

VI Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

PRUEBA POR EQUIPOS (45 minutos)

PRUEBA INDIVIDUAL Primer ciclo de E.S.O. (90 minutos)

PRUEBA INDIVIDUAL Segundo ciclo de E.S.O. (90 minutos)

PRUEBA INDIVIDUAL Bachillerato (90 minutos)

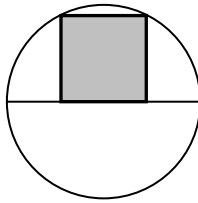
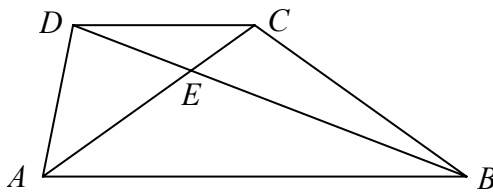
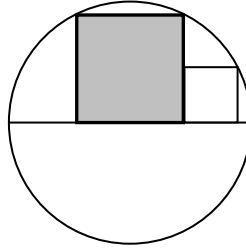
PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)

1^{er} Ciclo de ESO.-

2º Ciclo de ESO.-

Bachillerato.-

PRUEBA POR EQUIPOS (45 minutos)

- 1.- Calcula las cifras “ a ” y “ b ” para que el número $18a12b46$ sea múltiplo de 99.
- 2.- Al salir de casa, Esteban observó que tenía bastantes euros y bastantes céntimos, pero en total menos de 100 €. Cuando volvió, se dio cuenta de que había gastado la mitad del dinero que llevaba, pero con la particularidad de que el número de céntimos que tenía ahora coincidía con el número de euros que tenía al salir y que el número de euros que tenía ahora, era la mitad del número de céntimos que tenía cuando salió. ¿Con cuánto dinero salió Esteban de casa?
- 3.- Un número de tres cifras aumenta en 9 unidades si permutamos la segunda con la tercera cifra y aumenta en 90 unidades si permutamos la primera con la segunda. ¿En cuánto aumenta (o disminuye) si permutamos la primera con la tercera cifra?
- 4.- Encuentra el valor de las cifras A , B y C sabiendo que los números de tres cifras $AB4$, $B03$, $B3C$ y $BA1$ están en progresión aritmética.
- 5.- Calcula el cociente entre las áreas del círculo y del cuadrado de la figura.
 
- 6.- Si $x^2 - 3x + 5 = 0$, ¿cuál es el valor numérico de $x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 7$?
- 7.- En el trapecio $ABCD$ con AB paralelo a CD , las diagonales se cortan en el punto E . Si sabemos que el área del triángulo ABE es 98 y que el área del triángulo CDE es 18, ¿cuál es el área del trapecio?
 
- 8.- Si la diferencia de dos números es 2 y la suma de sus cuadrados 8, ¿cuál es la diferencia de sus cubos?
- 9.- ¿Cuál es el resto de la división de $1! + 2! + 3! + 4! + \dots + 2006!$ entre 18?
- 10.- En una circunferencia inscribimos dos cuadrados como se muestra en la figura. Si el área del cuadrado pequeño es 16, ¿cuál es el área del cuadrado grande?
 

PRUEBA INDIVIDUAL Primer ciclo de E.S.O. (90 minutos)

