

**Doctorado en
Finanzas de Empresa**
(ISSN: 1698-8183)

***Documento de Trabajo
0508***



**VALORACIÓN DE GARANTÍAS DE VALOR RESIDUAL EN LA
INDUSTRIA AERONÁUTICA: UN ENFOQUE BASADO EN LA
TEORÍA DE OPCIONES REALES**

Autores: Prosper LAMOTHE, Jorge OTERO

El presente trabajo ofrece un enfoque metodológico aplicado para valorar la flexibilidad que las garantías de valor residual ofrecen a las corporaciones que las emplean en sus proyectos de inversión relacionados con la industria aeronáutica.

La garantía de valor residual otorga a su titular el derecho a vender un activo, en una fecha futura, a un importe previamente acordado, siendo por tanto financieramente una opción de venta (PUT), y en la terminología de opciones reales, una opción de abandono (way out option).

Las garantías de valor residual son ampliamente utilizadas por operadores aéreos, intermediarios financieros, y arrendadores operativos, con una finalidad dual materializada en la (i) gestión del *capital de flexibilidad* en la función de producción y en la (ii) implementación de las necesarias políticas de cobertura frente al riesgo de capacidad.

En el trabajo se presenta un modelo específico de valoración adaptado a la dinámica estocástica existente en el mercado secundario de aeronaves, teniendo en cuenta la prima por riesgo de crédito inherente a la naturaleza OTC de la opción.

Los resultados del modelo para algunos contratos específicos revelan que el mercado podría sobrevalorar las primas de estas opciones, lo cual es lógico dada su falta de transparencia y los problemas que existen para cubrir apropiadamente la emisión de las mismas.

ÍNDICE

1.- ASPECTOS PRELIMINARES.....	1
1.1.- Introducción a las garantías de valor residual.....	1
1.2.- Tipología de Garantías de Valor Residual	6
1.3.- Opciones reales en el contexto de la financiación aeronáutica	9
2.- CARACTERIZACION DE LAS AERONAVES	15
2.1.- Mercado de aeronaves.....	15
2.2.- Propiedades	16
2.3.- Valor fundamental	18
2.4.- Fuentes de información.....	20
3.- VALORACIÓN.....	21
3.1.-Aproximación Empírica	21
3.2.- Simulación de Monte Carlo	25
3.2.1.- Valoración de garantías de valor residual total (Full RVG).....	27
3.2.2.- Opción de compra a precio fijo incluida en una financiación aeronáutica	28
3.2.3.- Garantía de valor residual parcial (bull spread europeo)	29
3.2.4.- Opción exótica <i>as you like it</i>	30
3.2.5.- Cartera de garantías de valor residual total (Opción de venta Bermuda)	32
3.2.6.- Cartera de opciones de compra a precio fijo incluidas en una financiación aeronáutica (Opción de compra Bermuda)	33
3.2.7.- Cartera de opciones <i>as you like it</i> - Opción <i>as you like it</i> Bermuda	33
3.2.8.- Full First Loss Deficiency Guarantee	34
3.2.9.- Opción de compra en un contexto Full First Loss Deficiency Guarantee.....	35
3.2.10.- Opción <i>as you like it</i> en un contexto Full First Loss Deficiency Guarantee	35
3.2.11.- Partial First Loss Deficiency Guarantee – Bull spread Americano.....	36
3.3.- Riesgo de crédito: determinación de primas de riesgo implícitas.....	37
4.- APLICACIÓN Y CONTRASTE DEL MODELO.....	41
4.1.- Inputs de los modelos	41
4.2.- Contraste de los modelos.....	42
4.3.- Consideraciones finales	47
5.- BIBLIOGRAFÍA	49

1.- ASPECTOS PRELIMINARES

1.1.- Introducción a las garantías de valor residual

Existen sectores productivos intensivos en capital y altamente sensibles al ciclo económico cuya rentabilidad depende críticamente de la habilidad de la gerencia para obtener y preservar flexibilidad en la gestión de sus inversiones productivas.

Disponer de un capital de flexibilidad en las industrias de servicios es especialmente importante a los efectos de ajustar el output de la función de producción a la demanda realmente existente en los mercados, dado que al no existir la posibilidad de crear utilidades de estado, tiempo y lugar, el exceso de capacidad ofertada se perderá permanentemente (no se almacena). Esta necesidad de flexibilidad es especialmente acusada en mercados inestables y sometidos a elevadas tasas de crecimiento.

El sector de transporte aéreo de pasajeros, se encuadra en un contexto como el descrito. Su mercado queda caracterizado en:

- 1) Demanda: se cuantifica a través de los pasajeros por kilómetro transportado, formalmente:

$$PKT = U * LF * BS * S.$$

- 2) Oferta: se cuantifica en términos de asientos por kilómetro ofertado, formalmente:

$$AKO = U * BS * S$$

Siendo:

U: Utilización, expresada como las horas diarias medias en las que la aeronave está siendo utilizada.

BS: Hora bloque (blockspeed): distancia media recorrida en una hora de vuelo (km)

S: Asientos: número de plazas disponibles en la aeronave (pasajeros potenciales)

LF: Load factor: % de asientos ocupados (pasajeros reales)

Las cantidades negociadas en este mercado, son tales que, resultaría en principio equivalente una oferta constituida por operar una aeronave de 80 asientos en un vuelo de 1000 km, a operar una aeronave de 100 asientos en un vuelo de 800 km, dado que en ambos casos, se han ofertado 80.000 asientos * km

- 3) La oferta cubierta por una demanda efectiva se expresa a través del factor de ocupación o load factor ($LF=PKT/AKO$), que muestra la proporción de asientos ocupados. Este factor tiene las siguientes características:
- a) Toma valores entre 0% para un vuelo vacío y del 100% para un vuelo completo.
 - b) Es un indicador del exceso de capacidad operada, al ser similar una función de oferta neta, de manera que factores de ocupación bajos revelan un exceso de producción no absorbido por la demanda que se traduce en la pérdida de las unidades de producción excedentarias, por no ser almacenable el exceso de oferta. En este sentido actúa como un indicador de eficiencia operativa.
 - c) El overbooking, es decir, situaciones en las que la demanda potencial es superior a la capacidad ofertada (picos en la demanda), lleva a factores de ocupación del 100%, en los que el operador no “desperdicia” ninguna unidad de producción (todos los asientos estarán ocupados), pero absorbe un coste de oportunidad materializado en la demanda no atendida y que podría haber transportado sí hubiera aumentado el volumen de frecuencias en su la cartera de vuelos. Al margen de otros costes intangibles como el deterioro de la imagen del operador, existen costes explícitos, como las indemnizaciones a los pasajeros que no han podido ocupar su asiento, costes de alojamiento en su caso, etc. Así, la demanda insatisfecha ha de considerarse en la lectura del factor de ocupación, el cual no refleja necesariamente la eficiencia real y la efectividad de la oferta.
- 4) La demanda real se obtiene por la agregación de la demanda satisfecha e insatisfecha:
- a) Sí $LF < 100\%$ Demanda real = Demanda satisfecha, dado que Demanda insatisfecha = 0.
 - b) Sí $LF = 100\%$ Demanda real \geq Demanda satisfecha, dado que Demanda insatisfecha ≥ 0 .

Como en otros muchos sectores, el ajuste de la capacidad ofertada a una demanda irregularmente distribuida en el tiempo (con valles y picos) depende del horizonte temporal:

- 1) Los operadores a corto plazo ajustan su oferta básicamente a través de la celebración/cancelación de acuerdos de wet lease¹, dry lease² y/o modificando el volumen de frecuencias en su cartera de vuelos, sujeto a las obvias restricciones impuestas por la disponibilidad de aeronaves, tripulaciones

¹ Arrendamiento de una aeronave y la tripulación requerida para operarla

² Arrendamiento operativo de una aeronave sin tripulación

cualificadas para operarlas, *slots*³ disponibles, etc. Así a corto plazo, la oferta es relativamente inelástica.

- 2) A largo plazo, la oferta adquiere elasticidad, dado que los operadores pueden modificar la composición de su flota sin más restricciones que las presupuestarias, es decir, encargar nuevas aeronaves (plazo de entrega entre los 12 y los 18 meses), desprenderse de aquellas que no necesite, contratar y capacitar personal de vuelo, negociar nuevos *slots*, etc.

Tras los atentados acontecidos el 11 de septiembre de 2001, la demanda de transporte aéreo de pasajeros disminuyó dramáticamente, con la consiguiente necesidad de los operadores de ajustar la oferta productiva a los efectos de reducir las frecuencias en sus carteras de vuelos, es decir, resultaba necesario dejar parte de la flota en tierra. No obstante, las compañías aéreas debían continuar atendiendo sus compromisos financieros con relación a toda su flota financiada. En los mercados secundarios, los precios de las aeronaves disminuyeron radicalmente por el exceso de oferta de aeronaves y la caída en la demanda de las mismas, existiendo problemas de liquidez. En estas circunstancias, un operador que hubiera vendido parte de su flota en los mercados secundarios de aeronaves para disponer de una capacidad productiva ajustada a la demanda existente, reducir su carga financiera y mejorar su rentabilidad, habría experimentado pérdidas derivadas por la absorción de una prima por liquidez.

¿Cuánto hubiera pagado ese operador por la posibilidad de vender las aeronaves que no necesitaba al precio que tenían en el mercado secundario un día antes del 11 de septiembre de 2001, es decir, a un precio que no reflejase las condiciones del mercado en esos momentos?, ¿Cuánto habría pagado un operador por cancelar una operación de financiación de una aeronave y devolverla sin absorber los problemas de liquidez existentes en el mercado tras un acontecimiento como el descrito?

Responder a la pregunta anterior, es equivalente a valorar el capital de flexibilidad que posee un operador en la gestión de su flota.

Ahora bien, cuán flexible es la flota de un operador, en qué términos se expresa. A los efectos de evitar las imprecisiones propias de lo subjetivo, el enfoque de opciones reales representa la dimensión

³ Derecho de aterrizaje y despegue

cuantitativa y objetiva de la flexibilidad. Este enfoque financiero de análisis se está aplicando con relativo éxito al estudio de diferentes decisiones empresariales⁴.

En realidad las opciones reales son una extensión del concepto de flexibilidad. Podemos decir que un proyecto de inversión en una aeronave incluye una opción real cuando existe la posibilidad de actuar *ex post* tras conocerse el estado de la naturaleza en el que la aeronave ha de ser operado, y sobre el cual existía *ex ante* un determinado grado de incertidumbre. Por ejemplo, dado un entorno como el existente tras el 11 de septiembre de 2001, una compañía aérea que disponga una opción de devolución de la aeronave probablemente deseará ejercerla, dado que no será rentable operarla, ahora bien, si el ejercicio de la opción se sitúa en plena fase expansiva del ciclo económico, muy probablemente deseará continuar operándola. Por lo tanto, las opciones reales permiten mejorar el potencial de *upside* de un proyecto de inversión limitando simultáneamente las pérdidas asociadas a los estados de la naturaleza ubicados en el *downside* del proyecto.

Las opciones reales tienen una importancia sustantiva en el proceso de toma de decisiones de las empresas debido a los siguientes aspectos:

1. Los directivos empresariales asignan mayor importancia a la información de carácter cuantitativo, primando los proyectos con beneficios y costes cuantificables, frente a aquellos cuyos beneficios tienen un carácter esencialmente cualitativo, de forma que el proceso de decisión no incorpora primas por flexibilidad en el análisis de las distintas alternativas de inversión.
2. Las técnicas tradicionales de análisis de proyectos de inversión (VAN, TIR, Payback) infravaloran los beneficios aportados por los proyectos analizados, al no tener en cuenta el valor de la flexibilidad, asumiendo un comportamiento preestablecido y pasivo de la gerencia, además de obviar el valor añadido por las sinergias entre distintos proyectos de inversión que otorgan la opción de desarrollar nuevos proyectos complementarios en determinados escenarios futuros. Sirva a modo de ejemplo el análisis de un proyecto de inversión en una aeronave con una opción de devolución, bajo la óptica tradicional, se descontarán los flujos de caja netos que se obtendrán operando la aeronave a lo largo de su vida económica bajo diversos escenarios, su valor actual no incluye el valor de la flexibilidad que proporciona una potencial opción de

⁴ Véase por ejemplo a modo introductorio Brealey & Myers (2003) Capítulo 22, y Copeland & Antikarov (2000). Un análisis para el sector aeronáutico se encuentra en Stonier (1999) y Stonier (2001)

devolución de la aeronave sí las condiciones de mercado son tales que no resulta ventajoso operarla en ese estado de la naturaleza. Así el valor esperado de un proyecto de inversión incluyendo el capital de flexibilidad es superior al valor esperado obtenido por las técnicas tradicionales de análisis de proyectos de inversión. La diferencia, entre ambos es el valor de la flexibilidad.

Los operadores tienen a su disposición ciertos instrumentos que otorgan flexibilidad en la gestión de su flota, entre ellos se encuentran las garantías de valor residual⁵ o garantías de valor del activo.

Básicamente, una **garantía de valor residual** es un acuerdo en virtud del cual, el titular de la garantía tiene el derecho (no la obligación) de vender al garante una aeronave en una fecha futura a un precio previamente establecido (umbral mínimo garantizado), a cambio de la percepción (implícita o explícita) de una prima.

Así, una compañía aérea puede tener una garantía de valor residual con vencimiento en una fecha futura para una aeronave con una antigüedad de n años en el momento de vencimiento, por un importe del 60% de su precio inicial (importe garantizado), que la otorgará llegado el vencimiento, el derecho (no la obligación) de vender la aeronave al importe garantizado. Así, en la fecha de vencimiento:

- 1) Sí el valor de mercado de la aeronave es menor al valor garantizado y no desea continuar operando la aeronave, por ejemplo sí la aeronave tiene un valor de mercado del 50% de su precio inicial y las circunstancias del mercado de transporte aéreo de pasajeros no aconsejan operar la aeronave, podrá vender la aeronave por el importe garantizado, esto es, 60% de su precio inicial. Financieramente se dice que la opción está *in the money* pues su valor intrínseco es positivo. En caso de carecer de una garantía de valor residual habría tenido que hacer frente a una pérdida del 10% sobre su precio inicial sí hubiera vendido la aeronave, y en cualquier caso, al revalorar su activo a precios de mercado (mark to market) absorbería la referida pérdida. Al disponer de una garantía de valor residual, será el garante el que absorba la pérdida.
- 2) Sí el valor de mercado de la aeronave es mayor al valor garantizado por ejemplo sí la aeronave tiene un valor del 70% de su precio inicial, no ejercerá la garantía de valor residual dado que aún cuando no desee continuar operando la aeronave puede venderla en el mercado secundario por un importe

⁵ Residual Value Guarantee (RVG) o Asset Value Guarantee (AVG). Véase Stonier (1999)

superior al garantizado. Financieramente se dice que la opción está *out of the money* dado que su valor intrínseco es cero. En este caso la garantía de valor residual no genera ninguna obligación económica a su emisor.

La diferencia básica entre una RVG y una opción de venta (PUT) reside en la existencia en los acuerdos de RVG de un agente⁶ encargado de comercializar la aeronave en el mercado secundario a cambio de una prima de remarketing y/o un porcentaje de participación en los beneficios derivados de la venta de la aeronave si los hubiere, esto es, cuando el valor de mercado de la aeronave es mayor al valor garantizado. Así, la opción PUT es un caso particular de la RVG, en el que la prima de remarketing es nula y el porcentaje de participación en los potenciales beneficios derivados del ejercicio de la opción es nulo, dado que a los efectos del desarrollo de una metodología de valoración, asumiremos que el titular de la opción no la ejercerá cuando ésta esté *out of the money*.

1.2.- Tipología de Garantías de Valor Residual

A.- Ateniéndonos al **compromiso asumido por el garante**, pueden distinguirse dos tipos:

- 1) Garantía de valor residual total o *Full RVG*, en la que el garante cubre la totalidad de la pérdida que se produciría si al vender la aeronave en el mercado secundario su valor de mercado es inferior al umbral mínimo garantizado.

Sí el valor de la aeronave cae por debajo del umbral mínimo garantizado (precio de ejercicio), por ejemplo 25mm, el emisor cubrirá sin limitación, la diferencia entre su valor de mercado y 25mm.

Financieramente el garante ha emitido una PUT, cuyo precio de ejercicio es el umbral mínimo garantizado (UMG), siendo su valor intrínseco para el titular = $\text{Max}(0; \text{UMG} - \text{Valor de Mercado})$.

- 2) Garantía de valor residual parcial o *slice* en la que el garante absorberá:
 - a) la totalidad de la pérdida que se produzca si al vender la aeronave en el mercado secundario su valor de mercado fuera inferior al umbral mínimo garantizado, pero superior al precio umbral de salida para el garante

⁶ Remarketing Agent

- b) la diferencia entre el umbral mínimo garantizado y el precio umbral de salida para el garante, si se produjeran pérdidas en la venta de la aeronave como consecuencia de su venta a un precio de mercado inferior al precio umbral de salida para el garante. Así el garante asume pérdidas hasta un límite máximo.

