



**Doctorado en
Finanzas de Empresa**

**Documento de Trabajo
0402**

***Teoría de opciones y estructura óptima de
capital: una aplicación a la inversión y
financiación inmobiliaria.***

Autor: Walter de LUNA BUTZ

Índice

1. Introducción
2. La estructura de capital
 - a. La estructura óptima de capital. Definición.
 - b. Existencia de la estructura óptima de capital. Los costes de quiebra.
 - c. CAPM, Miller Modigliani, OPT y estructura de capital.
 - d. OPT y finanzas corporativas.
3. Inmuebles, OPT y estructura óptima de capital.
 - a. Planteamiento del problema. Modelo de solución.
4. Implementación
 - a. Datos de partida.
 - b. Flujos de caja descontados y valor empresarial desapalancado.
 - c. Análisis de la deuda con costes de quiebra.
 - i. Definición y cálculo de los costes de quiebra.
 - ii. Definición y cálculo de los ahorros fiscales de los intereses.
 - d. El deterioro físico del inmueble
5. Valor de la deuda y nivel de deuda óptimo en presencia de cláusulas restrictivas de la relación préstamo valor.
6. La influencia del calendario de amortización del préstamo en el diferencial de equilibrio.
7. Conclusiones.

1. Introducción

Este trabajo pretende desarrollar una metodología basada en la teoría de valoración de opciones (OPT) para el cálculo de la estructura óptima de capital y el valor de la deuda contraída en el supuesto de inversión en un inmueble arrendado. Las fórmulas generalmente utilizadas para valorar empresas no pueden ser aplicadas a la obtención de una estructura óptima de capital porque se basan en los postulados de Modigliani y Miller (1958 y 1963) sobre la independencia del valor empresarial respecto del nivel de endeudamiento en un contexto de mercados de capitales perfectos que implica ausencia de costes de quiebra. La combinación de las fórmulas derivadas por Modigliani y Miller con las procedentes del CAPM invitan, en presencia de impuestos, a maximizar el endeudamiento en contra de lo que sucede en la práctica mas extendida.

El análisis de los recursos propios del inversor como una opción (real) de compra compuesta sobre el inmueble objeto de la inversión, permite obtener el nivel de endeudamiento óptimo, el precio de equilibrio del préstamo hipotecario y el valor combinado de las opciones disponibles para el deudor (incumplimiento y amortización anticipada) en presencia de impuestos sobre beneficios y costes de quiebra.

2. La estructura de capital

La estructura de capital hace referencia a la forma o composición de la financiación de los activos de la empresa distinguiendo esencialmente entre pasivo exigible (recursos ajenos) y no exigible (recursos propios). De manera implícita, la estructura de capital supone un acuerdo entre los proveedores de capital financiero sobre cómo repartir los flujos de caja que los activos producirán en el futuro.

Tradicionalmente se distingue entre acreedores y accionistas, aunque en la empresa moderna es habitual la utilización de instrumentos híbridos que complican sensiblemente el análisis. En la inversión inmobiliaria directa, es menos frecuente la utilización de dichos instrumentos por lo que el análisis clásico simplificado no pierde realismo.

Las decisiones de financiación tienen una gran importancia en la gestión empresarial; de ellas dependen en gran medida la viabilidad y rentabilidad de los negocios. Una de las interrogantes clave en finanzas es, por tanto, la existencia o no de una estructura de capital óptima y cómo se localiza.

2.a. La estructura óptima de capital. Definición.

A los efectos de este trabajo definimos la estructura óptima de capital como aquella que maximiza el valor empresarial. Maximizar el valor de la empresa supone minimizar el coste del capital medio ponderado (WACC) cuando los flujos de fondos no se ven afectados por el aumento de la relación deuda /valor de la empresa. ¿Por qué no maximizar el valor de las acciones? Demostrar que maximizar el valor de la empresa supone también maximizar el valor de las acciones cuando el valor nominal de la deuda es igual a su valor de mercado, es sencillo si utilizamos la teoría de opciones: considerando con Black y Scholes (1973) a las acciones de la empresa como una opción de compra cuyo subyacente son los activos empresariales con precio de ejercicio igual a los pagos debidos a la deuda y plazo hasta el ejercicio igual al plazo hasta el vencimiento de la deuda, sabemos que C (valor de la opción call) = $\max(S-K;0)$, donde S es el valor futuro del activo subyacente y K el precio de ejercicio. Si suponemos constantes la volatilidad del activo subyacente (σ) y el tipo de interés (r) y K es conocido y constante desde el momento 0, para maximizar el valor de las acciones ($C =$ opción call) es necesario maximizar el valor de la empresa (S), por tanto, maximizar éste obliga a maximizar el valor de los recursos propios ($C =$ opción call).

2.b. Existencia de la estructura óptima de capital. Los costes de quiebra.

El “problema” de la estructura de capital surge como consecuencia de la posibilidad de que modificaciones en la composición de recursos propios-recursos ajenos pueda modificar el valor de la empresa. Desde la publicación del conocido artículo de

Modigliani y Miller (1958) la cuestión ha sido objeto de un sinnúmero de trabajos sin que se haya llegado a una conclusión definitiva que explique la práctica empresarial de la relación deuda / fondos propios y en caso de que exista una estructura óptima, la forma de estimarla.

Modigliani y Miller concluyeron que la estructura de capital de una empresa no incide en el valor de la misma¹, y que tal valor, se obtiene capitalizando sus flujos de caja libres a una tasa K_u sobre la base de las siguientes hipótesis:

1. Las empresas sólo emiten dos tipos de activos: acciones y obligaciones.
2. Los flujos de caja son perpetuos sin crecimiento.
3. No existen costes de transacción ni de quiebra.
4. No existen impuestos.
5. El presupuesto de inversiones ha sido decidido ex ante.

Así,

$$V_u = FCL / K_u$$

Donde V_u = valor de la empresa no endeudada, FCL = flujos de caja libres y K_u = coste de los recursos propios desapalancados.

En una aclaración posterior en la que se tenía en consideración la existencia de impuestos sobre beneficios de las empresas, el riesgo en el coste de la deuda y la desgravación fiscal de los intereses, la anterior formulación se modificaba de la siguiente manera:

$$V_l = FCL / K_u + T \times D^2,$$

Donde T es el tipo impositivo efectivo marginal y D es el importe (fijo a perpetuidad) de la deuda asumida por la empresa. De la ecuación anterior se deriva que el valor de la empresa aumenta indefinida y linealmente con el aumento del importe nominal de la deuda contratada, por el mayor valor del ahorro fiscal que producen los intereses ($T \times D$). Modigliani y Miller (en adelante MM) también obtuvieron las siguientes relaciones entre K_e (coste de los recursos propios), K_d (coste de la deuda), K_u (coste de los recursos propios desapalancados)³:

$$K_e = K_u + [D/E \times (1-T) \times (K_u - K_d)]$$

Si el coste medio ponderado del capital es

¹ Esta conclusión se conoce como Proposición I de MM

² Modigliani y Miller (1963). De acuerdo con esta formulación el factor que determina el endeudamiento es el ahorro fiscal de los intereses que produce.

³ Esta ecuación se conoce como Proposición II de MM. D = valor de mercado de la deuda. E = valor de mercado de los recursos propios.

$$WACC = K_e \times E/V + K_d (1-T) \times D/V,$$

puede demostrarse que⁴

$$WACC = K_u \times [1-(T \times D/V)].$$

De todo lo anterior puede concluirse que aceptando como ciertas las hipótesis de partida de MM, a mayor deuda, menor coste medio ponderado de capital, por lo que si definimos como estructura óptima del capital aquella que minimiza el WACC y maximiza el valor de la empresa, parece que lo óptimo es que la deuda suponga la mayor proporción posible en la estructura del pasivo.

Las conclusiones no se alteran cuando, en el contexto de la valoración de empresas, se combinan las ecuaciones de MM con las derivadas de la introducción del modelo de valoración de activos de Sharpe (1963) y Lintner (1965) conocido como “Capital Asset Pricing Model” (CAPM)⁵:

$$\begin{aligned} K_e &= R_f + \beta_e \times (E(R_m) - R_f) \\ K_u &= R_f + \beta_u \times (E(R_m) - R_f) \\ \beta_e &= \beta_u + (\beta_u - \beta_d) \times D/E \times (1-T) \\ WACC &= K_e \times E/V + K_d (1-T) \times D/V \\ K_e &= K_u + (K_u - K_d) \times D/E \times (1-T)^6 \end{aligned}$$

Ha habido sin embargo intentos interesantes de aplicar estas ecuaciones con algunas modificaciones a la búsqueda de la estructura óptima de capital. La más sencilla es la propuesta por el profesor Damodaran (2001). El citado autor toma

$$K_e = K_u + (K_u - K_d) \times D/E \times (1-T)$$

de MM y combina la ecuación de la proposición II con las ecuaciones procedentes del CAPM, es decir,

$$\begin{aligned} K_e &= R_f + \beta_e P_m \\ K_u &= R_f + \beta_u P_m \\ K_d &= R_f + \beta_d P_m. \end{aligned}$$

Sustituyendo las ecuaciones anteriores en la proposición II, se obtiene⁷:

$$\beta_e = \beta_u + D/E \times (1-T) \times (\beta_u - \beta_d).$$

⁴ Para una derivación completa de éstas fórmulas puede consultarse: Copeland, T. y J. Weston (1992) o Fernández, P. (2002)

⁵ Ambos modelos suponen ausencia de costes de transacciones y por tanto $C_q = 0$

⁶ Donde R_m = rendimiento del mercado (generalmente el de acciones utilizado como “*proxy*”), R_f = tipo de interés sin riesgo, K_d = coste de la deuda, K_e = coste de los recursos propios apalancados, $WACC$ = coste medio ponderado del capital.

⁷ Todos los cálculos para llegar a esta expresión y los problemas a los que puede dar lugar se pueden consultar en Mascareñas (2002)

Además, supone que $\beta_d = 0$ (entonces $\beta_e = \beta_u (1 + D/E \times (1-T))$) y lo justifica afirmando que el riesgo por el incremento del endeudamiento lo asumen íntegramente los accionistas.

Veamos que ocurre al utilizar estas fórmulas para el cálculo del WACC:

D/E	D/V	Rf	Beta u	Rm	Ku	Beta e	T	Ke	Kd	Wacc
0,11	10%	4,50%	0,5	3,50%	6,25%	0,54	0,35	6,38%	4,55%	6,19%
0,25	20%	4,50%	0,5	3,50%	6,25%	0,58	0,35	6,53%	4,65%	6,16%
0,43	30%	4,50%	0,5	3,50%	6,25%	0,64	0,35	6,74%	4,75%	6,14%
0,67	40%	4,50%	0,5	3,50%	6,25%	0,72	0,35	7,01%	4,85%	6,15%
1,00	50%	4,50%	0,5	3,50%	6,25%	0,83	0,35	7,39%	4,95%	6,17%
1,50	60%	4,50%	0,5	3,50%	6,25%	0,99	0,35	7,96%	5,05%	6,21%
2,33	70%	4,50%	0,5	3,50%	6,25%	1,26	0,35	8,90%	5,15%	6,28%
4,00	80%	4,50%	0,5	3,50%	6,25%	1,80	0,35	10,80%	5,25%	6,36%
9,00	90%	4,50%	0,5	3,50%	6,25%	3,43	0,35	16,49%	5,35%	6,46%
Beta e =	Beta u + Beta u x D/E x (1-T)									

Efectivamente puede encontrarse un WACC mínimo (que supone un V_l máximo si no se han visto afectados los flujos de caja por el incremento de la deuda) porque K_e es una función creciente del cociente D/E . Los K_d correspondientes a cada nivel de deuda son arbitrarios en este ejemplo. El profesor Damodaran estima el coste de la deuda para cada D/E sobre la base de una calificación del riesgo crediticio sintético que se deriva de diversos ratios de cobertura del servicio de la deuda. El problema es que suponer $\beta_d = 0$ no es muy realista porque entonces o bien la correlación de los rendimientos de toda deuda con la cartera de mercado es 0, o la deuda sencillamente no tiene riesgo. Esto último se desmiente en el propio intento de asignarle a cada nivel de deuda una calificación (que precisamente indica el nivel de riesgo) y lo anterior simplemente no se corresponde con la realidad.

