

LAS ETAPAS DEL CRECIMIENTO

- **Del estancamiento al crecimiento**

El crecimiento económico sostenido a una tasa positiva es un fenómeno reciente en la historia de la humanidad y éste ha ocurrido en los últimos 200 años. El PIB per cápita mundial no era mayor en el año 1 que en el año 1000 y sólo un 53% más alto en 1820 que en el 1000 (una tasa del 0.05% anual de media). Entre el año 1820 y 1870 se creció a la tasa del 0.5% anual y entre 1950 y 1973 se creció al 2.93% anual (época denominada *Golden Age*).

- *Estancamiento malthusiano*

Malthus plantea que el crecimiento a largo plazo es imposible. El problema viene del crecimiento de la población y de los rendimientos decrecientes del trabajo: *Si la renta per cápita fuera a aumentar sustancialmente, entonces la gente viviría más tiempo, tendría familias más grandes y se incrementaría la población; pero al aumentar la población la renta per cápita disminuiría porque más gente estaría trabajando con una cantidad fija de tierra; al final la renta retrocedería a su nivel inicial.*

En términos analíticos: Supongamos una economía enteramente agraria:

$$\underbrace{Y}_{\text{output total}} = \underbrace{Y_a}_{\text{output agrario}} \rightarrow Y_a = A X^\beta L_a^{1-\beta}, \quad \beta \in (0,1)$$

donde A es un parámetro de productividad (la *productividad total de los factores*), X es el input tierra, que suponemos fijo, y L_a es el factor trabajo dedicado al sector agrícola, de momento único sector por lo que $L=L_a$. Además, normalizamos a 1 el factor tierra

$(X=1) \Rightarrow Y_a = A L_a^{1-\beta} \Rightarrow y \equiv \frac{Y}{L} = A L^{-\beta}$. De esta expresión se tiene que el aumento en el factor trabajo (en la población) conduce a una caída de la renta per cápita.

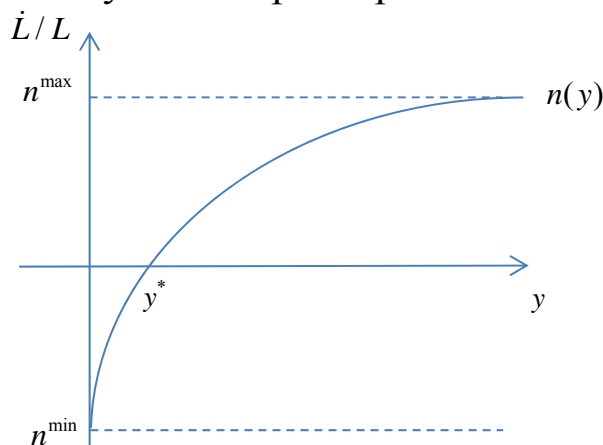
Supongamos ahora que niveles de vida más altos se trasladan a una tasa más alta de crecimiento poblacional. De forma más específica, supongamos que la tasa de crecimiento poblacional depende de la renta per cápita de acuerdo con una función n :

$$\frac{\dot{L}}{L} = n(y), \text{ con } n'(y) > 0, \lim_{y \rightarrow \infty} n(y) = n^{\max}, \lim_{y \rightarrow 0} n(y) = n^{\min}.$$

La tasa de crecimiento de la población puede expresarse también en términos de L :

$$\frac{\dot{L}}{L} = n(A L^{-\beta}).$$

Este gráfico ilustra la dependencia de la tasa de crecimiento poblacional y la renta per cápita:



El punto y^* es el punto en el cual la tasa de crecimiento de la población es nulo: Si $y = y^* \Rightarrow \frac{\dot{L}}{L} = 0 \Rightarrow n(y^*) = 0 \Rightarrow L^* = \left(\frac{A}{y^*} \right)^{1/\beta}$.

Nótese que esto es un estado estacionario ya que, en el estado estacionario la tasa de crecimiento de la población debe ser constante ($\dot{L} / L = cte.$), y esto implica que sólo lo será si $n(AL^{-\beta})$ es constante, lo cual implica que si A es constante, L también debe serlo, y si L es constante, su tasa de crecimiento ha de ser cero.