Sí el valor de la aeronave está comprendido entre el umbral mínimo garantizado por el garante (UMG) y un precio umbral de salida (que se define como la diferencia entre el UMG y la pérdida máxima absorbida por el garante (PMA)), por ejemplo, entre 25mm y 17mm, el garante absorberá las diferencias entre el UMG y el valor de mercado. Sí el valor de mercado cae por debajo del umbral de salida, el garante absorberá la pérdida máxima definida, es decir $25\text{mm} - 17\text{mm} = 8\text{mm}$, y las pérdidas adicionales, serán soportadas por el propietario de la aeronave. (Véase figura 1).

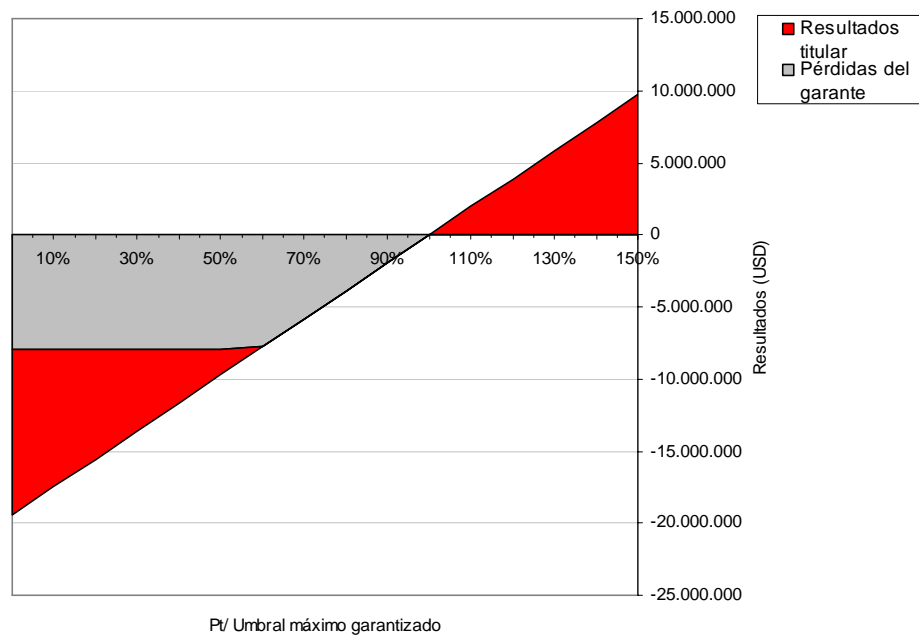


Figura 1: Resultados para titular y garante de una RVG parcial

Financieramente el garante ha emitido un bull spread o diferencial alcista construido por opciones PUT, dado que ha emitido una opción PUT con precio de ejercicio = UMG, y ha adquirido una opción PUT con precio de ejercicio = $UMG - PMA$, que ha emitido el titular de la garantía de valor residual. Su valor intrínseco es $= \text{Min}(\text{Max}(0; UMG - V.\text{Mercado}); PMA)$. (Véase figura 2).

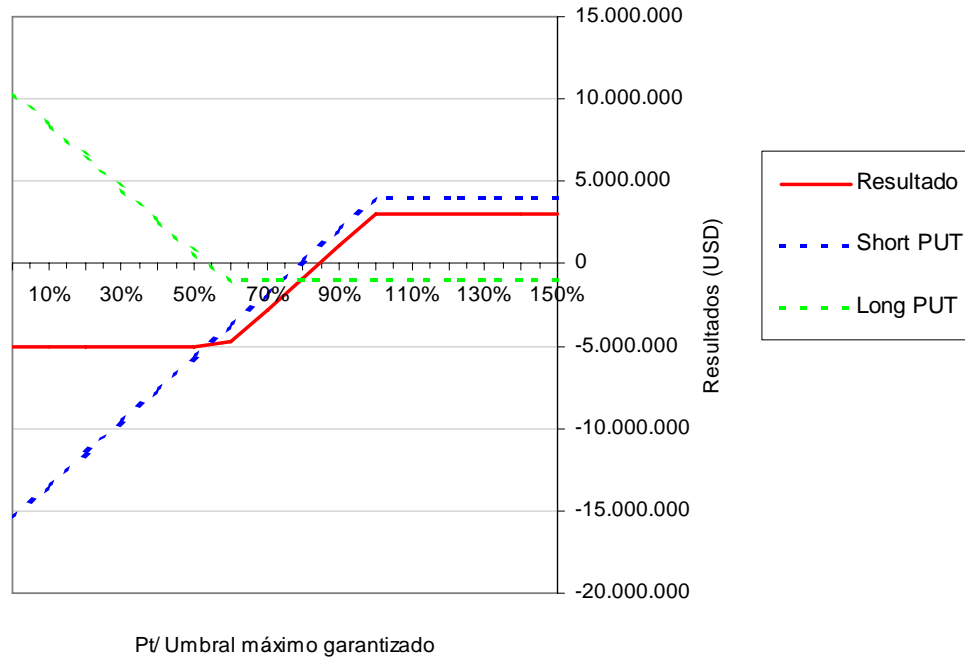


Figura 2: Opciones implícitas en una RVG parcial

B.- En función de la **fecha de ejercicio**, podemos distinguir:

- 1) Garantías de valor residual ordinarias, que son aquellas que permiten en una fecha futura concreta (window date) vender la aeronave al garante a un precio previamente establecido (umbral garantizado). Empleando la terminología de opciones financieras, estamos ante una opción Europea (la opción se ejerce en una fecha concreta).
- 2) First Loss Deficiency Guarantee (FLDG) que son aquellas que permiten en cualquier momento desde la emisión hasta el vencimiento, vender la aeronave al garante a un precio previamente establecido (umbral garantizado o precio de ejercicio). Empleando la terminología de opciones financieras, estamos ante una opción Americana (la opción puede ejercerse en cualquier momento desde su emisión hasta su vencimiento). Una diferencia respecto a una opción financiera Americana, reside en el precio de ejercicio, que en el caso de la FLDG varía en función de la fecha en que se ejerza la opción.

El **espectro de emisores** de garantías de valor residual puede segmentarse atendiendo a la naturaleza de la actividad principal del garante en:

- 1) Fabricantes de aeronaves, cuya principal motivación reside en sustentar el valor del activo en los mercados secundarios, demostrando su compromiso y confianza en el producto comercializado más allá de las meras estrategias de marketing, mediante la asunción de la totalidad o parte del riesgo de activo. En ocasiones ofrecen RVG parciales, pues con ello señalizan en el mercado su compromiso con el valor del activo, pero sin absorber reducciones en el valor de las aeronaves no imputables al rendimiento esperado del aparato, sino al acaecimiento de acontecimientos anormales (11 de Sept.).
- 2) Arrendadores operativos (*operating lessors*), cuya actividad se centra en la adquisición de grandes volúmenes de aeronaves a los fabricantes obteniendo descuentos en el precio de adquisición para proceder al arrendamiento de las mismas, repagando la financiación de las aeronaves con las rentas del alquiler, y absorbiendo el riesgo de valor residual de las aeronaves en su función de *asset management*. Al estar en posesión de un profundo conocimiento de la industria y el mercado de aeronaves, están capacitados para proceder a la búsqueda de compañías aéreas interesadas en operar la aeronave bajo un nuevo contrato de arrendamiento o en su adquisición una vez concluido un arrendamiento operativo.
- 3) Entidades aseguradoras, las cuales venden protección contra las posibles pérdidas económicas derivadas de la materialización del riesgo de activo, que es un riesgo puro y particular, que se puede definir como un hecho futuro, incierto, posible e independiente de la voluntad de los contratantes que de producirse generará consecuencias económicas no deseadas. Mediante la garantía de valor residual, se establece el traspaso o transferencia de las consecuencias económicas desfavorables producidas por la ocurrencia del riesgo asegurado al garante, a cambio del pago anticipado de una prima. El asegurador es un experto en aplicar técnicas de reducción de riesgos que no están al alcance de las compañías aéreas, como es la *masa asegurable* que permite la aplicación de la ley de los grandes números y hace más previsible el riesgo. Estas garantías suelen denominarse *commercial RVG* o *Residual Value Insurance (RVI)*.

1.3.- Opciones reales en el contexto de la financiación aeronáutica

La incorporación de una aeronave a la flota operativa de una compañía aérea se puede producir a través de diversos esquemas con distinta incidencia en términos de riesgo y coste financiero, a saber:

- 1) Propiedad: la aeronave se adquiere con recursos propios de la compañía aérea, integrándose en su balance y absorbiendo el riesgo asociado al valor de mercado del activo.

- 2) Arrendamiento operativo puro: la compañía aérea obtiene el *derecho a la utilización* de la aeronave durante un determinado período de tiempo a cambio del pago de una corriente de rentas. Se caracteriza por:
 - a) Plazo: Corto / Medio (entre tres y ocho años)
 - b) Devolución de la aeronave al finalizar el período de arrendamiento.
 - c) Tratamiento fuera de balance, manteniendo el endeudamiento en balance. A los efectos de realizar comparaciones homogéneas de endeudamiento entre compañías, los analistas financieros atribuyen a los arrendatarios un activo/pasivo equivalente a 7x/8x veces las rentas anuales pagadas bajo los contratos de arrendamiento.
 - d) El riesgo de valor de mercado del activo es absorbido por el arrendador.
 - e) Coste/riesgo: la transferencia del riesgo de valor residual al arrendador implica un coste explícito materializado en el pago de una corriente de rentas superior a la de una financiación ordinaria (amortización y gastos financieros).
- 3) Arrendamiento financiero: en el que la compañía aérea *financia* la adquisición de la aeronave a través de un esquema con las siguientes características:
 - a) Plazo: Largo (entre diez y doce años)
 - b) Transferencia de la titularidad de la aeronave a la finalización del arrendamiento / existencia de opción compra.
 - c) Tratamiento dentro de balance, absorbiendo el riesgo de valor de mercado del activo.
 - d) Coste/riesgo: coste explícito inferior a un arrendamiento operativo puro
- 4) Arrendamiento sintético: en el que la compañía aérea opera la aeronave en régimen de arrendamiento operativo, pero disponiendo de una o varias opciones de compra de la aeronave. Se trata por tanto de una estructura híbrida con un propósito dual financiación/uso (depende del ejercicio ó no de la opción).
- 5) Arrendamiento con ventajas fiscales: en ocasiones, las estructuras de arrendamiento incorporan ventajas fiscales (tax lease). Un ejemplo de estas estructuras es el arrendamiento operativo japonés con opción de compra⁷. Se trata de una estructura totalmente apalancada en la que el coste de adquisición de la aeronave, se financia mediante deuda bancaria usualmente sindicada (70%-80% coste de adquisición) y capital fiscal (30%-20% coste de adquisición) a través de un arrendamiento sintético. Mediante una SPC⁸, los inversores fiscales asumen la titularidad de la aeronave

⁷ Japanese Operating Lease with Call Option (JALCO)

⁸ Special Purpose Company o Special Purpose Vehicle

(arrogándose la deducción de la amortización y los intereses de la financiación), y la compañía aérea opera el aparato como arrendataria (deduciéndose fiscalmente la totalidad de la renta pagada en el arrendamiento). La figura 3 muestra un diagrama con los flujos financieros de la estructura.

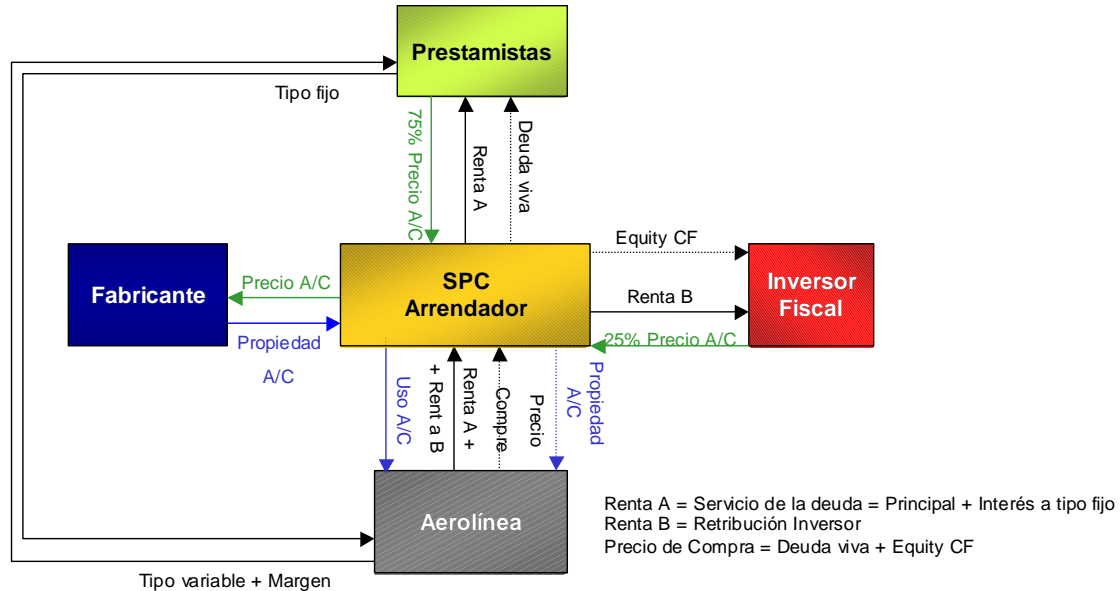


Figura 3: Flujos financieros de un JALCO

En una fecha futura, normalmente a los 10 o 12 años, la compañía aérea tiene la opción de adquirir la aeronave a un precio fijo preestablecido (precio de ejercicio o strike), que es equivalente a la suma de la (i) financiación bancaria pendiente (debt balloon) y (ii) la retribución de capital, consistente en la devolución de la aportación inicial más rentabilidad exigida⁹. Estamos ante una opción real de extensión en la utilización de la aeronave, dado que si los ingresos esperados derivados de continuar operando la aeronave son superiores a los costes de operación (crecientes con la vida del aparato), la compañía aérea deseará continuar operando la aeronave llegada la finalización del arrendamiento, por lo que ejercerá la opción de compra.

Financieramente la SPC propietaria de la aeronave y arrendadora de la misma ha emitido una opción de compra (CALL) a favor del arrendatario, cuyo precio de ejercicio (PO) es la suma de la financiación

⁹ Alrededor del 3%-4%, siendo una tasa de rentabilidad "subvencionada" al ser claramente inferior a la exigible dado el riesgo asumido, debido a que el inversor japonés obtiene rentabilidad adicional a través de la estructura fiscal. La compañía aérea obtiene como beneficio de esta estructura el valor actual neto diferencial derivado de descontar el capital a una tasa de descuento conmensurable al riesgo asociado a la financiación, y capitalizarlo (retribuirlo) a la tasa subvencionada (inferior a la tasa de descuento).

bancaria pendiente y la retribución del capital, siendo su valor intrínseco para el titular = $\text{Max}(0; \text{Valor de Mercado de la aeronave} - \text{PO})$.

Existe la posibilidad de que la compañía aérea pueda optar por extender el arrendamiento operativo hasta el año 12 o 15, momento en el cual, puede tener una nueva opción real, consistente en adquirir la aeronave a un precio fijo constituido tal y como se ha reflejado anteriormente. Otra opción real existente en ese momento, sería la opción de abandono, esto es, finalización del arrendamiento sin coste alguno para la compañía aérea ni retribución asociada, dado que a diferencia de la opción real de abandono que representa la garantía de valor residual ordinaria, en el caso de la finalización del arrendamiento operativo, la compañía aérea no es titular de un derecho de venta de la aeronave, dado que ésta es propiedad de la SPC, por lo que la opción de abandono se ejerce automáticamente al no ejercer la opción de compra de la aeronave.

Estas estructuras pueden ofrecer al arrendatario múltiples *fechas ventana* en las que tiene el derecho de ejercer una opción de compra de la aeronave a precios de ejercicio previamente establecidos, constituyendo la cartera de opciones de compra una opción exótica denominada, opción de compra Bermuda, que es análoga a una cartera de opciones de compra Europeas con distintos vencimientos (opción híbrida).

