



# Curso Académico 2012-13

## 241 GEOMETRIA DE VARIEDADES DIFERENCIABLES

### Ficha Docente

#### ASIGNATURA

Nombre de asignatura (Código GeA): 241 GEOMETRIA DE VARIEDADES DIFERENCIABLES (103303)

Créditos: 7.5

#### PLAN/ES DONDE SE IMPARTE

<b>Titulación:</b> MATEMATICAS
<b>Plan:</b> 33495 - MATEMATICAS
<b>Curso:</b> <b>Ciclo:</b> 2
<b>Carácter:</b> OPTATIVA
<b>Duración/es:</b> Primer cuatrimestre (actas en Feb. y Sep.), Anual (actas en Jun. y Sep.)
<b>Idioma/s en que se imparte:</b>

#### PROFESOR COORDINADOR

Nombre	Departamento	Centro	Correo electrónico	Teléfono
--------	--------------	--------	--------------------	----------

#### PROFESORADO

Nombre	Departamento	Centro	Correo electrónico	Teléfono
LAFUENTE LOPEZ, JAVIER	Geometría y Topología	Facultad de Ciencias Matemáticas	lafuente@mat.ucm.es	91394 4464

#### SINOPSIS

##### BREVE DESCRIPTOR:

Geometría de variedades diferenciables

##### REQUISITOS:

- Análisis real en varias variables
- Geometría y álgebra lineal.
- Topología general.
- Variedades en el espacio euclideo.

##### OBJETIVOS:

- Recuperar para variedades abstractas, los conocimientos adquiridos el curso anterior, en el contexto de las variedades sumergidas en el espacio euclideo.
- Introducir las variedades cociente en general y el cociente de una variedad por un grupo discontinuo de transformaciones
- Establecer el teorema de Frobeniüs en la versión que usa campos vectoriales.
- Dar una teoría elemental de grupos y álgebras de Lie, usando el Teorema de Frobeniüs para estudiar la relación entre subálgebras y subgrupos de Lie, y los espacios homogéneos,

##### CONTENIDOS TEMÁTICOS:

\*1. \*\*Variedades diferenciables. Nociones básicas.\* "Variedades euclideas": Ecuaciones locales paramétricas e implícitas. "Variedades diferenciables": Cartas. Compatibilidad de cartas. Atlas. Estructura diferenciable. Topología de una variedad diferenciable. "Aplicaciones diferenciables": El anillo de funciones. Funciones meseta. Paracompacidad. Particiones diferenciables. \*2. \*\*El espacio tangente y la diferencial de una función. \*\*\*Espacio tangente": Vectores tangentes como derivadas direccionales y como vectores velocidad. Expresión en coordenadas locales. "Diferencial de una función": Regla de la cadena. Teorema de la función inversa. Inmersiones y submersiones \*3. \* \*Construcción de variedades. \*\*Subvariedades": Inmersiones e incrustamientos. Cartas adaptadas. Subvariedades regulares. "Producto de variedades": Definición. Estructura diferenciable del producto. "Variedades cociente": Submersiones. Fibras de una submersión. Variedades cociente. Grupos discontinuos de transformaciones. La variedad cociente de las órbitas. Recubridores \*4. \*\*Campos Vectoriales.\* "Nociones básicas": Definición como secciones del fibrado tangente. Definición como derivaciones. "La derivada de Lie": La estructura de álgebra de Lie de los campos de vectores. Cálculos en coordenadas. Campos relacionados por una aplicación diferenciable. "Sistemas dinámicos": Flujos locales. Integral general. Flujos de campos relacionados. Interpretación geométrica del corchete de Lie. \*5. \*\*Teorema de Frobenius y Grupos de Lie\*. "Nociones básicas": Distribuciones. Hojas integrales de una distribución. Distribuciones involutivas. Teorema de Frobenius." Nociones sobre grupos de Lie": Algebra de Lie de un grupo de Lie. La aplicación exponencial. Subgrupos de un grupo de Lie. Los grupos clásicos. Distribución inducida por una subálgebra de Lie. Subgrupos y subálgebras de Lie.



# Curso Académico 2012-13

## 241 GEOMETRIA DE VARIEDADES DIFERENCIABLES

### Ficha Docente

Cociente de un grupo de Lie por un subgrupo cerrado: Espacios homogéneos. \*6. \*\*Campos Tensoriales.\* "Formas multilineales": Diferencial de una función real. Espacio cotangente. Formas lineales. Producto tensorial de formas lineales. Formas multilineales. Pullback. Derivada de Lie. Métricas (semi-)Riemannianas. "Álgebra tensorial": Tensores y campos tensoriales. Producto tensorial. Derivada de Lie. Contracciones. Cálculos en coordenadas.

#### ACTIVIDADES DOCENTES:

Las tres clases teóricas semanales son clases magistrales, que se imparten siguiendo el Manual del Curso (primera referencia bibliográfica)

Cada semana se entregará una lista de problemas. El alumno podrá elegir cada semana un problema de la lista, para entregar, con el compromiso implícito de salir a resolverlo a la pizarra en la clase de prácticas, si así se le pide.

#### EVALUACIÓN:

Se realizará un examen final con una parte teórica y otra práctica.

La Nota Final F, se obtiene como máximo entre la nota del examen E, y la nota ponderada  $0,6xC + 0,4xE$  si la nota del examen supera al 3. Es decir

$F = \text{MÁXIMO}(0,6xC + 0,4xE, E)$  si  $E > 3$

donde la nota de Curso C corresponde a la calificación de catorce problemas.

La nota de curso solo será válida si se ha asistido al menos al 80% de las clases.

#### BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:

JAVIER LAFUENTE. Cálculo en Variedades. Publicación interna del Departamento de Geometría y Topología. (2008)

F.W. WARNER, Foundations of differentiable manifolds and Lie Groups. Springer-Verlag (1971).

R. ABRAHAM. J.E. MARSDEN. Foundations of Mechanics (Part. I) The Benjamin/cummings publishing company Inc. (1978).

F: BRICKELL AND R.S. CLARK. Differentiable Manifolds an introduction. Van Nostrand Reinhold Company London (1970).

SPIVAK. . A comprehensive introduction to differential Geometry. (Vol. 1). Publish or Peris Inc.(1979)

NOEL J. HICKS, Notes on differential geometry. Van Nostrand Reinholds (1971)

B. O'NEIL. Semi-riemannian Geometry with applications to relativity. (Chap 1 to 4). Academic Press, 1983.

#### OTRA INFORMACIÓN RELEVANTE:

: El profesor dispone de una página web dedicada íntegramente a la docencia. En ella se pueden consultar

- El manual del curso

- Las hojas de problemas propuestos

- Soluciones proporcionadas por los propios alumnos de algunos ejercicios.

- Modelos de examen.

- Evolución de la Nota de Curso a lo largo del periodo de clases.