

**Máster en Banca y Finanzas Cuantitativas**  
**ECONOMETRIA FINANCIERA II**  
**Examen Final. Diciembre 2013**  
**Profesor: Alfonso Novales**

**Preguntas cortas**

1. Para estimar por Máxima Verosimilitud los parámetros de un modelo para explicar el comportamiento de la rentabilidad de un acción a lo largo del tiempo, es preciso hacer un supuesto ¿Cuál? ¿Acerca de qué variable se hace dicho supuesto?
2. ¿Cómo se estima la función de autocorrelación parcial de un proceso estocástico?
3. Un analista de mercados interesado en estimar las Betas de los activos del IBEX descubre que en la mayoría de las regresiones que explican el exceso de rentabilidad de una acción mediante el exceso de rentabilidad del mercado, existe clara evidencia de autocorrelación ¿Debería estimar dicha regresión por Mínimos Cuadrados Generalizados?
4. ¿Cómo podría utilizar el Método de Momentos para estimar el número de grados de libertad de una distribución t- Student?
5. Explique en como obtendría trayectorias simuladas para la rentabilidad del IBEX35, entre T+1 y T+h, para un cierto h, a partir de un modelo AR(1) cuya innovación sigue una mixtura de dos distribuciones Normales que ha estimado previamente con una muestra de T observaciones.
6. (Los siguientes recuadros contienen propiedades analíticas de una mixtura de Normales. Explique a qué se refieren, y cómo podrían utilizarse para estimar los parámetros de dicha mixtura.

$$\begin{aligned} \mu &= E[X] = M_1 \\ \sigma^2 &= E[(X - \mu)^2] = M_2 - M_1^2 \\ \tau &= \sigma^{-3} E[(X - \mu)^3] = \sigma^{-3} (M_3 - 3M_1M_2 + 2M_1^3) \\ \kappa &= \sigma^{-4} E[(X - \mu)^4] = \sigma^{-4} (M_4 - 4M_1M_3 + 6M_1^2M_2 - 3M_1^4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_1 &= E[X] = \sum_{i=1}^m \pi_i \mu_i \\ M_2 &= E[X^2] = \sum_{i=1}^m \pi_i (\sigma_i^2 + \mu_i^2) \\ M_3 &= E[X^3] = \sum_{i=1}^m \pi_i (3\mu_i \sigma_i^2 + \mu_i^3) \\ M_4 &= E[X^4] = \sum_{i=1}^m \pi_i (3\sigma_i^4 + 6\mu_i^2 \sigma_i^2 + \mu_i^4) \end{aligned}$$

7. (2 puntos) Obtenga la expresión analítica del error de predicción 1, 2 y 3 períodos hacia adelante, para el proceso AR(1)  $r_t = \beta_0 + \beta_1 r_{t-1} + u_t$ , y obtenga la banda de confianza del 95% para cada una de dichas predicciones.
8. 2 puntos) Suponga que, quiere explicar la evolución temporal del diferencial que existe entre las curvas cupón cero de deuda corporativa y de deuda soberana en España en el vencimiento de un año  $\pi_t$ , como función de la tasa de crecimiento de la economía,  $x_t$ . Para ello, especifica el modelo:  $\pi_t^\alpha = \frac{be^{-x_t}}{1 + e^{-x_t}}$ . ¿Cómo estimaría este modelo?

### Preguntas largas (Responda solo a 4 de las 5 preguntas)

9. Un investigador especifica el modelo:

$$r_t = \alpha + \beta r_{t-1} + u_t$$

$$\sigma_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \sigma_{t-1}^2 + \delta_2 (u_{t-1} - \xi)^2$$

¿Qué está tratando de recoger con dicho modelo? ¿Qué signos esperaría en los parámetros  $\delta_2$  y  $\xi$ ? ¿Cómo plantearía la estimación de los parámetros de este modelo por Máxima Verosimilitud bajo el supuesto de Normalidad de  $u_t$ ? Escriba la expresión analítica de la verosimilitud muestral, como función de los datos observados para  $t=1,2,\dots,T-1,T$  y de los parámetros a estimar, únicamente ¿Cómo comenzaría el proceso numérico?

Si hubiera especificado el modelo:

$$r_t = \alpha + \beta r_{t-1} + u_t$$

$$\sigma_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \sigma_{t-1}^2 + \delta_2 u_{t-1}^2 + \delta_3 I_{u_{t-1} < 0} u_{t-1}$$

¿Qué estaría tratando de recoger con este modelo? ¿Qué signos esperaría en el parámetro  $\delta_3$ ? ¿Qué diferencias hay en esta especificación de la varianza con respecto al modelo anterior?

10. Demuestre que el algoritmo de Gauss Newton para la estimación de un modelo no lineal por mínimos cuadrados se reduce a estimar de manera reiterada regresiones lineales por mínimos cuadrados ordinarios. ¿De qué regresiones se trata?
11. Un investigador está interesado en diseñar una regla de trading sobre petróleo. Para ello dispone de precios horarios del barril de petróleo Brent y del futuro sobre este activo, recogidos en el mismo minuto, hora a hora. Suponga que ambos precios ya están transformados para referirse a una misma unidad (por ejemplo, 100 barriles).  
 Describa en detalle todo el proceso que debería seguir el investigador, pensando en la posibilidad de finalizar estimando un Modelo de Corrección del Error. ¿En qué caso llegaría a especificar dicho modelo? ¿Qué contrastes tendrá que hacer antes de llegar a él? ¿Qué estructura tendría dicho modelo? ¿Qué puede decir sobre los coeficientes del modelo? ¿Cómo contrastaría causalidad en el Modelo de Corrección del Error? ¿De qué depende que el proceso de especificación del modelo finalice antes de llegar a dicho modelo? ¿Con qué modelo trabajaría si no llega al Modelo de Corrección del Error?
12. Explique, con el máximo detalle analítico, cómo plantearía la estimación de una curva cupón cero basada en el supuesto de que la función de descuento es un polinomio de grado 4 en el tiempo a vencimiento, y disponiendo de datos sobre un conjunto de bonos que cotizan en el mercado secundario de renta fija soberana.
13. El modelo de Nelson y Siegel para la curva cupón cero se basa en las ecuaciones:

$$r(t) = \beta_0 + \beta_1 e^{-\frac{t}{\tau}} + \beta_2 \frac{t}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$R(t_i) = \frac{1}{t_i} \int_0^{t_i} r(t) dt = \beta_0 + \beta_1 \frac{\tau}{t_i} \left( 1 - e^{-\frac{t_i}{\tau}} \right) + \beta_2 \frac{\tau}{t_i} \left[ 1 - e^{-\frac{t_i}{\tau}} \left( 1 + \frac{t_i}{\tau} \right) \right]$$

¿Qué son  $r(t)$  y  $R(t)$ ? ¿Qué tipo de datos precisaría para estimar este modelo y cómo plantearía la estimación (Describalo en detalle, utilizando la formulación analítica que considere necesaria)? Una vez estimado el modelo ¿cómo utilizaría alguna de estas funciones para construir la estimación del tipo forward a 3 meses para dentro de un año?

¿Cómo podría contrastar por métodos estadísticos/econométricos si dicho tipo forward es un buen predictor del tipo a 3 meses futuro?