

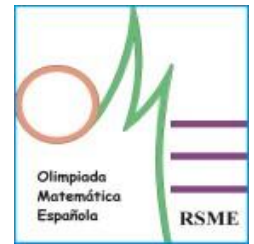


REAL SOCIEDAD MATEMÁTICA ESPAÑOLA

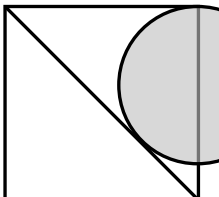
LV OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Comunidad de Madrid

FASE CERO: viernes 23 de noviembre de 2018



- En la hoja de respuestas, escribe la letra de la opción que creas correcta.
- Cada respuesta correcta te aportará 5 puntos, cada respuesta en blanco 1 punto y cada respuesta errónea 0 puntos.
- No está permitido el uso de calculadoras, instrumentos de medida o de cualquier aparato electrónico.
- TIEMPO: 3 horas.

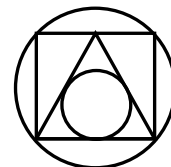
- 1** La suma de dieciocho enteros consecutivos podría ser...
- A) 1818 B) 1821 C) 1823 D) 1825 E) 1827
- 2** ¿Qué área, en m^2 , tiene el triángulo de lados 7 m, 24 m y 25 m?
- A) 300 B) 84 C) 87,5 D) 56 E) 168
- 3** ¿Para cuántos enteros n se cumple que $64 < 8^n < 32^{10}$?
- A) 47 B) 1 C) 15 D) 14 E) 4
- 4** En un segmento hemos marcado los puntos $LVOME$ en ese orden. Sabiendo que: $ME = VM$, $LE - LO = 35$ cm, $LV = 2VO$, $LO = OM$, ¿qué distancia, en cm, hay de V a M ?
- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25
- 5** En la figura se ve un cuadrado de lado 1 y una circunferencia cuyo diámetro está sobre uno de los lados del cuadrado y además es tangente a una diagonal del cuadrado. ¿Cuánto mide el radio de la circunferencia?
- A) $\sqrt{2} - 1$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$ D) $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- 
- 6** En este entramado queremos colocar los números desde el 0 hasta el 10 de tal manera que las casillas de dos números consecutivos no se toquen (ni siquiera en un vértice) ¿Cuánto suman los números que han de colocarse en de las casillas rayadas?
- | | | | |
|---|--|---|---|
| 2 | | 0 | |
| | | | 4 |
| 1 | | 6 | |
- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18
- 7** Al multiplicar un número de cinco cifras por 101 obtengo un número que acaba en ...8965. ¿Cuánto suman las cuatro últimas cifras del número de partida?
- A) 28 B) 12 C) 16 D) 17 E) 21
- 8** ¿Cuántos números de tres cifras cumplen que son múltiplos de 12 y sus cifras suman 12?
- A) 20 B) 19 C) 18 D) 17 E) 16

- 9** Las soluciones de la inecuación $\left| \frac{|x|+1}{|x-1|} \right| \leq \frac{3x}{|x|}$ son los valores del conjunto...
- A) $S = (0, +\infty)$ B) $S = \left(0, \frac{1}{2}\right] \cup [2, +\infty)$ C) $S = \left(0, \frac{1}{2}\right] \cup (1, 2)$
D) $S = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ E) $S = \left[\frac{1}{2}, 1\right) \cup [2, +\infty)$
- 10** En un triángulo de lados a , b y c se cumple que $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$. La medida del ángulo opuesto al lado c es:
- A) 15° B) 30° C) 45° D) 60° E) 150°
- 11** El valor de $\frac{\log 80}{\log 5}$ es:
- A) $\frac{1+3\log 2}{1-\log 2}$ B) $4\log 2$ C) $\log 75$ D) -3 E) $\log 80 - \log 5$
- 12** ¿De cuántas maneras podemos sentar a tres chicos y a tres chicas de forma alterna (no puede haber dos personas de igual sexo juntas) y sin dejar huecos en una fila de diez asientos?
- A) 180 B) 360 C) 1800 D) $5! \cdot 5!$ E) 240
- 13** Elegimos al azar un número a del conjunto $\{11, 13, 15, 17, 19\}$ y otro número b del conjunto $\{2016, 2017, 2018, 2019\}$. ¿Cuál es la probabilidad de que el número a^b termine en 1?
- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{7}{20}$ E) $\frac{2}{5}$
- 14** En una empresa radical, los sueldos semanales son proporcionales a la raíz cuadrada del número de horas trabajadas. Una empleada ha calculado que si hubiera trabajado a horas más, habría ganado p euros más; y si hubiese trabajado b horas más, habría ganado q euros más (a y b diferentes). ¿Cuál es el sueldo semanal de la trabajadora en términos de a , b , p , q ?
- A) $\frac{p^2 - q^2}{2(a-b)}$ B) $\frac{(p-q)^2}{2\sqrt{ab}}$ C) $\frac{ap^2 - bq^2}{2(ap-bq)}$ D) $\frac{aq^2 - bp^2}{2(bp-aq)}$ E) $\sqrt{(a-b)(b-q)}$
- 15** Dos circunferencias, una interior y otra exterior, comparten el mismo centro. La longitud de una cuerda de la mayor que es tangente a la circunferencia interior mide 16 cm. ¿Cuál es el área, en cm^2 , de la corona circular limitada por dichas circunferencias?
- A) 36π B) 46π C) 49π D) 64π E) 25π
- 16** Al resolver el sistema de ecuaciones $\begin{cases} |x| + x + |y| + y = 10 \\ |x| - x + |y| - y = 4 \end{cases}$ se obtienen dos soluciones diferentes, $(x, y) = (a, b)$ y $(x, y) = (c, d)$. ¿Cuál es el valor de $a + b + c + d$?
- A) 3 B) 2 C) 0 D) 6 E) 10