Las garantías de valor residual se suelen emitir a favor del comprador o arrendador y puede formar parte del paquete de garantías de la financiación a través de la cesión de la misma a capital y/o a los prestamistas. De hecho en las estructuras de arrendamiento operativo japonés con opción de compra, la garantía de valor residual se suele asignar a la SPC, siendo su umbral mínimo garantizado (precio de ejercicio o strike) igual a la suma de financiación bancaria pendiente y la retribución del capital, con una fecha de ejercicio igual a la fecha de vencimiento del contrato de arrendamiento, que suele a su vez coincidir con la fecha de ejercicio de una de las opciones de compra por parte del arrendatario, de forma que la cartera del inversor fiscal está constituida por una posición larga a contado en la aeronave (propietario de la aeronave) y una posición larga en una opción de PUT (titular de la garantía de valor residual), estando cubierto frente a descensos en el valor del activo, es decir, en caso de materialización del riesgo de no-adquisición de la aeronave por parte del arrendatario, lo cual ocurrirá en aquellos estados de la naturaleza en los que los ingresos esperados derivados de continuar operando la aeronave son inferiores a los costes de continuar operándola. En estas situaciones, el inversor japonés puede

ejercer la garantía de valor residual, es decir, ejercer su opción real de abandono, evitando¹⁰ los perjuicios del *downside* o parte perjudicial del ciclo. En las figuras 4a y 4b se ilustra el esquema descrito:

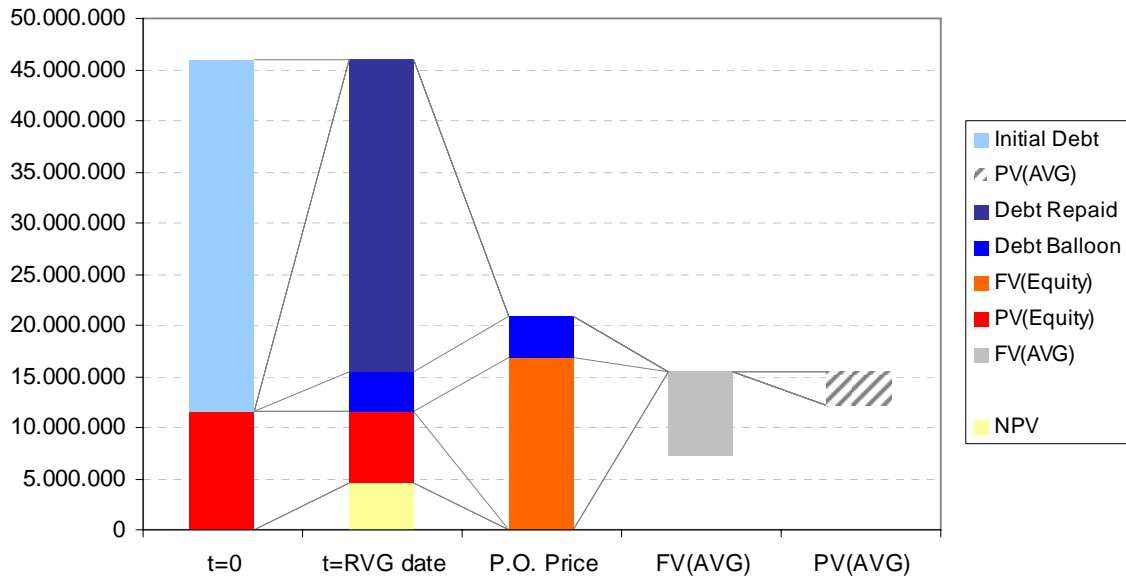


Figura 4a: Utilización de una RVG total en un tax lease

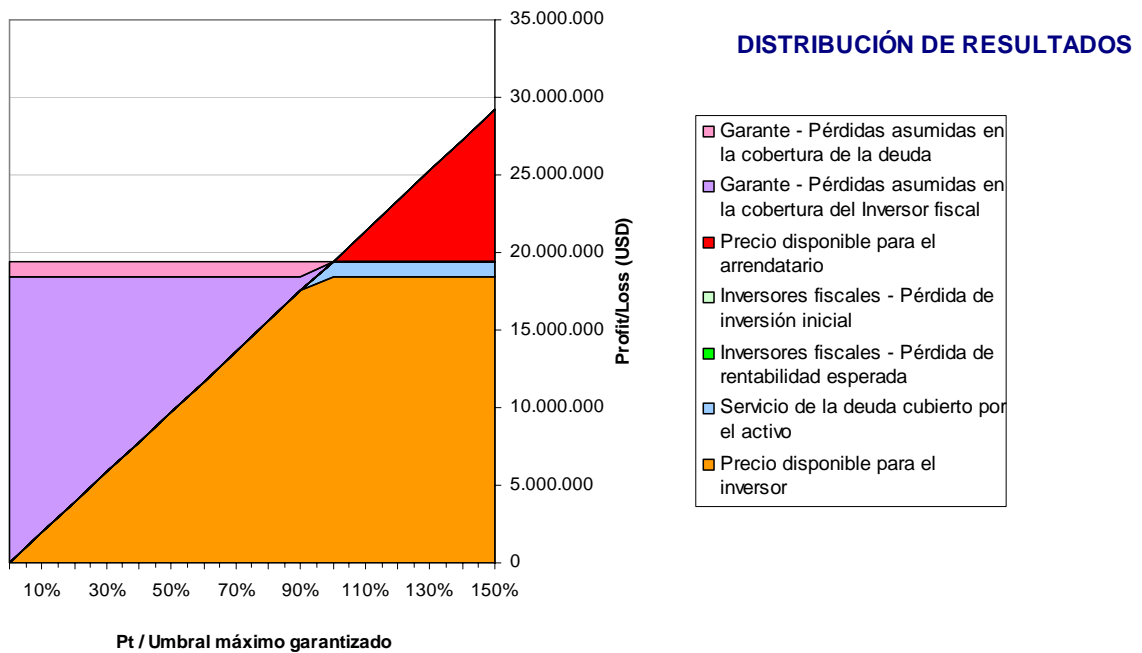


Figura 4b: Resultados de una RVG total

¹⁰ Proverbio japonés “existe una puerta por la que puede entrar la buena o la mala suerte; pero sois vosotros quienes tenéis la llave”

En ocasiones por motivos fiscales los inversores no pueden utilizar garantías de valor residual a los efectos de mostrar que la estructura financiera es “realmente” un proyecto empresarial con exposición a los estados de la naturaleza ubicados en el downside, en estos casos:

1. el arrendatario puede ser titular de una garantía de valor residual emitida por el fabricante además de la opción de compra emitida por la SPC arrendataria, con la misma fecha de vencimiento, el mismo activo subyacente, e idéntico precio de ejercicio, siendo su cartera resultante una opción exótica *as you like it* es decir, el arrendatario puede optar por comprar la aeronave (opción de compra) o venderla (previa compra a la SPC) en función del valor intrínseco de la opción call y la opción put.
2. otra posibilidad es que se asigne a la SPC una garantía de valor residual parcial que no cubra la totalidad del importe en riesgo, y cubra únicamente la financiación bancaria pendiente a la finalización del arrendamiento operativo, y parte de la retribución exigida por el inversor japonés.

Las figuras 5a y 5b ilustran el esquema de garantía de valor residual parcial:

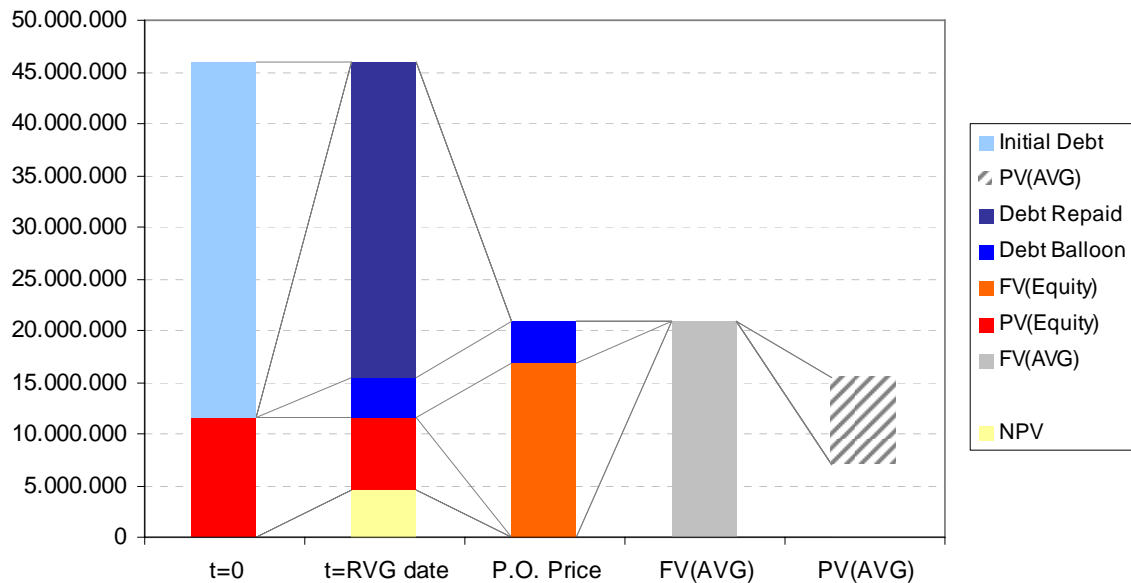


Figura 5a: Utilización de una RVG parcial en un tax lease

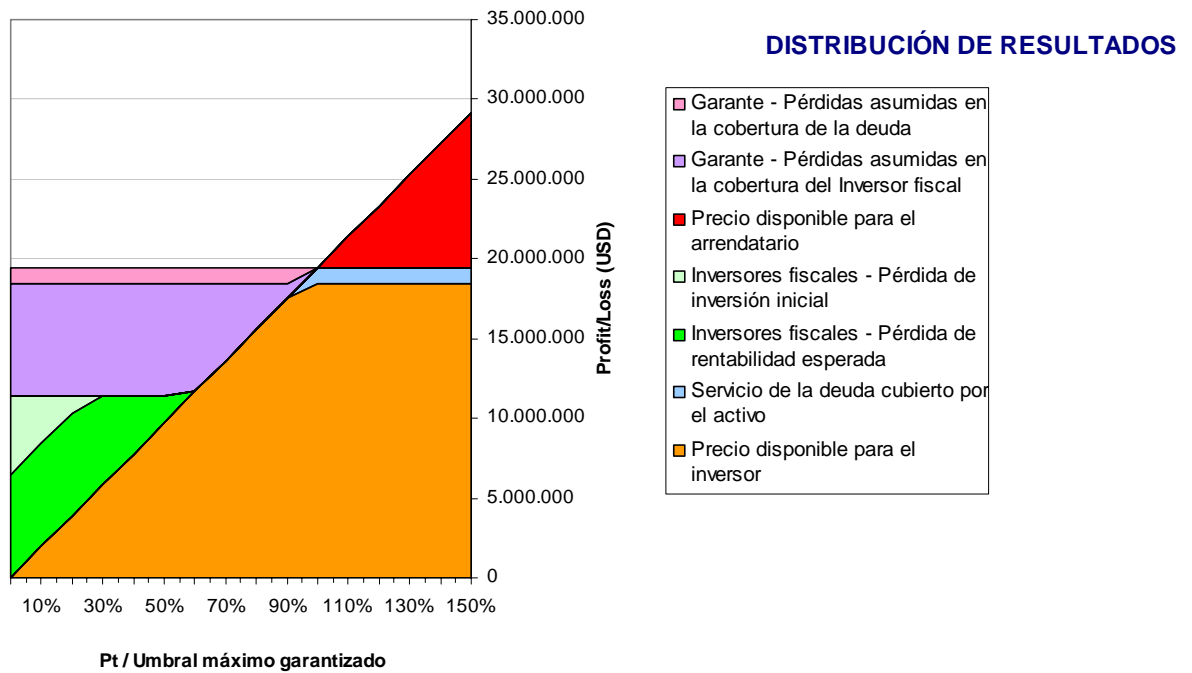


Figura 5b: Resultados de una RVG parcial

Así mientras las garantías de valor residual cedidas en el contexto de las financiaciones aeronáuticas tienen por finalidad principal dotar de protección al propietario de la aeronave (titular de la garantía) frente a reducciones en el valor de mercado de la aeronave para el supuesto en el que el operador no la adquiera; las garantías de valor residual que poseen las compañías aéreas tienen una finalidad adicional y más relevante, consistente en aportar flexibilidad en la gestión de la función de producción, otorgando el derecho a devolver la aeronave en aquellos escenarios en que no resulte favorable operarla.

2.- CARACTERIZACION DE LAS AERONAVES

A continuación describiremos el (i) mercado de aeronaves, (ii) sus propiedades, (iii) las pautas evolutivas de su precio de mercado, y las (iv) fuentes de información disponibles.

2.1.- Mercado de aeronaves

El valor de mercado de un bien está determinado por la confluencia de la oferta y la demanda.

1. La demanda de aviones comerciales de pasajeros, es una demanda derivada del mercado de transporte aéreo de pasajeros.
2. Su precio en el mercado secundario depende de:
 - a. Oferta: escasez o abundancia relativa de un modelo
 - b. Demanda: apetito por un modelo en función de los costes sus costes de operación, indicadores de tráfico, distancia respecto al precio del mercado primario, comunalidad con la flota a disposición del potencial comprador, configuración estándar, etc.
3. Normalmente transcurren entre 5 y 8 años desde la irrupción de una aeronave en el mercado primario hasta la primera transacción en el mercado secundario, así la antigüedad de la aeronave es uno de los determinantes de su liquidez, que en general es elevada dado la existencia de un mercado relativamente profundo, debido a que el carácter móvil del activo negociado confiere al mercado una dimensión internacional en la que el precio adquiere cierta independencia respecto del entorno macroeconómico y sectorial de un área geográfica concreta.
4. La industria aeronáutica está denominada en dólares USD (aviones, combustible, repuestos, etc.), siendo operados el 50% de la flota comercial mundial por operadores norteamericanos.
5. La sensibilidad del valor de una aeronave respecto al ciclo económico está directamente relacionada con el número de asientos de la aeronave y su antigüedad e inversamente respecto a la penetración en el mercado.
6. La volatilidad¹¹ difiere en función de la liquidez existente en el mercado

2.2.- Propiedades

1. Existen importantes diferencias entre las aeronaves de largo radio¹², medio / corto radio¹³, y los regional jets. Las aeronaves de largo radio presentan:
 - a. mayor sensibilidad y exposición al ciclo económico
 - b. mercados menos líquidos
 - c. mayor vida útil por la menor proporción de ciclos¹⁴ / horas de vuelo
 - i. Largo radio: 1 ciclo / 8 horas de vuelo
 - ii. Medio radio: 3 ciclos / 4 horas de vuelo

¹¹ En el contexto de este trabajo la definiremos como la desviación típica anualizada de las variaciones no explicadas por la tendencia existente en la serie temporal de precios de una aeronave.

¹² Denominadas comúnmente como widebodies

¹³ Denominadas comúnmente como narrowbodies

¹⁴ Ciclo = 1 aterrizaje + 1 despegue

2. La homogeneidad existente en las aeronaves viene derivada de:
- a. Condiciones de oferta: industria altamente concentrada por barreras a la entrada y la existencia de importantes economías de escala (elevados costes de desarrollo, intensidad de capital).
 - b. Política de mantenimiento estrictamente fiscalizada por el fabricante y las autoridades de aviación civil, instrumentalizada a través de programas de mantenimiento. Se controlan los motores, trenes de aterrizaje, aviónica, intervalos en los que se ha efectuado las distintas etapas de mantenimiento, cumplimiento con la normativa de aeronavegabilidad, etc.
 - c. Los programas de mantenimiento garantizan la seguridad de las operaciones. Un programa de mantenimiento típico se articula en una serie de revisiones periódicas de los distintos elementos de la aeronave de manera similar a la que a continuación se describe:
 - i. Inspección visual detallada diaria del aparato y de la documentación suministrada por la tripulación
 - ii. Revisión A: se trata de una revisión visual más detallada del interior y exterior de la aeronave. Se efectúa cada 4 o 5 días después de unas 75 horas de vuelo.
 - iii. Revisión B: se trata de una revisión detallada que supone la retirada de ciertos paneles, revisando cuestiones referidas al correcto desempeño de los motores y al cumplimiento de ciertas condiciones de aeronavegabilidad. Suele tener una periodicidad mensual.
 - iv. Revisión C: se trata de una revisión estructural a fondo de la aeronave. Se efectúa cada 12 o 18 meses después de unas 5.500 horas de vuelo.
 - v. Revisión D: se trata de una revisión a fondo que implica el levantamiento de la pintura exterior así como vaciar el interior de la aeronave para revisar su fuselaje. Se efectúa después de unas 20.000-25.000 horas de vuelo, es decir, aproximadamente cada 5 años.

2.3.- Valor fundamental

El valor de una aeronave se ve influenciado por dos grandes tipos de factores:

1. Sistemáticos: aquellos que afectan a la totalidad de las aeronaves, con independencia de sus características, siendo el componente englobado en el riesgo sistemático, de mercado o no diversificable. Estos se pueden clasificar en función de su efecto en el precio de la aeronave en:
 - a. Efecto negativo:
 - i. Fase recesiva del ciclo económico
 - ii. Exceso de oferta relativo en los mercados secundarios
 - iii. Entorno legislativo (limitaciones de ruido, contaminación)
 - iv. Estructura de mercado: entorno altamente competitivo
 - v. Conflictividad social: terrorismo, guerra
 - b. Efecto positivo:
 - i. Incremento en la cartera de pedidos de los fabricantes
 - ii. Incremento del tráfico
 - iii. Incremento de los beneficios de los operadores
 - iv. Liberalización
2. Específicos: aquellos con una incidencia diferenciada en función del modelo de aeronave, siendo el componente englobado en el riesgo único o específico. La parte del precio de la aeronave determinada por los factores específicos, capta los flujos de caja que generará para su operador (aspecto absoluto) y la situación comparativa de éstos respecto a los generados por otras aeronaves (aspecto relativo). Este enfoque se conoce como “base value” o valor estándar, y sobre éste, se efectúan una serie ajustes a los efectos de obtener un valor indicativo para la aeronave más antigua y la más reciente, obteniendo un rango de precios por modelo de aeronave, de acuerdo con los siguientes factores:
 - a. Cada avión se ajusta en función del año de fabricación a través del factor de *novedad*. Se trata de uno de los factores más importantes, ya que la oscilación del precio entre la aeronave más antiguo y el más nuevo de un mismo modelo puede llegar al 50%. Obviamente cuanto más reciente sea la aeronave, mayor vida útil tendrá y más elevado será su precio dado que su período teórico de generación de flujos de caja es más prolongado. Adicionalmente existe obsolescencia tecnológica *intra-modelo*, es decir, a

medida que transcurre el tiempo un mismo modelo incorpora mejoras tecnológicas ausentes en modelos precedentes.