El argumento que utilizaremos en este trabajo para justificar la existencia de una estructura óptima de capital es la posible existencia de “costes de quiebra”⁸ (C_q) definidos como la cesión de valor a terceros que se produce por la inminencia (costes de quiebra indirectos) u ocurrencia (costes de quiebra directos) de la insolvencia o quiebra⁹. El incremento del endeudamiento aumenta la probabilidad de la insolvencia y de sus costes por lo que teniendo en cuenta este factor puede describirse la ecuación de valor de la empresa de la siguiente forma¹⁰:

⁸ Ver por ejemplo Kraus y Litzberger (1973)

⁹ Ejemplos de costes de quiebra indirectos son reducciones de plazos de pago a proveedores en momentos de dificultades financieras, incapacidad de hacer frente a servicios comprometidos con clientes, reducciones de facturación por dedicación de ejecutivos a cuestiones internas etc. Ejemplos de costes directos: pagos a realizar a toda clase de asesores en el proceso de insolvencia una vez iniciado, impuestos etc.

¹⁰ Para perpetuidades sin crecimiento. Para el caso general, la fórmula es:

$$V = \sum FCL/\Pi(1+Ku)^n + \sum DTKu/\Pi(1+Ku)^n - CQ, \text{ Fernández (2002) , Capítulos 26,26,27.}$$

$$V_1 = \text{FCL}/K_u + [T \times D] - p_x C_q (\text{CQ}) = \text{FCL}/W_{acc} - \text{CQ}$$

Sobre la base de esta igualdad puede argumentarse que el nivel de endeudamiento óptimo se produce en el punto en el que de forma marginal $TxD > CQ$ porque allí es donde V_1 se maximiza. La dificultad de todo esto reside evidentemente en la correcta estimación de los dos componentes de CQ (probabilidad de ocurrencia y costes directos e indirectos).

La ecuación anterior, que representa de forma analítica la teoría denominada “Static Trade Off Theory” permite desarrollar un análisis coste (de agencia del endeudamiento, de quiebra) -beneficio (ahorro fiscal de intereses) del endeudamiento de fácil comprensión intuitiva y que además parece se corresponde con la práctica empresarial^{11, 12}. Estudios empíricos muy recientes¹³ demuestran, que las empresas maniobran para ajustar el ratio de deuda a un determinado objetivo en el largo plazo evidenciando que la “Trade Off Theory” tiende a cumplirse en espacios de tiempo suficientemente largos.

2.c. CAPM, MM, OPT¹⁴ y estructura de capital.

La inversión inmobiliaria (la adquisición de inmuebles para su explotación en arrendamiento) puede estar menos afectada por costes de quiebra indirectos (más difíciles de medir) que otros sectores (aviación civil, venta y fabricación de automóviles y equipos informáticos, etc) porque los flujos de caja no se ven necesariamente afectados por el aumento de las dificultades financieras del propietario¹⁵. Por otro lado, no es difícil estimar los costes directos del incumplimiento del contrato de financiación, que en ocasiones pueden ser un porcentaje relevante del valor del inmueble como consecuencia de los distintos gravámenes y costes que recaen sobre el desarrollo del procedimiento de ejecución hipotecaria. Todo lo anterior justifica, en nuestra opinión, la aplicación de la hipótesis de la existencia de costes de quiebra y la cuantificación de los mismos para obtener un nivel óptimo de deuda¹⁶, porque aunque los costes de

¹¹ Titman y Wessels (1988)

¹² Otra teoría dominante en la explicación de la estructura de capital es la denominada “teoría de la jerarquía” que sostiene que los directivos prefieren los fondos autogenerados a cualquier otros, que sólo ante la insuficiencia de los mismos se emite deuda, y que sólo se emiten acciones cuando no queda más remedio. Myers y Maljuf (1984) demuestran que este comportamiento maximiza el valor de los accionistas antiguos frente a los nuevos en situación de asimetría informativa. En cualquier caso, la teoría no busca una relación específica deuda / valor de la empresa.

¹³ Hovakimian, Opler y Titman (2002)

¹⁴ OPT : *Option Pricing Theory* (Teoría de Valoración de Opciones)

¹⁵ Ésta es una buena razón adicional para utilizar inmuebles como colateral.

¹⁶ Véase por ejemplo: Warner (1977). Castanias (1983) que en sus conclusiones dice: “...Most importantly, however, the empirical results are not consistent with the capital structure irrelevance model of Miller. The results are consistent with the thesis that ex ante default costs are large enough to induce the typical firm to hold an optimum mix of debt and equity” Bradley, M., Jarrell, G.A., Kim, E.H. (1984), tras analizar 850 empresas de 25 sectores distintos durante 20 años: “We show that optimal firm leverage is related inversely to costs of financial distress.....if costs of financial distress are significant, optimal firm leverage is related inversely to the variability of firm earnings”.

quiebra son mayores para negocios que tienen una proporción mayor de activos intangibles y mayores oportunidades de crecimiento futuro, son más fácilmente medibles cuando la proporción de activos fijos materiales es mayor, tal como ocurre en la inversión en inmuebles arrendados. Es razonable también, ignorar costes de agencia tales como el del flujo de caja libre detectado por Jensen, la subinversión de Myers¹⁷ o el posible efecto expropiación de los prestamistas /bonistas por una segunda emisión de deuda en nuestro análisis de la inversión inmobiliaria sin recurso, porque todos estos potenciales defectos de gestión se mitigan en gran medida cuando se trata de una financiación de proyectos sin recurso y con garantías reales.¹⁸

En el análisis de valor y de estructura de capital que desarrollamos en este trabajo, utilizaremos la metodología de valoración de opciones originada por Black y Scholes que permite analizar los pasivos empresariales como opciones cuyo subyacente son los activos del negocio en presencia de costes de quiebra (relajando una de las hipótesis de MM). En concreto, los recursos propios tienen el carácter de una opción de compra sobre los activos empresariales y precio de ejercicio igual a los pagos debidos a la deuda. El riesgo de la deuda (riesgo de insolvencia) puede interpretarse como una opción de venta de las mismas características, vendida por los acreedores financieros a los accionistas. Se cumpliría entonces la siguiente igualdad: deuda con riesgo = deuda sin riesgo – opción de venta. De acuerdo con lo anterior y en el supuesto de opciones europeas puede establecerse de acuerdo con la *paridad put-call*¹⁹:

$$V = E + D = C + K \exp(-rt) - P$$

Donde

C (call) = recursos propios

K= valor nominal de la deuda (precio de ejercicio)

P (put) = opción del accionista de incumplir (refleja el riesgo de la deuda)

Kexp(-rt) – P = valor de mercado de la deuda

V= valor empresarial

E= valor de mercado de los recursos propios

D= valor de la deuda a precio de mercado

r = tasa libre de riesgo

t = plazo hasta el vencimiento de la opción

Altman, E.I. (1984) concluye que los costes totales de endeudamiento suponen entre el 11% y el 17% del valor de mercado de las sociedades investigadas (distribuidoras e industriales) tres años antes de la insolvencia. Los costes directos suponen una media del 9,8% del valor de mercado de las sociedades industriales y el 4,5% de las compañías distribuidoras. Referencias parecidas se encuentran en Andrade, G., Kaplan, S. (1998).

¹⁷ Jensen, M. (1986). Myers, S. y Maljuf, N. (1984)

¹⁸ Se puede consultar al respecto Grinblatt, M., Titman, S. (2002) Cap. 16

¹⁹ $S + P = C + K \exp(-rt)$. La *paridad put-call* de opciones europeas de igual precio de ejercicio y plazo hasta el vencimiento, establece que el subyacente es igual a la suma de la opción de compra y el valor actual del precio de ejercicio menos el valor de opción de venta equivalente. Aplicando por analogía dicha igualdad al valor empresarial, éste es igual a la suma de los recursos propios (analizados como opción de compra europea) y el valor actual de la deuda al vencimiento como si fuera libre de riesgo menos el valor de la opción de incumplir que detenta el accionista (opción de venta europea que refleja el riesgo de la deuda).

Esta idea²⁰ permite valorar la deuda ajustada por su riesgo de insolvencia y obtener por diferencia el valor de los recursos propios. En adelante, se expondrá la inclusión de costes de quiebra estimados y una valoración de los ahorros fiscales producidos por los intereses que facilitará el cálculo de la estructura óptima de capital allí donde el incremento marginal del ahorro fiscal es igual al incremento marginal de los costes de quiebra. El impacto de los costes de quiebra se puede analizar mejor con esta metodología porque no es necesario estimar la tasa de descuento ajustada al riesgo (sistemático) para descontar los flujos de caja de los costes de quiebra (tal como exigen los métodos con base en el CAPM).

2.d. OPT y finanzas corporativas

La analogía establecida entre la *paridad put-call* y el valor empresarial expresado en términos de recursos propios, deuda y riesgo crediticio de la deuda ha sido muy poco utilizada en la práctica de la valoración debido a las siguientes dificultades:

1. El valor de una opción depende en gran medida de la volatilidad del subyacente (σ)²¹. El subyacente de las opciones descritas es el valor de los activos empresariales (en nuestra metodología utilizaremos el valor desapalancado de los inmuebles) y resulta muy complicado obtener una estimación fiable del riesgo total.
2. El propio valor del subyacente (activos empresariales) es difícil de estimar aunque para ello en muchas ocasiones se utilizan las fórmulas del descuento de flujo de caja. Pero si con dichas fórmulas ya se obtiene una valoración, parece redundante obtener otra tomando la primera como dato de partida en un modelo de valoración de opciones.
3. Los modelos más conocidos simplifican excesivamente suponiendo una sola emisión de deuda cupón cero para poder analizar los recursos propios como una opción europea y obtener valores para las acciones y el diferencial de la deuda mediante formulaciones analíticas (por ejemplo en el modelo de Merton²²). Cuando la estructura de capital incorpora diferentes emisiones de deuda con diferentes vencimientos, calendarios de principal y prelación, no pueden utilizarse razonablemente las fórmulas de Black and Scholes (se trata de opciones compuestas) y hay que obtener el valor de las opciones por métodos numéricos, complicando el análisis.
4. Se trata en realidad de “opciones reales” (sobre activos reales) que pueden no cumplir con los argumentos de ausencia de arbitraje y cobertura que dieron origen a la formulación de la teoría de opciones, por lo que estaríamos utilizando la metodología de manera un tanto forzada.

²⁰ En Merton (1974) se analiza la valoración de la deuda y su diferencial por riesgo de crédito sobre la base del modelo de Black y Scholes.

²¹ Medida como desviación típica de los rendimientos del activo subyacente.

²² Ver pie de página 14.

3. Inmuebles, OPT y estructura óptima de capital

El objetivo de este trabajo es aplicar la teoría de valoración de opciones (OPT) a la valoración de fuentes de financiación en la inversión inmobiliaria y obtener una estructura de capital óptima en presencia de costes de quiebra.

En el sector inmobiliario las objeciones descritas en el apartado anterior se mitigan en gran medida debido a las siguientes características diferenciales:

1. Existe un mercado secundario de inmuebles de una gran profundidad y liquidez, especialmente para aquéllos que son objetivo de inversores institucionales. Los precios de mercado de los inmuebles reflejan valores desapalancados y antes de impuestos. Las series históricas permiten estimar parámetros como la volatilidad de los rendimientos (σ) y el valor actual del subyacente. De pocas tipologías de activos puede decirse lo mismo.
2. La valoración final de los recursos propios que obtendremos no será redundante porque será apalancada y después de impuestos y servirá de elemento constitutivo de un sistema que permita identificar el óptimo de endeudamiento.
3. En la inversión inmobiliaria es muy frecuente que la financiación consista de un solo préstamo hipotecario con amortizaciones anuales constantes y vencimientos a largo plazo. Esta simplicidad se corresponde con prácticas habituales de mercado.
4. El supuesto de mercados completos no es disparatado cuando se aplica a la inversión inmobiliaria y la réplica (aproximada) de la opción mediante subyacente y endeudamiento sería posible en muchos casos en la práctica. No parece que al utilizar la OPT se asuman hipótesis más restrictivas que cuando se aplican modelos más estándares como el del descuento de flujos de caja sobre la base del CAPM.
5. Los costes de quiebra directos pueden ser estimados con bastante fiabilidad (proceso de ejecución hipotecario). No necesariamente han de darse costes indirectos, que son tan complicados de estimar en otros sectores. En los inmuebles alquilados, las dificultades financieras del propietario en principio no deben afectar a las rentas contratadas.
6. La garantía real impide presiones por parte de los accionistas para que el prestamista acepte el “servicio estratégico de la deuda”.²³ La prioridad absoluta del prestamista es un hecho que se produce en la práctica, facilitando la concepción del modelo.

3.a. Planteamiento del problema. Modelo de solución.

De los datos de series históricas de precios de determinados activos inmobiliarios pueden obtenerse los siguientes parámetros:

- Volatilidad de los rendimientos históricos del inmueble desapalancado (σ_A)

²³ Se dice del servicio de la deuda, que sin cumplir íntegramente las obligaciones contraídas, es suficiente para que el **obligacionista** no inste procedimientos concursales.