- 17 Si a , b y c son números positivos, el área del triángulo situado en el primer cuadrante y limitado por los ejes y la recta de ecuación $ax + by = c$, es:

A) $\frac{ab}{2}$ B) $\frac{ab}{2c}$ C) $\frac{c^2}{2ab}$ D) $\frac{abc}{2}$ E) $\frac{c^2}{a^2 + b^2}$

- 18 Una circunferencia de radio 1 está inscrita en un triángulo equilátero que a su vez está inscrito en un rectángulo que está inscrito en una circunferencia. ¿Cuál es el diámetro de la circunferencia mayor?

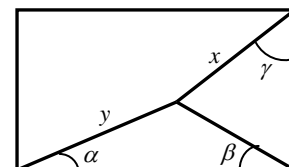


A) $\sqrt{21}$ B) 2 C) $2\sqrt{3}$ D) 3 E) $3\sqrt{12}$

- 19 El número N tiene 99 cifras y todas ellas son el 9, $N = \overbrace{99\dots9}^{99 \text{ cifras}}$. ¿Cuánto suman las cifras del número $N \times N$?

A) 9×99 B) $1 + 9 \times 99$ C) 99 D) 990 E) 900

- 20 En el rectángulo de la figura hemos marcado dos segmentos y tres ángulos. ¿Cuál es el valor de $A = \frac{y \cdot \operatorname{sen} \alpha}{x \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{sen} \gamma}$?

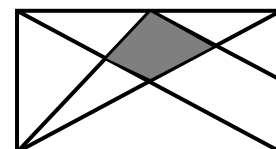


A) $A = \operatorname{sen} \alpha$ B) $A = y$ C) $A = \frac{y}{x}$ D) $A = \frac{1}{x}$ E) $A = 1$

- 21 La función f cumple que $[f(x)]^2 + 2f(x) = x + 1$ para todos los valores x de su dominio. Si sabemos que $f(x)$ es siempre positivo, ¿cuál es el dominio de la función f ?

A) $D(f) = \mathfrak{R}$ B) $D(f) = (-1, +\infty)$ C) $D(f) = (-1, 1)$
D) $D(f) = [0, +\infty)$ E) $D(f) = [-1, +\infty)$

- 22 En el rectángulo de la figura, de dimensiones 3×4 , hemos trazado algunos segmentos aprovechando vértices y puntos medios de lados. ¿Cuál es el área del cuadrilátero sombreado?



A) 1,2 B) 1,75 C) 1 D) 1,25 E) 1,5

- 23 Solo uno de los siguientes números es un cuadrado perfecto. ¿Cuál?

A) $\frac{27! 28!}{2}$ B) $\frac{28! 29!}{2}$ C) $\frac{29! 30!}{2}$ D) $\frac{30! 31!}{2}$ E) $\frac{31! 32!}{2}$

- 24 Si en un triángulo isósceles los ángulos iguales aumentaran un 10%, el ángulo desigual disminuiría un 8%. ¿Cuál es la diferencia entre el ángulo mayor y cualquiera de los menores?

A) 50° B) 48° C) 56° D) 60° E) 45°

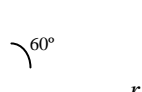
- 25 Don Retorcido no se olvida de vosotros. Él es muy prudente y circula siempre a 40 km/h. ¿Cuántas horas tardará en realizar un recorrido de k km si necesita hacer p paradas de m minutos cada una para escribir problemas?

A) $\frac{3k + 2pm}{120}$ B) $3k + 2pm$ C) $\frac{3k + 2pm}{12}$ D) $\frac{k + pm}{40}$ E) $\frac{k + 40pm}{40}$

26 Para valores permitidos de x e y , la igualdad $\log x - \log y = \log(x - y)$ es cierta si...

- A) Siempre B) $x = \frac{y^2}{y-1}$ C) $x \cdot y = 1$ D) $x = \frac{y}{y+1}$ E) $x = \frac{y+1}{y-1}$

27 ¿Qué radio tiene la circunferencia inscrita en un sector de radio r y 60° grados de amplitud?

- A) $\frac{r}{2}$ B) $\frac{r}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}r}{2}$ D) $\frac{r}{3}$ E) $\frac{r}{6}$
- 

28 En un triángulo rectángulo de hipotenusa x , un cateto es triple que el otro. ¿Cuál es el área de dicho triángulo en función de su hipotenusa?

- A) $\frac{3x^2}{20}$ B) $\frac{3x^2}{10}$ C) $\frac{x^2}{9}$ D) $\frac{x^2}{4}$ E) $\frac{x^2}{20}$

29 Si $A > B > 0$, completa esta frase: “si A es un $M\%$ mayor que B , entonces, B es un % menor que A ”

- A) $\frac{A}{BM}$ B) $\frac{AB}{M}$ C) $\frac{BM}{A}$ D) $\frac{M}{AB}$ E) $\frac{1}{M}$

30 Si formamos todas las palabras (con sentido o no) posibles bailando las letras A-D-D-I-M-R y las ordenamos alfabéticamente, empezaríamos por ADDIMR y terminaríamos por RMIDDA. ¿Qué lugar ocuparía la palabra MADRID en esta lista?

- A) 260 B) 246 C) 366 D) 250 E) 226