Además, tal estado estacionario es estable ya que si $y > y^*$ entonces de la expresión $y = AL^{-\beta}$ se tiene que $L < L^*$ y de la expresión $\frac{\dot{L}}{L} = n(y)$ se tiene que $\frac{\dot{L}}{L} > 0$ por lo que la población crecerá hasta volver a su estado estacionario. El lector puede comprobar que esto también ocurre si $y < y^*$.

- ¿Qué ocurre si A aumenta?

Supongamos que A aumenta de A a A' y la economía se encuentra en el estado estacionario (y^*), luego entonces

$$L = L^* = (A / y^*)^{1/\beta}. \text{ Si } A \uparrow \text{ a } A' \Rightarrow y' > y^* \Rightarrow \begin{cases} L' < L \\ \dot{L} / L > 0 \end{cases} \text{ y el}$$

mecanismo malthusiano se pondrá en marcha para terminar nuevamente en el estado estacionario inicial aunque con más población de estado estacionario ya que $A'(L')^{-\beta} = AL^{-\beta} = y^*$.

- ¿Qué ocurre si hay un crecimiento sostenido de A ?
Supongamos que las instituciones favorecen la innovación y la adquisición de las nuevas tecnologías en la agricultura (defensa de derechos de propiedad y ciertas garantías de no apropiación de rentas por parte de las élites).

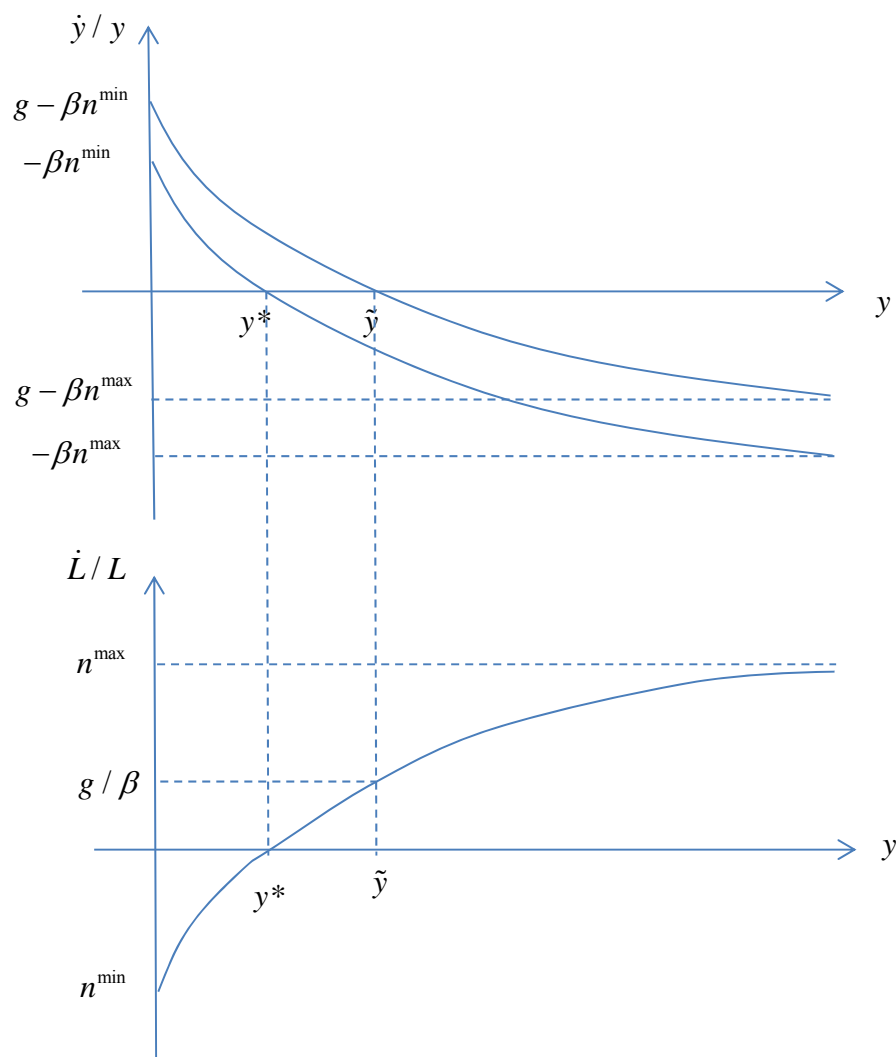
En esta situación supongamos que $\dot{A} / A = g > 0$. Entonces, de

