

**Máster en Banca y Finanzas Cuantitativas**  
**ECONOMETRIA FINANCIERA (ampliación)**  
**Examen Final. Enero 2015**  
**Profesor: Alfonso Novales**

**Preguntas de 1 punto (Conteste a un máximo de 10 preguntas)**

1. A) ¿Es consistente el estimador de Minimos Cuadrados Ordinarios (MCO) del modelo de regresión lineal cuando el término de error tiene heterocedasticidad? Si su respuesta depende de la naturaleza de las variables explicativas, hágalo explícito. B) ¿Y cuando el término de error tiene autocorrelación? ¿Depende en este caso la consistencia del estimador MCO de la naturaleza de las variables explicativas?, C) ¿Y cuando las variables explicativas están correlacionadas entre sí, es el estimador MCO consistente?
2. ¿Qué dificultades genera que un estimador no sea eficiente?
3. ¿Cómo se estima la función de autocorrelación parcial de un proceso estocástico?
4. Explique cómo se resuelve todo contraste de hipótesis paramétrico en Estadística (es decir, un contraste en cuya hipótesis nula se postula que uno o más parámetros de un modelo toman determinados valores numéricos).
5. ¿Cómo podría utilizar el Método de Momentos para estimar el número de grados de libertad de una distribución t- Student?
6. Explique a qué se refiere la expresión: “la serie temporal de rentabilidades diarias de BBVA tiene una raíz unitaria” ¿Dónde está dicha raíz unitaria?
7. Si ha obtenido la predicción para el próximo periodo para la rentabilidad logarítmica de BBVA ¿Cómo obtendría la predicción para el precio de dicha acción?
8. ¿En qué consiste la regresión cuantílica?
9. Considere el modelo:  
$$x_t = \alpha + \beta w_t + \varepsilon_{x_t}$$
$$y_t = \gamma + \delta w_t + \varepsilon_{y_t}$$
$$w_t = w_{t-1} + \varepsilon_{w_t}$$
donde  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_w$  son procesos de ruido blanco. En consecuencia, las variables x, y tienen una raíz unitaria, pero ¿están cointegradas?
10. Considere dos variables X e Y para las que no rechaza la hipótesis nula del contraste Dickey-Fuller ampliado. A continuación, especifica y estima un modelo VAR para sus primeras diferencias ¿Cómo analizaría las posibles relaciones de causalidad entre X e Y? Si hubiese especificado y estimado un modelo de corrección del error para X e Y ¿cómo contrastaría las posibles relaciones de causalidad entre X e Y?
11. Una vez que hubiese estimado un modelo potencial:  $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t^\gamma + u_t$  ¿Cómo contrastaría si la relación entre x e y es lineal?
12. Explique cómo obtendría trayectorias simuladas para la rentabilidad del IBEX35, entre T+1 y T+h, para un cierto h, a partir de un modelo AR(1):  $r_t = \beta_0 + \beta_1 r_{t-1} + u_t$  cuya innovación  $u_t$  sigue una mixtura de dos distribuciones Normales que ha estimado previamente con una muestra de T observaciones.

13. Los siguientes recuadros contienen propiedades analíticas de una mixtura de Normales. Explique a qué se refieren, y describa detalladamente cómo podrían utilizarse para estimar los parámetros de dicha mixtura a partir de la serie temporal diaria de la rentabilidad de un determinado activo financiero.

$$\mu = E[X] = M_1$$

$$\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = M_2 - M_1^2$$

$$\tau = \sigma^{-3} E[(X - \mu)^3] = \sigma^{-3} (M_3 - 3M_1M_2 + 2M_1^3)$$

$$\kappa = \sigma^{-4} E[(X - \mu)^4] = \sigma^{-4} (M_4 - 4M_1M_3 + 6M_1^2M_2 - 3M_1^4)$$

$$M_1 = E[X] = \sum_{i=1}^m \pi_i \mu_i$$

$$M_2 = E[X^2] = \sum_{i=1}^m \pi_i (\sigma_i^2 + \mu_i^2)$$

$$M_3 = E[X^3] = \sum_{i=1}^m \pi_i (3\mu_i\sigma_i^2 + \mu_i^3)$$

$$M_4 = E[X^4] = \sum_{i=1}^m \pi_i (3\sigma_i^4 + 6\mu_i^2\sigma_i^2 + \mu_i^4)$$

