



Universidad Complutense

Doctorado en
Finanzas de Empresa

*Documento de Trabajo
0407*



Universidad Autónoma

**LA VOLATILIDAD IMPLÍCITA EN LAS OPCIONES
SOBRE ÍNDICES BURSÁTILES. PROPUESTA DE
METODOLOGÍA DE ESTIMACIÓN.**

Autor: **Prosper LAMOTHE**
Pablo GARCÍA

2004

La volatilidad implícita en las opciones sobre índices bursátiles. Propuesta de metodología de estimación.

Pablo García Estévez y Prosper Lamothe Fernández

Resumen

A partir de 1987 se comprueba que la volatilidad que subyace en los precios de equilibrio en los mercados de opciones difiere de la volatilidad de los subyacentes y además, se rompe el supuesto de volatilidad constante e independiente del vencimiento. El cálculo de la volatilidad implícita se realiza mediante optimización de la ecuación de *Black Scholes* siendo difícil la deducción de un algoritmo que la explique. Mediante Redes Neuronales se puede llegar a establecer un algoritmo sencillo que explica la volatilidad implícita en función del valor del subyacente del precio de ejercicio y del tiempo al vencimiento.

Palabras clave

Volatilidad implícita. Opciones. Redes Neuronales. Algoritmo.

El objetivo del trabajo

Con este trabajo pretendemos encontrar una metodología que nos permita obtener el algoritmo matemático que explique la volatilidad implícita de las opciones sobre el índice bursátil IBEX-35. No renunciamos a que la metodología que desarrolle el algoritmo encontrado pueda ser utilizada por los operadores en el mercado, y por tanto el algoritmo resultante deberá ser lo suficientemente sencillo para poder implementarse en el mercado. Entendemos que un algoritmo complejo tiene menos posibilidades de cruzar el ámbito académico y adentrarse en el mercado. Recordemos que el éxito de la ecuación *Black-Scholes* proviene de su amplio uso por los operadores en el mercado debido a la sencillez del algoritmo.

Estamos convencidos de la imposibilidad de conseguir una ecuación que explique, en todo momento y para cualquier contrato, la volatilidad implícita, pero si una metodología que consiga, mediante un proceso sencillo encontrar los algoritmos que en cada momento y para cada contrato, ajusten la volatilidad implícita en función de las variables utilizadas para su cálculo. Esta metodología está vinculada a la utilización de las redes neuronales artificiales que mediante un proceso iterativo con los datos históricos puede obtener el algoritmo que explique la volatilidad implícita.

El presente trabajo está dividido en tres partes: la primera explicamos de manera resumida qué es la volatilidad implícita, en la segunda parte describimos la metodología utilizada con Redes Neuronales y por último, en la tercera parte, realizaremos una serie de test para demostrar la validez del modelo.

Qué es la volatilidad implícita

Cuando se quiere valorar una opción financiera utilizando la fórmula *Black – Scholes* u otros modelos análogos se utilizan cinco variables: el valor del subyacente, el precio de ejercicio, el tiempo hasta el vencimiento, el tipo de interés libre de riesgo y la volatilidad de los rendimientos del subyacente. El uso de esta fórmula conlleva aceptar

los supuestos de volatilidad constante, de mercados eficientes y que no existan costes de transacción.

Además, para poder aplicar esta ecuación hay que asumir que el cambio instantáneo en los precios del subyacente sigue un proceso de *Gauss-Wiener* implicando que la distribución de los rendimientos de los precios se puede explicar mediante una distribución normal.

Son muchos condicionantes y como indica Natenberg (1994) existen problemas asociados al uso del modelo Black-Scholes para valorar opciones: Los mercados no son fraccionables; la volatilidad puede variar durante la vida de la opción y la distribución de los precios no parece ajustarse a una distribución lognormal. Este trabajo se centrará en la problemática de la volatilidad no constante, por ser a nuestro juicio la variable fundamental en la ecuación *Black Scholes*. Recordemos que todas las variables utilizadas en la ecuación vienen dadas y son comunes a todos los operadores excepto la volatilidad de los rendimientos del subyacente.

Es a partir de 1987 cuando se comienza a detectar que, de manera creciente, el precio de mercado de las opciones diverge del precio de las opciones calculado mediante la ecuación *Black Scholes* por el hecho de que el mercado aplica volatilidades diferentes para estimar la prima de series distintas de opciones sobre el mismo subyacente.

Si damos la vuelta a la ecuación Black Scholes podemos utilizar el valor del subyacente, el precio de ejercicio, el tiempo hasta el vencimiento, el tipo de interés libre de riesgo hasta el vencimiento y el precio de mercado de la opción, para calcular la volatilidad. Esta volatilidad se denomina *volatilidad implícita* y como se ha venido comprobando, no es constante; varía en función del precio de ejercicio y del tiempo, incumpliendo uno de los requisitos de la fórmula *Black Scholes*. Tal como hemos comentado y como se expone en Serna (2004) observamos que si dibujamos la volatilidad implícita en función de los precios de ejercicio podemos obtener dos tipos de figuras, una función cuadrática y una función decreciente. La forma cuadrática de la función se denomina habitualmente como sonrisa de volatilidad (*smile*) mientras que la función decreciente es llamada mueca de volatilidad (*skew*).

La sonrisa toma diferentes formas en cada mercado. En los mercados de opciones en divisas el efecto es simétrico, sobretodo, cuando las dos divisas implicadas son “fuertes” pero si una de ellas es potencialmente más débil se configura más una mueca con una mayor volatilidad implícita de las *Put* fuera de dinero de la divisa débil que de las correspondientes *Call* de dicha divisa. En los mercados de opciones sobre bonos la volatilidad es mayor para los precios de ejercicio que suponen menores tasas de rendimiento. Y por último, en los mercados de opciones sobre índices bursátiles, la volatilidad es significativamente mayor para las *Put* fuera de dinero en comparación con las *Call* fuera de dinero.