- Volatilidad de los rendimientos históricos del mercado de referencia (por ejemplo el IBEX 35) (σ_m)
- Correlación entre ambas series de rendimientos (ρ)
- Beta desapalancada (β_u) del inmueble de acuerdo con la siguiente fórmula:
 $\beta_u = \rho\sigma_A/\sigma_m$, que permite obtener $K_u = R_f + \beta_u P_m$ ²⁴
- Conocidos los flujos de caja libres (FCL) = rentas netas – inversiones, puede obtenerse $V_u = FCL/K_u$. V_u será lo que en el sector se denomina Valor Capital, es decir, el valor del inmueble una vez repartidas las rentas netas. De forma implícita se supone, de acuerdo también con el planteamiento original de Black and Scholes que todos los pagos a los proveedores de capital se “aportan” al activo /sociedad (no se resta del valor capital en cada instante).
- En un segundo supuesto supondremos una pérdida de valor del “Valor Capital” como consecuencia de la depreciación física y funcional del edificio por el transcurso del tiempo. El modelo recogerá esta característica como un reparto de dividendo continuo.
- Conocido $V_u = S$ (subyacente) podemos elaborar el árbol binomial del activo subyacente utilizando los datos de volatilidad (σ_A) y de tasa libre de riesgo para el espacio temporal elegido, calculando u (cambio al alza), d (cambio a la baja), p (probabilidad neutral al riesgo) sobre la base del modelo Cox, Ross, Rubinstein (CRR en adelante)²⁵ donde:
 - $u = \exp(\sigma\sqrt{h})$ donde $h = T/n$ (plazo hasta vencimiento/número de intervalos temporales utilizados en el árbol binomial en años). En nuestro caso y con el objeto de simplificar el análisis de financiación a largo plazo $T/n = 1$
 - $d = 1/u$
 - $p = (r-d)/(u-d)$, y en presencia de dividendos continuos (δ) $p = (r-d-\delta)/(u-d)$ ²⁶
 - $q = 1-p$
- Se analizará el valor de la deuda, que en el momento del vencimiento será igual a: $\text{Min}(V_{u_v} \times (1-CQ); PP_v + i_v)$ y a continuación y de forma recursiva “hacia atrás” (en dirección hacia el momento 0) en cualquier otro momento y escenario:
 $\text{Min}(VA^{27} D_{t+1} + Am_t + i_t; V_u \times (1-CQ_t); (PP_t + Am_t) \times (1+CC_t) + i_t)$ es decir el mínimo de:
 - Del valor actual (riesgo neutral) de la deuda en el momento posterior + amortizaciones pendientes en el momento analizado (t) + intereses debidos en el momento t .
 - Del valor del subyacente (V_u) corregido por los costes de quiebra estimados.

²⁴ P_m = prima de mercado de las acciones. R_f = Tasa libre de riesgo

²⁵ Cox, Ross, Rubinstein (1979)

²⁶ Véase por ejemplo Hull (2003) y Clewlow y Strickland (2001)

²⁷ VA = valor actual.

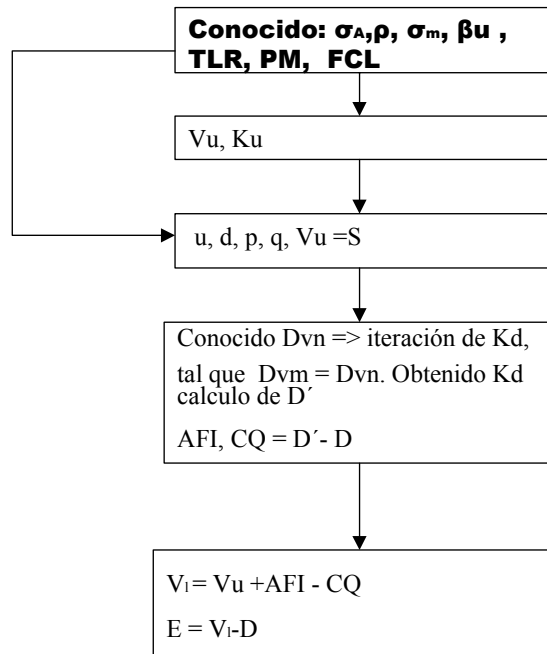
- Del principal pendiente (PP_t) + amortizaciones (Am_t) obligatorias en el periodo t + intereses (i_t) debidos en el periodo t aumentado por los costes de cancelación anticipada (CC_t), y los costes de cancelación anticipada.
 - De lo anterior se deduce que se produce el incumplimiento (*default*) cuando el principal pendiente de la deuda total más los intereses debidos en el periodo son superiores a V_u , y se produce cancelación anticipada cuando el valor de mercado de la deuda ($VA D$) es superior al principal pendiente total más los intereses del periodo.
 - Es necesario derivar un tipo de interés de equilibrio para la deuda por el que el valor de mercado obtenido en presencia de costes de quiebra, opción de amortización anticipada total y opción de incumplimiento cuando $V_u < D$ se iguale al valor nominal. De otra manera, el banco no vería compensado el riesgo de insolvencia del deudor (opción de incumplir) y el valor de la opción de amortizar anticipadamente.²⁸ El diferencial sobre el tipo de interés de referencia (en este caso, de acuerdo con la práctica habitual del sector el Euribor) se obtendrá por iteración (la rutina Solver de Excel). El coste de la deuda K_d será Euribor + diferencial de equilibrio.
- Supondremos que el tipo de interés de referencia (Euribor a un año debido a que los espacios temporales del árbol binomial son anuales) es constante y conocido. Esta restricción puede eliminarse convirtiendo el tipo de interés en una dinámica estocástica, en cuyo caso la metodología binomial no es operativa y habría que acudir a otros métodos numéricos más complejos para analizar múltiples opciones (de amortizar anticipadamente, de incumplir) sobre múltiples subyacentes (tipos de interés y valor capital) posiblemente correlacionados.²⁹
 - Supondremos unos costes de quiebra del 8% del activo subyacente en cada momento y que está integrado fundamentalmente por impuestos y gastos de asesoramiento.
 - Supondremos un préstamo con vencimiento final a los 10 años con una comisión de apertura de 0,35% y amortizaciones anuales del 3% del nominal inicial del préstamo. El modelo no obtiene entre sus resultados la duración óptima del préstamo a utilizar.³⁰
 - De acuerdo con prácticas muy consolidadas en el sector, supondremos la posibilidad de amortización anticipada total del préstamo con unos costes de amortización totales del 3% del principal vivo (comisiones de cancelación, impuestos, gastos notariales, registros etc). De forma gráfica, el modelo puede representarse de la siguiente manera:

²⁸ En nuestro caso, la valoración de la deuda se realiza como si este préstamo fuera el único que integra la cartera del banco. La determinación del precio en el contexto de una cartera de créditos diversificada nos llevaría a otro tipo de planteamiento que obtendría probablemente *spreads* (diferenciales) de equilibrio diferentes y menores. Además sólo se está considerando el riesgo de insolvencia no riesgos de liquidez o de refinanciación.

²⁹ Una metodología que parece poder resolver esta clase de problemas es el “Least Square Monte Carlo” de Longstaff y Schwartz (2001), o también Gamba (2002).

³⁰ Parece que la duración óptima de la deuda es un problema que depende en mayor medida de la identificación de costes de agencia concretos -ver por ejemplo Myers (1984)- de la estructura temporal de tipos de interés -ver Brick y Ravid (1985)- o de argumentos de cobertura de los flujos de caja del negocio -ver Morris (1976)-. Nosotros no incorporamos este problema al modelo.

TLR = tasa libre de riesgo, PM = prima de mercado, D = deuda con costes de quiebra, D' = deuda sin CQ, Kd = coste de la deuda, AFI = ahorro fiscal de los intereses, ρ = correlación inmueble/mercado de acciones, σ = desviación típica de los rendim.del inmueble/del mercado, Vu = valor empresarial desapalancado, VI = valor empres. apalancado, E = rec. propios, Dvm= deuda a valor de mercado con CQ, Dvn= deuda a valor nominal



4. Implementación.

4.a. Datos de partida

Se trata de una oficina en una zona de nivel medio de una gran ciudad que se vende en 335.000 euros con 120 metros cuadrados y una rentabilidad bruta inicial del 6,24%³¹. Los costes de la venta suponen un 10% del precio por lo que la inversión total es de 368.500 euros. El activo se integra en una sociedad que no tiene otras inversiones.³² El sondeo entre varios bancos ha determinado que existe interés por financiar la operación con un préstamo a 10 años y amortizaciones anuales del 3% del principal inicial, que supone una amortización en la fecha de vencimiento final del 63% del principal inicial (*balloon payment*). Los inversores quieren determinar el margen de equilibrio del préstamo y el nivel óptimo de endeudamiento de la operación.

³¹ Estos datos se corresponden de forma aproximada con la realidad de Madrid en el momento en que se escribe este trabajo. Se puede consultar al respecto datos publicados en prensa como "Negocio Inmobiliario".

³² Es muy frecuente la utilización de sociedades de propósito específico (*Special Purpose Vehicles*) en la práctica en buena medida por motivos fiscales que no son objeto de este trabajo.

El primer paso es calcular el valor desapalancado del inmueble en función de los flujos de caja que genera³³ (V_u) y para ellos utilizaremos la metodología de flujos de caja descontados al coste de los recursos propios desapalancados estimados sobre la base del CAPM³⁴ ($K_u = R_f + \beta_u P_m$). De diversas fuentes pueden obtenerse los siguientes datos:

Volatilidad de los rendimientos del IGBM:	23,0% ³⁵
Volatilidad de los rendimientos de oficinas:	22,0% ³⁶
Correlación (ρ):	0,11% ³⁷
Beta _u ($\beta_u = \rho \sigma_A / \sigma_m$)	0,105
R_f (TIR bono a 10 años referencia de mercado):	4%
P_m :	3,5% ³⁸
$K_u = R_f + \beta_u \times P_m$:	4,48%

4.b. Flujos de caja descontados y valor empresarial desapalancado

Veamos ahora los flujos de caja libres que produce el inmueble:

³³ No necesariamente tiene que coincidir con el precio al que se vende.

³⁴ Véase por ejemplo: López Lubián, F.J., De Luna Butz, W.L. (2001)

³⁵ Véase por ejemplo: Revista de Bolsa . Abril 2003 para la media de las volatilidades de los últimos 10 años.

³⁶ Este dato se ha obtenido de la siguiente fuente:

Desviación típica de los rendimientos de oficinas
en dólares y deflactados por IPC americano.

1987-1999

Bélgica	17,11%
Francia	22,19%
Dusseldorf	17,06%
Frankfurt	21,29%
Irlanda	19,29%
Italia	32,53%
Portugal	27,68%
Holanda	18,75%
Media	21,99%

Tal como aparecen en Case, B., Goetzman, W., Rouwenhorst, K.G. "Global Real Estate Markets: Cycles and Fundamentals". Working Paper 1999. El dato que aparece en el trabajo para España no es representativo como estimación de futuro porque en ese periodo la economía española estaba en un periodo de transición con unas características macroeconómicas de difícil repetición.

³⁷ Este dato se ha obtenido de la serie histórica de precios/m² (zona Pº Castellana de Madrid) desde 1980 tal como aparece en Varios Autores, IESE, "Libro Blanco del Sector Inmobiliario". FEI, IESE, 1999 y la serie histórica del IGBM de varias fuentes.

