IX Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

21 de noviembre de 2009

PRUEBA POR EQUIPOS 1º y 2º de E.S.O. (45 minutos)

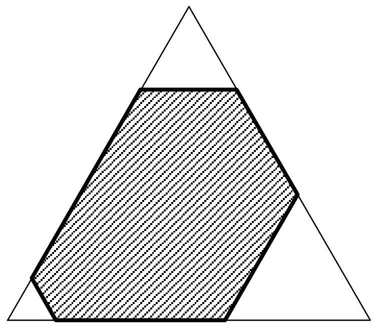
1.- Hallad todos los valores de ***p*** y ***q*** para que el número de cinco cifras ***p* 5 4 3 *q*** sea múltiplo de 36.

2.- Completa el siguiente "crucinúmeros" en el que, como observas, los seis números que tienen que hallar son de tres cifras cada uno.

A: Número primo
B: Número compuesto
C: Cuadrado perfecto
D: Potencia de 5
E: Potencia de 2
F: Potencia de 3

	D ↓	E ↓	F ↓
A →			
B →			
C →			

3.- El hexágono de la figura lo hemos construido cortando triangulitos equiláteros en cada una de las esquinas de otro triángulo equilátero. Si los lados de los triangulitos que hemos cortado miden 1, 2 y 3 cm y el cociente entre el perímetro del hexágono y el perímetro del triángulo original es $\frac{5}{7}$, ¿qué fracción del área del triángulo original ocupa el hexágono?



IX Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

21 de noviembre de 2009

<u>PRUEBA POR EQUIPOS</u> 3º y 4º de E.S.O. (45 minutos)

1.- Al calcular 23! hemos escrito 2585201□□38884976640000 y las dos cifras que hay entre el 1 y el 3 se nos han borrado. Calcúlalas. (Naturalmente no es válido obtener 23! por cualquier procedimiento)

2.- Cuando Esteban elige un número N, le gusta escribir debajo todos sus divisores, exceptuando el 1 y el propio N. Un día observó que el mayor de los divisores que había escrito era igual a 45 veces el menor. ¿Qué números N tienen esa propiedad?

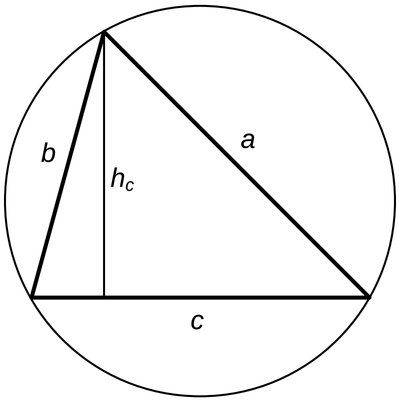
3.- Las longitudes de los lados de un triángulo son 6, 8 y 10 cm. Calcula la distancia entre el centro de la circunferencia inscrita y el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.

21 de noviembre de 2009

PRUEBA POR EQUIPOS Bachillerato. (45 minutos)

1.- En una bolsa hay bolas azules, rojas y amarillas. El 10 % de las que hay son azules y el 25 % son rojas. Otra bolsa, que contiene solamente bolas rojas y azules, el triple de bolas rojas que de azules, es vaciada en la bolsa anterior. Si ahora hay un 16 % de bolas azules, ¿qué porcentaje de las bolas que hay ahora son rojas?

2.- Demuestra que en cualquier triángulo se verifica que el producto de las longitudes de dos lados cualesquiera es igual al producto del diámetro de la circunferencia circunscrita por la altura relativa al tercer lado.
Como aplicación, calcula el radio de la circunferencia circunscrita a un triángulo cuyos lados miden 104, 112 y 120 cm.



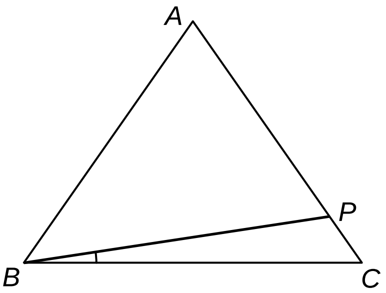
3.- En una reunión hay 5 familias, cada una con sus hijos. Demuestra que siempre se pueden elegir 3 de esas 5 familias de manera que el número total de hijos de las familias elegidas sea múltiplo de 3.

