

Geometría de Variedades diferenciables

Coordinador: *Javier Lafuente López*

Créditos: 6

Semestre: 7

Breve descriptor

Se trata de generalizar el cálculo diferencial e integral en espacios euclideos, a las variedades diferenciables

Estudio de las ideas fundamentales de la geometría de las variedades diferenciables: campos, flujos, formas e integración.

Requisitos

- Análisis en varias variables. Diferenciación e integración.
- Sistemas de ecuaciones diferenciales.
- Álgebra Lineal
- Topología elemental.

Objetivos

Comprensión y manejo de los conceptos y resultados básicos acerca de las variedades diferenciables de dimensión arbitraria, aplicaciones diferenciables, campos tangentes y flujos, formas diferenciales, integración en variedades.

Competencias

Generales

Conocimiento de la noción de variedad y aprendizaje de los conceptos principales sobre variedades: campos, tensores y formas diferenciales, diferenciación e integración.

Transversales

Relacionar los operadores de formas de Cartan con los operadores clásicos del Cálculo Vectorial.

Relacionar el Teorema de Stokes en variedades, con los teoremas "tipo Stokes" del Cálculo Vectorial.

Específicas

Determinación de variedades. Ejemplos significativos.

- Conocer bien los algoritmos en coordenadas para la determinación y manipulación local, de vectores tangentes, campos de vectores, funciones, diferenciales de funciones, ...etc.
- Manejo operativo en coordenadas de las formas diferenciales y la diferencial exterior.
- Percibir el papel de las coordenadas como herramienta para expresar analíticamente y manipular características intrínsecas de variedades, que son independientes del sistema de coordenadas utilizado.
- Comprender la teoría de integración de formas de grado máximo en variedades, y el papel de los elementos de volumen para integrar funciones.
- Manejar a nivel teórico y práctico el Teorema de Stokes, y reconocer alguna de sus aplicaciones relevantes.

Contenidos temáticos.

1. *Variedades diferenciables*: Cartas. Compatibilidad de cartas. Atlas. Estructura diferenciable. Topología de una variedad diferenciable. *Aplicaciones diferenciables*: El anillo de funciones. Funciones meseta. Paracompacidad. Particiones diferenciables.
2. *Espacio tangente*: Vectores tangentes como derivadas direccionales y como vectores velocidad. Expresión en coordenadas locales. Diferencial de una función. Regla de la cadena. Teorema de la función inversa.
3. Campos vectoriales. Algebra de Lie de los campos de vectores. Cálculos en coordenadas. Campos relacionados por una aplicación diferenciable.
4. Sistemas dinámicos: curvas integrales de un campo. Flujos.
5. Formas diferenciales. Producto exterior. *Calculo de Cartan*: Producto interior y derivada de Lie. La diferencial exterior. Identidades notables. *Nociones sobre la Cohomología de De Rham*: Formas cerradas y exactas. Los Grupos cohomología de Rham. Números de Betti e invariancia por difeomorfismos. *Teoría de integración en variedades*: Formas de volumen y orientación. Teoría de integración. Dominios regulares. Teorema de Stokes. Aplicaciones

Clases teóricas

Exposición de temas teóricos por parte del profesor.

Clases Prácticas

De las dos horas semanales de prácticas una está destinada a la resolución en la pizarra de problemas por los propios alumnos con la ayuda eventual del Profesor. La otra a la resolución de problemas por el profesor.

Otras actividades

Exposición por parte de los alumnos de prácticas, problemas, trabajos, o temas complementarios a la materia de la asignatura.

Evaluación

Se realizará un examen final con una parte teórica y otra práctica.

La Nota Final, se obtiene como máximo entre la nota del examen E, y la nota ponderada

MÁXIMO $(0,35C + 0,65E, E)$ si $E > 3$

Donde la nota de Curso C corresponde a la calificación de siete problemas. Cada semana se entregará una lista de problemas. El alumno podrá elegir cada dos semanas un problema de la lista, para entregar, con el compromiso implícito de salir a resolverlo a la pizarra si así se le pide.

Para obtener nota de curso es necesario haber asistido al menos al 80% de las clases.

Bibliografía Básica

M. do Carmo, Differential forms and applications, Springer Verlag, 1994.

F.W. Warner Foundation of differentiable manifolds and Lie groups.. Glenview Illinois. (1971)

Manual del curso:

J. Lafuente, Cálculo en Variedades. (Publicación interna 2011)

<http://www.mat.ucm.es/~jlafuent/own/Manuales/Variedades/cv.pdf>

Otra información relevante

El profesor tiene una página web de la asignatura en el Campus virtual. En ella se pueden consultar

- El manual del curso
- Las hojas de problemas propuestos
- Soluciones proporcionadas por los propios alumnos de algunos ejercicios.
- Modelos de examen.
- Evolución de la Nota de Curso a lo largo del periodo de clases.