En la siguiente figura se representa la volatilidad implícita del contrato de opción Call sobre el IBEX-35 en la fecha 1 de julio de 2003, momento en el cual el futuro sobre el IBEX-35 cotizaba a 6.711 puntos. En este caso la volatilidad implícita forma una curva decreciente con un punto de inflexión en torno a la opción *At The Money*. Se observa que la volatilidad implícita es mayor en las opciones *In the Money* e inferior en las opciones *Out the Money*.

Call IBEX-35
Vencimiento: 18-07-2003
Fecha valor: 1-07-2003
Subyacente: 6.711

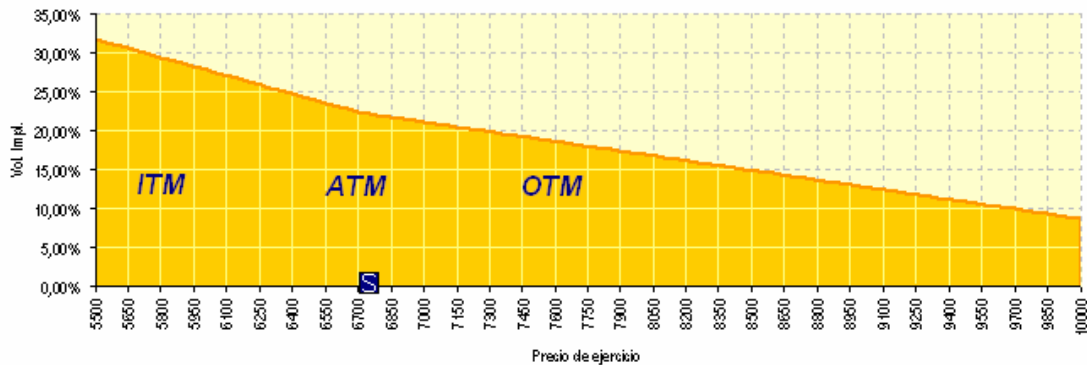


Fig. 1 Representación de la volatilidad implícita un contrato de opción de compra sobre el IBEX-35 en la fecha 1 de julio de 2003 con vencimiento 18 de julio de 2003. (Fuente: Elaboración Propia)

De este gráfico se deduce que el mercado otorga una probabilidad mayor a que el precio del subyacente sufra una caída, que la utilizada en el modelo *Black - Scholes*. Como se expone en Hull (2002) o en Garman (2003), el dibujo de la volatilidad decreciente se ha dado sólo desde la caída del mercado de valores en octubre de 1987 y que antes, las volatilidades implícitas dependían menos de los precios de ejercicio.

Lamothe y Pérez-Somalo (2003) nos explican que la volatilidad implícita cotizada suele ser mayor cuando existen expectativas de bajadas de precios y que para vencimientos muy cortos, la forma de la curva de la volatilidad implícita es más elevada que para vencimientos largos. La explicación la encontramos en que el movimiento en un día tiene mayor peso en el cómputo de esa volatilidad cuanto menor sea el número de días a tener en cuenta.

La importancia que la volatilidad implícita tiene para el Mercado se refleja en que para los operadores que utilizan *Black Scholes* los precios están, a menudo, expresados en términos de sus volatilidades implícitas. Precisamente, Natenberg (1994) se lamenta que la negociación utilizando la sonrisa de la volatilidad no está exento de problemas debido a la inexistencia de una ecuación exacta que se pueda utilizar como guía.

Causas de las diferencias en volatilidad implícita.

La justificación de la forma de la volatilidad es simple: el mercado paga más por cubrirse de un posible crack bursátil que por protegerse de subidas “violentas” de los mercados. En esta línea, Rubinstein (1994) reitera que la razón de la pendiente negativa sería la preocupación de los operadores por la posibilidad de otra caída similar a la de octubre de 1987. A este temor y sus consecuencias lo denomina “*crashfobia*”.

En el trabajo de Peña *et al.* (1999) se intenta encontrar los condicionantes de la volatilidad implícita y llegan a la conclusión de que la curva de la volatilidad denota una fuerte conducta temporal que tiende a desaparecer si incluimos variables económicas en el análisis, como los costes de transacción, la volatilidad del activo subyacente, el

tiempo hasta el vencimiento y el *momentum* relativo del mercado. A juicio de estos autores, éstas son las variables clave que explican la variabilidad de la función de la volatilidad implícita.

De todos modos, la mayoría de los trabajos sobre la volatilidad implícita relacionan a ésta con el exceso de curtosis de las distribuciones de la rentabilidad de los activos subyacentes de las opciones. Para ilustrar esta idea en la figura siguiente se muestra el histograma de frecuencias de los rendimientos diarios del futuro sobre el IBEX-35 y su comparación con una distribución lognormal.

