



# Curso Académico 2014-15

## GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES

### Ficha Docente

#### ASIGNATURA

Nombre de asignatura (Código GeA): GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES (800585)

Créditos: 7.5

Créditos presenciales: 5

Créditos no presenciales: 2.5

Semestre: 5

#### PLAN/ES DONDE SE IMPARTE

**Titulación:** GRADO EN MATEMÁTICAS

**Plan:** GRADO EN MATEMÁTICAS

**Curso:** 3      **Ciclo:** 1

**Carácter:** OBLIGATORIA

**Duración/es:** Primer cuatrimestre (actas en Feb. y Sep.), Por determinar (no genera actas)

**Idioma/s en que se imparte:**

**Módulo/Materia:** CONTENIDOS INTERMEDIOS/GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

#### PROFESOR COORDINADOR

Nombre	Departamento	Centro	Correo electrónico	Teléfono
LAFUENTE LOPEZ, JAVIER	Geometría y Topología	Facultad de Ciencias Matemáticas	jlafuent@ucm.es	

#### PROFESORADO

Nombre	Departamento	Centro	Correo electrónico	Teléfono
LAFUENTE LOPEZ, JAVIER	Geometría y Topología	Facultad de Ciencias Matemáticas	jlafuent@ucm.es	

#### SINOPSIS

##### BREVE DESCRIPTOR:

Se inicia al estudiante en la geometría diferencial de curvas y superficies en el plano y espacio euclideo tridimensional.

##### REQUISITOS:

- Análisis real en varias variables
- Geometría y álgebra lineal.
- Topología general

##### OBJETIVOS:

- Resolver el problema de clasificación geométrica de curvas por movimientos, usando el método de la referencia móvil de Frenet.
- Estudio geométrico local de las superficies en espacio euclideo tridimensional.
- Destacar el concepto de propiedad geométrica intrínseca.

##### COMPETENCIAS:

###### Generales

- Estrategias para la resolución de problemas.
- Distinguir los problemas de los ejercicios.
- Aprender a respetar las reglas del rigor matemático tanto en el estudio de los aspectos teóricos, como en la formalización de las respuestas a ejercicios y problemas planteados.
- Desarrollar la capacidad de autocritica, reconociendo aquellos aspectos que necesitan mayor nivel de comprensión para avanzar en el propio proceso de aprendizaje



# Curso Académico 2014-15

## GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES

### Ficha Docente

#### Transversales:

#### Específicas:

- Apreciar la diferencia entre curva parametrizada, y curva.
- Destreza en el cálculo de curvaturas.
- Entender porqué las curvaturas determinan un sistema completo de invariantes para la clasificación de curvas por congruencia.
- Comprender el concepto de superficie y relacionar las distintas definiciones equivalentes.
- Apreciar la diferencia entre superficie parametrizada y superficie.
- Saber usar coordenadas locales para resolver problemas geométricos.
- Distinguir entre lo que depende y lo que no depende del sistema de coordenadas utilizado.
- Distinguir entre geometría local y global.
- Distinguir las propiedades intrínsecas de las que no lo son, y apreciar el significado del teorema egregio de Gauss.
- Destreza en el cálculo de formas fundamentales, curvaturas etc.

#### Otras:

#### CONTENIDOS TEMÁTICOS:

##### 1) Teoría local de curvas en el plano y el espacio euclídeo.

Curvas planas. Definiciones básicas. Curvas regulares. Cambio de parámetro. Parametrización por longitud de arco. Diedro de Frenet: Curvatura. Curvas congruentes. Teorema fundamental de congruencia. Centro de curvatura. Evolutas evolventes.

Curvas en el espacio. Triedro de Frenet. Fórmulas de Frenet: Curvatura y Torsión. Teorema fundamental de congruencia.

