

# Seminario de Geometría y Topología



**Una aplicación del teorema de Nomizu sobre conexiones invariantes a las variedades de  $\nabla$ -Einstein.**

**Cristina Draper Fontanals  
(Universidad de Málaga)**

**Abstract:** Una variedad de Riemann-Cartan es un triple  $(M; g, D)$  con  $(M; g)$  variedad de Riemann y  $D$  una conexión afín compatible con la métrica (no necesariamente la Levi-Civita!). Fueron introducidas por E. Cartan en los años 20, ya que él creía en el papel que desempeñaba la torsión para adaptarse tanto al mundo físico como a la situación geométrica real de la variedad. Sus teorías resurgieron con fuerza en Física, donde la torsión se está aplicando activamente tanto a las teorías gravitatorias como a la teoría de supercuerdas.

En nuestro trabajo conjunto con A. Garvín y F.J. Palomo, estudiamos las esferas impares  $S^{2n+1}$  como variedades homogéneas  $SU(n+1)/SU(n)$  y en ellas determinamos las conexiones afines que además de ser compatibles con la métrica sean  $SU(n+1)$ -invariantes. La determinación completa es posible gracias al clásico teorema de Nomizu (1954) sobre conexiones afines invariantes en espacios homogéneos reductivos, que reduce el problema geométrico a uno de representaciones de álgebras de Lie. Las cuestiones sobre la compatibilidad con la métrica o la clasificación del tipo de torsión también se expresan en términos algebraicos.

Para recuperar la información geométrica y expresar las conexiones en términos de derivadas covariantes, utilizamos los tensores propios de la estructura Sasakiana usual de la esfera de dimensión impar. En los casos de dimensiones bajas no es suficiente con ellos, y sería necesario emplear una 3-forma procedente de la estructura 3-Sasakiana en  $S^7$  y otra estructura casi-contacto métrica en  $S^5$  proporcionada por la inclusión isométrica natural de  $S^5$  en la variedad nearly Kahler  $S^6$ .

Como aplicación, caracterizamos  $S^7$  y  $S^3$  como las únicas esferas impares admitiendo conexiones afines invariantes distintas de la Levi-Civita satisfaciendo una condición tipo Einstein.

**Lugar: Universidad Complutense de Madrid  
Facultad de Ciencias Matemáticas  
Departamento de Geometría y Topología, Sala 225  
Fecha y Hora: Martes, 12 de mayo de 2015, 12:00**

**[https://www.ucm.es/geometria\\_topologia/curso-academico-2014-2015-2](https://www.ucm.es/geometria_topologia/curso-academico-2014-2015-2)**