- b. Atractivo de mercado: a mayor número de unidades producidas y mayor número de operadores, más favorable será la fijación del precio. Las aeronaves ilíquidas o *huérfanos*, son aquellos que se corresponden con series de producción cortas y/o con pocos operadores, viéndose penalizados sus precios.
- c. Motores / estructura: un mismo avión puede adquirirse con diferentes motorizaciones, que generan ligeras variaciones en el precio inicial, pero sensiblemente superiores en su posterior comercialización en el mercado secundario, dado la preferencia del mercado por motores más líquidos (con mayor aceptación relativa o cuota de mercado).
- d. Configuración: las configuraciones específicas tienden a restar valor por cuanto reducen la comunalidad de la flota. Así el precio de una aeronave *plain vanilla* suele ser más elevado. Adicionalmente los fabricantes tratan de estandarizar los modelos buscando la reducción de costes y la reducción de plazos de entrega al avanzar a lo largo de la curva de aprendizaje.
- e. Posibilidad de modificación: la existencia de esta opción (tiene valor intrínseco positivo como era de esperar) propicia un precio superior de la aeronave (ejemplo conversión de una avión de pasajeros a una aeronave carguero)
- f. Condiciones de mantenimiento: cuanto mejores sean las condiciones de mantenimiento mayor liquidez y precio tendrá la aeronave. La diferencia de precio de una aeronave con un mantenimiento cuidado y otra que requiera reparaciones de importancia puede oscilar entre $2/3$ y $1/2$ de su precio.
- g. Utilización: adicionalmente al año de manufactura y su *novedad relativa*, el número de horas de vuelo y el número de ciclos afecta críticamente al precio de la aeronave, ajustándose respecto a la media de la industria, dado que las aeronaves incorporan partes de vida limitada.
- h. Documentación de la aeronave: su ausencia puede suponer una reducción en el precio de hasta un 50%. Sí la documentación no figura en inglés el precio se verá reducido en el mercado internacional por su menor liquidez.
- i. Cumplimiento de la normativa: aquellas aeronaves que cumplen simultáneamente las exigencias de la FAA (EE.UU.) y la JAA (Europa) disponen de un mercado secundario más amplio y un precio más elevado en su comercialización.

- j. Apariencia: si bien no afecta a la aeronavegabilidad, una buena apariencia supone un incremento en el precio.

Valorar la aeronave, supone por tanto cuantificar sus especificidades (F. Específicos) dentro de un contexto global (F. Sistemáticos), considerando que estos factores afectan con distinta intensidad a los precios de las aeronaves, y en consecuencia a su demanda.

$$\text{Valor avión} = \text{Valor (F. Sistemáticos)} + \text{Valor (F. Específicos)}$$

Financieramente, el valor de la aeronave se define como la suma del valor actual de los flujos netos de caja futuros que generará a lo largo de su vida económica. Así, el precio de la aeronave ha de reflejar su capacidad para generar beneficios, a través de su:

1. Utilización: flujos de caja que excedan los costes de operación, es decir, “la cuenta de resultados de la aeronave” debe ser positiva
2. Venta en el mercado secundario a otro operador, cuyo precio determinado por el equilibrio de la oferta y la demanda, depende en última instancia de la rentabilidad que obtenga el operador a través de la utilización a la que hemos hecho referencia.

Mientras que la vida técnica de la aeronave es ilimitada, su vida económica finaliza cuando el operador deja de obtener flujos de caja positivos. Así, la obsolescencia del activo genera un deterioro en los flujos de caja generados por el mismo, hasta el año 30-35 donde alcanza asintóticamente su valor de desguace en el caso de las aeronaves de largo radio, siendo de 25-30 en el caso de las aeronaves de medio radio.

2.4.- Fuentes de información

Las transacciones realizadas en el mercado primario y secundario de aeronaves están dotadas de escasa transparencia, desconociendo los precios de las transacciones al ser un mercado a medida.

La teoría económica indica que un déficit informativo afecta a la calidad del output de los procesos de decisión, surgiendo potenciales oportunidades de arbitraje. En el caso que nos ocupa, la información es escasa, acusa falta de homogeneidad, y resulta costosa, dado que no se puede determinar exactamente

el valor de la aeronave sin una minuciosa tasación. Las fuentes de información suelen ser indirectas, como las Cuentas Anuales de los operadores, menciones de los fabricantes, etc., siendo las tasaciones la única referencia dotada de una cierta homogeneidad. En este sentido, el sector de tasadores está efectuando un esfuerzo a los efectos de normalizar y estandarizar la información que proporcionan.

Existen dos metodologías de tasación:

1. De “escritorio”: el tasador no inspecciona físicamente ni la aeronave ni sus registros, y su valoración se realiza a mediante el examen de la información suministrada. Existen tres protocolos de presentación de la tasación:
 - a. Half-Life: se asume que la aeronave ha consumido el 50% del período de tiempo hasta la próxima revisión de gran envergadura, siendo el número de horas de vuelo y ciclos acorde a la media de la industria.
 - b. Full Maintenance: se ajustan las condiciones de mantenimiento reales respecto a las condiciones de half-life.
 - c. Future Value: proyecciones en unidades monetarias corrientes, indexadas respecto a una tasa de inflación determinada
2. Inspección física: análoga a la efectuada en “full-maintenance” pero con inspección física de la aeronave y de sus registros.

3.- VALORACIÓN

3.1.- Aproximación Empírica

Las series temporales de precios de aeronaves presentan una clara tendencia decreciente debido a la conjunción de dos factores:

1. La obsolescencia ($\delta P/\delta t < 0$) que experimenta una aeronave tiene un efecto negativo en su precio de mercado a lo largo del tiempo. Podemos distinguir dos tipos de obsolescencia, a saber:
 - a. Obsolescencia física, que lleva aparejada unos costes de mantenimiento crecientes y un incremento de los costes de operación de la aeronave, degradándose su capacidad de generación de rentabilidad. Se trata de una obsolescencia absoluta y tiene un efecto negativo en el precio de mercado de la aeronave a lo largo del tiempo.

- b. Obsolescencia tecnológica: Con el transcurso del tiempo la aeronave ha de competir con nuevos modelos con condiciones económicas más favorables para el operador, y en consecuencia con mayor capacidad de generación de rentabilidad. Hablamos de una obsolescencia relativa con un efecto negativo en el precio de mercado de la aeronave a lo largo del tiempo.
2. Inflación ($\delta P/\delta \Pi$), los fabricantes indexan los precios de las aeronaves a la inflación a través de un factor de escalación, que en ocasiones presenta un límite máximo. Ello genera que el precio de mercado de las aeronaves tienda a aumentar con el paso del tiempo, dado que su coste de reposición se ve incrementado por la inflación. Así tiene un efecto positivo en el precio de mercado de la aeronave a lo largo del tiempo.
3. La obsolescencia suele ser superior a la inflación, $\delta P/\delta t > \delta P/\delta \Pi$, de ahí la tendencia decreciente. La tendencia de la serie se definirá como $\mu = \delta P/\delta \Pi - \delta P/\delta t$

Adicionalmente a la tendencia, los precios de las aeronaves siguen un patrón evolutivo cíclico o sinusoidal debido a un desequilibrio endémico entre la demanda y la oferta de aeronaves.

1. La oferta es relativamente rígida, con plazos de entrega entre 12 y 18 meses e incluso más si la cartera de pedidos presenta un volumen elevado.
2. La demanda de aviones se puede estimar por la demanda de transporte aéreo (PKT), de hecho, las compañías aéreas a la hora de tomar sus decisiones de inversión en nueva flota, deben considerar cuál será la situación de la demanda de transporte aéreo en un horizonte de 12 o 18 meses, a los efectos efectuar una gestión contra cíclica, es decir, encargar las aeronaves antes de comenzar la fase expansiva del ciclo económico, para recibirlos cuando comience a aumentar la demanda.
3. Los desequilibrios se cubren a corto plazo
 - a. Desde el lado de la demanda con técnicas de gestión en la planificación de vuelos (para mejorar los factores de ocupación), así como mediante el desguace de las aeronaves más antiguas.
 - b. Desde el punto de vista de la oferta los ajustes a corto plazo son complejos
4. Estas dos fuerzas generan una oscilación de los precios alrededor de su valor de equilibrio estable de largo plazo, situación en la que la oferta si se puede ajustar. Así los precios oscilan alrededor de la tendencia en un movimiento de reversión a la media.

Los precios efectivos de las aeronaves en el mercado primario difieren sustancialmente de los precios de catálogo debido a los descuentos¹⁵ que se obtienen en las negociaciones con fabricantes de la célula, motores, etc.

La figura 6 recoge la serie temporal de precios¹⁶ de un B747-400, en la que se puede apreciar la existencia de una tendencia decreciente con un movimiento cíclico de reversión a la media o tendencia que puede conceptuarse como la parte de la variabilidad del precio de la aeronave explicada a través de la obsolescencia y la inflación, y que deja al margen los desequilibrios existentes en el mercado secundario.

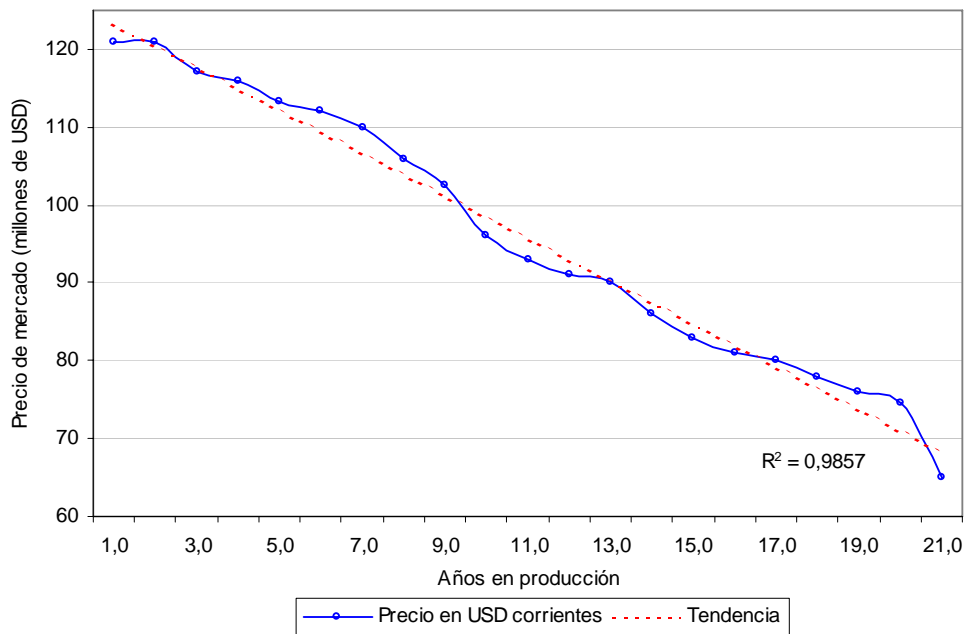


Figura 6: Pauta evolutiva del precio de una aeronave

Para poder generar un conjunto de observaciones comparables entre distintos modelos de aeronaves a lo largo del tiempo con independencia de su precio inicial, hemos definido un índice base cien que actúa como medida adimensional. De hecho este índice es usualmente empleado por los intermediarios financieros y entidades aseguradoras en sus propuestas a los efectos de dotarlas de cierta flexibilidad, evitando la actualización de las mismas ante cambios en el precio de la aeronave. Los precios se

¹⁵ Denominados comúnmente como Credit memorandum

¹⁶ Las series de precios analizadas proceden de la publicación especializada The Avmark Aviation Economist, disponiendo de hasta 21 observaciones por avión con periodicidad semestral, comprendidas entre enero 1992 y enero 2002.

corresponden con las aeronaves más antiguas para el modelo de aeronave en cuestión a los efectos de recoger su obsolescencia, en condiciones half life y configuraciones estándar.

Formalmente:

$$P_t = \frac{\text{Precio_AC}_t}{\text{Precio_AC}_0}$$

Siendo:

Precio_AC_t ≡ Precio de la aeronave en el mercado secundario en el momento t

Precio_AC_t ≡ Primer dato disponible en la serie temporal de precios de la aeronave, comúnmente, enero de 1992.

A los efectos de analizar las series de precios, hemos procedido a extraer la tendencia a través de una regresión simple, obteniendo una nueva variable (residuo) que contiene las desviaciones respecto a ésta

$$P_t = \hat{a} + \hat{b} \cdot t + \hat{\varepsilon}_t \quad \hat{\varepsilon}_t = P_t - (\hat{a} + \hat{b} \cdot t)$$

(oscilación cíclica).

Hemos generado esta variable para 9 aviones, disponiendo de 185 observaciones¹⁷ bajo un análisis de datos de panel (combinado de datos de sección cruzada y serie temporal).

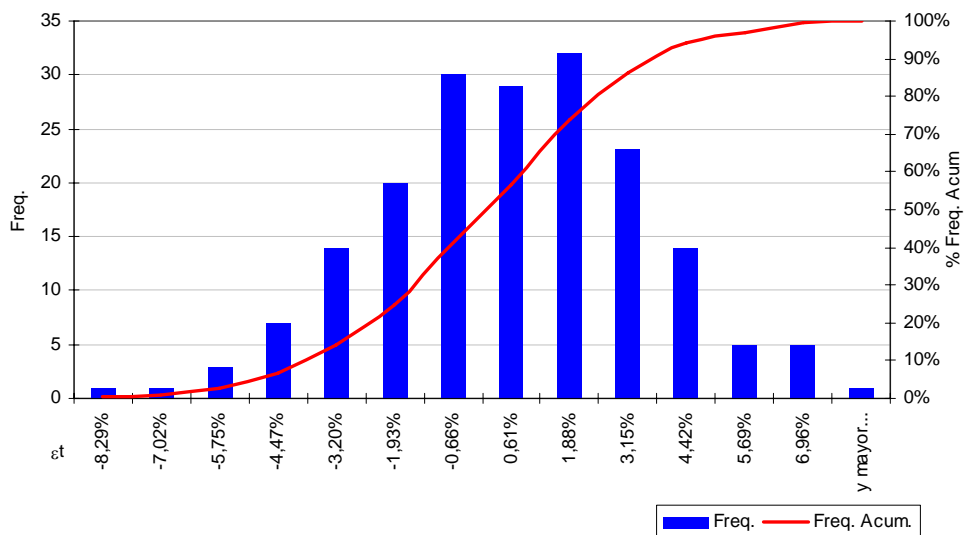


Figura 7. Frecuencia relativa y acumulada de los residuos del modelo de evolución de los precios de aeronaves de segunda mano

¹⁷ De algunos aviones por su novedad no hay datos para el período completo.

Conforme al test de Jarque-Bera, podemos asumir que las desviaciones respecto a la tendencia siguen una distribución normal (ver tabla 1).

Estadísticos descriptivos - et			
Nº Aviones	9	Varianza σ^2	0.09%
Nº Observaciones	185	Desviación estandar σ	2.97%
Promedio μ	0.00%	Curtosis (normal K=0)	0.027
Mediana	0.10%	Asimetría (normal s=0)	-0.031
Rango	16.52%	Estadístico Jarque-Bera	0.034915
Mínimo	-8.29%	Prob. (Ho: Normalidad)	98.27%
Máximo	8.23%		

Tabla 1

A continuación en la tabla 2 se muestra el resultado del análisis de la tendencia, ciclo y volatilidad para las aeronaves objeto de estudio.

Avión	Tendencia $\mu = \Pi - \delta$	Volatilidad anualizada	Velocidad de reversión η	Tipo de avión	Producción	
					Comienzo	Fin
A300B4-600	-4.57%	5.03%	8.06%	Widebody	1983	1992
A300B4-600R	-4.77%	4.55%	4.67%	Widebody	1988	2002
A310-200	-5.65%	6.61%	6.62%	Widebody	1982	1989
A320-100	-2.38%	4.45%	6.66%	Narrowbody	1987	1989
A340-200	-4.15%	3.78%	3.75%	Widebody	1992	1998
B747-400	-4.56%	2.41%	1.91%	Widebody	1989	2002
B767-200 ER	-3.66%	2.49%	1.34%	Widebody	1984	1998
B767-300	-3.55%	3.83%	3.18%	Widebody	1986	2002
MD-88	-3.79%	3.86%	6.43%	Narrowbody	1988	1998
Narrowbody	-3.08%	4.15%	6.54%			
Widebody	-4.42%	4.10%	4.22%			
Total	-4.12%	4.11%	4.73%			

Tabla 2

Este hecho estilizado puede ser modelizado intuitivamente (aproximación determinística) a través de una tendencia decreciente sobre una función sinusoidal (seno – coseno).