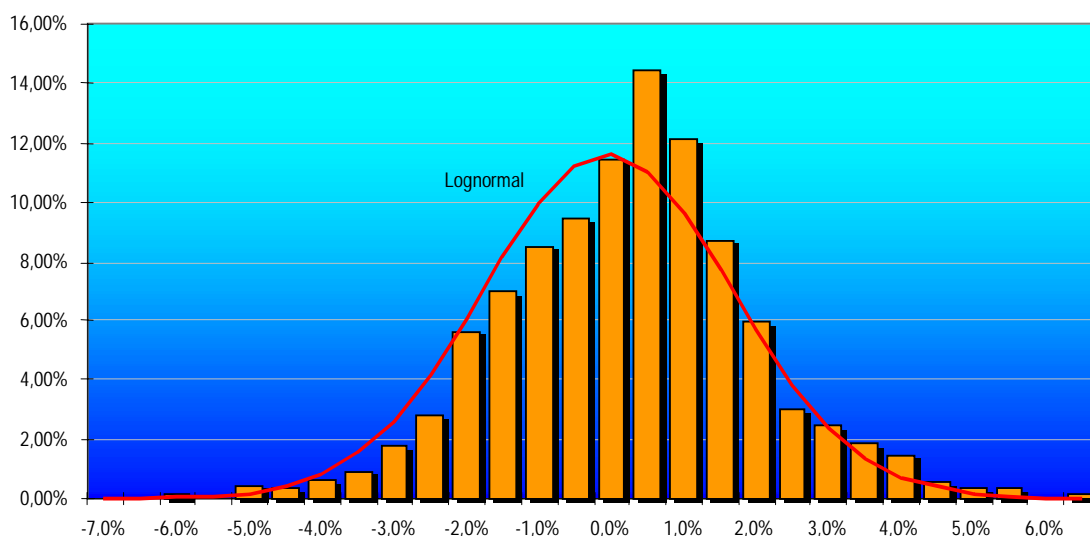


Fig. 2 Frecuencia de las variaciones logarítmicas diarias del futuro del IBEX 35 desde 3 de enero de 2000 hasta el 11 de diciembre de 2003 comparado con una distribución lognormal con la misma media (-0,05%) y STD (1,72%) que la distribución del futuro del IBEX. (Fuente: Elaboración propia)

Los datos utilizados para realizar esta figura son las cotizaciones diarias del futuro sobre el IBEX-35 a primer vencimiento, desde el 3 de enero de 2000 hasta el 11 de diciembre de 2003. La media de los rendimientos durante este periodo fue del $-0,05\%$ con una desviación típica de $1,72\%$. Con estos parámetros hemos dibujado la distribución lognormal. En la figura se puede observar como la distribución de los rendimientos del futuro del IBEX-35 es asimétrica hacia la derecha y *leptocúrtica*. Estas dos características hacen que la cola de la derecha sea superior a la de la distribución lognormal, y la de la izquierda inferior. Una opción *In the Money* tendrá una valoración más pequeña si utilizamos la distribución implícita representada por el histograma que si utilizamos la distribución lognormal, y de la misma manera, una opción *Out the Money* será más valorada con la distribución implícita que con la lognormal.

Algunos intentos de solucionar el problema

Los primeros modelos de estimación de la sonrisa y/o mueca de volatilidad se han denominado *Modelos de Volatilidad Local*. En estos modelos se generaliza el proceso

de difusión lognormal asumido en *Black-Scholes* (1973) con volatilidad constante a un proceso de volatilidad dependiente del precio del subyacente. En Derman (2003) se indica que estos modelos pueden plantear problemas como la dificultad de obtener una función continua de la volatilidad en función del subyacente a partir de unos pocos precios de ejercicio con los modelos econométricos clásicos. Además, los *Modelos de Volatilidad Local* tienen una escala prefijada, ya que dependen específicamente de un determinado nivel del índice y de un plazo complicando su utilización para estimar futuras estructuras de volatilidades.

En un intento de paliar el desajuste producido entre la curtosis y asimetría de la función de rendimientos con la utilizada en la ecuación *Black-Scholes*, Serna (2002) analiza extensiones del mismo que utilizan funciones con exceso de asimetría y de curtosis; estas extensiones pueden encuadrarse en dos líneas de investigación: *Modelos de Difusión con Saltos*, donde los saltos están englobados en un proceso de *Poisson* y los *Modelos de Volatilidad Estocástica*. Sin embargo, como reconoce el autor, el comportamiento empírico es decepcionante.

Otra línea de trabajo es la de Rubinstein (1994) que nos propone utilizar *Árboles Trinomiales* para conseguir un ajuste perfecto a los precios observados con opciones, en el supuesto de que el árbol conseguido reproduce fielmente la volatilidad implícita.

Metodología propuesta

La metodología que se propone es la construcción del algoritmo que explique la volatilidad implícita mediante redes neuronales del tipo MLP. Para ello, en una primera fase, procedemos a *entrenar* la red neuronal con datos históricos referidos al contrato de opciones que estamos analizando, *validando* al mismo tiempo para evitar que la red neuronal incurra en un sobre aprendizaje y no generalice bien. Acto seguido realizamos un test del modelo con datos no utilizamos en el mismo. Cuando la red está bien entrenada, extraemos los *pesos sinápticos* y reconstruimos el algoritmo. Para este fin utilizaremos una red muy sencilla con una neurona en cada capa. Ciertamente el modelo, desde un punto de vista matemático, mejoraría con más neuronas, pero se alejaría de nuestro propósito de sencillez para el Mercado.

La base de datos utilizada y las variables

La base de datos utilizada para entrenar la red son todos los contratos existentes entre el 1 de julio de 2003 y el 26 de agosto de 2003 de la opción *Call* sobre el futuro mini del IBEX-35. Teniendo en cuenta todos los vencimientos y todos los precios de ejercicio, tenemos 15.081 contratos.