³⁸ Ver por ejemplo: López Lubián, F.J., De Luna Butz, W.L. (2001); o Viñolas, P. (2002)

M2			120										
Coste			335000										
Inversión total			368500										
Coste/m2			3071										
Escritura			335000										
Rentabilidad bruta			6,24%										
Año			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Alquil/mes	16000		1920	1978	2037	2098	2203	2269	2337	2407	2479	2603	2681
Nr. Meses ocupados	100,00	365	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00
Incremento ingresos			3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	5,0%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	5,0%	3,0%
Incremento gastos				3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%
Alquiler			23040	23731	24443	25176	26435	27228	28045	28887	29753	31241	32178
G.Comunidad	13		12,5	12,9	13,3	13,7	14,3	14,8	15,2	15,7	16,1	16,9	17,5
IBI	15		15,0	15,5	15,9	16,4	16,9	17,4	17,9	18,4	19,0	19,6	20,2
Seguro	15		15,0	15,5	15,9	16,4	16,9	17,4	17,9	18,4	19,0	19,6	20,2
Otros gastos			0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Reparaciones	1		60,0	61,8	63,7	65,6	67,5	69,6	71,6	73,8	76,0	78,3	80,6
Gastos gestión	0,5%		115,2	118,7	122,2	125,9	132,2	136,1	140,2	144,4	148,8	156,2	160,9
Amortizaciones	2,0%	50,0%	3350	3350	3350	3350	3350	3350	3350	3350	3350	3350	3350
Amort. muebles	12,5%		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0			
Bait			19472	20157	20862	21589	22837	23623	24432	25266	26124	27600	28529

Sobre la base de estos flujos de caja, es posible determinar el valor no apalancado del activo de acuerdo con la formulación originaria de Myers denominada Adjusted Present Value (APV)³⁹, donde $V_u = \sum FCL / \Pi (1+K_u)^{n40}$

Año			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Rf			4,0%	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%	
Pm			3,5%	3,5%	3,5%	3,5%	3,5%	3,5%	3,5%	3,5%	3,5%	3,5%	3,5%	
Beta u			0,105	0,105	0,105	0,105	0,105	0,105	0,105	0,105	0,105	0,105	0,105	
Ku			4,4%	4,4%	4,4%	4,4%	4,4%	4,4%	4,4%	4,4%	4,4%	4,4%	4,4%	
FCL=Bait(1-T)+A-I			16007	16452	16910	17383	18194	18705	19231	19773	20331	21290	21894	
												V.Resid.	501198	
Factor de descuento Ku			1,04	1,09	1,14	1,19	1,24	1,29	1,35	1,41	1,47	1,53	1,60	
			15337	15104	14875	14650	14692	14473	14257	14045	13837	13883	326832	
Vu (FCL;Ku)		471985	476595	480962	485061	488868	492028	494816	497200	499147	500620	501198	501198	

4.c. Análisis de la deuda con costes de quiebra

El siguiente paso será ya obtener el valor empresarial y tipo de interés de equilibrio para cada nivel de deuda de acuerdo con la ecuación:

$$V_1 = V_u + AFI - CQ$$

Vu = valor desapalancado del activo que ha sido calculado mediante el APV en el apartado anterior.

AFI = ahorro fiscal de los intereses.

Para poder calcular el valor actual del ahorro fiscal de intereses como un derecho contingente, es necesario en primera instancia valorar la deuda en cada momento temporal y escenario de acuerdo con la formulación ya establecida:

³⁹ Para un desarrollo de este modelo consultar: Fernández, P. "Valoración de empresas". 2ª edición. Gestión 2000, 2001

⁴⁰ El valor del activo puede obtenerse también a través de metodologías propias del sector como la capitalización de rentas o el precio/m2 de activos comparables.

En el momento del vencimiento (año 10):

$$\min (Vu_v \times (1-CQ), Am_v + i_v)$$

y en cualquier otro momento y escenario (nodo binomial):

$\min (VA D_{t+1} + Am_{t+1} + i_t, Vu \times (1-CQ_t), (PP_t + Am_t) \times (1+CC_t) + i_t)$ es decir el mínimo

- Del valor actual (riesgo neutral) de la deuda en el momento posterior + amortizaciones pendientes en el momento t+ intereses debido en el momento t.
- Del valor del subyacente (Vu) corregido por los costes de quiebra estimados.
- Del principal pendiente (PP_t) + amortizaciones (Am_t) obligatorias en el periodo t aumentados por los costes de cancelación anticipada + intereses debidos en el periodo t .
- Como el objetivo es que el valor nominal de la deuda coincida con su valor de mercado (es decir, no hay destrucción de valor para el prestamista) buscamos mediante iteración con la rutina solver de Excel el tipo de interés que hace posible dicha igualdad y determina el coste de la deuda Kd.

Así, conocido D_{vm} (deuda a valor de mercado) y Kd (R_f + margen de equilibrio obtenido por iteración) podemos estimar el valor actual de los ahorros fiscales de los intereses AFI: valor actual de los ahorros fiscales de los intereses pagados a la deuda. Suponemos que AFI también es un derecho contingente que sólo se “cobra” si la empresa no está en situación de insolvencia. Si D_t (suma de todos los pagos debidos a la deuda en el momento t) = Vu_t(1-CQ), entonces AFI = 0, de otra manera, y considerando que el árbol binomial se resuelve de “derecha a izquierda”, $AFI_t = (VA AFI_{t+1} / (1+r) + T \times i_t)^{41}$. En el momento del vencimiento de la deuda si la empresa está en insolvencia, $AFI_v = 0$, si no, $AFI_v = T \times i_v$. Además, para poder aprovechar el ahorro fiscal de los intereses, exigimos que la sociedad tenga base imponible positiva en el año que se analiza. Se supone por tanto, que en caso de endeudamiento alto, con cobertura de intereses de la deuda negativa, no son aprovechables las bases imponibles negativas.⁴²

El ejemplo que vamos a mostrar aquí, analiza el supuesto de una relación préstamo /valor inicial del 65%, que a posteriori resultó ser el de endeudamiento óptimo.

Veamos ahora el árbol binomial del subyacente y el valor de la deuda (en negrita bajo el valor del subyacente para cada año y escenario) con costes de quiebra sobre la base de los siguientes hipótesis:

Volatilidad del subyacente:

22,0%

⁴¹ La opción sobre el ahorro fiscal de intereses puede analizarse como una opción compuesta digital (*cash or nothing*) *knock out* (barrera). r es aquí el tipo de descuento riesgo neutral, es decir, la tasa libre de riesgo para un periodo igual al intervalo del árbol binomial.

⁴² Esto no se corresponde fielmente con lo que ocurre en realidad: si la empresa sobrevive puede compensar futuras bases imponibles positivas (una vez amortizado íntegramente el préstamo) con las bases imponibles negativas acumuladas. El tratamiento utilizado simplifica un tanto la exposición.

Tasa libre de riesgo para el periodo de un año:	4,5% ⁴³
Cambio al alza del subyacente (u):	1,246
Cambio a la baja del subyacente (d):	0,8025
Probabilidad riesgo neutro de alza (p):	54,7%
Probabilidad riesgo neutro de baja (q):	45,3%
Costes de quiebra (en porcentaje de Vu en cada momento):	8%
Comisión de apertura (en % sobre importe nominal inicial):	0,35%

Árbol binomial del subyacente y deuda con CQ										
Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0										4259669
									3418465	235291
								2743382	246163	2743382
							2201616	257033	2201616	235291
						1766838	267901	1766838	246163	1766838
					1417921	278766	1417921	257033	1417921	235291
				1137908	289629	1137908	267901	1137908	246163	1137908
			913193	300490	913193	278766	913193	257033	913193	235291
		732854	311190	732854	289629	732854	267901	732854	246163	732854
	588129	321122	588129	300122	588129	278766	588129	257033	588129	235291
471985	328745	471985	309040	471985	288781	471985	267901	471985	246163	471985
306790	378777	313562	378777	295611	378777	276812	378777	257033	378777	235291
	308293	303975	294207	303975	279404	303975	263396	303975	246163	303975
		275533	243946	266857	243946	257552	243946	246649	243946	235291
			224430	195771	224430	195771	224430	195771	222225	195771
				180110	157110	180110	157110	180110	157110	180110
					144541	126084	144541	126084	144541	126084
						115997	101185	115997	101185	115997
							93090	81203	93090	81203
								74706	65167	74706
									59953	52297
										48114

El valor (desapalancado del inmueble) de partida del subyacente, 471,985 miles de € se toma de la valoración realizada mediante flujos de caja descontados. A partir de ahí, los valores del año 1 se obtienen conforme a la siguiente formulación:

$$471,985 * 1,2461 = 588,1$$

⁴³ Como se opera con un tipo de interés constante, utilizamos una estimación de lo que podría ser una media del tipo sin riesgo a un año. No cabe duda que introducir el tipo de interés como un proceso estocástico debe mejorar sensiblemente el modelo aunque entonces apenas podrá utilizarse el modelo binomial. Lo mismo es aplicable a la consideración de la volatilidad como variable aleatoria.

$$471,985 * 0,8025 = 378,8^{44}$$

Los valores del año 2 se calculan de la misma manera:

$$\begin{aligned} 588,129 * 1,2461 &= 732,86 \\ 588,129 * 0,8025 &= 471,98 \\ 378,777 * 1,246 &= 471,99 \\ 378,777 * 0,8025 &= 303,97 \end{aligned}$$

Para los años siguientes se procede de la misma manera.

Elaborado el árbol binomial del subyacente iniciamos la valoración de la deuda con riesgo comenzando por al año 10 y resolviendo hacia el momento cero para cada año y escenario. Veamos en detalle como se procede tomando como ejemplo el escenario de máximo valor del subyacente en el año 10 (4259,7 mil.€):

9	10
	4 259 669
34 184 65	2 352 91
2 461 63	2 743 382
220 1616	2 352 91

Con el cuadro de amortizaciones que corresponde

Año			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Préstamo		306790	297586	288383	279179	269975	260772	251568	242364	233160	223957	0
Amort. crédito	3,0%		9204	9204	9204	9204	9204	9204	9204	9204	9204	223957
Intereses			15527	15061	14595	14130	13664	13198	12732	12266	11800	11335

El valor de la deuda conforme a la formulación ya descrita anteriormente será:

$$\text{Min} (Vu_t * (1 - CQ); (PP_t + Am_t + i_t)) \text{ es decir } \text{min}(4259,7 * (1 - 8\%); (223,9 + 11,34)) = 235,3$$

En el supuesto de menor valor (esquina inferior derecha en el árbol binomial en el momento 10):

9	10
65167	74706
59953	52297
	48114

El valor se obtendrá de modo análogo:

$$\text{min} (52,3 * (1 - 8\%); (223,9 + 11,34)) = 48,11 \text{ (quiebra).}$$

⁴⁴ Pueden darse diferencias de redondeo.

Veamos ahora cómo se obtienen los valores del año 9 utilizando los mismos ejemplos:

Para el escenario de máximo valor del año 9:

$D = \min(VA D_{t+1} + Am_t + i_t, Vu \times (1 - CQ_t), (PP_t + Am_t) \times (1 + CC_t) + i_t)$, donde:

$VA D_{t+1} = (D_{t+1}^+ \times p + D_{t+1}^- \times q) / (1 + r)$

En cifras:

$D = \min((235,291 \times 0,5467 + 235,291 \times 0,4533) / (1 + 0,045) + 9,204 + 11,8; (3418,465 \times 0,92); (9,204 + 223,957) \times (1 + 3\%) + 11,8) = \min(246,16; 3144,99; 252,3) = 246,164$

Para el escenario de mínimo valor del año 9:

$D = \min((74,706 \times 0,5467 + 48,114 \times 0,4533) / 1,045 + 9,204 + 11,8; (65,167 \times 0,92); (9,204 + 223,957) \times 1,03 + 11,8) = 59,95$ (quiebra)

Así, se procede hasta llegar al momento 0 en el que se encontrará el valor de mercado de la deuda ajustada por el riesgo de insolvencia. Para que el valor de mercado coincida con el valor nominal (importe efectivamente prestado por el banco) es necesario encontrar el margen que sumado al tipo de interés de referencia “compense” el riesgo (este factor se refleja en el importe 11,8 de intereses en los ejemplos anteriores). Esto puede realizarse a través de la rutina Solver de Excel donde el objetivo es que Dvm se iguale a D cambiando la celda correspondiente al margen. Para el supuesto que describimos en el ejemplo el margen resultante era de 0,56% para una relación préstamo / valor del 65%. Así, $4,5\% + 0,56\% = 5,06\% = Kd$ afectando también al cuadro del préstamo y a los flujos de caja apalancados.

Año			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Préstamo		306790	297586	288383	279179	269975	260772	251568	242364	233160	223957	0
Amort. crédito	3,0%		9204	9204	9204	9204	9204	9204	9204	9204	9204	223957
Intereses			15527	15061	14595	14130	13664	13198	12732	12266	11800	11335

Con estos datos⁴⁵, puede calcularse también el valor empresarial apalancado. Para ello utilizaremos aquí la formulación de APV derivada por Fernández (2002) con el objeto de comparar el valor resultante con el que se obtendrá en las próximas secciones con la teoría de opciones:

$$V_l = \Sigma FCL / \Pi(1 + Ku)^n + \Sigma (D_t Ku T) / \Pi(1 + Ku)^n$$

⁴⁵ Nótese que en realidad sólo hace falta el valor nominal de la deuda cuando se aplica el APV según la versión utilizada en este trabajo.