1. El rectángulo de lados a y 20 cm se divide en cuatro cuadrados como muestra la figura 1. ¿Cuál es el valor de a ?

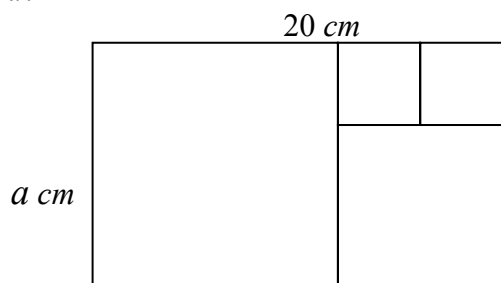


Figura 1

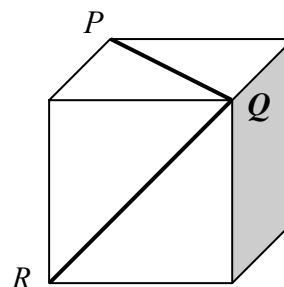
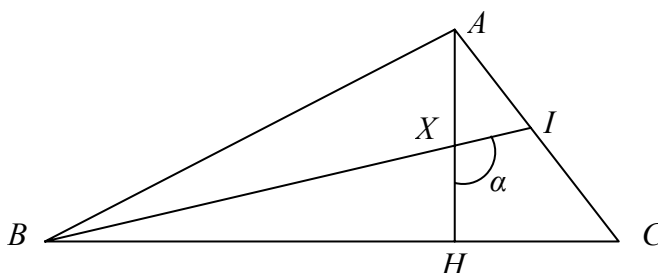
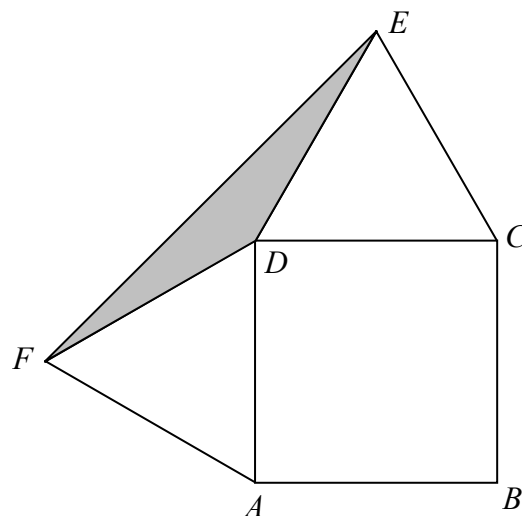


Figura 2

2. P , Q y R son vértices de un cubo, como se muestra en la figura 2. ¿Cuál es la medida del ángulo formado por las rectas PR y QR ?
3. ¿Cuál es el menor entero N para el que $2N$ es un cuadrado perfecto y $3N$ es un cubo perfecto?
4. En el triángulo ABC , la altura AH corta a la bisectriz BI en el punto X . Si el ángulo \hat{A} del triángulo mide 117° y el \hat{C} , 35° , ¿cuál es la medida del ángulo señalado con la letra α ?

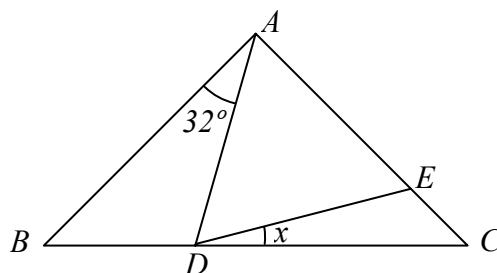


5. $ABCD$ es un cuadrado de lado 8 cm. Sobre los lados DC y AD se han construido los triángulos equiláteros DCE y DAF . Calcula el área del triángulo sombreado EFD .



PRUEBA INDIVIDUAL Segundo ciclo de E.S.O. (90 minutos)

- 1.- En la figura adjunta se verifica que $AB = AC$, $AE = AD$ y el ángulo $\angle BAD = 32^\circ$.
¿Cuál es la medida del ángulo $x = \angle EDC$?

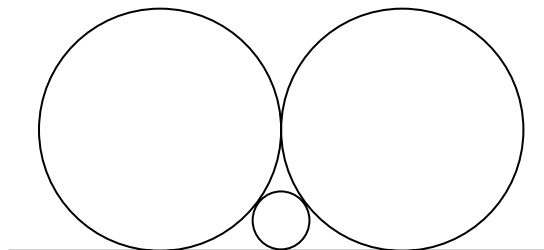


- 2.- Calcula el valor de n para el que

$$\frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n-1}+\sqrt{2n+1}} = 2006$$

- 3.- Encuentra todos los enteros positivos n para los cuales $\frac{5n+23}{n-7}$ es también un entero positivo.

- 4.- Dos círculos iguales de área $64\pi \text{ cm}^2$ cada uno, son tangentes entre sí y a una recta como indica la figura. ¿Cuál es el área del círculo pequeño tangente a ambos y a la recta?



- 5.- Un entero positivo N tiene exactamente 12 divisores positivos distintos, (incluido él mismo y 1), pero solamente tiene tres factores primos en su descomposición. Si la suma de estos tres factores primos es 20, calcula el menor valor posible de N .