Para construir el algoritmo que explique la volatilidad implícita mediante redes neuronales proponemos el uso de tres variables: el precio de ejercicio (E), el precio del subyacente (S) y el tiempo hasta el vencimiento. En todos los trabajos, referidos más arriba, coinciden en apuntar que la volatilidad implícita depende de la relación entre precio de ejercicio y subyacente y del tiempo. El problema estriba en que cada variable que incluimos en el modelo representa una neurona más y por lo tanto complicamos el algoritmo final. Nuestro propósito es encontrar una forma de reunir en un solo coeficiente a estas tres variables. Siguiendo a O'Rourke (1998) en el modelo *Black-Scholes*, el movimiento del contrato subyacente es medido en una escala logarítmica. La relación entre el precio de ejercicio de una opción y el precio actual subyacente (E/S) es

expresado como el logaritmo del precio de ejercicio dividido entre el precio subyacente. Al mismo tiempo, al utilizar desviaciones típicas en vez de varianzas, el tiempo (t) es expresado como raíz cuadrada de los años hasta el vencimiento. Así que en el modelo *Black - Scholes* la cantidad relativa de movimiento es expresada como:

Ecuación 1

$$\frac{\text{Ln}\left(\frac{E}{S}\right)}{\sqrt{t}}$$

Podemos representar la cantidad relativa de movimiento de los diferentes contratos de Opción *Call* sobre el futuro mini del IBEX-35 cuando éste cotizaba a 6711 puntos. En el eje de las X se ha situado los diferentes precios de ejercicio y en el eje de las Z los días hasta el vencimiento. En el eje de ordenadas obtenemos la cantidad relativa de movimiento, y podemos observar que cuando la opción está muy *Out the Money* y queda poco tiempo hasta el vencimiento, la cantidad relativa de movimiento es muy alta. Por el contrario, cuando la opción está muy *In the Money* obtenemos los valores más bajos de cantidad relativa de movimiento.

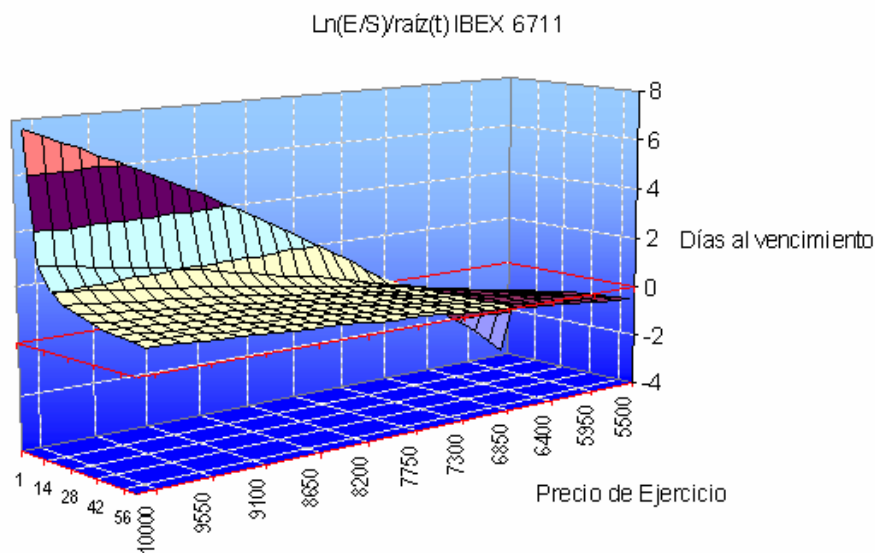


Fig. 3

Para comprobar la bondad de los modelos utilizaremos 6 medidas: Error típico (ET), Raíz del error medio cuadrático (REMC) Error medio absoluto (EMA), Coeficiente de correlación (R), Coeficiente de Determinación (R2) y el Porcentaje del error medio absoluto (PEMA)

Error Típico: Devuelve el error típico del valor de y previsto para cada x de la regresión. El error típico es una medida de la cuantía de error en el pronóstico del valor de y para un valor individual de x.

Ecuación 2

$$ET = \sqrt{\frac{1}{N-2} \left[\sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^2 - \frac{\left[\sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y}) \right]^2}{\sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2} \right]}$$

La Raíz del Error Medio Cuadrático:

Ecuación 3

$$REMC = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{t=1}^N (x_t - y_t)^2}$$

El Error Medio Absoluto

Ecuación 4

$$EMA = \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=1}^N |x_t - y_t|$$

El Porcentaje del Error Medio Absoluto

Ecuación 5

$$PEMA = \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=1}^N \left| \frac{x_t - y_t}{y_t} \right|$$

Ahora tenemos dos conjuntos de datos, los 15.081 valores resultantes de aplicar la ecuación 1 a los datos de los contratos y las 15.081 volatilidades implícitas ofrecidas por el mercado. Todos los datos son obtenidos de MEFF y recogidos en su página web: www.meff.es. Como primer paso realizamos una regresión lineal entre el conjunto de valores resultantes de la ecuación 1, y la Volatilidad implícita (V_{imp}). La regresión lineal entre estos dos conjuntos se plasma en la siguiente relación:

Ecuación 6

$$V_{imp} = 0,219469 - 0,061581 \times \frac{\ln\left(\frac{E}{S}\right)}{\sqrt{t}}$$

Esta regresión ofrece un $R^2=69,51\%$

El valor P en la tabla ANOVA es menor a 0,01 por lo que existe una relación estadísticamente significativa entre las variables a un nivel de confianza del 99%. Es estadístico R^2 indica que el modelo ajustado explica en un 69,5089% la Volatilidad implícita. El error estándar de las estimaciones muestra que la desviación estándar de los residuos es de 0,0377312. El error medio absoluto es de 0,0281717 y representa el valor medio de los residuos.