FCL=Bait(1-T)+A-I		16007	16452	16910	17383	18194	18705	19231	19773	20331	21290	21894	
											V.Resid.	501198	
Factor de descuento Ku		1,04	1,09	1,14	1,19	1,24	1,29	1,35	1,41	1,47	1,53	1,60	
		15337	15104	14875	14650	14692	14473	14257	14045	13837	13883	326832	
Vu (FCL;Ku)	471985	476595	480962	485061	488868	492028	494816	497200	499147	500620	501198	501198	
D x T x Ku		4690	4550	4409	4268	4128	3987	3846	3705	3565	3424	-	
VA DTKU	32707	4494	4177	3878	3597	3333	3085	2851	2632	2426	2233	0,00	
VI sin costes quiebra	504692												

Este resultado puede estar sobre valorando la empresa debido a que no considera los costes asociados a la quiebra y tampoco la probabilidad de perder la ventaja fiscal de la deuda en caso de insolvencia.⁴⁶ La valoración final a través de la teoría de opciones debe superar esta deficiencia.

4.c.i. Definición y cálculo de los costes de quiebra.

En el planteamiento que estamos desarrollando puede estimarse el valor actual de los costes de quiebra por diferencia entre el valor de la deuda con costes de quiebra (igualado en este caso al valor nominal a través del margen) y el valor de la deuda en el supuesto de que los costes de quiebra no existieran, es decir que el proceso de reorganización de la propiedad del colateral no tuviera costes. Para calcular el valor de la deuda “sin” costes de quiebra, utilizaremos el mismo árbol binomial del subyacente y procederemos a valorar la deuda de manera análoga a como se hizo en el caso anterior pero suponiendo que $CQ = 0$. Así,

⁴⁶ En definitiva, la metodología asume hipótesis procedentes del análisis de MM. La simple definición de los ahorros fiscales como derecho contingente, que puede desaparecer en determinadas circunstancias puede ser suficiente para encontrar un nivel óptimo de deuda, tal como sucede en Brennan, M.J., Schwartz, E.S. (1978)

Árbol binomial del subyacente y deuda sin CQ										
Año										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
										4259669
									3418465	235291
								2743382	246163	2743382
							2201616	257033	2201616	235291
						1766838	267901	1766838	246163	1766838
					1417921	278766	1417921	257033	1417921	235291
				1137908	289629	1137908	267901	1137908	246163	1137908
			913193	300490	913193	278766	913193	257033	913193	235291
		732854	311235	732854	289629	732854	267901	732854	246163	732854
	588129	321440	588129	300227	588129	278766	588129	257033	588129	235291
471985	330028	471985	309719	471985	289022	471985	267901	471985	246163	471985
310142	378777	316135	378777	297050	378777	277366	378777	257033	378777	235291
	314472	303975	299319	303975	282431	303975	264674	303975	246163	303975
		286674	243946	276907	243946	263862	243946	249596	243946	235291
			243946	195771	243946	195771	237434	195771	229019	195771
				195771	157110	195771	157110	195771	157110	195771
					157110	126084	157110	126084	157110	126084
						126084	101185	126084	101185	126084
							101185	81203	101185	81203
								81203	65167	81203
									65167	52297
										52297

En este supuesto la mecánica de cálculo es similar a la desarrollada en el árbol binomial para el valor de la deuda con costes de quiebra excepto por dos diferencias:

1. $CQ = 0$
2. i_t (intereses) son los fijados para el caso de “valor de la deuda con CQ”.

De esta manera se obtiene lo que sería el valor de mercado el préstamo en ausencia de costes de quiebra y el importe aproximado de los mismos:

$$CQ = D_{vm} (\text{sin CQ}) - D_{vm} (\text{con CQ})$$

En nuestro supuesto principal donde:

$$P/V = 65\%$$

$$V_u = 471,985$$

$$\text{Préstamo a valor nominal} = 306,790$$

$$K_d = 5,06\% \text{ (margen de } 0,56\%)$$

$$C_q = 8\% \times V_u$$

$$\text{Deuda sin CQ} = 310,142$$

$$CQ = 310,142 - 306,79 = 3,352$$

4.c.ii. Definición y cálculo del valor actual del ahorro fiscal de los intereses pagados a la deuda.

Resta ahora calcular el ahorro fiscal de los intereses sobre la base del mismo árbol binomial del subyacente utilizado para el análisis de la deuda. Supondremos que la ventaja fiscal de la deuda desaparece si la empresa se encuentra en situación de incumplimiento y se procede a la ejecución de la garantía hipotecaria. Esto es un supuesto bastante razonable si consideramos que al ejecutar la hipoteca el acreedor recupera (con un máximo del conjunto de los importes debidos) lo que pueda obtenerse de la venta del inmueble, que se pondrá en mercado a precios “desapalancados”.⁴⁷

En la metodología APV de valoración de empresas (o proyectos de inversión) la fórmula para el cálculo del AFI no está exenta de polémica: unos autores prefieren descontar la ventaja fiscal de cada año a una tasa ajustada al riesgo (que no es fácil de determinar) que en ocasiones es el coste de la deuda⁴⁸ y en otras el coste de los recursos propios y otros autores conciben el AFI como la diferencia entre el valor apalancado de la empresa y el valor desapalancado. Lo cierto es que esta última alternativa es la que obtiene el mismo valor que se deriva del descuento de flujos de caja al coste medio ponderado de capital en su versión clásica⁴⁹.

Aplicando la OPT, evitamos la discusión sobre la tasa de descuento apropiada para los AFI puesto que valoramos los mismo sobre una base neutral al riesgo.⁵⁰ Procedemos tal como sigue:

En el momento del vencimiento de la deuda:

Si $D_v = Vu_v(1-CQ)$; $AFI_v = 0$

Si $D_v \neq Vu_v(1-CQ)$; $i_v \times T$; donde i_v son de nuevo, los intereses a pagar en el momento del vencimiento y T es la tasa efectivo del impuesto de sociedades⁵¹.

En cualquier otro momento anterior:

Si $D_t = Vu_t(1-CQ)$; $AFI_t = 0$

Si $D_t \neq Vu_t(1-CQ)$; $(AFI_{t+1}^+ \times p + AFI_{t+1}^- \times q) / (1+r) + T \times i_t$

Veamos de nuevo el árbol binomial de subyacente y valor de los AFI:

⁴⁷ No consideramos aquí la posibilidad que la sociedad que incumple pueda continuar utilizando posibles bases imponibles negativas acumuladas en períodos anteriores. Es posible que el modelo sufriera algunas alteraciones si se incluye entre las garantías la pignoración de acciones de la sociedad propietaria del inmueble y se ejecutan prenda e hipoteca al mismo tiempo.

⁴⁸ Myers (1974), Miles, J.A., Ezzell, J.R. (1985)

⁴⁹ Fernandez (2001), Fernandez (2002) Wonder, N.X., Tham, J., Vélez-Pareja, (2003) Copeland, T., Koller, T., Murrin, J (2002). Estos últimos autores sostienen que la doctrina no da una respuesta clara sobre este asunto.

⁵⁰ Ello supone valorar los AFI como una opción compuesta digital y de tipo barrera.

⁵¹ Cuando la base imponible es negativa $T = 0$ en el modelo perdiendo el ahorro fiscal de los intereses.

Árbol binomial del subyacente y el ahorro fiscal de intereses										
Año										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
										4259669
									3418465	3967
								2743382	7926	2743382
							2201616	11878	2201616	3967
						1766838	15823	1766838	7926	1766838
					1417921	19761	1417921	11878	1417921	3967
				1137908	23692	1137908	15823	1137908	7926	1137908
			913193	27617	913193	19761	913193	11878	913193	3967
		732854	31525	732854	23692	732854	15823	732854	7926	732854
	588129	35177	588129	27591	588129	19761	588129	11878	588129	3967
471985	37966	471985	30921	471985	23631	471985	15823	471985	7926	471985
33127	378777	32571	378777	26230	378777	19620	378777	11878	378777	3967
	30580	303975	25643	303975	20568	303975	15499	303975	7926	303975
		18686	243946	15705	243946	12727	243946	11132	243946	3967
			0	195771	0	195771	0	195771	6206	195771
				0	157110	0	157110	0	157110	0
					0	126084	0	126084	0	126084
						0	101185	0	101185	0
							0	81203	0	81203
								0	65167	0
									0	0
										0

La cuantificación de los AFI nos permite determinar ahora el valor empresarial apalancado según la siguiente ecuación ya descrita con anterioridad:

$$V_I = V_u + AFI - CQ.$$

De acuerdo con los datos obtenidos:

$$V_u = 471,985 \text{ mil.€}$$

$$AFI = 33,127 \text{ mil.€}$$

$$CQ = 3,352 \text{ mil.€}$$

$$V_I = 501,76 \text{ mil.€}^{52}$$

El valor de los recursos propios puede obtenerse por resta:

$$E = V_I - D$$

$$E = 501,76 - 306,79 = 194,97 \text{ mil.€}$$

Para la obtención del endeudamiento óptimo de la inversión, debe repetirse este procedimiento para distintos niveles de deuda. Se observará, que en un volumen determinado de deuda, tal y como establece la teoría, la ganancia marginal de ahorros fiscales por pago de intereses es inferior al incremento marginal de los costes de

⁵² Inferior a los 504,692 que se obtuvieron mediante el APV sin CQ.

endeudamiento por lo que en ese punto el valor empresarial apalancado será inferior al que produce un endeudamiento menor.

Realizados los cálculos en Excel para distintos niveles de endeudamiento, obtuvimos los siguientes resultados:

Vu	471985	471985	471985	471985	471985	471985	471985	471985	471985
Deuda	235992	259592	283191	306790	330389	353989	377588	401187	
CQ total	867	1709	2488	3351	5271	5757	13145	14355	
AFI	25284	28342	29898	33127	32693	21441	0	0	
Margen deuda	0,14%	0,25%	0,39%	0,56%	0,96%	1,78%	6,46%	10,96%	
VL	496402	498618	499395	501761	499407	487669	458840	457630	
R.Propios	260409	239026	216204	194971	169017	133680	81252	56443	
VAN accionistas	127902	130118	130895	133261	130907	119169	90340	89130	
PV	50,0%	55,0%	60,0%	65,0%	70,0%	75,0%	80,0%	85,0%	
Var AFI-Var CQ		2216	777	2366	-2354	-11738	-28829	-1210	
(Pérdida)/Ganancia VL		0,45%	0,16%	0,47%	-0,47%	-2,35%	-5,91%	-0,26%	
(Pérdida)/Ganancia VAN acc.		1,73%	0,60%	1,81%	-1,77%	-8,97%	-24,19%	-1,34%	
Max VE	501761								
Max VAN acc	133261								

De la tabla obtenida pueden destacarse los siguientes detalles:

1. El endeudamiento óptimo, el que maximiza el valor empresarial apalancado, se produce con una relación préstamo / valor del 65% y coincide con el máximo VAN para los accionistas porque es condición inicial que el valor de mercado de la deuda y su valor nominal coincidan a través de la búsqueda de margen de equilibrio (0,56%). Esta relación préstamo / valor es muy frecuente en la práctica, hasta el punto de que en numerosos fondos de inversión inmobiliarios institucionales se establecen objetivos de apalancamiento de entre el 50% y el 70%. Hemos de recordar, que el margen sólo “compensa” el riesgo de insolvencia y no contempla otros riesgo como la refinanciación (estamos considerando préstamos a tipos variables) y la liquidez. Por otro lado, existen unos mínimos costes de intermediación que la entidad financiera necesita repercutir y que a modo de ejemplo podemos cuantificar en aproximadamente 0,25%. El margen total mínimo, que la entidad prestamista debe cargar sin destruir valor (sin considerar efectos “de portfolio”, que pueden mitigar el riesgo de insolvencia) de acuerdo con estos resultados, es de 0,81%. Sin embargo, la situación descrita hasta ahora, no es del todo realista porque la gran mayoría de los préstamos hipotecarios están sometidos a algún tipo de cláusula de protección (“covenants”), que mejora la protección del prestamista y permite reducir los márgenes aplicados, tal y como veremos en las siguientes secciones. La mayor parte de estas garantías se refieren a la relación préstamo / valor, a la cobertura del servicio de la deuda con el flujo de caja operativo y a los dividendos de la sociedad.
2. El óptimo de endeudamiento coincide con el último punto donde el incremento marginal de los AFI es superior al aumento marginal de los CQ (línea Var AFI-Var CQ). En el nivel de endeudamiento superior (P/V = 70%) ya se produce una pérdida de valor para los accionistas de aproximadamente el 2% (ver línea

(Pérdida)/Ganancia de VAN acc.), que en realidad es bastante modesta por lo que en un contexto de cartera de proyectos o en una situación de recursos propios limitados, la decisión de financiación mejor puede no estar en el óptimo que se obtiene con un solo proyecto.