VI Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

18 de noviembre de 2006

PRUEBA INDIVIDUAL Bachillerato (90 minutos)

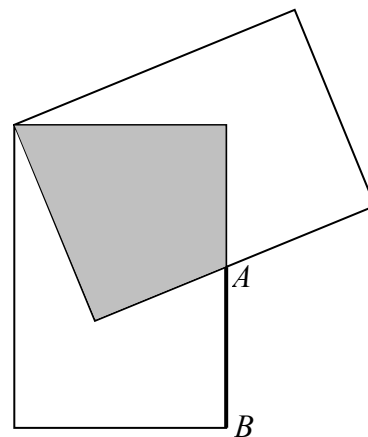
1. La parábola $y = ax^2 + bx + c$ pasa por los puntos (1, -6) y (6, 44). Si corta al eje de abscisas en puntos de coordenadas enteras, encuentra a , b y c .
2. Los puntos medios de las caras de un cubo son los vértices de un octaedro regular. Halla el cociente entre el volumen del cubo y el del octaedro.
3. Alicia (A), Beatriz (B) y Carlos (C) tiran repetidamente un dado en este orden: A, B, C, A, B, C, A, B, ...
¿Cuál es la probabilidad de que Carlos sea el primero en sacar un seis?
4. Hay infinitos enteros positivos " k " para los que se verifica la igualdad $\cos^2(k^2 + 6^2) = 1$ donde la medida del ángulo $k^2 + 6^2$ viene expresada en grados sexagesimales. Encuentra los tres valores más pequeños de k .
5. Calcula $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \dots + 2005^2 - 2006^2$.

PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)**1^{er} Ciclo de ESO.-**

1A.- De los 30 estudiantes de mi clase, 26 han cumplido ya 12 años, 7 llevan gafas y 4 han cumplido 12 años y llevan gafas. ¿Cuántos estudiantes de mi clase no han cumplido 12 años ni llevan gafas?
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)

1B.- Sea "T" la respuesta del problema 2B. Si el precio de un ordenador ha bajado el T %, el porcentaje que debe subir sobre el nuevo precio para igualar el precio antiguo es $\frac{a}{b}$ %, en donde $\frac{a}{b}$ es una fracción irreducible. Halla $a + b$.
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)

1C.- Sea "T" la respuesta del problema 2C. Dos rectángulos iguales de dimensiones 12 y $\frac{20}{3}$ cm se solapan como se muestra en la figura, siendo la distancia $AB = T$. ¿Cuál es el área de la región sombreada, común a ambos rectángulos?
(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala)



PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)

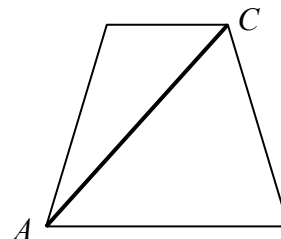
2º Ciclo de ESO.-

2A.- Sea "T" la respuesta del problema 3A. Dadas dos circunferencias concéntricas en las que el radio de la mayor es T, resulta que el área de la corona circular que determinan es igual que el área del círculo pequeño. Calcula la longitud de la cuerda de la circunferencia mayor que es tangente a la circunferencia pequeña.

(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala)

2B.- El área del trapecio isósceles de la figura es $72\sqrt{5} \text{ cm}^2$, la base mayor 16 cm y la menor 8 cm . Calcula, en cm , la longitud de la diagonal AC.

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º ciclo)



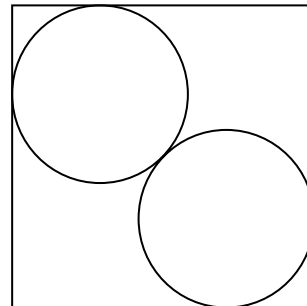
2C.- Sea "T" la respuesta del problema 3C. Empezando por el 1, escribimos los enteros positivos uno detrás de otro, de la siguiente forma: 1234567891011121314151617181920...¿Qué cifra aparece en la posición $100 \times T$?

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º ciclo)

PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)**Bachillerato.-**

3A .- Sea “T” la respuesta del problema 1A. Las dos circunferencias de la figura son iguales, tangentes entre sí y tangentes al cuadrado $ABCD$. Si el radio de dichas circunferencias es T , expresa el área del cuadrado en la forma $a + b\sqrt{2}$ y calcula $a + b$.

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 2º ciclo)



3B .- Sea “T” la respuesta del problema 1B. Expresa la siguiente suma como una fracción irreducible

$$\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{T \times (T + 1)}$$

(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala)

3C .- Los lados de un triángulo son 6, 7 y x . ¿Cuál es el mayor valor que puede tomar el área de dicho triángulo?

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 2º ciclo)