##### 2) Teoría local de superficies.

Superficies regulares. Representación local paramétrica e implícita. Cambios de coordenadas. El plano tangente en un punto. Primera forma fundamental. Cálculo integral en recintos pequeños. funciones diferenciables entre superficies. Diferencial de una función. Curvatura normal: Teorema de Meusnier. Segunda forma fundamental. Aplicación de Gauss-Weingarten. Curvaturas y direcciones principales. Líneas de curvatura. Curvatura de Gauss. Indicatriz de Dupin. Direcciones asintóticas. Líneas asintóticas. Curvatura geodésica. Definición extrínseca de geodésica.

##### 3) Geometría intrínseca local de superficies.

Isometrías. Superficies homeomorfas, difeomorfas, isométricas y congruentes. Carácter intrínseco. Símbolos de Christoffel. Ecuaciones diferenciales de las geodésicas: Carácter intrínseco. Teorema Egregium de Gauss. Ecuaciones de compatibilidad. Derivación intrínseca de campos tangentes a la superficie a lo largo de curvas. Derivación general intrínseca. Transporte paralelo. Carácter intrínseco de la curvatura geodésica. Sistemas especiales de coordenadas.

##### 4) Geometría global de superficies.

Enunciado del Teorema fundamental de congruencia. Teorema de Gauss para triángulos geodésicos pequeños. Enunciado del Teorema de Gauss-Bonnet.

#### ACTIVIDADES DOCENTES:

##### Clases teóricas:

Tres sesiones académicas teóricas semanales

##### Seminarios:

##### Clases prácticas:

A medida que se vaya desarrollando el temario, se entregarán listas semanales de problemas. El alumno podrá elegir cada dos semanas un problema de entre los marcados en la lista y entregarlo para su corrección, con el compromiso implícito de salir a resolverlo a la pizarra en la clase de prácticas, si así se le pide.

Habrán dos sesiones académicas semanales de problemas, una tendrá carácter de seminario y en ella, además de la resolución de problemas propuestos, los alumnos podrán plantear cuantas dudas deseen, y tendrán a resolver los problemas entregados. La otra sesión se dedicará a la resolución de los restantes problemas, de la lista semanal

##### Trabajos de campo:

##### Prácticas clínicas:

##### Laboratorios:

##### Exposiciones:



# Curso Académico 2014-15

## GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES

### Ficha Docente

**Presentaciones:**

**Otras actividades:**

**TOTAL:**

**EVALUACIÓN:**

Se realizará un examen final con una parte teórica y otra práctica. La Nota Final F, se obtiene como máximo entre la nota del examen E, y la nota ponderada  $0,35x C + 0,65x E$  si la nota del examen supera al 3. Es decir

$F = \text{MÁXIMO}(0,35x C + 0,65x E, E)$  si  $E > 3$

Donde la nota de Curso C corresponde a la calificación de siete problemas, y una prueba de Control realizada al finalizar la teoría de curvas.

Una condición necesaria para obtener nota de curso C, es haber asistido al menos al 80% de las clases.

**BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:**

JAVIER LAFUENTE. Geometría diferencial de curvas y superficies. Publicación interna del Departamento de Geometría y Topología. (1999)  
<http://www.mat.ucm.es/~jlafuent/own/Manuales/Varietades/cyslc.pdf>.

MANFREDO P. DO CARMO. Geometría Diferencial de Curvas y Superficies. Alianza Universidad Textos (1990).

A. F. COSTA, J. M. GAMBOA. Ejercicios de Geometría diferencial de curvas y superficies. Ed. Sanz y Torres (1998).

J.M. RODRIGUEZ SANJURJO, J.M. RUIZ SANCHO Introducción a la Geometría diferencial I. Curvas Ed. Sanz y Torres (2012)

**OTRA INFORMACIÓN RELEVANTE**

Material disponible en Campus Virtual:

Los alumnos dispondrán al menos de

- El manual redactado por el profesor Lafuente
- Las hojas de problemas propuestos
- Resultados de la corrección de los problemas entregados para ir siguiendo la calificación por curso.