3. Obsérvese que los CQ crecen constantemente con el aumento de endeudamiento porque el importe de los mismos (C_q) se mantiene constante ($8\% \cdot V_u$) mientras que la probabilidad implícita de quiebra aumenta constantemente con el incremento de la deuda por lo que $p_q \cdot C_q$ es cada vez mayor.⁵³ No ocurre lo mismo con el AFI porque llega un momento en que no pueden aprovecharse los mismos por haber entrado la sociedad en quiebra. Como ya se ha mencionado en anteriores ocasiones, AFI es un derecho contingente (un call sobre el valor del ahorro fiscal de los intereses pagados cada año) que desaparece por completo cuando el subyacente toca una barrera inferior de valor. Además, en este modelo sólo es aprovechable si el beneficio contable de la sociedad es positivo, y esto no ocurre con niveles de deuda / valor de 0,8 y 0,85. Si suponemos que CQ es constante y 0 y observamos la tabla de resultados, se ve que este hecho es suficiente por sí mismo para localizar un nivel óptimo de deuda.
4. El VAN del accionista se ha calculado como E- inversión realizada y como en este caso el precio al que se realizó la operación fue muy bajo, existe VAN positivo incluso para niveles de endeudamiento donde $V_I < V_u$. Es importante anotar que esta relación no puede darse en un contexto de Miller-Modigliani porque AFI siempre > 0 y CQ siempre 0. De esta manera, la OPT demuestra, que el endeudamiento también puede contribuir a destruir valor, hecho que la práctica se ha encargado de demostrar en numerosas ocasiones.
5. En determinadas circunstancias favorables, v.g, donde la estructura de pasivo no es excesivamente complicada desde el punto de vista del número de emisiones de deuda y sus características concretas, la metodología puede utilizarse para la valoración empresarial enriqueciendo sustancialmente el análisis derivado de descontar flujos de fondos por obligar a modelizar los costes de quiebra y las probabilidades riesgo neutral de poder hacer uso de los AFI, pero sobre todo, por incluir en la valoración la deuda y su margen de equilibrio, que en la mayoría de los ejercicios de flujos de fondos queda relegada a un segundo plano, sin que el análisis determine si el proyecto está o no cediendo valor en favor de las entidades prestamistas. No se pretende con ello sustituir la valoración con base en flujos de caja descontados –FCD- pues recuérdese que el valor V_u se obtuvo por este método, sino complementarlo y enriquecerlo.

4.d. El deterioro físico del inmueble en el modelo.

El modelo tiene suficiente flexibilidad como para incorporar nuevos elementos que lo acerquen a la realidad. En nuestro caso concreto estudiaremos dos circunstancias que consideramos esenciales para que los resultados tengan un valor práctico:

⁵³ p_q es la probabilidad de quiebra.

- Los inmuebles sufren con el paso del tiempo un deterioro físico y funcional, que afecta a su valoración final incluso en supuestos en que se produce un adecuado mantenimiento. En efecto, las características físicas (alturas, tipos de fachadas, materiales de construcción, configuración geométrica de la superficie, distribuciones, posibilidades de instalación de equipos etc) que en su día eran ideales para un uso determinado, pueden haber sido superadas con el paso del tiempo, provocando un proceso de obsolescencia funcional relativa. Introduciremos este componente en el modelo como si el valor capital “repartiera un dividendo” (que supone una pérdida de valor continua del subyacente)⁵⁴. Es realista pensar que dicho “dividendo” es un porcentaje del valor (“*dividend yield*”) de manera que además se garantiza que el árbol binomial “combine”.⁵⁵ En esta situación, se modifica la probabilidad riesgo neutral (p) de manera que $p = (r-d-\delta)/(u-d)$, donde δ es el dividendo / valor del subyacente (*dividend yield*). En nuestro caso, supondremos que la pérdida de valor ocasionada por la erosión funcional es del 1% anual. Antes de analizar los árboles binomiales resultantes, podemos anticipar que debido a la menor probabilidad de alza en el valor del subyacente, es previsible que se eleve el margen de equilibrio y los CQ por el mayor riesgo incurrido. Ello conllevará también un descenso del valor empresarial apalancado.

Veamos los resultados de incorporar la pérdida de valor en el subyacente:

Vu			471985	471985	471985	471985	471985	471985	471985	471985
Deuda			235993	259592	283191	306790	330390	353989	377588	401187
CQ total			984	2066	2755	3757	5355	6307	13799	13799
AFI			25571	28415	30604	33284	32856	21460	0	0
Margen deuda			0,19%	0,32%	0,48%	0,70%	1,19%	2,17%	7,39%	12,3%
VL			496572	498334	499834	501512	499486	487138	458186	458186
R.Propios			260580	238742	216643	194722	169097	133149	80598	56999
VAN accionistas			128072	129834	131334	133012	130986	118638	89686	89686
(Pérdida/Ganancia VL)				0,4%	0,3%	0,3%	-0,4%	-2,5%	-5,9%	0,0%
(Pérdida/Ganancia VAN acc.)				1,4%	1,2%	1,3%	-1,5%	-9,4%	-24,4%	0,0%
P/V			50,0%	55,0%	60,0%	65,0%	70,0%	75,0%	80,0%	85,0%
Var AFI-Var CQ					1500	1678	-2026	-12348	-28952	0
Max VE					501512					
Max VAN acc					133012					

De la tabla de resultados para cada nivel de deuda pueden deducirse las siguientes conclusiones:

1. El nivel de deuda óptimo, definido como relación préstamo /valor se mantiene constante (65%).
2. El margen de equilibrio para ese nivel de deuda, tal como habíamos anticipado, se ha elevado como consecuencia del incremento de riesgo (menor cobertura de las obligaciones derivadas del préstamo con el colateral), en concreto en 14 pb. En

⁵⁴ Otros autores han utilizado esta manera de configurar el modelo para introducir el efecto de la competencia. Ver por ejemplo el magnífico libro de Trigeorgis, L. (2002) o Trigeorgis, L., Schwartz, E. (2001)

⁵⁵ Sobre este tema se puede consultar por ejemplo: Hull, C. (2003)

consistencia con lo anterior, observamos que el valor de los CQ también se ha elevado (3,757 frente a 3,351).

3. El valor empresarial en el nivel de deuda óptimo es menor que en el supuesto anterior sin deterioro físico debido a que el aumento de AFI (por mayores intereses), no compensa los mayores CQ.⁵⁶
4. El análisis permanece en niveles de margen y P/V realistas y cercanos a lo que acontece en la práctica y refuerza las justificaciones de los anhelos de la banca hipotecaria por incrementar los márgenes en operaciones sin recurso y sin otro tipo de negocio inducido.

5. Valor de la deuda y nivel de deuda óptimo en presencia de cláusulas restrictivas de la relación préstamo / valor.

En la práctica sin embargo, es muy frecuente que se añadan en el contrato de préstamo prevenciones en forma de cláusulas que obligan al deudor a cumplir una serie de cocientes o “ratios” que de vulnerarse, implican el vencimiento anticipado obligatorio del préstamo y que además “avisan” al prestamista sobre la evolución financiera del proyecto y del deudor. La finalidad de estas prevenciones es evitar en la medida de lo posible un incumplimiento que suponga la ejecución de la garantía hipotecaria, que tiene unos costes elevados y supone un retraso en el cobro a menudo significativo.

La cláusula de protección que relaciona préstamo y valor del inmueble cedido en garantía es el mejor exponente de lo dicho y suele establecer la obligación de mantener dicha relación en un límite determinado, que muchas veces se concreta en función de cual fue la relación préstamo / valor inicial.

En el ejemplo que sigue, y sobre la base de los mismos datos que en el caso anterior, establecemos que las partes han acordado que si la relación préstamo /valor supera el 0,85, se incurre en causa de vencimiento anticipado del préstamo. A los efectos del modelo supondremos que ante este acontecimiento, y dado que el valor del inmueble todavía es superior al principal del préstamo, se produce refinanciación (probablemente en parte con recursos propios), de manera que el préstamo originario se repaga en su integridad. Este mecanismo impide en muchas ocasiones que se llegue a la ejecución hipotecaria puesto que la insolvencia no es óptima desde el punto de vista de los accionistas (ceden valor a los prestamistas en la liquidación) y en consecuencia, los CQ se reducen al mínimo. No se descarta sin embargo la posibilidad, de que en el paso de un intervalo de tiempo a otro, se incurra directamente en insolvencia ($V_u \times (1-CQ) < D$) sin haber pasado previamente por la vulneración de cláusula de protección.

Veamos como puede recogerse todo esto en el modelo binomial de valoración de la deuda, en el margen de equilibrio y su impacto en la estructura óptima de capital.

Comenzaremos como en los supuestos anteriores, con la elaboración del árbol binomial del subyacente para poder valorar la deuda incorporando las novedades respecto al funcionamiento del *covenant* y obtener el margen de equilibrio mediante

⁵⁶ Nótese que se obtiene un V_1 inferior al que produce el APV sin CQ.

iteración. Después se calcularán, igual en los supuestos anteriores, la D_{vm} sin CQ y los AFIs para determinar V_i . Repitiendo el ejercicio para distintos niveles de deuda obtendremos de nuevo los distintos valores empresariales pudiendo localizar el nivel óptimo de deuda.

Los datos de partida de volatilidad (22%), dividendo (1%), volatilidad del IBEX (23%), correlación (11%) y beta desapalancada (0,105) no se modifican. El ejemplo que se muestra es para una relación préstamo /valor del 70%, donde a la postre se localizará el nivel de deuda óptimo.

Veamos el árbol binomial del subyacente y del valor de la deuda

Árbol binomial del subyacente y deuda con CQ										
Año										
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
										4259669
									3418465	253682
								2743382	265680	2743382
							2201616	277676	2201616	253682
						1766838	289668	1766838	265680	1766838
					1417921	301658	1417921	277676	1417921	253682
				1137908	313645	1137908	289668	1137908	265680	1137908
			913193	325253	913193	301658	913193	277676	913193	253682
		732854	335976	732854	313645	732854	289668	732854	265680	732854
	588129	346698	588129	324913	588129	301658	588129	277676	588129	253682
471985	356450	471985	334566	471985	312071	471985	289668	471985	265680	471985
330389,4	378777	341538	378777	319732	378777	298202	378777	277676	378777	253682
	330389	303975	323280	303975	302427	303975	282078	303975	265680	303975
		279657	243946	300654	243946	280831	243946	261008	243946	253682
			224430	195771	224430	195771	224430	195771	224430	195771
				180110	157110	180110	157110	180110	157110	180110
					144541	126084	144541	126084	144541	126084
						115997	101185	115997	101185	115997
							93090	81203	93090	81203
								74706	65167	74706
									59953	52297
										48114

El valor de la deuda al vencimiento es:

$$D_v = \text{Min} (V_{u_v} * (1 - CQ); PP_v + i_v)$$

Es decir, el mínimo del valor del inmueble corregido por los costes de quiebra (situación de insolvencia) y los pagos debidos a la deuda en ese momento (principal pendiente al vencimiento más intereses del último año).

En cualquier otro intervalo de tiempo, el valor será, teniendo en cuenta la cláusula de protección:

Si:

$$V_{u_t} * P/V < (Am_t + PP_t)$$

Y

$$V_{u_t} > (Am_t + PP_t),$$

es decir, se vulnera la cláusula de protección pero no se incurre en insolvencia,

$$\text{Entonces, } D_t = (Am_t + PP_t)$$

Si no (es decir, no se ha vulnerado la cláusula de protección o se ha incurrido en insolvencia)

$$D_t = \text{Min}((D_{t+1}^+ \times p + D_{t+1}^- \times q) / (1+r) + Am_t + i_t; Vu \cdot (1-CQ); (Am_t + PP_t) \cdot 1,03 + i_t)$$

Conceptualmente, el mínimo del valor en continuidad, del valor en caso de insolvencia o del valor de cancelación anticipada.

Analizaremos a título de ejemplo el intervalo noveno en los escenarios de mayor valor para el subyacente con el siguiente calendario de amortizaciones:

	9	10
		4 2 5 9 6 6 9
	3 4 1 8 4 6 5	2 5 3 6 8 2
	2 6 5 6 8 0	2 7 4 3 3 8 2
	2 2 0 1 6 1 6	2 5 3 6 8 2

Año		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Préstamo	330389	320478	310566	300654	290743	280831	270919	261008	251096	241184	0
Amortizaciones		9912	9912	9912	9912	9912	9912	9912	9912	9912	241184
Intereses		17120	16606	16093	15579	15065	14552	14038	13525	13011	12497
PP+Am		330389	320478	310566	300654	290743	280831	270919	261008	251096	241184
PP+Am+I		347509	337084	326659	316233	305808	295383	284957	274532	264107	253682

$$D_9 = \text{IF}(\text{AND}(4259,669 \cdot 0,85 < 251096; 4259,669 > 251096); (251096);$$

$$\text{Min}((253,682 \cdot 0,499 + 253,682 \cdot 0,511) / (1,045) + 9,912 + 13,011;$$

$$4259,669 \cdot (0,92); (9,912 + 241,184) \cdot 1,03 + 13,011) = 265,680$$

Veamos también el escenario de menor valor del subyacente en el primer intervalo:

0 1 2

		732854
	588129	346698
471985	356450	471985
330389	378777	341538
	330389	303975
		303975

$$D_1^- = \text{IF}(\text{AND}(378,777 \cdot 0,85 < 330,389; 378,777 > 330,389); 330,389); \text{Min}$$

$$(341,538 \cdot 0,499 + 299,75 \cdot 0,511) / 1,045 + 17,120 + 9,912; (378,777 \cdot 0,92);$$

$$(330,389 \cdot 1,03) + 17,120) = 330,389 \text{ (amortización anticipada obligatoria por vulneración de la cláusula de protección).}$$

En este caso concreto se ha vulnerado la cláusula de protección t sin que se produzca insolvencia en el sentido de las definiciones del modelo.