3.2.- Simulación de Monte Carlo

En orden a valorar las opciones, hemos desarrollado una simulación de Monte Carlo a los efectos de obtener el precio del activo subyacente (aeronave) en multitud de estados de la naturaleza de conformidad con la pauta evolutiva comprobada empíricamente. Este método es aconsejado en la literatura financiera para valorar este tipo de opciones complejas dada su flexibilidad¹⁸.

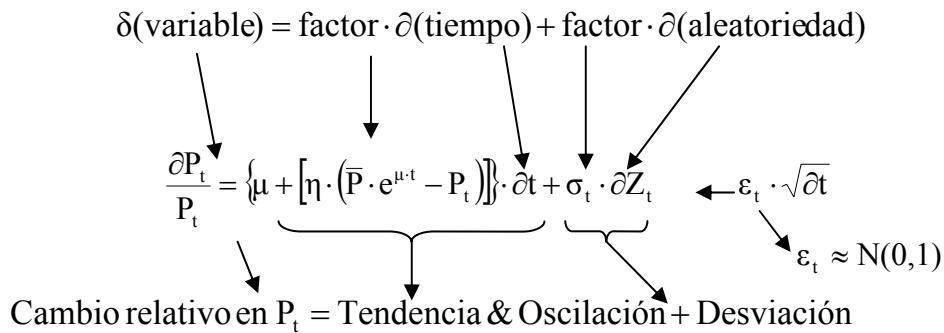
¹⁸ Véase por ejemplo Cortazar (2000)

La simulación se ha desarrollado implementando en Visual Basic for Applications el proceso estocástico browniano de Metcalf & Hasset, con capacidad de modelizar una variable con tendencia y reversión a la media, cuya forma continua se muestran a continuación:

$$\frac{\partial P_t}{P_t} = \left\{ \mu + \left[\eta \cdot (\bar{P} \cdot e^{\mu \cdot t} - P_t) \right] \right\} \cdot \partial t + \sigma_t \cdot \partial Z_t$$

Proceso de Wiener $\partial Z_t = \varepsilon_t \cdot \sqrt{\partial t} \quad \varepsilon_t \longrightarrow N(0,1)$

El proceso estocástico es el resultado de la aleatoriedad y el tiempo:



A los efectos de implementar la ecuación diferencial en un contexto de simulación, es preciso pasar a su forma discreta, es decir, a la solución de la ecuación diferencial ó utilizar la aproximación de primer orden de Euler, que supone básicamente reemplazar los diferenciales por variaciones finitas, es decir, utilizar Δt en lugar de δt . Hemos de llamar la atención sobre el hecho de que Δt ha de ser pequeño a los efectos de controlar los errores (el error de discretización es creciente con la magnitud de Δt). En la medida que el proceso de Metcalf & Hasset carece de discretización exacta, la simulación utilizará la aproximación de Euler de primer orden.

En cuanto a las extracciones de la distribución normal se han obtenido a través del algoritmo de inversión de Moro (1995), que presenta ventajas en términos de precisión y rapidez respecto al algoritmo tradicional de Box Muller.

El procedimiento de valoración ha consistido en obtener la prima como la suma de los valores actuales esperados de los flujos de caja generados en los distintos estados de la naturaleza bajo el marco definido por la opción, es decir, en calcular el valor esperado monetario actualizado del contrato.

3.2.1.- Valoración de garantías de valor residual total (Full RVG).

La prima de la garantía de valor residual total se puede definir como la suma actualizada de los flujos de caja esperados por ésta en diversos estados de la naturaleza.

- Los estados de la naturaleza dependen del espacio probabilístico del precio
- Los flujos de caja dependen de la diferencia entre:
 1. umbral asegurado por el garante (precio de ejercicio)
 2. precio futuro de la aeronave

Los flujos de caja esperados por la full RVG serán:

1. En términos continuos el resultado de la siguiente integral, que es la esperanza matemática de éstos:

$$E[\text{CF Full RVG}] = \int_{-\infty}^{+\infty} (\text{Max}\{\text{Strike} - P_i; 0\}) \cdot f(P_i) \cdot \partial P_i$$

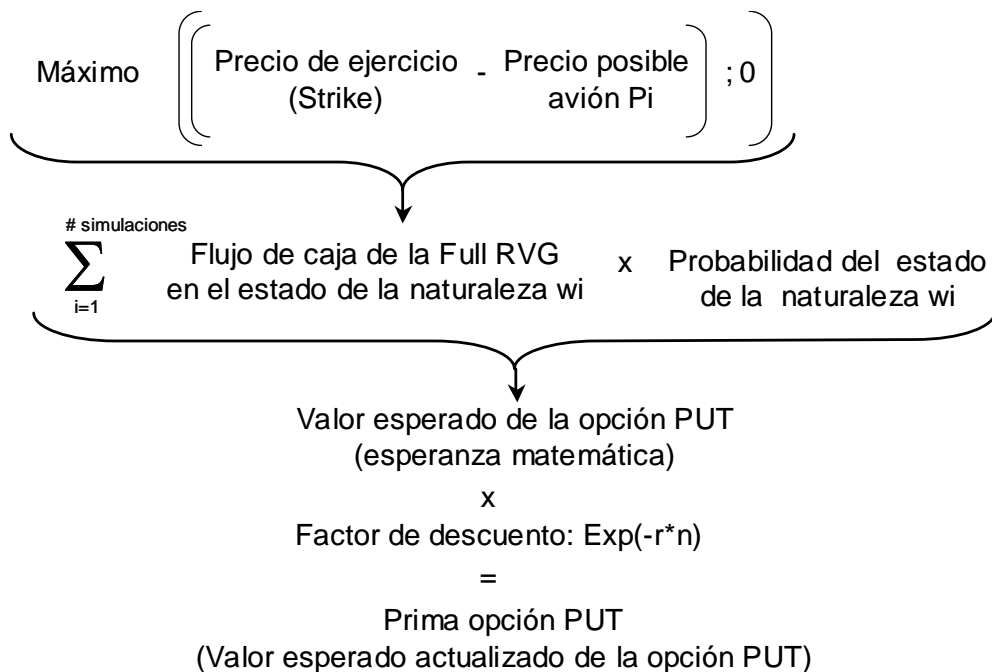
2. En términos discretos:

$$E[\text{CF Full RVG}] = \sum_i^{\text{ns}} (\text{Max}\{\text{Strike} - P_i; 0\}) \cdot \text{Prob}(P_i) \quad i=1, \dots, n_{\text{sim}}$$

La prima de la full RVG, es por tanto:

$$\text{Prima RVG} = E[\text{CF Full RVG}] \cdot e^{-r \cdot n}$$

En términos discretos la valoración consiste en:



3.2.2.- Opción de compra a precio fijo incluida en una financiación aeronáutica.

Análogamente, la prima de la opción de compra a precio fijo incluida en una financiación aeronáutica, por ejemplo en un JALCO, se puede definir como la suma actualizada de los flujos de caja esperados por esta en los distintos estados de la naturaleza.

Los flujos de caja esperados por la opción de compra serán:

1. En términos continuos el resultado de la siguiente integral, que es la esperanza matemática de éstos:

$$E[\text{CF Call JOL}] = \int_{-\infty}^{+\infty} (\text{Max}\{P_i - \text{Strike}; 0\}) \cdot f(P_i) \cdot \partial P_i$$

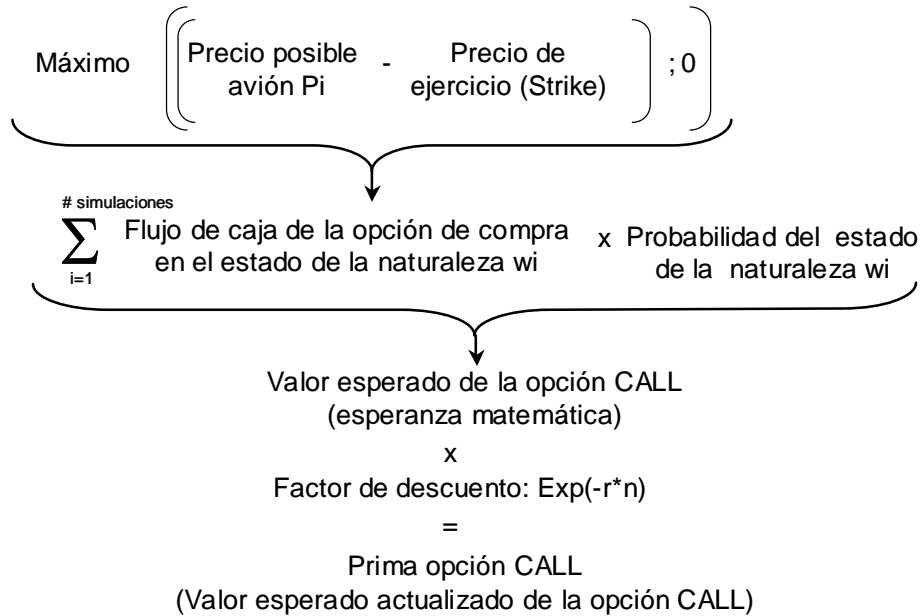
2. En términos discretos:

$$E[\text{CF Call JOL}] = \sum_i^{\text{ns}} (\text{Max}\{P_i - \text{Strike}; 0\}) \cdot \text{Prob}(P_i) \quad i=1, \dots, n_{\text{sim}}$$

La prima de la opción de compra, es por tanto:

$$\text{Prima Call JALCO} = E[\text{CF Call JALCO}] \cdot e^{-r \cdot n}$$

En términos discretos la valoración consiste en:



3.2.3.- Garantía de valor residual parcial (bull spread europeo).

La prima de una RVG parcial se puede definir como la suma actualizada de los flujos de caja esperados en los distintos estados de la naturaleza.

Los flujos de caja esperados por la RVG parcial (bull spread) serán:

1. En términos continuos el resultado de la siguiente integral, que es la esperanza matemática de éstos:

$$E[\text{CF Partial RVG}] = \int_{-\infty}^{+\infty} (\text{Min}[\text{Max}\{\text{Strike} - P_i; 0\}; \text{PMA}]) \cdot f(P_i) \cdot \partial P_i$$

2. En términos discretos:

$$E[\text{CF Partial RVG}] = \sum_i^{ns} (\text{Min}[\text{Max}\{\text{Strike} - P_i; 0\}; \text{PMA}]) \cdot \text{Prob}(P_i) \quad i=1, \dots, n_{\text{sim.}}$$

Siendo

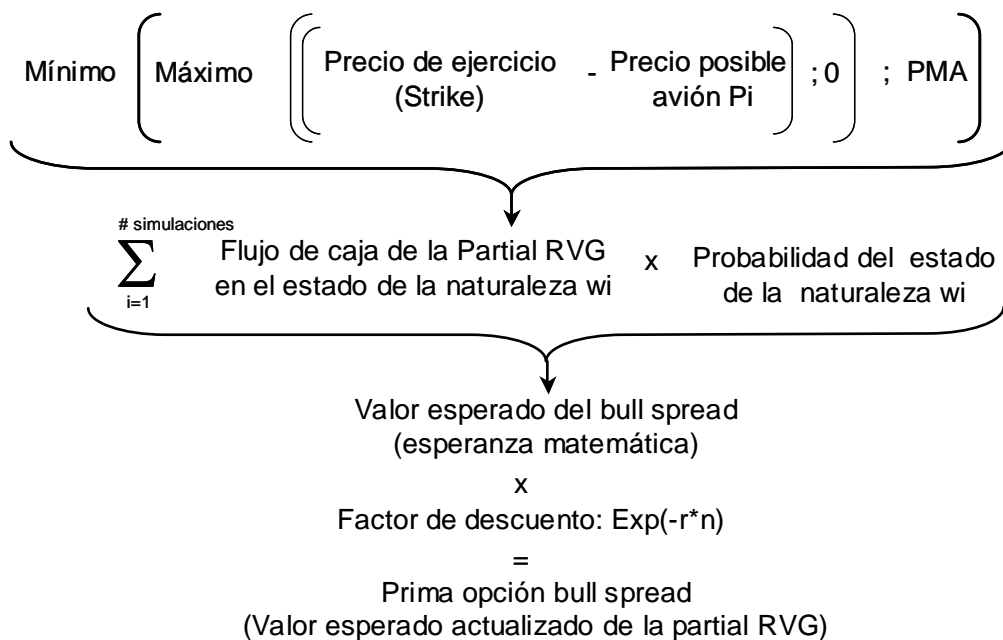
PMA: Pérdida máxima absorbida por el garante

PMA= Límite superior RVG – Límite inferior de la RVG

La prima de la RVG parcial, es por tanto:

$$\text{Prima Partial RVG} = E[\text{CF Partial RVG}] \cdot e^{-r \cdot n}$$

En términos discretos la valoración consiste en:



PMA: Pérdida máxima absorbida por el garante -> PMA= Límite superior RVG – Límite inferior de la RVG

3.2.4.- Opción exótica *as you like it*

Una opción exótica *as you like it* ofrece a su titular en la fecha de vencimiento la posibilidad de decidir si desea vender (PUT – Full RVG) ó comprar (CALL incluida en una financiación JALCO) el activo subyacente, es decir, la aeronave. Desde el punto de vista de las opciones reales, el titular de la opción *as you like it* tiene una opción de extensión y una de abandono respecto a la aeronave.

Los flujos de caja esperados por la opción exótica *as you like it* serán:

1. En términos continuos el resultado de la siguiente integral, que es la esperanza matemática de éstos:

$$E[\text{CF } as \ you \ like \ it] = \int_{-\infty}^{+\infty} (\text{Abs}\{\text{Strike} - P_t\}) \cdot f(P_t) \cdot \partial P_t$$

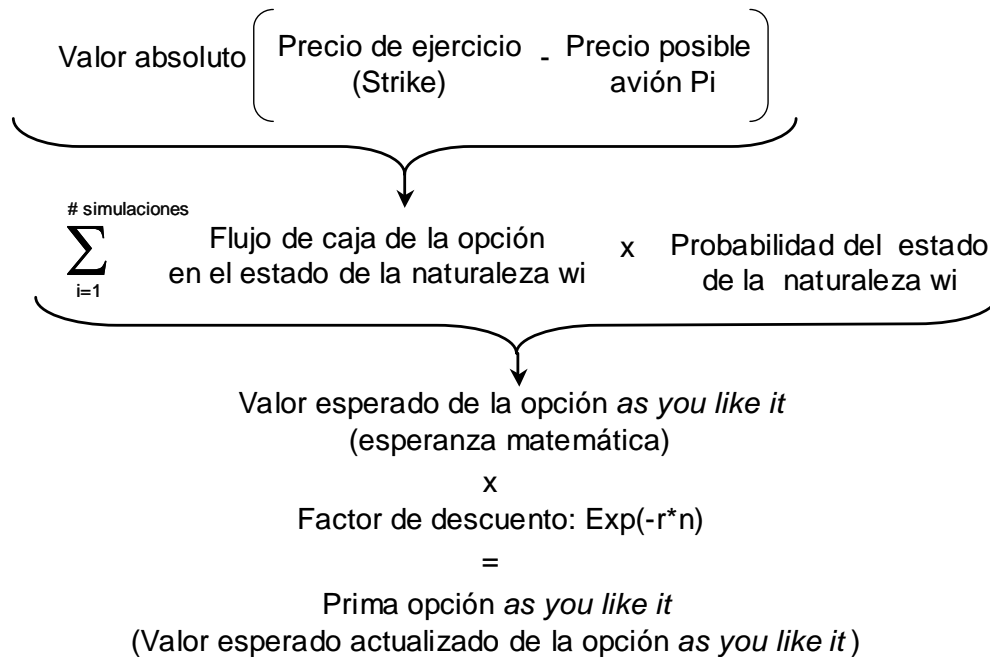
2. En términos discretos:

$$E[\text{CF } as \ you \ like \ it] = \sum_{P_t}^{ns} (\text{Abs}\{\text{Strike} - P_t\}) \cdot \text{Prob}(P_t) \quad ns = \# \text{ simulaciones}$$

La prima de la opción exótica *as you like it*, es por tanto:

$$\text{Prima Opción } as \ you \ like \ it = E[\text{CF } as \ you \ like \ it] \cdot e^{-r \cdot n}$$

En términos discretos la valoración consiste en:



3.2.5.- Cartera de garantías de valor residual total (Opción de venta Bermuda).

Una opción Bermuda ofrece a su titular la posibilidad de ejercer la opción en diversas fechas ventana. Es similar a una cartera de opciones Europeas con el mismo subyacente, pero con distintas fechas de ejercicio.

