



# Curso Académico 2015-16

## VARIEDADES DIFERENCIABLES

### Ficha Docente

#### ASIGNATURA

Nombre de asignatura (Código GeA): VARIEDADES DIFERENCIABLES (800602)

Créditos: 6

Créditos presenciales: 6

Créditos no presenciales:

Semestre: 1

#### PLAN/ES DONDE SE IMPARTE

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS

Plan: GRADO EN MATEMÁTICAS

Curso: 4 Ciclo: 1

Carácter: Optativa

Duración/es: Primer cuatrimestre (actas en Feb. y Sep.), Por determinar (no genera actas)

Idioma/s en que se imparte:

Módulo/Materia: MATEMÁTICA PURA Y APLICADA/VARIEDADES DIFERENCIALES

#### PROFESOR COORDINADOR

Nombre	Departamento	Centro	Correo electrónico	Teléfono
LAFUENTE LOPEZ, JAVIER	Geometría y Topología	Facultad de Ciencias Matemáticas	jlafuent@ucm.es	

#### PROFESORADO

Nombre	Departamento	Centro	Correo electrónico	Teléfono
LAFUENTE LOPEZ, JAVIER	Geometría y Topología	Facultad de Ciencias Matemáticas	jlafuent@ucm.es	

#### SINOPSIS

##### BREVE DESCRIPTOR:

Se trata de generalizar el cálculo diferencial e integral en espacios euclideos, a las variedades diferenciables

Estudio de las ideas fundamentales de la geometría de las variedades diferenciables: campos, flujos, formas e integración.

##### REQUISITOS:

- Análisis en varias variables. Diferenciación e integración.
- Sistemas de ecuaciones diferenciales.
- Geometría diferencial de curvas y superficies.
- Álgebra Lineal
- Topología elemental.

##### OBJETIVOS:

Comprensión y manejo de los conceptos y resultados básicos acerca de las variedades diferenciables de dimensión arbitraria, aplicaciones diferenciables, campos tangentes y flujos, formas diferenciales, integración en variedades.

##### COMPETENCIAS:

###### Generales

Capacidad para aplicar las reglas de la lógica matemática, sin hacer trampas.

Percibir el importante papel del rigor en las matemáticas, para fundamentar las ideas, y el papel de la intuición (no necesariamente rigurosa) para generarlas.

Capacidad para demostrar rigurosamente afirmaciones intuitivamente evidentes.

Desarrollar la capacidad crítica frente argumentos falaces o desarrollos innecesarios

Percibir los beneficios de una notación "inteligente", y como una notación excesivamente rigurosa puede esconder las ideas o hacer difícil lo fácil

###### Transversales:

Relacionar los operadores de formas de Cartan con los operadores clásicos del Cálculo Vectorial.

Relacionar el Teorema de Stokes en variedades, con los teoremas "tipo Stokes" del Cálculo Vectorial.

Presencia del teorema de Stokes en otros ámbitos de la Matemática y la Física

###### Específicas:

- Determinación de variedades. Ejemplos significativos.
- Conocer bien las definiciones y la manipulación formal sin coordenadas de los elementos básicos de la Geometría



# Curso Académico 2015-16

## VARIEDADES DIFERENCIABLES

### Ficha Docente

- diferencial, tales como vectores tangentes, campos de vectores, funciones diferenciables, diferenciales de funciones, ...etc.
- Conocer bien los algoritmos en coordenadas para la determinación y manipulación local, los anteriores elementos.
  - Manejo operativo en coordenadas de las formas diferenciales y la diferencial exterior.
  - Percibir el papel de las coordenadas como herramienta para expresar analíticamente y manipular características intrínsecas de variedades, que son independientes del sistema de coordenadas utilizado.
  - Comprender la teoría de integración de formas de grado máximo en variedades, y el papel de los elementos de volumen para integrar funciones.
  - Manejar a nivel teórico y práctico el Teorema de Stokes, y reconocer alguna de sus aplicaciones relevantes.

#### Otras:

#### CONTENIDOS TEMÁTICOS:

- 1 - Variedades diferenciables: Cartas. Compatibilidad de cartas. Atlas. Estructura diferenciable. Topología de una variedad diferenciable. Aplicaciones diferenciables: El anillo de funciones. Funciones meseta. Paracompacidad. Particiones diferenciables.
- 2 - Espacio tangente: Vectores tangentes como derivadas direccionales y como vectores velocidad. Expresión en coordenadas locales. Diferencial de una función. Regla de la cadena. Teorema de la función inversa.
- 3 - Campos vectoriales. Algebra de Lie de los campos de vectores. Cálculos en coordenadas. Campos relacionados por una aplicación diferenciable.
- 4 - Sistemas dinámicos: curvas integrales de un campo. Flujos.
- 5 - Formas diferenciales. Producto exterior. Calculo de Cartan: Producto interior y derivada de Lie. La diferencial exterior. Identidades notables. Nociones sobre la Cohomología de De Rham: Formas cerradas y exactas. Los Grupos cohomología de Rham. Números de Betti e invariancia por difeomorfismos. Teoría de integración en variedades: Formas de volumen y orientación. Teoría de integración. Dominios regulares. Teorema de Stokes. Aplicaciones

#### ACTIVIDADES DOCENTES:

##### Clases teóricas:

Exposición de temas teóricos por parte del profesor.

##### Seminarios:

##### Clases prácticas:

Cada semana se entregará una lista de problemas. El alumno podrá elegir cada dos semanas un problema de la lista, para entregar, con el compromiso implícito de salir a resolverlo a la pizarra si así se le pide. De las dos horas semanales de prácticas una está destinada a la resolución en la pizarra de problemas por los propios alumnos con la ayuda eventual del Profesor. La otra a la resolución de problemas por el profesor.

##### Trabajos de campo:

##### Prácticas clínicas:

##### Laboratorios:

##### Exposiciones:

##### Presentaciones:

##### Otras actividades:

Exposición por parte de los alumnos de prácticas, problemas, trabajos, o temas complementarios a la materia de la asignatura.

##### TOTAL:

##### EVALUACIÓN:

Se realizará un examen final con una parte teórica y otra práctica.

La Nota Final, se obtiene como máximo entre la nota del examen E, y la nota ponderada

MÁXIMO  $(0,35C + 0,65E, E)$  si  $E > 3$

Donde la nota de Curso C corresponde a la calificación de siete problemas, y de una prueba de Control realizada a mediados de curso.

Para obtener nota de curso es necesario haber asistido al menos al 80% de las clases.

##### BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:

M. do Carmo, Differential forms and applications, Springer Verlag, 1994.

F. Brickell and R.S. Clark Differentiable manifolds an Introduction.. Van Nostrand Reinhold Company London (1970)

J. Lafuente, Variedades diferenciables. (Publicación interna 2014)

<http://www.mat.ucm.es/~jlafuent/own/Manuales/Variedades/vd.pdf>

##### OTRA INFORMACIÓN RELEVANTE



# Curso Académico 2015-16

## VARIEDADES DIFERENCIABLES

### Ficha Docente

El profesor tiene una página web de la asignatura en el Campus virtual. En ella se pueden consultar

- El manual del curso
- Las hojas de problemas propuestos
- Soluciones proporcionadas por los propios alumnos de algunos ejercicios.
- Modelos de examen.
- Evolución de la Nota de Curso a lo largo del periodo de clases.