IX Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

21 de noviembre de 2009

<u>PRUEBA INDIVIDUAL</u> 1º y 2º de E.S.O. (90 minutos)

1. En la figura que ves, el triángulo *ABC* es isósceles con *AB* = *AC.* Tomamos un punto *P* en el lado *AC* de manera que los ángulos $B\hat{P}C$ y $A\hat{B}P$ son de 120º y 50º respectivamente, ¿cuánto mide el ángulo $P\hat{B}C$?

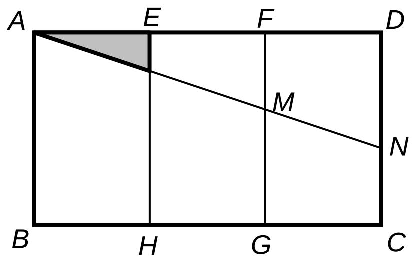


2. Completa el cuadrado de la figura, mágico respecto del producto, es decir, el producto de los números de cada una de las tres filas, de cada una de las tres columnas y de cada una de las dos diagonales es el mismo.

	1	
	4	$\frac{1}{8}$

3. A Isa le van a regalar un teléfono móvil siempre que sea capaz de averiguar el PIN. Le dicen que es un número de cuatro cifras, cuadrado perfecto y tal que da de resto 1 al dividirlo por cualquier número de una cifra mayor que 1.
¿Qué número de PIN tiene que decir Isa para conseguir el móvil?

4. El rectángulo *ABCD* de la figura está dividido en tres regiones iguales. Si el segmento *MN* divide al rectángulo *CDFG* en dos trozos de igual área, ¿qué fracción del área del rectángulo *ABCD* está ocupada por el triángulo sombreado?



5. En una lista de enteros positivos, cada uno es mayor que el anterior y, a partir del tercero, cada término es la suma de los dos anteriores. Si el octavo término de la lista es 390, ¿cuál es el noveno?

IX Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

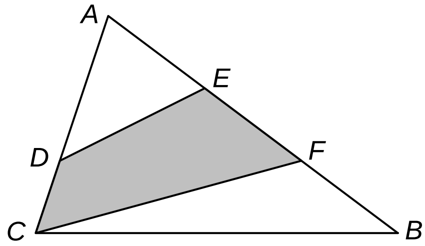
21 de noviembre de 2009

<u>PRUEBA INDIVIDUAL</u> 3º y 4º de E.S.O. (90 minutos)

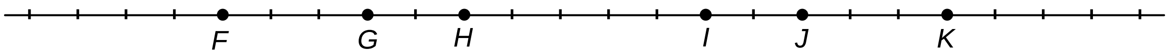
1.- Colocamos cinco números en orden creciente de manera que a medida que avanzamos en la lista, las diferencias entre cada uno y el anterior se van doblando. Si la media de los cinco supera en 11 al número del centro y la suma del segundo y el cuarto es igual al mayor, ¿cuál es el quinto número?

2.- En el rectángulo *ABCD*, la longitud del lado *AB* es $\sqrt{2}$ y la del lado *AD* es 1. La circunferencia con centro en *B* y que pasa por *C* corta a *AB* en el punto *X*. ¿Cuál es la medida del ángulo $A\hat{D}X$?

3.- En la figura que te mostramos, el área del triángulo *ABC* es 9. *DC* es un tercio de *AC* y los puntos *E* y *F* dividen a *AB* en tres partes iguales. ¿Cuál es el área del cuadrilátero *CDEF* sombreado?



4.- En la recta adjunta, con una unidad de separación entre cada dos marcas consecutivas, hemos señalado seis puntos que representan a seis enteros positivos *F, G, H, I, J* y *K* de los que que te decimos que al menos dos de ellos son divisibles entre 3 y al menos dos de ellos son divisibles entre 5. ¿Cuáles son divisibles entre 15?