En el caso de la industria aeronáutica, el precio de ejercicio desciende a lo largo del tiempo para reflejar la depreciación esperada en el precio de la aeronave, provocada por el efecto neto de inflación y de la obsolescencia absoluta y relativa. La opción Bermuda puede conceptuarse como un híbrido¹⁹ entre opciones Europeas y Americanas. Desde el punto de vista de las opciones reales, estamos ante una cartera de opciones de abandono, que otorgan a su titular el derecho a vender la aeronave a precios preestablecidos.

La prima de una opción full RVG Bermuda, es por tanto:

$$\text{Full RVG Bermuda} = \sum_i^{n \text{ sim}} \left(\text{Max}_t \left[\text{Max} \left\{ \text{Strike}_{t_1} - P_{t_1,i}; 0 \right\} \cdot e^{-r \cdot t_1}; \dots; \text{Max} \left\{ \text{Strike}_{t_j} - P_{t_j,i}; 0 \right\} \cdot e^{-r \cdot t_j} \right] \right) \cdot \text{Prob}(P_{t,i})$$

El procedimiento de valoración es similar al utilizado en un árbol binomial, dado que en cada simulación, la opción toma como valor intrínseco el mayor valor intrínseco actualizado de los distintos vencimientos.

En términos discretos la valoración consiste en:

$$\underbrace{\text{Max}_t \left[\text{Max} \left\{ \text{Strike}_{t_1} - P_{t_1,i}; 0 \right\} \cdot e^{-r \cdot t_1}; \dots; \text{Max} \left\{ \text{Strike}_{t_j} - P_{t_j,i}; 0 \right\} \cdot e^{-r \cdot t_j} \right]}_{\downarrow}$$

$$\sum_{i=1}^{\# \text{ simulaciones}} \underbrace{\text{Flujo de caja actualizado de la Full RVG bermuda en el estado de la naturaleza } w_i}_{\times} \underbrace{\text{Probabilidad del estado de la naturaleza } w_i}_{\downarrow}$$

$$=$$

Prima opción Full RVG bermuda
(Valor esperado actualizado de la opción Full RVG bermuda)

¹⁹ Una opción Bermuda está a medio camino entre una Americana y una Europea, ¿qué hay entre Europa y América? Las Bermudas, de ahí su denominación.

3.2.6.- Cartera de opciones de compra a precio fijo incluidas en una financiación aeronáutica (Opción de compra Bermuda).

Análogamente, la prima de la opción de compra Bermuda incluida en una financiación será:

$$\text{Call JOL Bermuda} = \sum_i^{n \text{ sim}} \left(\text{Max}_t \left[\text{Max} \{ P_{t,i} - \text{Strike}_{t_1}; 0 \} \cdot e^{-r \cdot t_1}; \dots; \text{Max} \{ P_{t,i} - \text{Strike}_{t_j}; 0 \} \cdot e^{-r \cdot t_j} \right] \right) \cdot \text{Prob}(P_{t,i})$$

En términos discretos la valoración consiste en:

$$\underbrace{\left[\text{Max} \{ P_{t,i} - \text{Strike}_{t_1}; 0 \} \cdot e^{-r \cdot t_1}; \dots; \text{Max} \{ P_{t,i} - \text{Strike}_{t_j}; 0 \} \cdot e^{-r \cdot t_j} \right]}_{\substack{\# \text{ simulaciones} \\ \sum_{i=1} \text{Flujo de caja actualizado de la opción de compra} \\ \text{bermuda en el estado de la naturaleza } w_i}} \times \underbrace{\text{Probabilidad del estado de la naturaleza } w_i}_{\substack{\text{Probabilidad del estado} \\ \text{de la naturaleza } w_i}}$$

=

Prima de la opción de compra bermuda
(Valor esperado actualizado de la opción de compra bermuda)

3.2.7.- Cartera de opciones as you like it - Opción as you like it Bermuda.

De modo similar, la prima de la opción as you like it Bermuda incluida en una financiación será:

$$\text{As you like it Bermuda} = \sum_i^{n \text{ sim}} \left(\text{Max}_t \left[\text{Abs} \{ P_{t,i} - \text{Strike}_{t_1} \} \cdot e^{-r \cdot t_1}; \dots; \text{Abs} \{ P_{t,i} - \text{Strike}_{t_j} \} \cdot e^{-r \cdot t_j} \right] \right) \cdot \text{Prob}(P_{t,i})$$

En términos discretos la valoración consiste en:

$$\underbrace{\text{Max}_t \left[\text{Abs} \{ P_{t,i} - \text{Strike}_{t_1} \} \cdot e^{-r \cdot t_1}; \dots; \text{Abs} \{ P_{t,i} - \text{Strike}_{t_j} \} \cdot e^{-r \cdot t_j} \right]}_{\substack{\# \text{ simulaciones} \\ \sum_{i=1} \text{Flujo de caja actualizado de la opción as you like it} \\ \text{bermuda en el estado de la naturaleza } w_i}} \times \underbrace{\text{Probabilidad del estado de la naturaleza } w_i}_{\substack{\text{Probabilidad del estado} \\ \text{de la naturaleza } w_i}}$$

=

Prima de la opción de as you like it bermuda
(Valor esperado actualizado de la opción as you like it bermuda)

3.2.8.- Full First Loss Deficiency Guarantee

La opción first loss deficiency guarantee es una opción PUT americana cuyo precio de ejercicio varía en función de la fecha de ejercicio. Dispone de infinitud de fechas de ejercicio, a diferencia de la Full RVG Bermuda.

La prima de una opción full FLDG, es por tanto:

$$\text{Full FLDG} = \sum_i^{n \text{ sim}} \left(\text{Max}_j \left[\text{Max} \left\{ \text{Strike} - P_{\Delta t, j, i}; 0 \right\} \cdot e^{-r \cdot \Delta t \cdot j}; \dots; \text{Max} \left\{ \text{Strike} - P_{n, i}; 0 \right\} \cdot e^{-r \cdot n} \right] \right) \cdot \text{Prob}(P_{t, i})$$

Siendo:

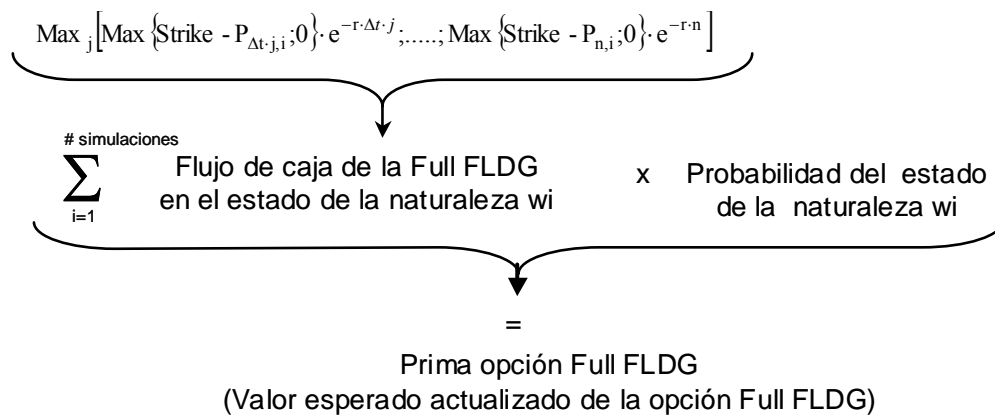
j = iteración; $j=1, \dots, N^0$ iteraciones

Δt = Fecha de expiración / j

n = Δt * Número de iteraciones

El procedimiento de valoración es similar al utilizado en un árbol binomial, dado que en cada simulación, la opción toma como valor intrínseco el mayor valor intrínseco actualizado a lo largo de la trayectoria simulada.

En términos discretos la valoración consiste en:



3.2.9.- Opción de compra en un contexto Full First Loss Deficiency Guarantee.

La prima de una opción de compra con análogas características a la full FLDG, se definiría como:

$$\text{Call "Full FLDG"} = \sum_i^{n \text{ sim}} \left(\text{Max}_j \left[\text{Max} \{ P_{\Delta t, j, i} - \text{Strike}; 0 \} \cdot e^{-r \cdot \Delta t \cdot j}; \dots; \text{Max} \{ P_{n, i} - \text{Strike}; 0 \} \cdot e^{-r \cdot n} \right] \right) \cdot \text{Prob}(P_{t, i})$$

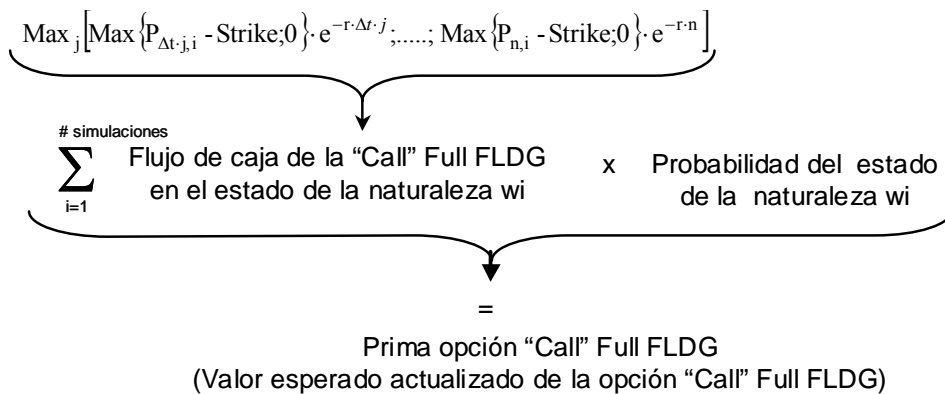
Siendo:

j = iteración; $j=1, \dots, N^0$ iteraciones

Δt = Fecha de expiración / j

n = Δt * Número de iteraciones

En términos discretos la valoración consiste en:



3.2.10.- Opción as you like it en un contexto Full First Loss Deficiency Guarantee

La prima de una opción *as you like it* en un contexto "full FLDG", se definiría como:

$$\text{As you like it "Full FLDG"} = \sum_i^{n \text{ sim}} \left(\text{Max}_j \left[\text{Abs} \{ P_{\Delta t, j, i} - \text{Strike} \} \cdot e^{-r \cdot \Delta t \cdot j}; \dots; \text{Abs} \{ P_{n, i} - \text{Strike} \} \cdot e^{-r \cdot n} \right] \right) \cdot \text{Prob}(P_{t, i})$$

Siendo:

j = iteración; $j=1, \dots, N^0$ iteraciones

Δt = Fecha de expiración / j

n = Δt * Número de iteraciones

En términos discretos la valoración consiste en:

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\text{Max}_j \left[\text{Abs} \{ P_{\Delta t, j, i} - \text{Strike} \} \cdot e^{-r \cdot \Delta t \cdot j}, \dots, \text{Abs} \{ P_{n, i} - \text{Strike} \} \cdot e^{-r \cdot n} \right]} \\
 & \quad \downarrow \\
 & \sum_{i=1}^{\# \text{ simulaciones}} \text{Flujo de caja de la "Call" Full FLDG} \quad \times \quad \text{Probabilidad del estado} \\
 & \quad \text{en el estado de la naturaleza } w_i \quad \quad \quad \text{de la naturaleza } w_i \\
 & \quad \downarrow \\
 & = \\
 & \text{Prima opción "Call" Full FLDG} \\
 & \text{(Valor esperado actualizado de la opción "Call" Full FLDG)}
 \end{aligned}$$

3.2.11.- Partial First Loss Deficiency Guarantee – Bull spread americano

La opción FLDG parcial es un bull spread o diferencial alcista americano construido con opciones PUT Americanas (el garante absorbe pérdidas hasta un límite máximo), siendo su prima:

$$\text{Partial FLDG} = \sum_i^{n \text{ sim}} \left(\text{Max}_j \left[\text{Min} \left(\text{Max} \{ \text{Strike} - P_{\Delta t, j, i}, 0 \}, \text{PMA} \right) \cdot e^{-r \cdot \Delta t \cdot j}, \dots, \text{Min} \left(\text{Max} \{ \text{Strike} - P_{n, i}, 0 \}, \text{PMA} \right) \cdot e^{-r \cdot n} \right] \right) \cdot \text{Prob}(P_{t, i})$$

Siendo:

j = iteración; $j=1, \dots, N^{\circ}$ iteraciones

Δt = Fecha de expiración / j

n = Δt * Número de iteraciones

PMA: Pérdida máxima absorbida por el garante

PMA = Límite superior RVG – Límite inferior de la RVG

En términos discretos la valoración consiste en:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max}_j \left[\text{Min} \left(\text{Max} \left\{ \text{Strike} - P_{\Delta t, j, i}; 0 \right\}, PMA \right) \cdot e^{-r \cdot \Delta t \cdot j}; \dots; \text{Min} \left(\text{Max} \left\{ \text{Strike} - P_{n, i}; 0 \right\}, PMA \right) \cdot e^{-r \cdot n} \right] \\
 & \downarrow \\
 & \sum_{i=1}^{\# \text{ simulaciones}} \text{Flujo de caja actualizado de la Partial FLDG en el estado de la naturaleza } w_i \times \text{Probabilidad del estado de la naturaleza } w_i \\
 & \downarrow \\
 & = \\
 & \text{Prima opción Partial FLDG} \\
 & \text{(Valor esperado actualizado del bull spread FLDG)}
 \end{aligned}$$

3.3.- Riesgo de crédito: determinación de primas de riesgo implícitas

Todo compromiso de pago futuro lleva implícita una probabilidad de impago o *default*, recibiendo este riesgo la denominación de *riesgo de crédito*. La cuantificación de la probabilidad de impago de un compromiso financiero es efectuada por las agencias de rating²⁰, que tras el análisis de ciertas magnitudes operativas y financieras, cifran la probabilidad de impago a través de las calificaciones crediticias, que constituyen una opinión sobre la capacidad de una entidad o de una emisión de títulos de hacer frente a las obligaciones financieras de manera puntual, como el pago de intereses, la devolución del principal, o el pago de dividendos preferentes. Los ratings se asignan a una gran variedad de entidades y emisiones, tales como países soberanos, financiación estructurada, empresas, emisiones de deuda, acciones preferentes, créditos bancarios, riesgo de contrapartes, y también a la solidez financiera de compañías de seguros y garantizadores financieros.

Implicaciones de la calificación crediticia en la valoración de RVGs

La valoración de derivados es una valoración neutral al riesgo, esto es, la prima de la garantía de valor residual no incorpora información sobre la calidad crediticia del emisor, asumiendo implícitamente un rating crediticio máximo (AAA), dado que no contempla la posible ocurrencia de un evento de *default* por parte del garante que desencadenaría la pérdida de eficacia de la garantía de valor residual.

²⁰ John Moody introdujo los ratings en el mercado de deuda norteamericano en 1909 tras la publicación de los primeros ratings de deuda en su Manual of Railroad Securities.

En la medida que el valor de un compromiso depende de su credibilidad, el valor de una garantía de valor residual depende de la solvencia del garante, y cuanto peor sea la calidad crediticia del garante, mayor es la incertidumbre sobre la efectividad material de la garantía de valor residual llegado el momento de su ejercicio. Esta incertidumbre añade un coste a la estructura de decisión de los agentes, que arbitraran el mercado exigiendo una reducción en la prima de la opción equivalente al riesgo de crédito que están asumiendo. No hemos de olvidar que las RVG no son opciones cotizadas en mercados organizados, al ser un acuerdo bilateral, un derivado OTC, la inexistencia de cámara de compensación genera la emergencia de riesgo de contrapartida.

El riesgo de crédito puede ser incorporado a la valoración de forma indirecta empleando los mercados de riesgo de crédito, así a través de un CDS²¹ puede cuantificarse la reducción en el valor de la opción RVG. Alternativamente, se puede incluir formalmente el impacto de la naturaleza OTC de la opción RVG mediante el siguiente planteamiento:

$$\begin{aligned}
 & \text{Máximo} \left(\left(\begin{array}{c} \text{Precio de ejercicio} \\ \text{(Strike)} \end{array} - \begin{array}{c} \text{Precio posible} \\ \text{avión } P_i \end{array} \right); 0 \right) \times \text{Evento de Default} \begin{cases} 0 \text{ si hay Default} \\ 1 \text{ En caso contrario} \end{cases} \\
 & \downarrow \\
 & \sum_{i=1}^{\# \text{ simulaciones}} \text{Flujo de caja de la Full RVG en el estado de la naturaleza } w_i \times \text{Probabilidad del estado de la naturaleza } w_i \\
 & \downarrow \\
 & \text{Valor esperado de la opción PUT (esperanza matemática)} \\
 & \times \\
 & \text{Factor de descuento: } \text{Exp}(-r_f * n) \\
 & = \\
 & \text{Prima opción PUT con riesgo de crédito (Valor esperado actualizado de la opción PUT)}
 \end{aligned}$$

Aparece en esta ocasión un nuevo término, la variable “evento de default”, que tiene un carácter dicotómico, tomando los valores:

- 1 en caso de normal cumplimiento de las obligaciones de pago
- 0 en caso de default

²¹ Credit Default Swap: contrato en virtud del cual una parte (vendedor de protección) acuerda compensar a otra (comprador de protección) por las pérdidas financieras en que pueda incurrir tras la ocurrencia de un evento crediticio en relación a un importe de referencia o importe notional respecto a una obligación de referencia (normalmente un empréstito o un préstamo)

Con ello, se puede apreciar intuitivamente que la prima de la opción PUT al tener en cuenta el riesgo de crédito será menor al caso libre de riesgo, dado que con una determinada probabilidad de ocurrencia, se producirá el incumplimiento de las obligaciones de pago del garante (materialización del evento de default), siendo en estos casos el flujo de caja bajo la garantía de valor residual igual a cero, debiendo el titular del activo subyacente absorber la pérdida de valor de valor de mercado del activo. Por lo tanto, la suma actualizada de los flujos de caja derivados de la opción es menor al caso libre de riesgo, es decir, la prima de la garantía de valor residual es menor al considerar el riesgo de crédito, dado que para obtener protección frente a la caída en el precio del activo subyacente, es condición necesaria que el garante sea solvente, de ahí que se condicione el cumplimiento de la garantía de valor residual a la solvencia del garante.

