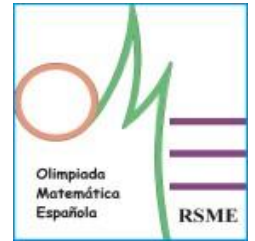




# REAL SOCIEDAD MATEMÁTICA ESPAÑOLA

## LIV OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Comunidad de Madrid



FASE CERO: viernes 24 de noviembre de 2017

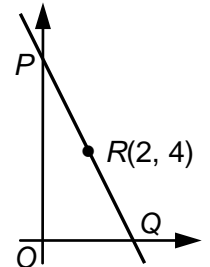
- En la hoja de respuestas, escribe la letra de la opción que creas correcta.
- Cada respuesta correcta te aportará 5 puntos, cada respuesta en blanco 1 punto y cada respuesta errónea 0 puntos.
- No está permitido el uso de calculadoras, instrumentos de medida o de cualquier aparato electrónico.
- TIEMPO: 3 horas.

1. Colocamos cifras en los huecos del número  $2\square\square$ , una en cada hueco, para formar un número de tres cifras. ¿De cuántas formas podemos hacerlo para que el número obtenido sea mayor que 217?

- A) 81                      B) 82                      C) 83                      D) 92                      E) 93

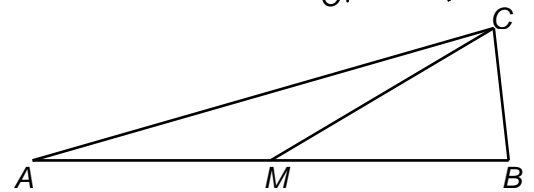
2. En la siguiente gráfica el punto P está en el eje OY, Q es el (4, 0) y la recta PQ pasa por el punto R(2, 4). ¿Cuál es el área del triángulo OPQ?

- A) 8                      B) 12                      C) 32                      D) 24                      E) 16



3. En el triángulo de la figura, el punto M es el punto medio del lado AB,  $\hat{CMB} = 30^\circ$  y  $\hat{CAB} = 15^\circ$ . ¿Cuánto mide el ángulo  $\hat{CBA}$ ?

- A)  $75^\circ$                       B)  $65^\circ$                       C)  $60^\circ$   
D)  $80^\circ$                       E)  $85^\circ$



4. Jorge tiene 144 cubitos idénticos de 1 cm de arista. Utiliza todos para construir un prisma rectangular cuya base tiene un perímetro de 20 cm, pero hay distintas posibilidades. ¿Cuál es la suma de todas las posibles alturas del prisma?

- A) 31                      B) 25                      C) 15                      D) 22                      E) 16

5. Irene es más baja que Jorge, Francisco es más alto que Gustavo, Jorge es más alto que Francisco y Herminia es más baja que Gustavo. ¿Quién es el más alto?

- A) Francisco                      B) Gustavo                      C) Herminia                      D) Irene                      E) Jorge

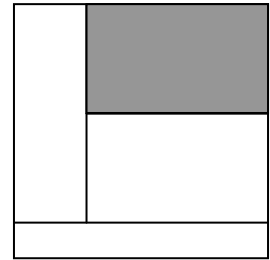
6. El cociente entre la longitud del lado menor de un rectángulo y la longitud del lado mayor es igual al cociente del lado mayor y la diagonal. ¿Cuál es el cuadrado del cociente entre la longitud del lado menor y la diagonal?

- A)  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$                       B)  $\frac{1}{2}$                       C)  $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$                       D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       E)  $\frac{\sqrt{6}-1}{2}$

7. En el triángulo ABC,  $AB = 6$ ,  $AC = 8$  y  $BC = 10$ . Si D es el punto medio del lado BC, ¿cuál es la suma de los radios de las circunferencias inscritas en los triángulos ADB y ADC?

- A)  $1+\sqrt{5}$                       B)  $\frac{11}{4}$                       C)  $\sqrt{3}+\sqrt{5}$                       D)  $\frac{17}{6}$                       E) 3

8. El cuadrado  $PQRS$ , de lado 42, está dividido en cuatro rectángulos del mismo perímetro, tal y como muestra la figura. ¿Cuál es el área del rectángulo sombreado?