Para realizar el test de este trabajo utilizamos todos los contratos de opciones de compra sobre el futuro del IBEX-35 desde el 1 de septiembre de 2003 hasta el 28 de

octubre de 2003. En total 28.294 contratos. Datos tomados de MEFF. Aplicando la ecuación 6 se obtiene una predicción que nos ofrece un R^2 de 76,27%

Las Redes Neuronales

Las Redes Neuronales son algoritmos matemáticos no lineales que se basan en la forma que tiene el cerebro de los mamíferos superiores de procesar la información. El tipo de Red Neuronal utilizado en este trabajo pertenece a la familia de las Redes Supervisadas, llamadas así, por que corrigen sus parámetros en función del error que obtienen en la fase de entrenamiento de la misma. Este tipo de redes son aproximadores universales de funciones, ya que si existe alguna relación matemática entre dos conjuntos de datos la red neuronal es capaz de encontrar dicho algoritmo.

El uso de las redes neuronales no es nuevo en las finanzas, por ejemplo, Qi (1999) utiliza las redes neuronales en datos financieros y económicos para generar predicciones de los rendimientos de los valores y, de nuevo, encuentra que las redes neuronales proveen mejor predicción de la validación y de los test que los modelos lineales.

Más concretamente, existen diversos trabajos de aplicación de Redes en derivados; Hutchinson et al. (1994) utiliza las redes neuronales para estimar los precios de las opciones y muestra que las redes neuronales son efectivas incluso en los casos donde el método paramétrico de Black Scholes falla. Corredor (2004) compara diferentes alternativas de predicción de las opciones sobre el índice IBEX 35 y realiza, además, un test para validar la eficiencia del mercado del Mercado de Opciones español con respecto a la predicción de volatilidad llegando a la conclusión de que el mejor modelo depende de la medida del error la cual depende del último propósito del sistema de predicción. Para la autora el mejor modelo es la combinación de predicciones individuales son las redes neuronales asumiendo varios supuestos entre los que destaca que la función subyacente es simétrica.

El modelo

Zhang et al. (1998) dice que el número de nodos es una variable crítica para resolver predicciones de series temporales ya que modelizan la complejidad de la estructura de autocorrelación en los datos. No hay procedimiento sistemático o test estadístico estándar para la existencia de dependencia no lineal que determine el número de neuronas ideal. Buscando la sencillez del modelo se ha construido una red neuronal del tipo MLP con la estructura [1 1 1], es decir, una capa de entrada, con una neurona donde se introduce el valor resultante, en cada fecha de la ecuación 1; una capa oculta con una neurona con una función de transferencia del tipo logaritmo sigmoidea y una capa de salida con una neurona con una función de transferencia lineal. El algoritmo de aprendizaje es una variación del BP denominado *Levenberg–Marquardt* que permite una rápida convergencia de los conjuntos.

Realizamos un entrenamiento con parada temprana que nos ofrece la siguiente ecuación que explica la Volatilidad Implícita

Ecuación 7

$$V_{imp} = \frac{-0,237}{1 + e^{-2,2974X - 0,5898}} + 0,3606$$

$$\text{Siendo } X = \frac{\text{Ln}\left(\frac{E}{S}\right)}{\sqrt{t}}$$

El ajuste que realiza la red de los datos utilizados para entrenar tiene un R^2 de 91,11%. La ecuación 7 se puede representar en la siguiente gráfica en 3 dimensiones, donde en el eje de las X situamos la relación E/S, que nos ofrece un índice del grado *Out*, *At* e *In the Money* de la opción. En el eje Z, situamos el tiempo hasta el vencimiento, y en el eje Y el valor de la volatilidad implícita.

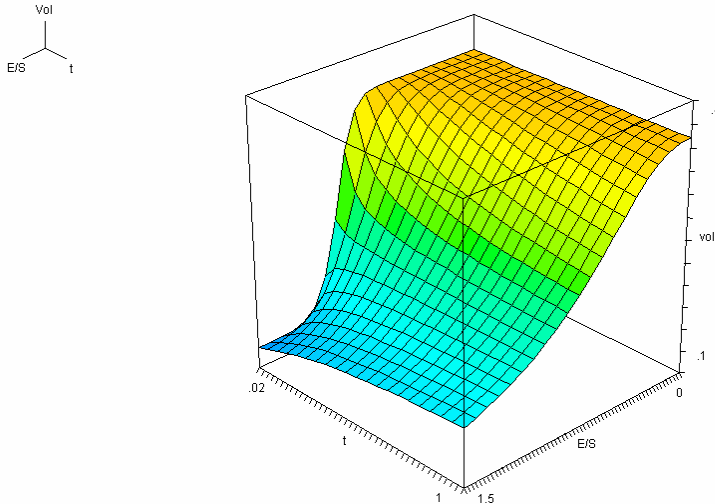


Fig. 4. Representación de la volatilidad implícita obtenida mediante la ecuación 7 de las opciones sobre el futuro del IBEX-35. (Fuente: Elaboración propia)

En la figura 4 se puede observar que la volatilidad implícita tiene un mayor grado de sensibilidad respecto a la situación *Out*, *At* o *In the Money* de la opción que sobre el tiempo hasta el vencimiento, donde se aprecia mayor variabilidad cuando la opción se acerca al vencimiento.

Podemos calcular la primera derivada de la volatilidad implícita respecto al ratio (E/S) y representar la misma en un gráfico. En este caso en el eje de las X está el tiempo y en el eje Z está el ratio (E/S). Vemos que la volatilidad implícita es más sensible cuando la opción está *At the Money* que en cuando está muy profundamente *Out* o *In the Money*. Esta variabilidad es negativa. Esto quiere decir que cuanto más *At the Money* es la opción, la volatilidad implícita tiene a caer, dato que coincide con los gráficos de sonrisa de volatilidad que podemos encontrar en los diferentes trabajos consultados. En este caso el vencimiento hasta el vencimiento es bastante irrelevante.