5.- *A* y *B* se mueven uniformemente a lo largo de dos caminos rectilíneos que se cortan perpendicularmente en *O.* Cuando *A* llega a *O,* a *B* le faltan 500 metros para llegar a *O*. Dos minutos más tarde, ambos están a la misma distancia de *O* y en 8 minutos más, vuelven a estar equidistantes de *O*. ¿Cuál es el cociente entre la velocidad de *A* y la de *B.*

IX Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

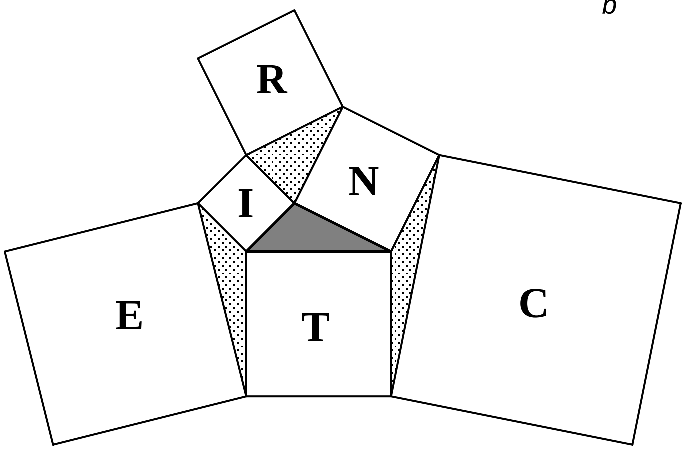
21 de noviembre de 2009

PRUEBA INDIVIDUAL Bachillerato (90 minutos)

1. Un jardín tiene forma de triángulo rectángulo con lados de longitud 30, 40 y 50 metros. Desde el vértice correspondiente al ángulo recto parte una valla que llega a un punto de la hipotenusa dividiendo el jardín en dos partes del mismo perímetro. ¿Cuál es la longitud de la valla?

2. Los enteros *a, b* y *c* son todos mayores que 20. Dos de ellos tienen exactamente 3 divisores y el otro tiene un número impar de divisores. Si $a + b = c$, calcula el menor valor posible de *c*.

3. Tomando cada lado del triángulo sombreado de la figura, hemos construido los cuadrados *I, N, T* exteriores al triángulo. Uniendo, como indica la figura, los vértices de estos cuadrados, hemos construido los triángulos punteados y, finalmente, tomando los nuevos lados de éstos triángulos, hemos construido los cuadrados exteriores *E, R,* y *C*. Si la suma de las áreas de estos tres cuadrados *E, R* y *C* es *"a"* y la suma de las áreas de los cuadrados *I, N,* y *T* es *"b"*, calcula el cociente $\frac{a}{b}$.



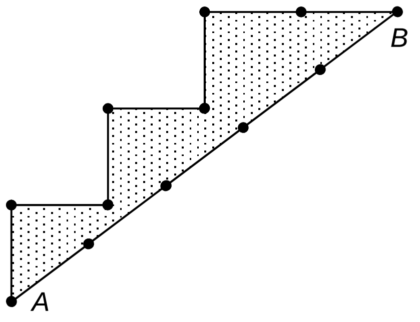
4. Las rectas $y = -x - 1$, $y = 2x - 1$, $y = k$ con *k* entero positivo, determinan un triángulo. Determina el mayor valor de *k* para el que el área de dicho triángulo es menor que 2009.

5. Encuentra todos los números de tres cifras, no capicúas, cuadrados perfectos y tales que el valor absoluto de la diferencia entre ellos y el número escrito al revés, es múltiplo de 8.