Alternativamente, la prima de la garantía de valor residual ajustada a riesgo puede obtenerse mediante la aplicación de una tasa de descuento ajustada a riesgo constituida mediante la agregación del tipo libre de riesgo y una prima de riesgo conmensurable al riesgo de crédito subyacente. La intuición apunta a una prima de riesgo positiva, dado que el resultado de la actualización de flujos de caja ha de ser menor al considerar el riesgo de crédito, lo cual se conseguirá aplicando un factor de descuento superior.

La determinación de la prima de riesgo implícita apropiada puede obtenerse iterando hasta alcanzar aquella prima de riesgo que iguala el valor de la prima de una garantía de valor residual que considera el riesgo de crédito en su estructura de flujos de caja (previamente calculado) a la prima de una opción que no considera el riesgo de crédito en su estructura de flujos de caja pero que son actualizados con un factor de descuento que incorpora la prima de riesgo. La metodología descrita es análoga al cálculo de volatilidades implícitas, es decir, se toma como parámetro la prima de la opción con riesgo de crédito, y como incógnita la prima de riesgo.

$$\begin{aligned}
 & \text{Máximo} \left(\left[\begin{array}{l} \text{Precio de ejercicio} \\ \text{(Strike)} \end{array} - \begin{array}{l} \text{Precio posible} \\ \text{avión Pi} \end{array} \right]; 0 \right) \\
 & \downarrow \\
 & \sum_{i=1}^{\# \text{ simulaciones}} \text{Flujo de caja de la Full RVG} \times \text{Probabilidad del estado} \\
 & \quad \text{en el estado de la naturaleza } w_i \quad \text{de la naturaleza } w_i \\
 & \downarrow \\
 & \text{Valor esperado de la opción PUT} \\
 & \quad \text{(esperanza matemática)} \\
 & \quad \times \\
 & \quad \text{Factor de descuento: } \exp(- (r_f + p) * n) \\
 & \quad \text{Prima opción PUT con riesgo de crédito} \\
 & \quad \text{(Valor esperado actualizado de la opción PUT)}
 \end{aligned}$$

Siendo:
 r_f : Tipo libre de riesgo
 P : Prima de riesgo

Esta metodología posibilita la obtención de primas de riesgo en derivados. En este caso concreto se ha aplicado riesgo de crédito (riesgo) en opciones (instrumento derivado) reales (activo subyacente), no obstante la abstracción metodológica posibilita su aplicación a otro tipo de instrumentos, activos subyacentes y riesgos, quedando ilustrado en el esquema 1:

- Considerando el riesgo de crédito....

$$\text{Prima opción PUT con riesgo de crédito}_{\text{Descuento=rf}} \leq \text{Prima opción PUT sin riesgo de crédito}_{\text{Descuento=rf}}$$

- Existe una prima de riesgo tal que....

$$\text{Prima opción PUT sin riesgo de crédito}_{\text{Descuento=rf} + \text{prima riesgo}} = \text{Prima opción PUT con riesgo de crédito}_{\text{Descuento=rf}}$$

Esquema 1.- Determinación de la prima de riesgo de crédito

Tomando los flujos de caja generados bajo ambos escenarios previamente a la actualización, la prima de riesgo será aquella que verifique la siguiente igualdad:

$$E\left[CF \text{ Full RVG}_{\text{sin riesgo de crédito}}\right] \cdot e^{-\text{Prima de riesgo} \cdot n} = E\left[CF \text{ Full RVG}_{\text{con riesgo de crédito}}\right]$$

Despejando, se obtiene de manera inmediata la prima de riesgo en una estructura de t años para un rating inicial i:

$$\text{Prima de riesgo}_{t,i} = -\frac{\ln\left(\frac{E\left[CF \text{ Full RVG}_{\text{con riesgo de crédito}}\right]}{E\left[CF \text{ Full RVG}_{\text{sin riesgo de crédito}}\right]}\right)}{n}$$

A los efectos de implementar el riesgo de crédito a la valoración, se han utilizado los resultados de una simulación de Monte Carlo sobre una cadena de Markov que modeliza la dinámica de la calidad crediticia del garante en el entorno de la simulación de Monte Carlo empleada en la valoración de garantías de valor residual. Para ello, se ha recurrido a una matriz de transición de Standard & Poor's de dimensión $i \times j$, que contiene la probabilidad de cambio de un rating inicial R_i a uno final R_j en el período de un año.

Estos ratings, R_i y R_j pueden tomar los siguientes valores, a saber: AAA, AA, A, BBB, BB, B, C, Default, que se corresponden con las principales categorías de la segmentación de calidad crediticia emitidas por la referida agencia de rating. Las probabilidades de cambio se denotan como $R_{i,j}$, estando comprendidas entre 0 y 100%. Así $R_{AAA,BB}$ se define como la probabilidad de que en un año una empresa cuyo rating de inicial es AAA alcance un rating final de BB, siendo igual a 0,12% (ver tabla 4).

		Destino							
		AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Default
O r i g e n	AAA	90,81%	8,33%	0,68%	0,06%	0,12%	0,00%	0,00%	0,00%
	AA	0,70%	90,65%	7,79%	0,64%	0,06%	0,14%	0,02%	0,00%
	A	0,09%	2,27%	91,05%	5,52%	0,74%	0,26%	0,01%	0,06%
	BBB	0,02%	0,33%	5,95%	86,93%	5,30%	1,17%	0,12%	0,18%
	BB	0,03%	0,14%	0,67%	7,73%	80,53%	8,84%	1,00%	1,06%
	B	0,00%	0,11%	0,25%	0,43%	6,48%	83,46%	4,07%	5,20%
	CCC	0,21%	0,00%	0,22%	1,30%	2,38%	11,24%	64,86%	19,79%
	Default	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%

Tabla 4.- Matriz de Transición de Standard & Poor's

Iterando a lo largo del tiempo, se obtiene como resultado de la simulación de riesgo de crédito las probabilidades de transición entre estados para períodos superiores al año, así dispondremos de $t \times i \times j$ probabilidades, siendo $R_{t;ij}$ la probabilidad de cambio de un rating inicial R_i a uno final R_j en un período de t años. Nuestro modelo ha generado 100.000 iteraciones para cada rating de origen de dos a cuarenta años. Empleando estas probabilidades, la prima por riesgo de crédito se obtendría de manera aislada de la siguiente forma:

$$\text{Prima de riesgo}_{t;i} = -\frac{\text{Ln}(1 - R_{t;i;\text{Default}})}{n}$$

4.- APLICACIÓN Y CONTRASTE DEL MODELO.

4.1.- Inputs de los modelos

1. Número de simulaciones: a partir de un número de simulaciones representativo (10.000), el modelo converge a resultados dotados de estabilidad.
2. Número de iteraciones: la precisión depende críticamente del número de iteraciones al carecer de una discretización exacta.

3. Precio inicial de la aeronave en dólares USD
4. P_0 : precio de mercado actual de la aeronave (en % sobre precio inicial)
5. Strike o precio de ejercicio o umbral garantizado por el garante en $t=n$ (en % sobre precio inicial)
6. Pérdida máxima absorbida por el garante en $t=n$ en el caso de valorar una RVG *parcial* (en % sobre precio inicial)
7. Base value: Base value: valor de referencia de la aeronave obviando los desequilibrios existentes en el mercado secundario de aeronaves (parte cíclica) en % sobre precio de mercado inicial en el momento de emisión de la opción según su obsolescencia.
8. Tipo de descuento: Tipo de interés libre de riesgo para el vencimiento en Estados Unidos.
9. Tendencia μ : Tasa de inflación anual media (Π) – depreciación anual media (δ)
10. Norma de desplazamiento del strike, como depreciación anual: tasa aplicada por el garante para desplazar el umbral garantizado en opciones Bermuda, garantías FLDG, o en opciones Europeas ordinarias al cambiar la fecha de vencimiento en una negociación. Cuanto mayor sea la tasa aplicada, menor será la prima de la RVG y la FLDG, dado que las probabilidades de que la opción de venta esté “in the money” disminuyen, y alternativamente mayor será el de la opción de compra a precio fijo de una financiación.
11. σ : volatilidad instantánea del valor de la aeronave (desviación típica anualizada de la serie de precios tras eliminar la tendencia, es decir, de la del precio de la aeronave no explicada a través de la obsolescencia y la inflación)²²
12. $\eta > 0$: velocidad de ajuste del precio de mercado a su valor esperado según la tasa de obsolescencia e inflación, cuyo valor se estima a través del siguiente modelo de regresión:

$$\Delta P_t = a + b \cdot P_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\eta = -\ln(1 + b) \quad \Delta P_t = P_t - P_{t-1}$$

4.2.- Contraste de los modelos²³

La prima de una RVG en el mercado oscila entre el 4% y el 7% del importe cubierto, es decir, la prima de una RVG que garantice un valor del 40% del valor de una aeronave cuyo coste de adquisición es de \$100m, oscilará entre un \$1,6m y un \$2,8m.

²² Sobre la estimación de la volatilidad en la valoración de opciones reales es muy interesante el trabajo de Davis (1998).

²³ No existe una metodología común para contrastar los modelos de valoración de opciones reales. Un contraste interesante para el sector inmobiliario se encuentra en Quigg (2001)

La amplitud del spread refleja la incertidumbre existente en los mercados secundarios sobre la capacidad de generación de rentabilidad de la aeronave, o lo que es lo mismo, sobre el valor mismo de la aeronave, la cual es una función creciente respecto a:

1. tiempo restante hasta el vencimiento
2. novedad del activo, dado que se desconoce la capacidad real del activo para generar beneficios, así como la sensibilidad del valor de la aeronave ante variaciones en el ciclo.

El comprador de la *commercial RVG* suele pedir cotización a distintos aseguradores, siendo la dinámica competitiva la que ejerce un cierto arbitraje, de manera que la carencia de una metodología de valoración sistemática genera que el proceso de decisión pueda estar contaminado a través de un sesgo de selección, en el que los garantes tendrán incentivos a adoptar comportamientos oportunistas. Existe un problema de selección adversa, motivado por la asimetría de la información, dado que el garante es un oligopolista de la información, y el mercado es poco transparente, por lo que el comprador de la RVG acaba decantándose por la más barata, que es equivalente a decir “la menos mala” de las propuestas.

Obviamente, la prima de la opción depende del umbral mínimo garantizado (precio de ejercicio), en este sentido, los fabricantes al emitir garantías de valor residual suelen desplazar el precio de ejercicio a una tasa de comprendida entre los 37-45 puntos básicos mensuales, a los efectos de recoger el pauta evolutiva que hemos comprobado empíricamente, esto es, con el paso del tiempo, el valor de mercado de una aeronave disminuye por efecto de la obsolescencia que pone de manifiesto la degradación paulatina de la capacidad de generación de flujos de caja netos positivos.

La norma de desplazamiento de este umbral es elemento esencial de la negociación, y obviamente cuanto mayor sea el poder de negociación del comprador de la garantía de valor residual menor será la tasa de depreciación aplicada al umbral garantizado, resultando en un precio de ejercicio mayor, lo cual resulta ventajoso para el titular de la RVG, dado que es una opción PUT.

A continuación vamos a obtener la prima de una full RVG estándar para un widebody con las siguientes características:

1. Precio inicial de la aeronave (millones de USD):103
2. Precio inicial de la aeronave (en % sobre el precio inicial): 100%
3. Tiempo al vencimiento: 5 años
4. Umbral garantizado (strike): 80,17% del precio inicial de la aeronave
5. Depreciación neta anual: 4,42%, que se corresponde con la depreciación neta media para este tipo de aviones.
6. Norma de desplazamiento del strike, como depreciación anual: 4,42%, es decir, la misma que la esperada en el precio.
7. Volatilidad anualizada: tomaremos la volatilidad media observada para esta categoría aviones, que se sitúa en un 4,10%
8. Tipo de interés en libre de riesgo a 5 años (bono del tesoro EE.UU. a 5 años): 2,62%
9. Velocidad de ajuste del precio de mercado de la aeronave a su Base Value: tomaremos la media obtenida para este tipo de aviones, 4,22%.
10. Base value en $t_0 = 100\%$, asumiendo que inicialmente el precio de mercado coincide con su base value (mercado secundario en equilibrio)
 - a. Base Value > Precio de mercado -> exceso de oferta de aviones
 - b. Base Value < Precio de mercado -> exceso de demanda de aviones
 - c. Base Value = Precio de mercado -> mercado en equilibrio

Efectuando 10.000 simulaciones de 1.000 iteraciones, la prima de la referida RVG se sitúa en el 2,36% sobre el precio inicial, es decir, 2,94% sobre el importe cubierto, esto es, 2,43 millones de USD. Este es el valor de la opción real de abandono, es decir, de poderse desprender de la aeronave por un precio fijo del 80,17% de su valor inicial tras cinco años de utilización. La utilidad de esta cifra reside en el hecho de que en ocasiones la prima está implícita en el precio de la aeronave, esto es, el fabricante incluye la prima en el precio de la aeronave sin explicitarlo. Con ello el titular de la RVG obtendrá una referencia del valor que ha soportado por protegerse frente a caídas en el valor de mercado de la aeronave y dotar de flexibilidad en su función de producción.

En cuanto a la opción de compra a precio fijo incluida en una financiación aeronáutica, su importe es del 2,32% sobre el precio inicial, es decir, 2,39 millones de USD, así podemos obtener una referencia sobre el valor de la opción de extensión sobre la aeronave. De esta manera, la compañía aérea al financiar la aeronave en un arrendamiento operativo con una opción de compra con un precio de ejercicio del 80%

del precio inicial, obtiene una opción real de extensión cuyo valor de 2,39 millones de USD deberá ser tenido en cuenta al comparar esta alternativa de financiación con aquellas otras que no proporcionen esta opción. Podemos observar cómo la prima estimada para la PUT en un contrato estándar está por debajo de las primas efectivamente negociadas en el mercado.

Paralelamente se ha procedido a calcular las primas por riesgo de crédito asociadas a diversas calidades crediticias de partida del garante, obteniéndose los siguientes resultados:

Rating inicial	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
Probabilidad default	0.04%	0.19%	0.64%	2.16%	8.59%	24.30%	54.18%
Prima RVG con riesgo de crédito	2.359%	2.356%	2.345%	2.306%	2.161%	1.795%	1.021%
Prima de riesgo (tipo interés)	0.007%	0.029%	0.126%	0.458%	1.730%	5.598%	16.164%

Tabla 5.- Prima de RVG con riesgo de crédito

Tal y como la intuición apuntaba, la prima de la RVG disminuye a medida que se deteriora la calidad crediticia del garante, aumentando por lo tanto la prima de riesgo (ver figura 8)

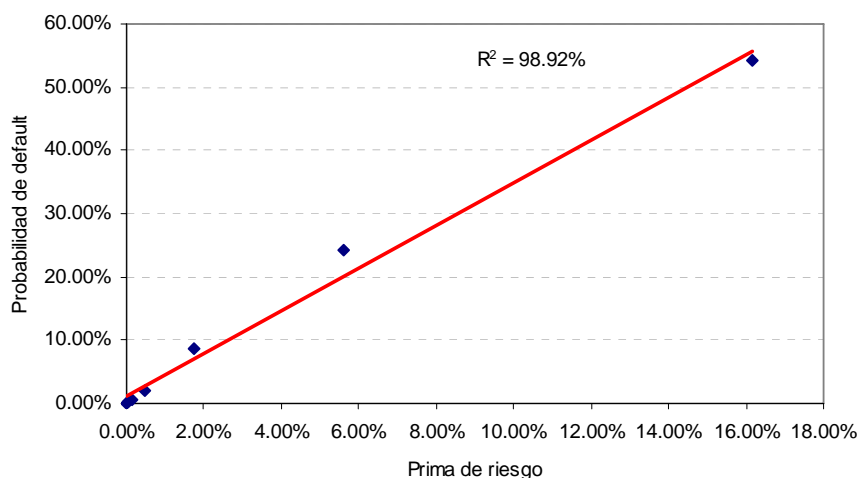


Figura 8: Relación empírica entre probabilidad de default y prima de riesgo

A los efectos de contrastar el modelo de valoración de garantías de valor residual total respecto a la política de fijación de primas vigente en el mercado, hemos calculado para una serie de aeronaves las primas de sus correspondientes garantías de valor residual con las siguientes características:

- Tiempo al vencimiento: 5 años
- Precio de ejercicio al vencimiento determinado de conformidad con la tendencia neta observada en la serie temporal de precios de cada aeronave.