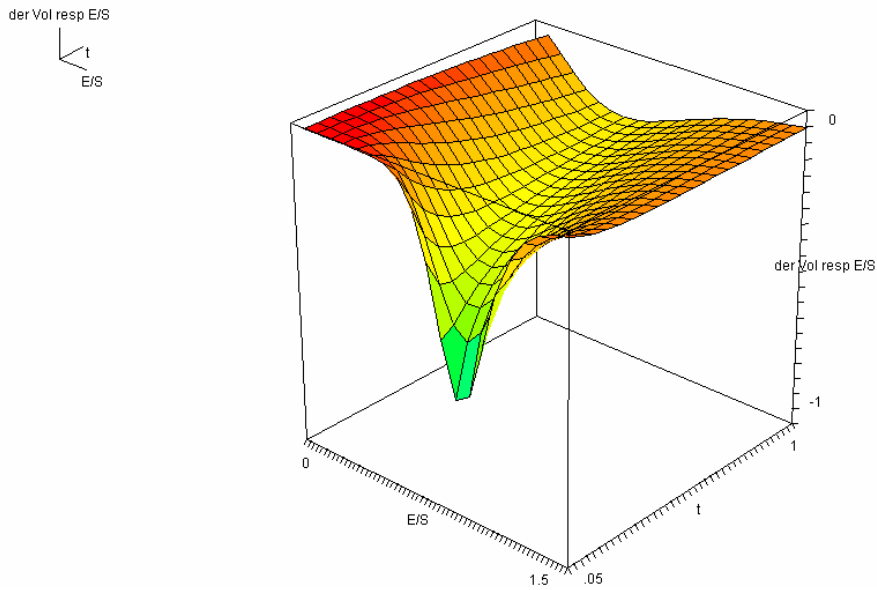


Fig. 5. Representación de la derivada de la ecuación 5 respecto al ratio (E/S). (Fuente: Elaboración propia)

También podemos calcular la primera derivada de la ecuación 7 respecto al tiempo que queda hasta el vencimiento y el resultado lo mostramos en la figura 6. Esta figura nos muestra que la variabilidad de la volatilidad implícita crece cuanto menos tiempo quede hasta el vencimiento y sobre todo al final de la vida de la opción, pero sólo en el caso de que la opción se mueva en torno a un ratio (E/S) igual a la unidad o superior a ésta. Es decir, cuando la opción está en el ámbito de opciones *At the Money* y *Out the Money*. Vemos que cuando la opción está *Out the Money* y el tiempo se hace al vencimiento, el cambio de la volatilidad implícita es positivo.

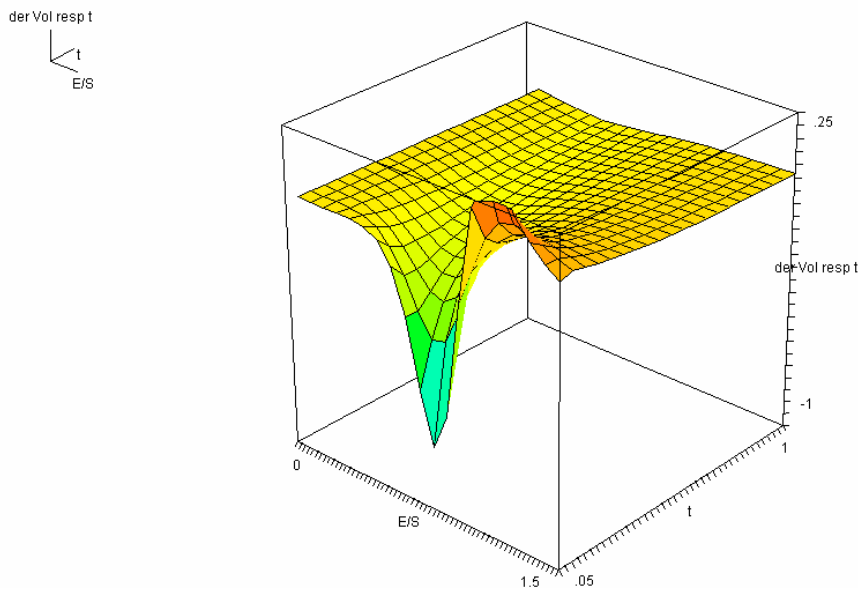


Fig. 6. Representación gráfica de la derivada de la ecuación 5 respecto al tiempo hasta el vencimiento. (Fuente: Elaboración Propia)

Test de los resultados

Probamos la ecuación 7 con el test anterior, es decir, con los 28.294 contratos de opciones de compra sobre el futuro del IBEX-35 desde el 1 de septiembre de 2003 hasta el 28 de octubre de 2003. Los resultados obtenidos y comparados con la ecuación lineal resultante de la regresión lineal se muestran a continuación:

Tabla 1

	Lineal	Red
Error típico	24,09%	24,00%
REMC	3,76%	3,11%
EMA	3,12%	1,57%
Coefficiente R	87,33%	96,62%
R2	76,27%	93,35%
PEMA	0,14%	0,10%

Es evidente que los resultados obtenidos de la red neuronal son mejores que los obtenidos mediante la regresión lineal. Esto se puede observar con más facilidad en el siguiente gráfico.