- A) 252                  B) 432                  C) 441                  D) 490  
E) 540

9. Las longitudes de los lados de un triángulo obtusángulo son: 10, 17 y  $x$ . Si  $x$  es un número entero, ¿cuál es la suma de los posibles valores de  $x$ ?
- A) 161                  B) 148                  C) 63                  D) 323                  E) 224
10. La región del espacio formada por los puntos que distan 3 unidades del segmento  $AB$  tiene por volumen  $216\pi$ . ¿Cuál es la longitud de dicho segmento?
- A) 6                  B) 12                  C) 18                  D) 20                  E) 24
11. Conduciendo a velocidad constante, Alberto tarda 3 horas en ir desde su casa a casa de sus padres. Un día empezó a conducir a su velocidad habitual pero, después de llevar la tercera parte del camino, empezó a llover y redujo su velocidad en 20 km/h, tardando en total 276 minutos. ¿Qué distancia hay entre la casa de Alberto y la de sus padres?
- A) 132 km                  B) 135 km                  C) 138 km                  D) 141 km                  E) 144 km
12. Isa tiene 30 varillas, de longitudes enteras y diferentes, entre 1 y 30 cm. Toma tres de ellas, de longitudes 3 cm, 7 cm y 15 cm y las coloca encima de una mesa. Debe elegir una cuarta para formar con las cuatro un cuadrilátero. ¿Cuántas de las 27 restantes puede elegir?
- A) 16                  B) 17                  C) 18                  D) 19                  E) 20
13. En un triángulo rectángulo, de lados 3, 4 y 5, inscribimos de dos formas diferentes dos cuadrados. El primero, de lado  $x$ , tiene un vértice que coincide con el vértice del triángulo correspondiente al ángulo recto. El segundo, de lado  $y$ , tiene dos vértices consecutivos en la hipotenusa. ¿Cuál es el valor de  $\frac{x}{y}$ ?
- A)  $\frac{12}{13}$                   B)  $\frac{35}{37}$                   C) 1                  D)  $\frac{37}{35}$                   E)  $\frac{13}{12}$
14. En el rectángulo  $ABCD$ ,  $AB = 3$  y  $BC = 4$ . El punto  $E$  es el pie de la perpendicular desde  $B$  a la diagonal  $AC$ . ¿Cuál es el área del triángulo  $AED$ ?
- A) 1                  B)  $\frac{42}{25}$                   C)  $\frac{28}{15}$                   D) 2                  E)  $\frac{54}{25}$
15. Prolongamos por  $B$  el diámetro  $AB$ , de una circunferencia de radio 2, hasta un punto  $D$  de tal forma que  $BD = 3$ . Elegimos un punto  $E$  tal que  $ED = 5$  y los segmentos  $ED$  y  $AD$  sean perpendiculares. El segmento  $AE$  corta a la circunferencia en el punto  $C$ , entre  $A$  y  $E$ . ¿Cuál es el área del triángulo  $ABC$ ?
- A)  $\frac{100}{37}$                   B)  $\frac{140}{39}$                   C)  $\frac{145}{39}$                   D)  $\frac{140}{37}$                   E)  $\frac{120}{31}$
16. ¿Cuántos enteros positivos menores o iguales que 2017, escritos en la notación habitual, llevan la cifra cero?
- A) 469                  B) 471                  C) 475                  D) 478                  E) 481



26. Sea  $\mathcal{S}$  el conjunto de puntos  $(x, y)$  del plano tales que dos de los tres números, 3,  $(x + 2)$ ,  $(y + 4)$  son iguales y el tercero es menor o igual que esos otros dos. ¿Cuál de las siguientes es una correcta descripción de  $\mathcal{S}$ ?

- A)  $\mathcal{S}$  es un punto                      B)  $\mathcal{S}$  es un par de rectas que se cortan                      C)  $\mathcal{S}$  es un triángulo  
 D)  $\mathcal{S}$  es: tres rectas que se cortan dos a dos en tres puntos diferentes  
 E)  $\mathcal{S}$  es: tres semirrectas con un punto común

27. Los lados  $AB$  y  $AC$  del triángulo equilátero  $ABC$  son tangentes a una circunferencia en los puntos  $B$  y  $C$ , respectivamente. ¿Qué fracción del área de dicho triángulo cae fuera de la circunferencia?

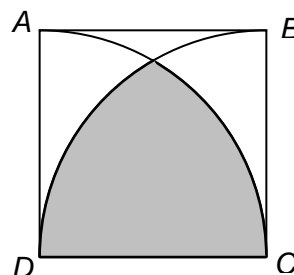
- A)  $\frac{4\sqrt{3}}{27}\pi - \frac{1}{3}$       B)  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{8}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{9}\pi$       E)  $\frac{4}{3} - \frac{4\sqrt{3}}{27}\pi$

28. Los tres vértices del triángulo equilátero están en la hipérbola  $x \cdot y = 1$ , siendo uno de los vértices de la hipérbola el baricentro del triángulo. ¿Cuál es el área de dicho triángulo?

- A)  $\sqrt{48}$                       B)  $\sqrt{60}$                       C)  $\sqrt{108}$                       D)  $\sqrt{120}$                       E) 13

29. En un cuadrado de lado  $a$  trazamos dos cuadrantes de circunferencia, como muestra la figura, con centros en  $A$  y  $B$ . ¿Cuál es el área de la parte sombreada?

- A)  $\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)a^2$       B)  $\frac{1}{6}a^2$                       C)  $\frac{\pi}{6}a^2$   
 D)  $\frac{\sqrt{3}-1}{6}a^2$                       E) Faltan datos



30. Si  $f(x) = \operatorname{sen}x + 2\operatorname{cos}x + 3\operatorname{tg}x$  (con  $x$  en radianes), ¿en qué intervalo está el menor valor positivo de  $x$  para el que  $f(x) = 0$ ?

- A) (0, 1)                      B) (1, 2)                      C) (2, 3)                      D) (3, 4)                      E) (4, 5)