\frac{MN}{AM}$.



2. Dos lados consecutivos de un paralelogramo tienen longitudes 9 y 7. Si las longitudes de las diagonales vienen dadas por números enteros, calcula dichas longitudes.



3. La longitud del lado del cuadrado $ABCD$ es 1. Elegimos un punto E en el lado BC para que $AE + EB = \frac{3}{2}$ y un punto F en el lado CD para que AF sea la bisectriz del ángulo $D\hat{A}E$. Calcula la longitud DF.

4. Si a y b son números reales tales que $a + b = 1$, prueba que $a^4 + b^4 \geq \frac{1}{8}$.

5. Halla todas las soluciones del sistema $\begin{cases} (x+1)yz = 12 \\ (y+1)xz = 4 \\ (z+1)xy = 4 \end{cases}$

20 de noviembre de 2010

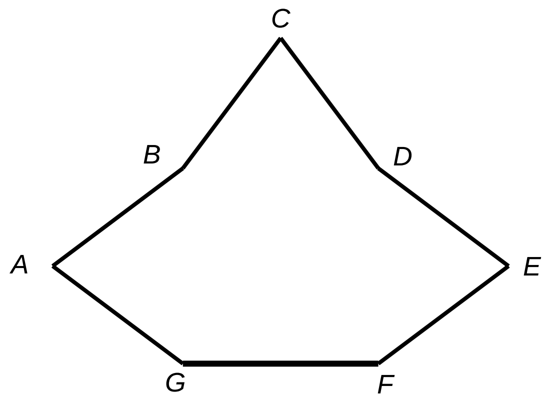
PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)

1º y 2º de ESO.-

1A.- ¿Cuántos números de tres cifras (iguales o distintas) verifican que el producto de ellas es 6?
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)

1B.- Sea "T" la respuesta del problema 2B
María sale en coche hacia el Pirineo a una velocidad constante de 2"T" km/h. Diez minutos más tarde sale Luisa desde el mismo punto y en el mismo sentido y tarda 1 hora y 40 minutos en alcanzar a María. Si Luisa iba también con velocidad constante, ¿a qué velocidad circulaba?
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)

1C.- Sea "T" la respuesta del problema 2C.
El dibujo muestra un heptágono *ABCDEFG* en el que *FG* mide "T" cm. Los restantes lados son todos iguales entre sí. Si *BDFG* resulta ser un cuadrado cuya área es la mitad del área del polígono entero, calcula el perímetro del heptágono.
(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)



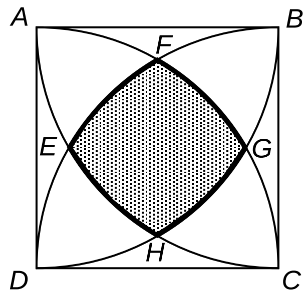
PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)

3º y 4º de ESO.-

2A.- Sea "T" la respuesta del problema 3A.

Haciendo centro en cada uno de los vértices del cuadrado de la figura de lado "T" - $3\sqrt{3}$ hemos trazado cuatro arcos de radio el lado del cuadrado, formando el cuadrilátero curvilíneo *EFGH*. Calcula el área de este cuadrilátero.

(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)



2B.- Ricardo mide los seis ángulos de dos triángulos, uno de ellos obtusángulo y el otro acutángulo, pero sólo recuerda la medida de cuatro de ellos: 120º, 80º, 55º y 10º. ¿Cuál es la medida del menor de los ángulos del triángulo acutángulo?

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º- 2º de ESO)

2C.- Sea "T" la respuesta del problema 3C.

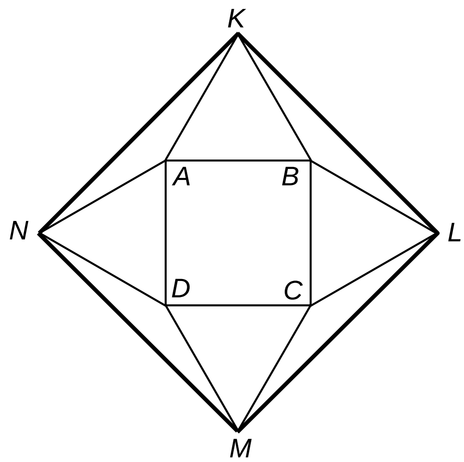
Marta tiene "T" cartas rojas numeradas 1, 2, 3,…, T y (T – 1) cartas azules numeradas, también correlativamente, pero a partir del 3. Las coloca alternando los colores pero de manera que el número de cada carta azul es múltiplo de los números de sus dos cartas vecinas rojas. Calcula la suma de los números de todas las cartas salvo las de los extremos.

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º- 2º de ESO)

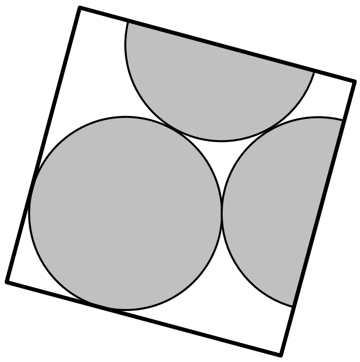
20 de noviembre de 2010

PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)

Bachillerato.-



3A.- Sea "T" la respuesta del problema 1A.
En la figura puedes observar un cuadrado *ABCD* y cuatro triángulos equiláteros: *AKB*, *BLC*, *CMD*, y *DNA*. Si el área del cuadrado es $\frac{1}{3}$T, calcula el área del polígono *KLMN*.
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 3º- 4º de ESO)



3B.- Sea "T" la respuesta del problema 1B.
El círculo y los dos semicírculos de la figura tienen radio $r = \frac{1+T}{100}$.
¿Cuál es el perímetro del cuadrado?

(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)

3C.- Recuerda que n! se define como n! = 1 · 2 · 3 ·…· (n – 1) · n.
Es evidente que el número n! + 1 no tiene ningún divisor primo menor que n.
La proposición, "Si n es primo entonces n! + 1 es también primo", es falsa, aunque efectivamente el número 11! + 1 = 39916801 es también primo. Encuentra el menor primo para el que la proposición anterior es evidentemente falsa.
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 3º- 4º de ESO)