### Preguntas de 2 puntos (Conteste a un máximo de 5 preguntas)

- Obtenga la expresión analítica de la predicción 1, 2 y 3 períodos hacia adelante para el proceso AR(1)  $r_t = \beta_0 + \beta_1 r_{t-1} + u_t$ , así como para los errores de predicción asociados y su varianza, y obtenga el intervalo de confianza del 95% para cada una de dichas predicciones.
- Suponga que quiere explicar la evolución temporal del spread de crédito (el diferencial entre las curvas cupón cero de deuda corporativa y de deuda soberana en España) en el vencimiento de un año  $S_t$ , como función de la tasa de crecimiento de la economía,  $g_t$ . Para ello, especifica el modelo:  $S_t^\alpha = \frac{\beta e^{-g_t}}{1 + e^{-g_t}}$ ,  $0 < \beta < 1$ . ¿Cómo estimaría los parámetros  $\alpha, \beta$  mediante una búsqueda en el espacio paramétrico (es decir, sin utilizar métodos de estimación para modelos no lineales)?
- Suponga que está estimando el modelo CAPM para la acción de Telefónica y que quiere distinguir dos regímenes, según que la volatilidad del mercado sea alta o baja. Describa cómo trataría la muestra de datos para estimar dicho modelo. Tenga en cuenta que únicamente tendría datos de Telefónica, del IBEX35, y del bono a 10 años como activo sin riesgo, pero no tendría datos de volatilidad ¿El tratamiento que haga de la volatilidad puede condicionar sus estimaciones? Una vez estimado el modelo ¿Cómo contrastaría si la evidencia muestral a favor de la existencia de dos regímenes es suficientemente clara? Imagínese que el modelo de dos regímenes que ha especificado es:

$$r_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 r_{t-1} + \hat{u}_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad \text{si } \sigma_t^2 < K$$

$$r_t = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 r_{t-1} + \hat{u}_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad \text{si } \sigma_t^2 > K$$

$$\sigma_t^2 = \hat{\delta}_0 + \hat{\delta}_1 \sigma_{t-1}^2 + \hat{\delta}_2 u_{t-1}^2$$

y que ya ha estimado los parámetros de las tres ecuaciones, así como el umbral  $K$  ¿Cómo simularía una realización de este modelo para los próximos 3 períodos? ¿Podría generar 5.000 de tales realizaciones?

4. Plantee la estimación de un modelo no lineal:  $y_t = f(x_t, \theta)$  por mínimos cuadrados ordinarios. Deduzca la regla de actualización de los valores numéricos estimados para el vector de parámetros  $\theta$  en cada iteración, comenzando de unas condiciones iniciales  $\theta_0$ . ¿En qué consiste el algoritmo de Gauss Newton para la estimación de un modelo no lineal por mínimos cuadrados? **Demuestre** que dicho algoritmo se reduce a estimar de manera reiterada regresiones lineales por mínimos cuadrados ordinarios. ¿De qué regresiones se trata? Una vez estimado el modelo ¿Cómo obtendría la matriz de covarianzas de los parámetros? Formule dichas regresiones para la estimación del modelo:  $y_t = \alpha + \beta \frac{1}{1+\gamma x_t} + u_t$ . ¿Se le ocurre una condición inicial razonable en este caso?
5. A partir de los precios de dos activos  $P_x, P_y$ , explique en completo detalle todos los pasos que habría de dar para estimar la correlación condicional entre ambos activos mediante el modelo DCC-EWMA, bajo supuestos de Normalidad. Deduzca la expresión analítica de la función de verosimilitud que tendría que maximizar, especificando como aparecen en ella los parámetros a estimar ¿de cuántos parámetros se trata? Responda nuevamente en el caso de que quisiese estimar un modelo DCC-GARCH. ¿Cómo cambiaría la respuesta en el caso de N activos ( $N > 2$ )?
6. a) Dados activos X e Y cuya correlación considera que debe modelizarse mediante el uso de una cópula ¿qué relación existe entre su función de densidad bivalente, sus densidades marginales y la densidad de cópula?  
 b) ¿Cómo simularía una muestra para dos rentabilidades con distribuciones t\_Student con  $n_1$  y  $n_2$  grados de libertad, si modeliza su correlación mediante una cópula gaussiana (Normal)?