$$y = AL^{-\beta} \text{ se tiene que } \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{A}}{A} - \beta \frac{\dot{L}}{L}. \text{ Como en el estado}$$

estacionario $\frac{\dot{y}}{y}$ debe ser constante, debe ocurrir que $g - \beta n(y)$ sea constante, lo cual implica que y será constante en el estado estacionario, es decir, $\frac{\dot{y}}{y} = 0$ en el estado estacionario. Si definimos \tilde{y} como el nuevo output per cápita de estado estacionario, debe cumplirse que

$$g / \beta = n(\tilde{y}) \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{\dot{L}}{L} \right)^* = \frac{g}{\beta} > 0, \text{ donde } \frac{g}{\beta} < n^{\max} \\ \tilde{y} > y^* \text{ por ser } n'(y) > 0 \end{cases}$$

es decir, el progreso técnico no producirá crecimiento sostenido en la renta per cápita, si bien la población crecerá sostenidamente (suponemos a tasas pequeñas). Gráficamente



- **Transición al crecimiento**

El largo periodo de estancamiento finalizó cuando llegó la revolución industrial, cuando algunos países empezaron a reasignar recursos de la agricultura a la industria manufacturera: partiendo del hecho de que los conocimientos tecnológicos estaban disponibles, supongamos que se daban los cambios organizativos e institucionales que garantizaban la aplicación de tales técnicas: derechos de propiedad mejor elaborados que facilitaban el funcionamiento de los mercados, leyes de monopolio, leyes que limitaban el poder de los gobiernos,...

Sigamos con el modelo teórico:

Supongamos que existía una tecnología latente que no había sido hasta ahora económicamente viable (no se tenían las instituciones adecuadas) pero que una vez que se volvió viable empezó a progresar. Sea Y_m el output de la industria manufacturera cuya tecnología usa como input únicamente trabajo: $Y_m = A L_m$, donde suponemos que la productividad A es la misma que la del sector de la agricultura. El output total de la economía será $Y = Y_a + Y_m$ y el empleo o población total será $L = L_a + L_m$. Recordemos que $Y_a = A X^\beta L_a^{1-\beta}$, donde $X = 1$. Cuando L es bajo y hay abundancia de tierra, nadie produce manufacturas porque su tecnología no se aprovecha de esta abundancia del factor tierra relativo al trabajo y, por tanto, la productividad marginal del trabajo es mayor en este sector agrícola. Pero mientras la población fue aumentando y superó cierto nivel crítico empezó a ser beneficioso producir bienes manufacturados (nótese que la productividad marginal del trabajo en el sector agrícola es decreciente pero constante en

el sector manufacturero) para *escapar* a la restricción del input fijo tierra.

¿Cómo funcionó este proceso?

Supongamos que estamos en un estado estacionario malthusiano, con tasa de crecimiento del progreso tecnológico g , y la renta per cápita está estancada al nivel \tilde{y} . La población está creciendo a la tasa g / β . Los salarios en el sector agrícola (único, por el momento), bajo competencia perfecta, deben igualarse a la productividad marginal del trabajo:

$$\tilde{w} \underset{L=L_a}{=} (1 - \beta) A L^{-\beta} = (1 - \beta) \tilde{y} \Rightarrow \text{constante} .$$

Alguien que quiera contratar trabajo para producir output usando la tecnología industrial ganaría un beneficio igual a:

$$\Pi_m = Y_m - \tilde{w} L_m = (A - \tilde{w}) L_m ,$$

y este beneficio será negativo si $A < \tilde{w}$, por lo que no será beneficioso utilizar la industria manufacturera.

Pero como A crece sostenidamente, en algún momento sobrepasará a \tilde{w} , el cual es constante en el equilibrio malthusiano. En este punto empezará a ser beneficioso activar el sector industrial, y la industrialización comenzará.