Para el cálculo del valor de la deuda sin costes de quiebra se procede exactamente de la misma manera eliminando la corrección del subyacente por esta causa. Se obtiene:

Árbol binomial del subyacente y deuda sin CQ										
Año										
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
										4259669
									3418465	253682
								2743382	265680	2743382
							2201616	277676	2201616	253682
						1766838	289668	1766838	265680	1766838
					1417921	301658	1417921	277676	1417921	253682
				1137908	313645	1137908	289668	1137908	265680	1137908
			913193	325253	913193	301658	913193	277676	913193	253682
		732854	335976	732854	313645	732854	289668	732854	265680	732854
	588129	346698	588129	324913	588129	301658	588129	277676	588129	253682
471985	356450	471985	334566	471985	312071	471985	289668	471985	265680	471985
330389	378777	341538	378777	319732	378777	298202	378777	277676	378777	253682
	330389	303975	323280	303975	302427	303975	282078	303975	265680	303975
		303975	243946	300654	243946	280831	243946	261008	243946	253682
			243946	195771	243946	195771	243946	195771	243946	195771
				195771	157110	195771	157110	195771	157110	195771
					157110	126084	157110	126084	157110	126084
						126084	101185	126084	101185	126084
							101185	81203	101185	81203
								81203	65167	81203
									65167	52297
										52297

Puede observarse que se obtiene el mismo valor de la deuda porque la cláusula de protección ha evitado que se llegue a la ejecución de la garantía ya desde el escenario negativo del primer periodo, donde el valor del colateral ha tocado una “barrera”⁵⁷ inferior que obliga a la amortización anticipada total.⁵⁸ El modelo plasma perfectamente el cometido profiláctico que tienen estas cláusulas para minimizar en la medida de lo posible los costes de la insolvencia eso si, a través de unos costes de seguimiento (*monitoring costs*⁵⁹), que en la práctica se repercuten al prestatario, y de los que hemos prescindido de los mismos en el modelo.

Sólo queda analizar el valor actual de los ahorros fiscales de intereses, utilizando la misma metodología que hasta ahora:

En situación de insolvencia, es decir $D = Vu \cdot (1 - CQ)$, el valor es 0

En situación de solvencia, $AFI = VA (AFI \text{ en } t+1) + i_t \cdot T$

El árbol binomial, calculado con la misma metodología que en los supuestos anteriores es:

⁵⁷ De nuevo podría analizarse el efecto de la cláusula de protección como una opción barrera (down and in)

⁵⁸ En la práctica existe una variante que permite una amortización anticipada obligatoria parcial hasta restablecer la relación préstamo /valor original. No sería muy difícil incluir esto en el modelo.

⁵⁹ Valoraciones anuales o semestrales, seguimiento de la evolución de rentas del edificio, auditorías técnicas periódicas etc. La garantía real (colateralización en general) permite reducir en gran medida los costes de agencia generales a nivel empresarial pero no los que se refieren al propio objeto cedido en garantía. Puede darse la subinversión (*underinvestment*) en el inmueble, por lo que es muy recomendable establecer las obligaciones de mantenimiento mínimo en los contratos y los procedimientos de seguimiento e información al respecto. Es aquí, donde por reducir costes de agencia, se incurre en costes de seguimiento.. El problema de la sustitución de activos (Myers 1974) es más difícil que se de en estos casos.

Árbol binomial del subyacente y AFI										
Año										
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
										4259669
									3418465	4374
								2743382	8740	2743382
							2201616	13097	2201616	4374
						1766838	17446	1766838	8740	1766838
					1417921	21788	1417921	13097	1417921	4374
				1137908	26123	1137908	17446	1137908	8740	1137908
			913193	30451	913193	21788	913193	13097	913193	4374
		732854	34694	732854	26123	732854	17446	732854	8740	732854
	588129	38549	588129	30279	588129	21788	588129	13097	588129	4374
471985	41312	471985	33678	471985	25747	471985	17446	471985	8740	471985
31467	378777	35103	378777	28238	378777	20963	378777	13097	378777	4374
	23598	303975	27229	303975	21677	303975	15634	303975	8740	303975
		0	243946	16325	243946	12934	243946	9117	243946	4374
			0	195771	0	195771	0	195771	0	195771
				0	157110	0	157110	0	157110	0
					0	126084	0	126084	0	126084
						0	101185	0	101185	0
							0	81203	0	81203
								0	65167	0
									0	0
										0

Los resultados obtenidos para diferentes niveles de deuda son:

Vu		471985	471985	471985	471985	471985	471985	471985
Deuda		235992	259592	283191	306790	330389	353776	377375
CQ			2068	842	0	0	0	0
AFI		24589	27824	28455	30382	31467	27549	23604
Margen deuda		0,06%	0,22%	0,25%	0,25%	0,68%	1,01%	1,06%
VL		496574	497741	499598	502367	503452	499534	495589
P/V		50,0%	55%	60%	65%	70%	75%	80%
VAN acc.		128074	129241	131098	133867	134952	131034	127089
Max VL		503452						
Max VAN		134952						

De los resultados obtenidos pueden extraerse las siguientes conclusiones:

1. La introducción la cláusula de protección ha provocado una serie de modificaciones :
 - El valor empresarial aumenta respecto al mismo nivel de deuda en el supuesto sin cláusula de protección.
 - La reducción del riesgo, ha posibilitado que el nivel de deuda óptimo se incremente con un margen menor.
2. Se observa una desaparición de los costes de quiebra para la mayoría de los niveles de deuda. En realidad este es el objetivo de la introducción de cláusulas de seguridad pues el seguimiento cercano de las relaciones préstamo /valor (u otros referidos a los *flujos de caja* por ejemplo) permite “obligar” al vencimiento

anticipado del crédito antes de haber llegado a un umbral de valor que impida recuperar la integridad de las deudas. Se sustituye aquí, en cierta medida, riesgo de crédito por riesgo de refinanciación, por lo que al no sobrevenir la quiebra en el sentido del modelo ($V_{u_t} < P P t * 0,92$) no se producen los costes de quiebra.

3. En la tabla aparecen costes de quiebra para los niveles de deuda 55% y 60% de préstamo /valor y ello se debe a la inexactitud de cálculos producida por el reducido número de intervalos para el árbol binomial utilizados en este trabajo. Con los datos de partida ($T= 10$, $N=1$, $h = T/N=1$), puede afirmarse que un árbol binomial no tiene problemas de estabilidad⁶⁰ pero produce inconsistencias como la referida, porque en nuestro supuesto y para esos niveles de deuda se produce quiebra en el año 4 sin que la cláusula de protección pueda “evitarlo” antes. Ésta obligaría antes a la amortización obligatoria anterior si el árbol tuviera un mayor número de intervalos.
4. Con los datos utilizados hasta aquí, no es posible saber el error de aproximación que se produce por el número de intervalos seleccionado en la valoración de las opciones del deudor, puesto que es sabido que el modelo CRR converge hacia la solución correcta “oscilando” alrededor de la misma a medida que se aumenta el número de intervalos. Además, en nuestro modelo concurren dos opciones distintas (una de venta, el incumplimiento, y otra de compra, la amortización anticipada), que no permite simplemente sumar el valor de ambas.⁶¹
5. Los AFI que se obtienen son menores porque a igualdad de relación préstamo /valor el margen (por menor riesgo de quiebra) es mucho menor cuando existe covenant por lo que Txi (ahorro fiscal anual si no hay insolvencia) es también menor.
6. De nuevo se obtienen niveles de deuda óptimos y márgenes de equilibrio en línea con lo que ocurre en la práctica. La relación préstamo /valor es una de las más frecuentes en las operaciones de financiación de activos inmobiliarios en arrendamiento con riesgos de tipo medio y el margen de equilibrio (0,68%) añadido al margen por costes de intermediación (por ejemplo 0,25 % tal como hemos propuesto anteriormente) supone un precio final de 0,93%, también muy cerca de los márgenes que se dan en la práctica. Una vez más, hay que destacar aquí que no se está considerando el efecto “cartera”, que puede reducir en cierta medida la contribución al riesgo total de la cartera de un préstamo hipotecario concreto cuando tal *cartera* lo integran también operaciones crediticias de naturaleza muy distinta.
7. En la práctica existen otros tipos de cláusulas de protección, que fundamentalmente vigilan los niveles de liquidez de la empresa deudora para avisar con suficiente antelación sobre problemas de cobertura del servicio de la deuda. Puede estructurarse un modelo similar al que desarrollamos aquí para recoger estas restricciones contractuales modelizando como movimiento

⁶⁰ La condición de estabilidad (no aumento del error por aumento de intervalos) del modelo de Cox Ross Rubinstein es : $N > ((r-1/2\sigma^2)/\sigma)^2/T$ tal como se describe en el trabajo original: Cox, J., Ross, S., Rubinstein, M (1979) o en diversos trabajos de Trigeorgis (1991). El autor ha aplicado el método log-transformado de Trigeorgis y descrito en ese trabajo, al análisis del problema que nos ocupa y no ha obtenido resultados sustancialmente diferentes pese a las mejores propiedades de convergencia del mismo.

⁶¹ Véase por ejemplo: Trigeorgis (1993)

geométrico browniano (a través del método binomial) los fondos generados por operaciones de la empresa inmobiliaria para determinar el margen de equilibrio en función de los eventos en los que dichas cláusulas de protección se vulneran. No por ello se pierde la referencia del valor de mercado del activo, que puede determinar un grado de insolvencia óptima, porque aquél puede obtenerse por capitalización de los flujos de fondos.

6. La influencia del calendario de amortización del préstamo en el diferencial de equilibrio.

El calendario de amortizaciones puede tener un impacto significativo en el perfil de riesgo de la deuda porque menores amortizaciones parciales durante la vida del mismo dejan un pago final mayor aumentando en ese momento las probabilidades de incumplimiento del accionista. Hasta el momento hemos trabajado sobre un supuesto en el que se amortiza un 3% del principal inicial del préstamo cada año con un pago final en el décimo año del 63% del principal inicial. Veremos a continuación como influye en el modelo una amortización anual del 2% anual dejando para el décimo año un pago del 82% del principal inicial, tal como se muestra en el siguiente cuadro de amortizaciones:

Año		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Préstamo	330389	323782	317174	310566	303958	297350	290743	284135	277527	270919	0
Amortizaciones		6608	6608	6608	6608	6608	6608	6608	6608	6608	270919
Intereses		18017	17657	17297	16936	16576	16216	15855	15495	15135	14774
PP+Am		330389	323782	317174	310566	303958	297350	290743	284135	277527	270919
PP+Am+I		348407	341439	334470	327502	320534	313566	306598	299630	292662	285693

Un préstamo de estas características y sin modificar ningún otro elemento se resuelve con el siguiente árbol binomial para una relación préstamo /valor del 70%, que a la postre y al igual que en supuesto anterior, resulta ser la relación óptima. Calculamos también, de la misma forma que en otros supuestos, el valor de la deuda sin costes de quiebra, los ahorros fiscales por intereses, el margen de equilibrio y el valor empresarial:

Árbol binomial del subyacente y deuda con CQ										
Año										
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
										4259669
									3418465	285693
								2743382	295133	2743382
							2201616	304527	2201616	285693
						1766838	313876	1766838	295133	1766838
					1417921	322486	1417921	304527	1417921	285693
				1137908	329653	1137908	313876	1137908	295133	1137908
			913193	336819	913193	322486	913193	304527	913193	285693
		732854	343986	732854	329653	732854	313876	732854	295133	732854
	588129	351152	588129	336819	588129	322486	588129	304527	588129	285693
471985	356450	471985	343986	471985	329653	471985	313306	471985	295133	471985
330389,4	378777	341916	378777	333822	378777	318383	378777	303275	378777	285693
	330389	303975	318686	303975	318279	303975	303962	303975	292384	303975
		279657	243946	279657	243946	297350	243946	284135	243946	279657
			224430	195771	224430	195771	224430	195771	224430	195771
				180110	157110	180110	157110	180110	157110	180110
					144541	126084	144541	126084	144541	126084
						115997	101185	115997	101185	115997
							93090	81203	93090	81203
								74706	65167	74706
									59953	52297
										48114

