



# Curso Académico 2014-15

## VARIEDADES DIFERENCIABLES

### Ficha Docente

#### ASIGNATURA

Nombre de asignatura (Código GeA): VARIEDADES DIFERENCIABLES (800602)

Créditos: 6

Créditos presenciales: 6

Créditos no presenciales:

Semestre: 1

#### PLAN/ES DONDE SE IMPARTE

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS

Plan: GRADO EN MATEMÁTICAS

Curso: 4      Ciclo: 1

Carácter: OPTATIVA

Duración/es: Primer cuatrimestre (actas en Feb. y Sep.), Por determinar (no genera actas)

Idioma/s en que se imparte:

Módulo/Materia: MATEMÁTICA PURA Y APLICADA/VARIEDADES DIFERENCIALES

#### PROFESOR COORDINADOR

Nombre	Departamento	Centro	Correo electrónico	Teléfono
LAFUENTE LOPEZ, JAVIER	Geometría y Topología	Facultad de Ciencias Matemáticas	jlafuent@ucm.es	

#### PROFESORADO

Nombre	Departamento	Centro	Correo electrónico	Teléfono
LAFUENTE LOPEZ, JAVIER	Geometría y Topología	Facultad de Ciencias Matemáticas	jlafuent@ucm.es	

#### SINOPSIS

##### BREVE DESCRIPTOR:

Se trata de generalizar el cálculo diferencial e integral en espacios euclídeos, a las variedades diferenciables

Estudio de las ideas fundamentales de la geometría de las variedades diferenciables: campos, flujos, formas e integración.

##### REQUISITOS:

- Análisis en varias variables. Diferenciación e integración.
- Sistemas de ecuaciones diferenciales.
- Geometría diferencial de curvas y superficies.
- Álgebra Lineal
- Topología elemental.

##### OBJETIVOS:

Comprensión y manejo de los conceptos y resultados básicos acerca de las variedades diferenciables de dimensión arbitraria, aplicaciones diferenciables, campos tangentes y flujos, formas diferenciales, integración en variedades.

##### COMPETENCIAS:

###### Generales

Conocimiento de la noción de variedad y aprendizaje de los conceptos principales sobre variedades: campos, tensores y formas diferenciales, diferenciación e integración.

###### Transversales:

Relacionar los operadores de formas de Cartan con los operadores clásicos del Cálculo Vectorial.  
Relacionar el Teorema de Stokes en variedades, con los teoremas "tipo Stokes" del Cálculo Vectorial.

###### Específicas:



# Curso Académico 2014-15

## VARIEDADES DIFERENCIABLES

### Ficha Docente

- Determinación de variedades. Ejemplos significativos.
- Conocer bien las definiciones y la manipulación formal sin coordenadas de los elementos básicos de la Geometría diferencial, tales como vectores tangentes, campos de vectores, funciones diferenciables, diferenciales de funciones, ...etc.
- Conocer bien los algoritmos en coordenadas para la determinación y manipulación local, los anteriores elementos.
- Manejo operativo en coordenadas de las formas diferenciales y la diferencial exterior.
- Percibir el papel de las coordenadas como herramienta para expresar analíticamente y manipular características intrínsecas de variedades, que son independientes del sistema de coordenadas utilizado.
- Comprender la teoría de integración de formas de grado máximo en variedades, y el papel de los elementos de volumen para integrar funciones.
- Manejar a nivel teórico y práctico el Teorema de Stokes, y reconocer alguna de sus aplicaciones relevantes.

#### Otras:

#### CONTENIDOS TEMÁTICOS:

1 - Variedades diferenciables: Cartas. Compatibilidad de cartas. Atlas. Estructura diferenciable. Topología de una variedad diferenciable. Aplicaciones diferenciables: El anillo de funciones. Funciones meseta. Paracompacidad. Particiones diferenciables.

2 - Espacio tangente: Vectores tangentes como derivadas direccionales y como vectores velocidad. Expresión en coordenadas locales. Diferencial de una función. Regla de la cadena. Teorema de la función inversa.

3 - Campos vectoriales. Algebra de Lie de los campos de vectores. Cálculos en coordenadas. Campos relacionados por una aplicación diferenciable.

4 - Sistemas dinámicos: curvas integrales de un campo. Flujos.

5 - Formas diferenciales. Producto exterior. Calculo de Cartan: Producto interior y derivada de Lie. La diferencial exterior. Identidades notables. Nociones sobre la Cohomología de De Rham: Formas cerradas y exactas. Los Grupos cohomología de Rham. Números de Betti e invariancia por difeomorfismos. Teoría de integración en variedades: Formas de volumen y orientación. Teoría de integración. Dominios regulares. Teorema de Stokes. Aplicaciones

#### ACTIVIDADES DOCENTES:

##### Clases teóricas:

Exposición de temas teóricos por parte del profesor.

##### Seminarios:

##### Clases prácticas:

Cada semana se entregará una lista de problemas. El alumno podrá elegir cada dos semanas un problema de la lista, para entregar, con el compromiso implícito de salir a resolverlo a la pizarra si así se le pide. De las dos horas semanales de prácticas una está destinada a la resolución en la pizarra de problemas por los propios alumnos con la ayuda eventual del Profesor. La otra a la resolución de problemas por el profesor.

##### Trabajos de campo:

##### Prácticas clínicas:

##### Laboratorios:

##### Exposiciones:

##### Presentaciones:

##### Otras actividades:

Exposición por parte de los alumnos de prácticas, problemas, trabajos, o temas complementarios a la materia de la asignatura.

##### TOTAL:

##### EVALUACIÓN:

Se realizará un examen final con una parte teórica y otra práctica.

La Nota Final, se obtiene como máximo entre la nota del examen E, y la nota ponderada MÁXIMO  $(0,35C + 0,65E, E)$  si  $E > 3$



# Curso Académico 2014-15

## VARIEDADES DIFERENCIABLES

### Ficha Docente

Donde la nota de Curso C corresponde a la calificación de siete problemas, y de una prueba de Control realizada a mediados de curso.

Para obtener nota de curso es necesario haber asistido al menos al 80% de las clases.

#### **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:**

Libros:

M. do Carmo, Differential forms and applications, Springer Verlag, 1994.

F.W. Warner Foundation of differentiable manifolds and Lie groups.. Glenview Illinois. (1971)

Manual del curso:

J. Lafuente, Cálculo en Variedades. (Publicación interna 2011)

,<http://www.mat.ucm.es/~jlafuent/own/Manuales/Variedades/cv.pdf>

#### **OTRA INFORMACIÓN RELEVANTE**

El profesor tiene una página web de la asignatura en el Campus virtual. En ella se pueden consultar

- El manual del curso
- Las hojas de problemas propuestos
- Soluciones proporcionadas por los propios alumnos de algunos ejercicios.
- Modelos de examen.
- Evolución de la Nota de Curso a lo largo del periodo de clases.