Una vez que la industria ha comenzado a funcionar, la libertad de entrada garantizará que el beneficio Π_m se irá a cero y el salario se igualará a A , con lo que crecerá a la tasa g . El sector agrícola deberá pagar ese salario, así que su beneficio será (excluyendo el factor fijo tierra):

$$\Pi_a = A L_a^{1-\beta} - wL_a = A(L_a^{1-\beta} - L_a)$$

$$\underset{L_a}{Max} \Pi_a \Rightarrow L_a = (1 - \beta)^{1/\beta} \Rightarrow \Pi_a = A\beta(1 - \beta)^{(1-\beta)/\beta} > 0$$

Nótese que el trabajo en el sector agrícola permanecerá constante. Pero como $L = L_a + L_m$, y L crece a la tasa g/β , el empleo del sector manufacturero crecerá a la tasa g/β .

No sólo la población continuará creciendo, sino que lo hará de forma acelerada y la tasa de crecimiento económico \dot{y}/y aumentará desde su tasa previa igual a cero a un nuevo valor de estado estacionario igual a la tasa de progreso tecnológico:

$$y = \frac{Y}{L} = \frac{AL_m}{L} + \frac{AL_a^{1-\beta}}{L} = \frac{A(L - L_a)}{L} + A \frac{AL_a^{1-\beta}}{L} = A + \underbrace{\left[\frac{L_a - L_a^{1-\beta}}{L} \right]}_{\substack{\text{este término} \\ \text{tiende a ser cero} \\ \text{con el paso del} \\ \text{tiempo}}} \Rightarrow$$

$\Rightarrow y$ tenderá a A , creciendo a la tasa g .

- **De la industria a los servicios**

Supuesto clave: los servicios no son tan intensivos en capital como la industria.

Sea

$$Y_m = AK^\alpha L_m^{1-\alpha}, \text{ output de la industria}$$

$$Y_s = AL_s, \text{ output del sector servicios}$$

$$\text{donde } L = L_m + L_s$$

Supongamos que el output final sigue una tecnología de coeficientes fijos:

$$Y = \min\{Y_m, Y_s\} \Rightarrow AK^\alpha L_m^{1-\alpha} = AL_s \Rightarrow K^\alpha L_m^{1-\alpha} = L - L_m.$$

$$\text{Si defino } \begin{cases} k \equiv \frac{K}{L} \\ \lambda \equiv \frac{L_m}{L} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{K}{L}\right)^\alpha \left(\frac{L_m}{L}\right)^{1-\alpha} = \left(1 - \frac{L_m}{L}\right) \Rightarrow k^\alpha \lambda^{1-\alpha} = 1 - \lambda.$$

Sea $\tilde{\lambda}(k)$ el valor de λ que resuelve $k^\alpha \lambda^{1-\alpha} = 1 - \lambda$. Esta función de

$$k \text{ se caracteriza por que: } \begin{cases} \frac{d\tilde{\lambda}}{dk} = -\frac{\alpha k^{\alpha-1} \lambda^{1-\alpha}}{(1-\alpha)k^\alpha \lambda^{-\alpha} + 1} < 0 \\ \lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{\lambda}(k) = 0 \end{cases}$$

$$\text{Por tanto, } Y = AK^\alpha L_m^{1-\alpha} = AL[1 - \tilde{\lambda}(k)].$$

Aplicando el modelo de Solow, la evolución del capital per cápita vendrá dada por:

$$\dot{k} = sA[1 - \tilde{\lambda}(k)] - (\delta + n)k \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} y = \frac{Y}{L} & \text{crecerá a la tasa } g \\ \frac{L_m}{L} & \text{convergerá a cero ya que } \tilde{\lambda}(k) \rightarrow 0 \end{cases}$$

En el estado estacionario:
 $\frac{\gamma_k + \delta + n}{s} = cte = \frac{A}{k} \underbrace{(1 - \tilde{\lambda}(k))}_{\text{tiende a 1}} \Rightarrow$
 $\Rightarrow A$ y k crecen a igual tasa

Por tanto, el empleo de la industria, como el de la agricultura, disminuirá relativamente con respecto del sector servicios (que puede englobar al sector de innovación).