Árbol binomial del subyacente y deuda sin CQ										
Año										
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
										4259669
									3418465	285693
								2743382	295133	2743382
							2201616	304527	2201616	285693
						1766838	313876	1766838	295133	1766838
					1417921	322486	1417921	304527	1417921	285693
				1137908	329653	1137908	313876	1137908	295133	1137908
			913193	336819	913193	322486	913193	304527	913193	285693
		732854	343986	732854	329653	732854	313876	732854	295133	732854
	588129	351152	588129	336819	588129	322486	588129	304527	588129	285693
471985	358318	471985	343986	471985	329653	471985	313876	471985	295133	471985
331326	378777	346989	378777	333952	378777	318955	378777	304527	378777	285693
	330389	303975	329825	303975	318565	303975	304590	303975	295133	303975
		303975	243946	303975	243946	297350	243946	284135	243946	285693
			243946	195771	243946	195771	243946	195771	243946	195771
				195771	157110	195771	157110	195771	157110	195771
					157110	126084	157110	126084	157110	126084
						126084	101185	126084	101185	126084
							101185	81203	101185	81203
								81203	65167	81203
									65167	52297
										52297

Árbol binomial del subyacente y AFI											
Año	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
											4259669
										3418465	5171
									2743382	10245	2743382
								2201616	15227	2201616	5171
							1766838	20121	1766838	10245	1766838
						1417921	24930	1417921	15227	1417921	5171
					1137908	29658	1137908	20121	1137908	10245	1137908
			913193	34262	913193	24930	913193	15227	913193	5171	
		732854	38655	732854	29557	732854	20121	732854	10245	732854	
	588129	42535	588129	33854	588129	24708	588129	15227	588129	5171	
471985	43469	471985	37261	471985	28771	471985	19633	471985	10245	471985	
32613	378777	34761	378777	31242	378777	23228	378777	14155	378777	5171	
	23741	303975	21724	303975	23901	303975	16921	303975	7891	303975	
		0	243946	0	243946	14162	243946	9381	243946	0	
			0	195771	0	195771	0	195771	0	195771	
				0	157110	0	157110	0	157110	0	
					0	126084	0	126084	0	126084	
						0	101185	0	101185	0	
							0	81203	0	81203	
								0	65167	0	
									0	0	
										0	

Los resultados obtenidos para distintos niveles de deuda son:

Vu		471985	471985	471985	471985	471985	471985	471985
Deuda		235992	259592	283191	306790	330389	353776	377375
CQ		225	1843	481	0	937	56	14
AFI		25745	27927	29344	31597	32613	27873	24643
Margen deuda		0,10%	0,25%	0,261%	0,263%	0,95%	1,066%	1,07%
VL		497505	498069	500848	503582	503661	499802	496614
P/V		50,0%	55%	60%	65%	70%	75%	80%
VAN acc.		129005	129569	132348	135082	135161	131302	128114
Max VL		503661						
Max VAN		135161						

1. Destaca en primer lugar que, tal como era de esperar, se produce un incremento de margen de equilibrio debido al mayor riesgo de insolvencia, especialmente en el último año. Un cálculo de la probabilidad (neutral al riesgo o no) de quiebra pondría esto de manifiesto con claridad.
2. No se modifica la relación préstamo /valor óptima puesto que el mayor riesgo se compensa ya con un mayor diferencial.
3. El valor empresarial es ligeramente mayor que en el supuesto de amortizaciones al 3% porque el incremento de ahorros fiscales por los intereses durante la vida del préstamo es superior al incremento marginal que se produce en los costes de quiebra como consecuencia de la reducción en las amortizaciones anuales.

4. De nuevo aparecen algunas inconsistencias en el importe de costes de quiebra para cada nivel de deuda por el efecto de la cláusula de protección préstamo /valor.

7. Conclusiones

En este trabajo hemos mostrado como puede obtenerse una estructura óptima de capital para la inversión en un inmueble arrendado, valorando la deuda y los recursos propios mediante la aplicación analógica de la teoría de opciones (utilizando el modelo binomial) en presencia de costes de quiebra. Partiendo del árbol binomial del valor desapalancado del inmueble se obtiene para cada intervalo de tiempo el valor combinado de las opciones del deudor (amortización anticipada voluntaria e incumplimiento, que se caracterizan como opciones de compra y venta “bermuda” respectivamente) y el margen o diferencial de equilibrio que compensa al prestamista por la “venta “ de dichas opciones. Además, el modelo tiene suficiente flexibilidad como para incorporar cláusulas de protección específicas, como por ejemplo un límite en la relación préstamo vivo en cada instante y valor del subyacente (el valor desapalancado del inmueble) o la degradación física paulatina del subyacente. Se derivan también valores actuales concretos para los costes de quiebra y los ahorros fiscales producidos por los intereses. En el punto donde éstos son iguales a aquellos se localiza el nivel de deuda óptimo, es decir, aquel donde se maximiza el valor empresarial apalancado y el VAN de los accionistas.

Bibliografía:

- Altman, E.I. (1984):”A Further Empirical Investigation of The Bankruptcy Cost Question”. *Journal of Finance* 39, Sept., Nr.4, Págs.: 1067-1089.
- Andrade, G., Kaplan,S. (1998): “How costly is financial distress (not economic)? Evidence from highly leveraged Transactions that became distressed”. *Journal of Finance* 23, Oct., Nr.5, Págs.: 1443-1493.
- Black, F. , M.Scholes (1973) “The Pricing of Options and Corporate Liabilities”. *Journal of Political Economy*, May-June, Págs: 637-654.
- Bradley, M.; Jarrell,G.A. y Kim, E.H. (1984): “On the Existence of an Optimal Capital Structure: Theory and Evidence”. *Journal of Finance*,39, July, Issue 3, Págs.: 857-878:
- Brennan, M.J., Schwartz, E.S. (1978): “ Corporate Income Taxes and the Problem of Optimal Capital Structure”. *The Journal of Business*, 51, Enero. Págs.: 103-114
- Brick, I.E., Ravid, S.A. (1985): “On the Relevance of Debt Maturity Structure”. *Journal of Finance* 40, Dec.,No.5, Págs.: 1423-1437
- Castanias (1983): “Bankruptcy Risk and Optimal Capital Structure”, *Journal of Finance*, 38, Issue 5, Págs.: 1617-1635
- Clelow,L. y C. Strickland (2001): *Implementing Derivatives Models*. John Wiley Financial Engineering.

- Copeland, T., Koller, T., Murrin, J. (2002): *Valuation: Measuring and Managing The Value of Companies*. John Wiley & Sons. Third Edition..
- Copeland, T., Weston, J. (1992): *Financial Theory and Corporate Policy*. Addison Wesley (3ª ed.).
- Cox, J.; S.A.Ross, M.Rubinstein (1979), "Options Pricing: A simplified Approach" *Journal of Financial Economics* , Sept. Págs.: 229-263
- Damodaran, A. (2001): *Applied Corporate Finance*. John Wiley Finance. Nueva York
- Diez de Castro, L. y Mascareñas, J. (1994): *Ingeniería Financiera*. Mc Graw Hill, Madrid.
- Fernández, P. (1996): *Opciones, Futuros e Instrumentos Derivados*. Deusto. Bilbao.
- Fernández, P. (2001): "The Value of the Tax Shields is the Difference of Two Present Value with Different Risk". *SSRN Working papers*. Dic.
- Fernández, P. (2002): "The Value of the Tax Shield is NOT equal to the Present Value of Tax Shields". *SSRN Working Papers*.
- Fernández, P. (2002): *Valoración de Empresas*. Ed. Gestión 2000 (2ª ed.).
- Gamba, A.(2002): "Real Options Valuation: A Monte Carlo Simulation Approach". *Working Paper*. Junio. Dep. Financial Studies.Univ. Verona Italy.
- Grinblatt, M., Titman, S. (2002): *Financial Markets and Corporate Strategies*. McGraw Hill 2ª ed., Cap. 16
- Hovakimian, A., Opler, T.,Titman, S. (2002) "The Capital Structure Choice: New Evidence for a Dynamic Trade-Off Model". *Journal of Applied Corporate Finance*, Vol 15., No.1 Págs.: 24-31
- Hull, J.C. (2003): *Options, Futures and Other Derivatives*. Prentice Hall (5ª ed.)
- Jensen, M. (1986): "Agency Cost of Free Cash Flow, Corporate Finance and Takeovers". *American Economic Review* Oct, Págs.: 305-360.
- Kraus A., Litzenberger, R.H (1973). "A state preference model of optimal financial leverage". *Journal of Finance* 28. March, Issue 4, Págs.: 911-922
- Lintner, J. (1965): "The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in Stock portfolios and Capital Budgets". *Review of Economics and Statistics*, Feb. Págs.: 13-37.
- Longstaff y Schwartz, E. (2001): "Valuing American Options by Simulation: a Simple Least Square Approach". *The Review Of Financial Studies*, Vol 14, N.1 Págs.: 113-147.
- López Lubián, F.J., De Luna Butz, W.L. (2001): *Valoración de empresas en la práctica*. McGraw Hill. Madrid.
- López Lubián, F.J., De Luna Butz, W.L. (2002): *Finanzas Corporativas en la práctica*. Mc Graw Hill. Madrid.
- Mascareñas, J (1999): *Innovación Financiera*. Mc Graw Hill Madrid.
- Mascareñas, J. (2002): "La beta apalancada". En <http://www.ucm.es/info/jmas/temas/beta.pdf>
- Mascareñas, J., Lamothe, P., López Lubián, F., de Luna, W. (2004): *Opciones Reales y Valoración de Activos*. Prentice Hall, Madrid.
- Merton, R.C. (1974): "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates". *The Journal of Finance* 29, Dec., Issue 2, Págs.: 449-470.
- Miles, J.A., Ezzell, J.R. (1985): "Reformulating Tax Shield Valuation: A Note". *Journal of Finance* Dec.,Issue 5, Págs.: 1485-1492.

- Modigliani, F, y M.Miller (1958): “The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment”. *American Economic Review*, June. Págs.: 261-297.
- Modigliani, F, y M.Miller (1963): “Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction”. *American Economic Review*, June. Págs.:433-443.
- Morris, J.R. (1976): “On Corporate Debt Maturity Policies”. *Journal of Finance* 31 March, Issue 1, Págs.: 29-37.
- Myers, S. y Maljuf, N. (1984): “Corporate Financing and Investment Decisions when Firms have Information that Investors don not have”. *Journal of Financial Economics*, Págs.: 187-221.
- Myers, S.C. (1974): “Interactions of Corporate Financing and Investment Decisions – Implications for Capital Budgeting Decisions”. *Journal of Finance*, 29, No.1, March. Págs.: 1-25.
- Myers, S.C. (1977): “Determinants of Corporate Borrowing”. *Journal of Financial Economics*, Nov., Págs.: 147-176.
- Sharpe, W.F. (1963): “A Simplified Model of Portfolio Analysis”, *Management Science*, Jan. Págs.:277-293.
- Sharpe, W.F. (1964): “Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk” *Journal of Finance*, Págs: 425-442.
- Titman, S.,Wessels, R. (1988): ”Determinants of Capital Structure Choice”. *Journal of Finance*, 43, March, Issue 1, Págs: 1-19.
- Trigeorgis, L. (1991) “A Log Transformed Binomial Numerical Analysis Method for Valuing Complex Multi Option Investment”. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 26, No.3, Sept., Págs.: 309-326.
- Trigeorgis, L. (2002): *Real Options*. MIT Press. Sixth Printing
- Trigeorgis, L., Schwartz, E. (2001): *Real Options and Investment under Uncertainty*. MIT Press
- Trigeorgis,L. (1993): “The Nature of Option Interactions and the Valuation of Investments with Multiple Real Options.” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28, No.1, March, Págs.: 1-20.
- Viñolas, P. (2002): “La Prima de Riesgo en la Bolsa Española” *Working Paper*, disponible en <http://www.ucm.es/info/jmas/load.htm>
- Warner (1977): “Bankruptcy Costs: Some Evidence”. *Journal of Finance* 32, No.2, Págs.: 337-342.
- Wonder, N.X., Tham, J.,Vélez-Pareja, I. (2003): “Comment on The Value of” *SSRN Working Papers*.