21 de noviembre de 2009

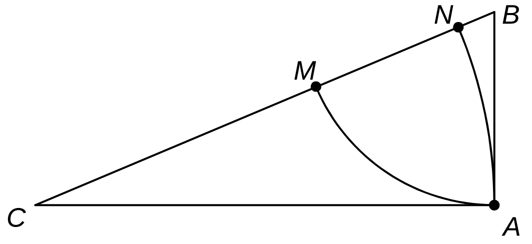
PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)

1º y 2º **de ESO.-**



1A.- Con 12 segmentos iguales de 1 cm de longitud, formamos el polígono de 7 lados de la figura, en el que todos los ángulos, excepto los de vértices *A* y *B*, son rectos. Calcula, en cm^2, el área del polígono.
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)

1B.- Sea "T" la respuesta del problema 2B
En el triángulo rectángulo *ABC* de catetos "T" y 12 cm, trazamos con centro en *B* y *C* dos arcos que pasan por el vértice *A* correspondiente al ángulo recto. Estos arcos cortan a la hipotenusa en dos puntos *M* y *N*. ¿Cuál es la longitud del segmento *MN*?
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)



1C.- Sea "T" la respuesta del problema 2C.
La suma de "T" números impares consecutivos y positivos es un cuadrado perfecto menor que 1000. Si ordenamos, de menor a mayor, esos números impares, ¿cuál estaría en la posición central?
(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)

21 de noviembre de 2009

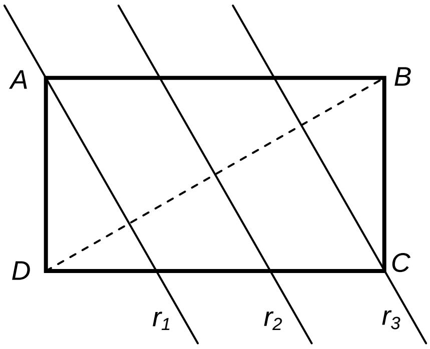
PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)

3º y 4º de ESO.-

2A.- Sea "T" la respuesta del problema 3A.

En el rectángulo *ABCD* de la figura las rectas r_1, r_2 y r_3, perpendiculares a la diagonal *BD*, dividen a ésta en cuatro partes iguales. Las rectas r_1 y r_3 pasan por los vértices *A* y *C*, respectivamente. Si la diagonal del rectángulo es "T", calcula su área.

(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)



2B.- En una granja hay vacas, cerdos y patos. El producto del número total de cuernos por el de patas y por el de alas es 520. Si el número de cerdos es menor que el de patos, ¿cuántos animales hay en la granja?

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º- 2º de ESO)

2C.- Sea "T" la respuesta del problema 3C.

En un concurso de "T" problemas, cada problema se puntuó con un número entero de 0 a 5. La moda de mis puntuaciones en los problemas ha sido 1 punto más alta que la mediana, que a su vez ha sido 1 punto más alta que la media. Halla la suma de las puntuaciones que he obtenido en los problemas.

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º- 2º de ESO)

21 de noviembre de 2009

PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)

Bachillerato.-

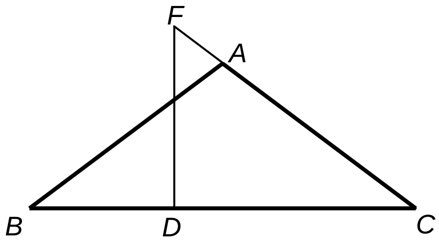
3A.- Sea "T" la respuesta del problema 1A.

¿Cuál es el menor valor posible para $\left|\frac{y}{x}\right|$ donde el par (x, y) corresponde a las coordenadas de los puntos de una circunferencia de centro $C(-3, 5)$ y radio "T".

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 3º- 4º de ESO)

3B.- Sea "T" la respuesta del problema 1B.

En el triángulo isósceles de la figura, $AC = AB =$ "T". Se toma en BC un punto D de tal forma que $DC = AC$. La perpendicular por D a BC corta a la prolongación de CA en un punto F tal que el triángulo CFB es rectángulo en F. ¿Cuál es la longitud de FC?



(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)

3C.- Halla la única solución de la ecuación $\sqrt{31-\sqrt{31+x}} = x$

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 3º- 4º de ESO)