- Volatilidad y velocidad de ajuste a su base value observadas en la serie temporal de precios de las aeronaves de referencia.
- Tipo de interés libre de riesgo a cinco años en dólares USD: 2,62%

La tabla 6 ilustra los resultados obtenidos:

Avión	Parámetros			Strike	Prima / Precio inicial			Prima / Importe cubierto (strike)		
	Tendencia $\mu \pm \delta$	Volatilidad anualizada	Velocidad de reversión η		RVG	Call	As you like it	RVG	Call	As you like it
A300B4-600	-4,57%	5,03%	8,06%	79,56%	2,79%	2,54%	5,33%	3,51%	3,20%	6,70%
A300B4-600R	-4,77%	4,55%	4,67%	78,79%	2,52%	2,53%	5,05%	3,20%	3,21%	6,41%
A310-200	-5,65%	6,61%	6,62%	75,40%	3,59%	3,26%	6,85%	4,76%	4,32%	9,08%
A320-100	-2,38%	4,45%	6,66%	88,80%	2,67%	2,62%	5,29%	3,01%	2,95%	5,95%
A340-200	-4,15%	3,78%	3,75%	81,24%	2,22%	2,20%	4,42%	2,73%	2,71%	5,44%
B747-400	-4,56%	2,41%	1,91%	79,62%	1,48%	1,43%	2,91%	1,86%	1,79%	3,66%
B767-200 ER	-3,66%	2,49%	1,34%	83,29%	1,57%	1,58%	3,15%	1,89%	1,89%	3,78%
B767-300	-3,55%	3,83%	3,18%	83,76%	2,39%	2,35%	4,74%	2,85%	2,81%	5,66%
MD-88	-3,79%	3,86%	6,43%	82,74%	2,21%	2,18%	4,39%	2,67%	2,64%	5,31%
Narrowbody	-3,08%	4,15%	6,54%	85,71%	2,49%	2,28%	4,77%	2,91%	2,66%	5,57%
Widebody	-4,42%	4,10%	4,22%	80,19%	2,36%	2,32%	4,68%	2,95%	2,89%	5,84%

Tabla 6: Resultados contraste del Modelo de Valoración

De estas valoraciones podemos extraer las siguientes conclusiones:

1. Se aprecia la existencia de una sobrevaloración de las primas de las RVG.
2. La sobreprima tiende a diluirse a medida que aumenta la volatilidad, hecho que sugiere que el mercado estaría empleando volatilidades implícitas superiores a las históricas, en este sentido, al ser el garante un vendedor de volatilidad, obtiene un beneficio directo de esta práctica.
3. La sobreprima encuentra una justificación en dificultades objetivas existentes para efectuar la cobertura de la cartera de opciones emitidas.
4. Las valoraciones muestran como era de esperar una relación directa con la volatilidad, tal y como se puede apreciar en la figura 9:

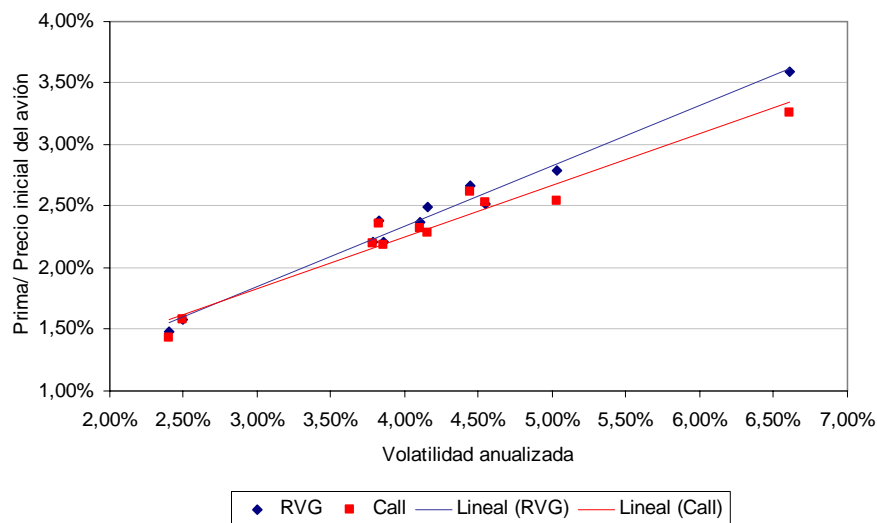


Figura 9: Relación empírica entre volatilidad y prima

La explicación de esta teórica “sobrevaloración” puede venir dada por una o varias de las siguientes razones:

- a) El mercado primario de venta de aviones tiene una estructura oligopolística y los términos de las operaciones realizadas no son conocidas por todos los agentes. Esto permite a los fabricantes de aeronaves imponer precios de la RVG por encima de su valor real.
- b) Cualquier emisor de RVG tiene problemas operativos importantes para cubrir el riesgo de la emisión de PUTs implícitas sobre las aeronaves. Por ejemplo, no tiene sentido la búsqueda de una posición delta neutral en base a ventas “a plazo” de aviones por la inexistencia de este mercado. Esta dificultad de cobertura de la emisión de RVGs se compensa por los operadores con una mayor prima.
- c) En los términos del sector, los informes de algún banco de inversión y en Stonier (1999) parece percibirse que la valoración de la RVGs se realiza con el modelo clásico de Black-Scholes (1973). Si esto fuera cierto, las primas estarían sobrevaloradas simplemente porque el modelo citado no asume la tendencia decreciente en el precio de las aeronaves que incluye nuestro modelo. Esta tercera razón explicativa la estamos investigando más profundamente en estos momentos para poder emitirla con mayor seguridad.
- d) La sobreprima sería especialmente acusada si se integra la calidad crediticia del emisor en la fijación del precio.

Por supuesto, conviene realizar más contrastes empíricos para sustentar la hipótesis de sobrevaloración “teórica” de las primas. El único problema es que la naturaleza de este mercado no permite el típico contraste con miles de transacciones que es factible para la investigación en opciones financieras.

4.3.- Consideraciones finales

El contraste de nuestros modelos respecto a las primas cotizadas en el mercado, muestra la existencia de una “sobre prima” debido a:

1. Falta de transparencia motivada por los costes de obtención de la información.

2. Los agentes pueden estar utilizando una adaptación del modelo clásico de Black Scholes, que resulta claramente inadecuado para este subyacente.
3. Dificultades del emisor de la garantía de valor residual para efectuar la cobertura de la PUT emitida, dada la práctica imposibilidad fáctica de tomar posiciones sobre el subyacente a los efectos de cubrir su cartera de opciones.
4. El mercado debería descontar la prima por riesgo de crédito.

La metodología desarrollada permite valorar la flexibilidad existente en los instrumentos usuales de gestión de flota, debiendo a los efectos de realizar comparaciones homogéneas entre distintas alternativas de inversión y/o financiación incorporar el valor aportado en términos de flexibilidad por las opciones reales presentes en las propuestas analizadas.

5.- BIBLIOGRAFÍA

- Asmussen, S. & P. Glynn & J. Pitman (1995): "Efficient Monte Carlo Simulation of Security Prices". *Annals of Applied Probability*, vol.5, no 4, 1995, pags. 875-896.
- Banks, J., Eds. (1998): "Handbook of Simulation - Principles, Methodology, Advances, Applications, and Practice". John Wiley & Sons, 1998, 849 pag.
- Berman, L. (1996): "Comparison of Path Generation Methods for Monte Carlo Valuation of Single Underlying Derivative Securities". Working Paper RC20570, IBM Research Division, October 1996.
- Black, F., Scholes, M. (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economy*, Mayo - Junio, págs. 637-659.
- Box, G.E.P, Muller, M.E. (1958): "A note on the generation of random normal deviates" - *Ann. Math. Statistics* 29, 610-611.
- Boyle, P. & M. Broadie & P. Glasserman (1997): "Monte Carlo Methods for Security Pricing". *Journal of Economic Dynamics and Control*, June 1997, vol.21, no 8-9, pags.1267-1321.
- Boyle, P. (1977): "Options: A Monte Carlo Approach". *Journal of Financial Economics*, May 1977, pags.323-338
- Bratley, P. & B.L. Fox & L.E. Schrage (1987): "A Guide to Simulation". Springer-Verlag New York Inc., 2nd Ed., 1987.
- Brealey, R.A., Myers, S.C. (2003), *Principles of Corporate Finance*, cap. 22.
- Broadie, M. & P. Glasserman & G. Jain (1997): "Enhanced Monte Carlo Estimates for American Option Prices". *Journal of Derivatives*, vol.5, pags.25-44.
- Brotherton-Ratcliffe, R. (1994): "Monte Carlo Motoring". *Risk*, vol.7 no 12, December 1994, pp.53-57
- Charnes, J.M. (2000): "Using Simulation for Option Pricing". *Proceedings of the 2000 Winter Simulation Conference*, 2000.
- Clewlow, L. & A. Carverhill (1994): "On the Simulation of Contingent Claims". *Journal of Derivatives*, Winter 1994, pags.66-74
- Clewlow, L. & C. Strickland (1998): "Implementing Derivatives Models". John Wiley & Sons Ltd., 1998.
- Copeland, R. Antikarov, V. (2001), *Real Options. A Practitioner's Guide*, Texere, Nueva York.

- Cortazar, G. (2000), "Simulation and Numerical Methods in Real Options Valuation", en Schwartz, E.S., Trigeorgis, L. (ed.), Real Options and Investment under Uncertainty, The MIT Press, Cambridge (Mass), págs. 601-620.
- DAVIS, G.A. (1998), ".Estimating Volatility and Dividend Yield When Valuing Real Options to Invest or Abandon", Quarterly Review of Economics and Finance, Vol. 38, págs 725-754.
- Duffie, D. & P. Glynn (1995): "Efficient Monte Carlo Simulation of Security Prices". Annals of Applied Probability, vol.5, no 4, 1995, pp.897-905 pags
- Dupire, B., Eds. (1998): "Monte Carlo - Methodologies and Applications for Pricing and Risk Management". Risk Books, 1998.
- Fang, K.-T. & F.J. Hickernell & H. Niederreiter, Eds. (2002): "Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods 2000". Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2002.
- Fishman, G. S. (1996): "Monte Carlo - Concepts, Algorithms and Applications". Springer-Verlag New York Inc., 1996.
- Fu, M.C. & S.B. Laprise & D.B. Madan & Y. Su & R. Wu (2000/1): "Pricing American Options: A Comparison of Monte Carlo Simulation Approaches". Working Paper, University of Maryland at College Park, April 2000, 44 pag., and Journal of Computational Finance, Vol.4, no 3, Spring 2001, pags.39-88.
- Gamba, A. (2002): "Real Options Valuation: a Monte Carlo Simulation Approach". Working Paper 2002/03, Faculty of Management, University of Calgary, 2002.
- Garcia, D. (2000): "A Monte Carlo Method for Pricing American Options". Working Paper, University of California at Berkeley, January 2000.
- Gentle, J.E. (1998): "Random Number Generation and Monte Carlo Methods". Springer-Verlag New York, Inc., 1998.
- Glasserman, P. (2004): "Monte Carlo Methods in Financial Engineering". Springer-Verlag New York, Inc., 2004.
- Grant, D. & G. Vora & D.E. Weeks (1996): "Path-Dependent Options: Extending the Monte Carlo Simulation Approach". Management Science, vol.43, no 11, November 1997, pag.1589-1602.
- Grant, D. & G. Vora & D.E. Weeks (1996): "Simulation and Early-Exercise of Option Problem". Journal of Financial Engineering, vol.5, no 3, September 1996, pags.211-227.
- Jäckel, P. (2002): "Monte Carlo Methods in Finance". John Wiley & Sons Ltd, 2002.

- Law, A.M. & W.D. Kelton (1991): "Simulation Modeling & Analysis". McGraw-Hill, Inc., 2nd Edition, 1991.
- Liu, J.S. (2001): "Monte Carlo Strategies in Scientific Computing". Springer Verlag New York, 2001.
- Madras, N. (2002): "Lectures on Monte Carlo Methods". American Mathematical Society, 2002.
- Manno, I. (1999): "Introduction to the Monte Carlo Method". Akadémiai Kiadó, Budapest, 1999.
- McCullough, B.D. & B. Wilson (2001): "On the Accuracy of Statistical Procedures in Microsoft Excel 2000". Working Paper, Drexel University and Pace University, July 2001.
- Metcalf & Hasset (1995): "Investment under alternative return assumptions comparing random walks and mean reversion" - Journal of Dynamics and Control, vol 19, November 1995, pp 1471-1488
- Metropolis, N. & S. Ulam (1949): "The Monte Carlo Method". Journal of the American Statistical Association, vol.44, no 247, September 1949, pages.335-341
- Morgan, B.J.T. (1984): "Elements of Simulation". Chapman & Hall/CRC, 1984.
- Moro, B. (1995): "The Full Monte", Risk, vol 8, nº 2, February.
- Murtha, J.A. (1993/5): "Decisions Involving Uncertainty - An @Risk Tutorial for the Petroleum Industry". James A. Murtha (Publisher), 1993 (second printing 1995).
- Nelson, B.L. (1995): "Stochastic Modeling - Analysis & Simulation". McGraw-Hill, Inc., 1995.
- Paskov, S. & J. Traub (1995): "Faster Valuation of Financial Derivatives". Journal of Portfolio Management, Fall 1995, pag.113-120.
- Paskov, S.H. (1997): "New Methodologies for Valuing Derivatives". en Dempster & Pliska, Eds., Mathematics of Derivatives Securities, Cambridge University Press, 1997, pages.545-582.
- Quigg, L. (2001), "Empirical Testing of Real Option-Pricing Models", en SCHWARTZ, E.S., Trigeorgis, L. (ed.), Real Options and Investment under Uncertainty, The MIT Press, Cambridge (Mass), págs. 804-822.
- Ripley, B.D. (1987): "Stochastic Simulation". John Wiley & Sons, Inc., 1987.
- Robert, C.P. & G. Casella (1999): "Monte Carlo Statistical Methods". Springer-Verlag New York, Inc., 1999.

- Rogers, L.C.G. (2001/2): "Monte Carlo Valuation of American Options". Mathematical Finance, vol.12, no 3, July 2002, pp.271-286, and Working Paper, University of Bath (UK), 2001.
- Ross, Sheldon M. (1997): "Simulation". Academic Press, 2nd Edition, 1997.
- Rubinstein, R.Y. & B. Melamed (1998): "Modern Simulation and Modeling". John Wiley & Sons, 1998.
- Rubinstein, R.Y. (1981): "Simulation and the Monte Carlo Method". John Wiley & Sons, Inc., 1981.
- Severance, F.L. (2001): "System Modeling and Simulation - An Introduction". John Wiley & Sons, Ltd., 2001.
- Sobol, I.M. (1994): "A Primer for the Monte Carlo Method". CRC Press LLC, 1994 (from the 4th ed. in Russian, 1985).
- Stonier, J. (2001), "The Change Process", en COPELAND, T., ANTIKAROV, V., Real Options. A Practitioner's Guide, Texere, Nueva York, págs. 28-55.
- Stonier, J.E. (1999), "What is and Aircraft Purchase Option Worth. Quantifying Asset Flexibility Created Through Manufacturer Lead-Time Reductions and Products Commonalty" en BUTLER, G.F., KELLER, M.R. (Eds.), Handbook of Airline Finance, Aviation Week Books.
- Tavella, D. (2002): "Quantitative Methods in Derivatives Pricing - An Introduction to Computational Finance". John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- Tezuka, S. (1998): "Financial Applications of Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods". en Random and Quasi-Random Point Sets, P. Hellekalek & G. Larcher, Eds., Springer-Verlag New York, 1998, pag.303-332
- The Avmark Aviation Economist. Periodicidad: semestral. Fechas de disponibilidad : enero 1992 - enero 2002
- Tilley, J. (1993): "Valuing American options in a Path Simulation Model". en Transaction of the Society of Actuaries, vol.45, 1993, pags.83-104
- Traub, J.F. & A.G Werschultz (1998): "Complexity and Information". Cambridge University Press, 1998.
- Usábel, M.A. (1998): "Applications to Risk Theory of a Monte Carlo Multiple Integration Method". Insurance: Mathematics and Economics, vol.23, 1998, pags.71-83
- Vose, D. (2000): "Risk Analysis - A Quantitative Guide". John Wiley & Sons, 2nd Edition, 2000.

- Winston, W.L. (1998): "Financial Models Using Simulation and Optimization". Palisade Co., Eds., 1998.
- Winston, W.L. (1999): "Decision Making Under Uncertainty - with RiskOptimizer". Palisade Co., Eds., 1999.
- Wu, R. & M.C. Fu (2000): "Optimal Exercise Policies and Simulation-Based Valuation for American-Asian Options". Working Paper, University of Maryland at College Park, April 2000.
- Zwillinger, D. & S. Kokoska (2000): "Standard Probability and Statistics Tables and Formulae". Chapman & Hall/CRC, 2000.