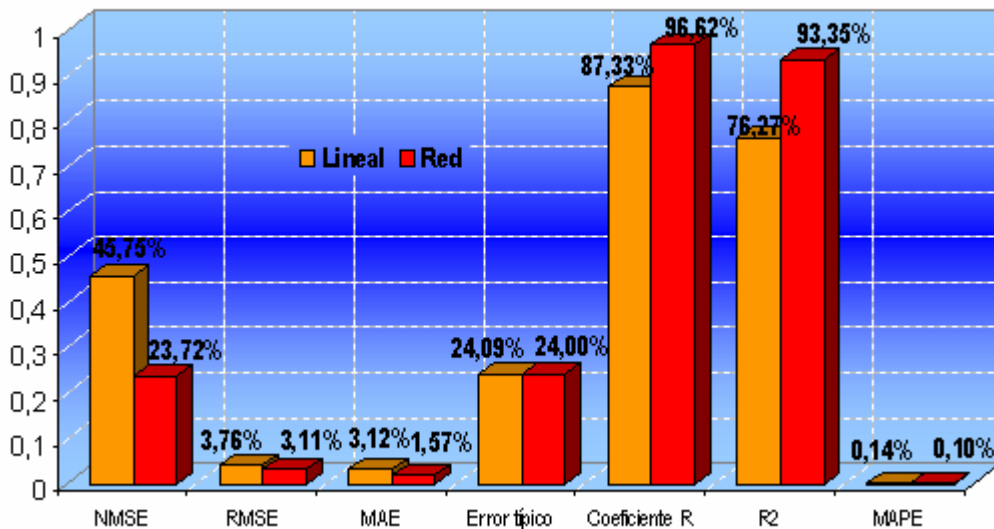


Fig. 7

Predicción de seis meses utilizando seis meses para entrenar el algoritmo.

Ahora vamos a realizar predicciones de diferentes periodos aplicando la metodología que acabamos de desarrollar. Así, con los datos tomados durante el segundo semestre del 2002, realizaremos la predicción de la volatilidad implícita de los contratos de las opciones *Call* sobre el Futuros del IBEX-35 del primer semestre del 2003, y con los

datos de este semestre realizaremos la predicción del segundo semestre del 2003. Por último, con los datos del segundo semestre del 2003 realizaremos la predicción de los primeros cuatro meses del 2004. Al ser diferentes los datos en cada semestre, los escalares del algoritmo resultante serán diferentes, pero la ecuación mantendrá la misma estructura, donde la variable principal es la definida en la ecuación 3.

Como referencia para comparar la bondad del modelo, calcularemos para cada predicción la ecuación lineal de ajuste mediante el método de mínimos cuadrados, donde la variable explicada será la volatilidad implícita y la explicativa la definida en la ecuación 3.

Comenzamos utilizando los 60.478 datos pertenecientes a todos los contratos de las opciones *Call* sobre el futuro del IBEX-35 del segundo semestre del año 2002. El algoritmo resultante de las redes neuronales es:

Ecuación 8

$$V_{imp} = \frac{-0,471}{1 + e^{-1,6216X - 0,7}} + 0,6572$$

La ecuación lineal obtenida mediante el método de los mínimos cuadrados es:

Ecuación 9

$$V_{imp} = 0,354 - 0,0701 X$$

Con estas dos ecuaciones realizamos la predicción de la volatilidad implícita del primer semestre del año 2003.

Con los 51.866 datos del semestre del año 2003 entrenamos, de nuevo, la red neuronal y además, volvemos a calcular la ecuación de ajuste lineal. El algoritmo resultante de la red es el siguiente

Ecuación 10

$$V_{imp} = \frac{0,3599}{1 + e^{1,7642X + 0,4833}} + 0,1477$$

Mientras que el algoritmo lineal resultante de aplicar el método de los mínimos cuadrados es el siguiente:

Ecuación 11

$$V_{imp} = 0,2935 - 0,0647 X$$

Como antes, con estas dos ecuaciones realizamos la predicción de la volatilidad implícita pertenecientes a todos los contratos de las opciones *Call* sobre el futuro del IBEX-35 del segundo semestre del año 2003.

Por último, con los 46.932 datos del segundo semestre del año 2003 realizamos el entrenamiento de la red neuronal y también calculamos la ecuación lineal que nos servirá para comparar los resultados. El algoritmo que hemos calculado con la red es el siguiente:

Ecuación 12

$$V_{imp} = \frac{-0,2554}{1 + e^{-2,2769X - 0,7933}} + 0,3676$$

Y la ecuación lineal:

Ecuación 13

$$V_{imp} = 0,207 - 0,0583 X$$

Con estos dos algoritmos realizamos la predicción de la volatilidad implícita de todos los contratos de las opciones *Call* sobre el futuro del IBEX-35 de los primeros cuatro meses del año 2004. En la siguiente tabla mostramos los resultados de las predicciones realizadas con los algoritmos de las redes neuronales y los comparamos con los resultados de las ecuaciones lineales calculadas mediante el método de los mínimos cuadrados.

Como podemos observar en la tabla 2, las redes neuronales realizan una mejor predicción de las volatilidades implícitas del semestre siguiente al conjunto de datos utilizados para su entrenamiento, que si la predicción la realizamos mediante un ajuste lineal con mínimos cuadrados.

Tabla 2

	<i>Lineal</i> 1er 2003	<i>Red</i> 1er 2003	<i>Lineal</i> 2do 2003	<i>Red</i> 2do 2003	<i>Lineal</i> 1er 2004	<i>Red</i> 1er 2004
Error típico	7,35%	5,47%	4,54%	2,78%	5,28%	3,64%
RMSE	9,56%	8,80%	9,93%	9,97%	5,61%	4,20%
MAE	7,85%	7,11%	8,92%	9,46%	4,62%	3,39%
Coefficiente R	73,25%	86,21%	79,73%	92,92%	80,30%	91,17%
R2	53,65%	74,32%	63,56%	86,34%	64,48%	83,11%
MAPE	0,91%	0,78%	0,99%	0,99%	0,31%	0,18%

Como antes, mostramos en un gráfico los resultados para facilitar la comparación

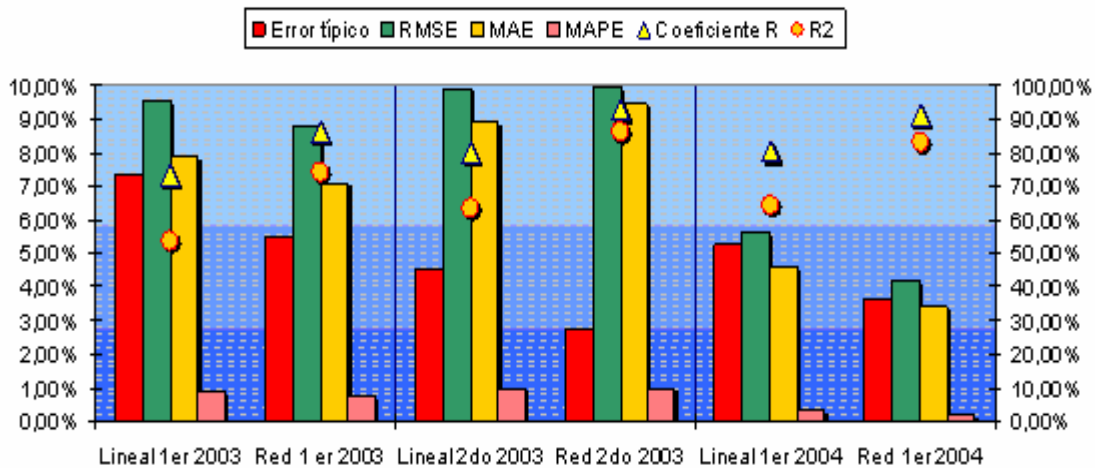


Fig. 8

Conclusiones

El mercado, como cada operador individual, intenta valorar las opciones lo más eficientemente posible, dada la información disponible. Pero el amplio conjunto de las volatilidades implícitas encontradas en cada contrato de opciones, nos hace deducir que el mercado no piensa que el modelo Black -Scholes es eficiente en un 100%.

El algoritmo resultante con las redes neuronales parece mostrar una cierta robustez en la predicción; la metodología empleada es fácil de utilizar por los operadores del mercado, y pese a su sencillez ofrece unos resultados satisfactorios en la predicción de las volatilidades futuras.

Creemos que la metodología propuesta es útil para los operadores de mercado y les puede permitir mejorar su estimación de estructuras de volatilidad y en consecuencia la gestión de sus posiciones en opciones.

Bibliografía

Baestaens, D Y Max Van Den Bergh, W. (1995): *Tracking the Amsterdam Stock Index Using Neural Network*. En Refenes, A. *Neural Networks in the Capital Markets*. Jonh Wiley & Sons. Nueva York.

Black, F., Scholes,M.(1973): *The Pricing of Options and Corporate Liabilities* .en Journal of Political Economy, Mayo-Junio, págs. 637-654. Existe traducción al castellano en Análisis financiero, **53**, 1991, págs. 18-27.

Corredor, Pilar and Santamaría, Rafaél. 2004 *Forecasting volatility in the Spanish option market*. Applied Financial Economics. **14**, 1-11

Derman, E.(2003),*Laughter in the Dark-The Problem of the Volatility Smile*, Working paper, University of Amsterdam

Freeman, J y Skapura, D.(1993): *Redes neuronales. Algoritmos, aplicaciones y técnicas de programación*. Ed. Addison - Wesley. Wilmington, Delaware. USA.

García Estévez, Pablo. (2002): *Modelo de predicción del rendimiento de una cartera mediante una Red Neuronal*. En Análisis Financiero. **87**. Instituto Español de Analistas Financieros. Fundación de Estudios Financieros.

Hull, John.(2002) *Introducción a los Mercados de Futuros y Opciones*. Ed. Prentince Hall. Madrid.

Hutchinson, J. Lo, A and Poggio, T. (1994) A non-parametric approach to pricing and hedging derivative securities via learning networks, *Journal of Finance*, **49**, 881-89

Lamothe, Prosper y Pérez Somalo, Miguel.(2003) *Opciones financieras y productos estructurados*. Ed. McGraw Hill, Madrid.

Martín Del Brio, B y Sanz Molina, A.(1997): *Redes Neuronales y Sistemas Borrosos*. Ed. Ra-MA. Madrid.

Natenberg, S. (1994) *Option Volatility & Pricing*. Ed. McGraw Hill. New York.

O'Rourke, B.(1998): *Neurnal nets forecast futures prices*. Financial Engineering News. **1**. Seattle.

Peña, I.; Rubio, G.; Serna, G. (1999): *Why do we smile? On the determinants of the implied volatility function*. Journal of Banking and Finance. Page. 1151-1179.

Rosenblatt, F (1958): The Perceptrón: A probabilistic model for information storage and organization in the brain. Psychological Review, **65**.

Rubinstein, M (1994) *Implied Binomial Trees*. The Journal of Financer. Vol. 49, **3** Pág. 771-818

Serna, G. (2002) Valoración de opciones con sonrisas de volatilidad. Aplicación al mercado español de opciones sobre el futuro del índice IBEX-35 Revista Española de financiación y contabilidad. Vol. 31.

Serna, G. (2004) La sonrisa de la volatilidad en los mercados de opciones Bolsa de Madrid. **128**. Pág. 34 -37

Zhang, G. Patuwo B.E. and Hu, M.Y. (1998) Forecasting with artificial neural networks: the estate of the art. *International Journal of Forecasting*. **14**, 35-62