

2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

➡ CONCEPTOS PREVIOS YA ESTUDIADOS:

➤ Producción per cápita en cada instante t : $y_t = f(k_t)$

➤ Consumo per cápita en cada instante t : $c_t = (1-s)y_t$

➤ *Ley de movimiento de la economía* en el modelo de Solow-Swan en términos per cápita:

$$\dot{k} = s f(k_t) - (n+d)k_t \quad (1).$$

➤ *Estado Estacionario*: vector de valores numéricos para las tasas de variación de las variables per cápita $(\gamma_{k_t}, \gamma_{y_t}, \gamma_{c_t}) = (\gamma_k^*, \gamma_y^*, \gamma_c^*)$ tales que, una vez alcanzados, pueden mantenerse indefinidamente.

2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

En nuestro caso: $\gamma_k^* = \gamma_y^* = \gamma_c^* = 0$ que implican valores numéricos para k , y , c :

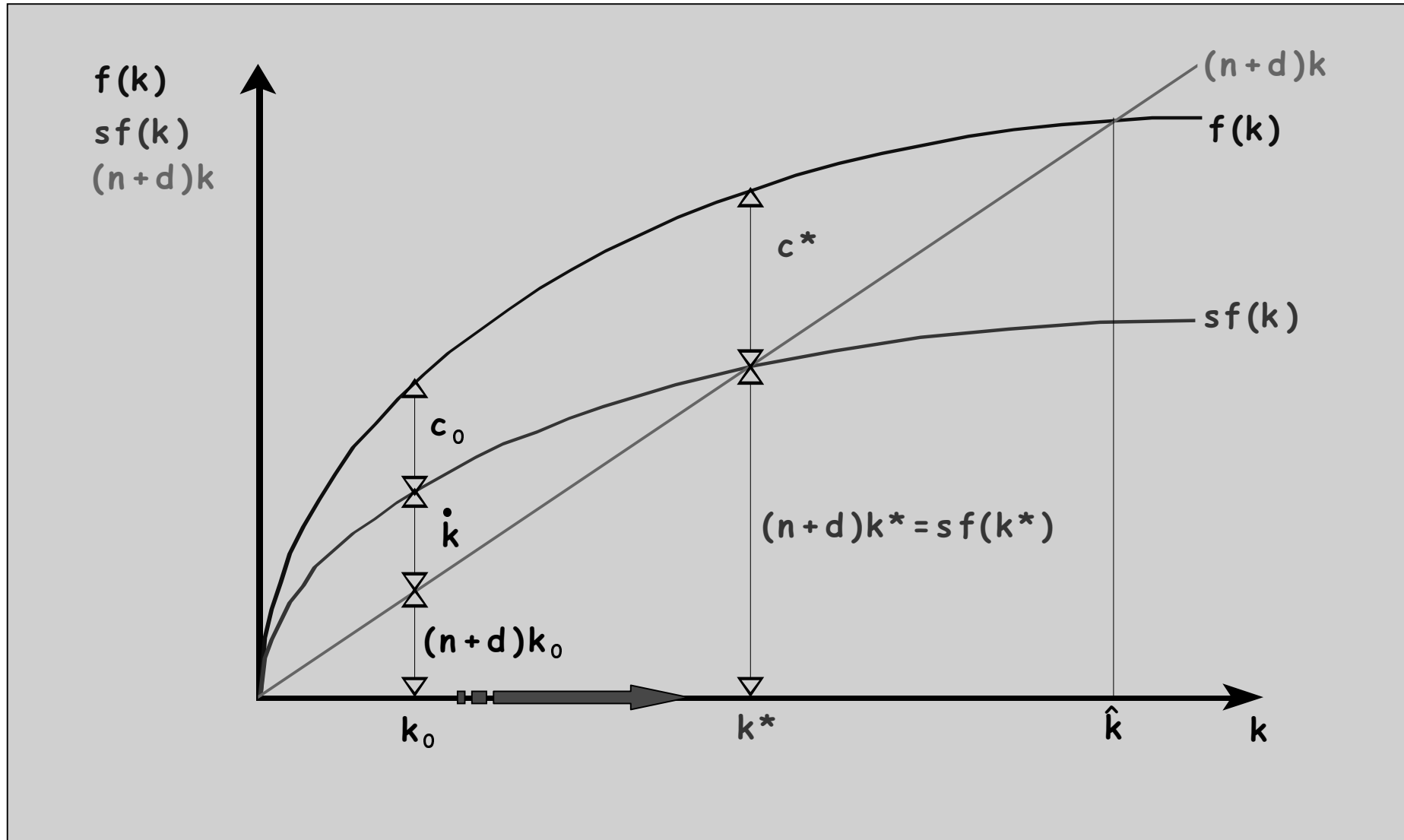
$$s f(k^*) = (n+d)k^* , \quad (2)$$

$$y^* = f(k^*) , \quad (3)$$

$$c^* = (1-s)y^* = f(k^*) - (n+d)k^* . \quad (4)$$

2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

Representación gráfica del estado estacionario



2.4. *Regla de Oro* de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

- **¿Qué veremos?**
 - Caracterizaremos, de todos los posibles estados estacionarios para cada valor de s , el estado estacionario óptimo, al que denominaremos **Regla de Oro**.
 - Desde el punto de vista de política económica, estudiaremos cuándo una economía que se encuentra situada en estado estacionario, tendrá incentivos a aumentar o disminuir la tasa de ahorro de los agentes mediante la puesta en marcha de alguna política.
 - Por último, utilizando datos de economías reales discutiremos si su tasa de ahorro es adecuada en el marco de esta teoría.

2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

- De la expresión (2): $s f(k^*) = (n+d)k^*$ se observa que, dados el crecimiento poblacional (n) y la tasa de depreciación (d), el stock de capital per cápita de estado estacionario es una función creciente en la tasa de ahorro (s); para ello basta diferenciar (2) respecto de k^* y s :

$$k^*(s): [0, 1] \rightarrow [0, \hat{k}] ,$$

$$s \rightarrow k^*$$

$$\frac{\partial k^*}{\partial s} = \frac{-f(k^*)}{s f'(k^*) - (n+d)} > 0 . \quad (5)$$

- Dado que el producto y el consumo de estado estacionario son funciones de k^* , también son función de s , es decir, $y^* = f(k^*(s))$, $c^* = c(k^*(s))$.
- Entonces, ¿qué tasa de ahorro es preferible para el consumidor? No puede ser la que genera mayor renta per cápita ($k^* = \hat{k}$, $s = 1$, $c^* = 0$). Será aquella que maximice el consumo de estado estacionario: c^*

2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

- Tasa de ahorro para el cual c^* es máximo:

$$\max_s \{f(k^*(s)) - (n+d)k^*(s)\} \Rightarrow \max_{k^*} \{f(k^*) - (n+d)k^*\} \text{ ya que } \frac{dk^*}{ds} > 0$$

$$\text{CPO: } f'(k^*) - (n+d) = 0 \quad (6)$$

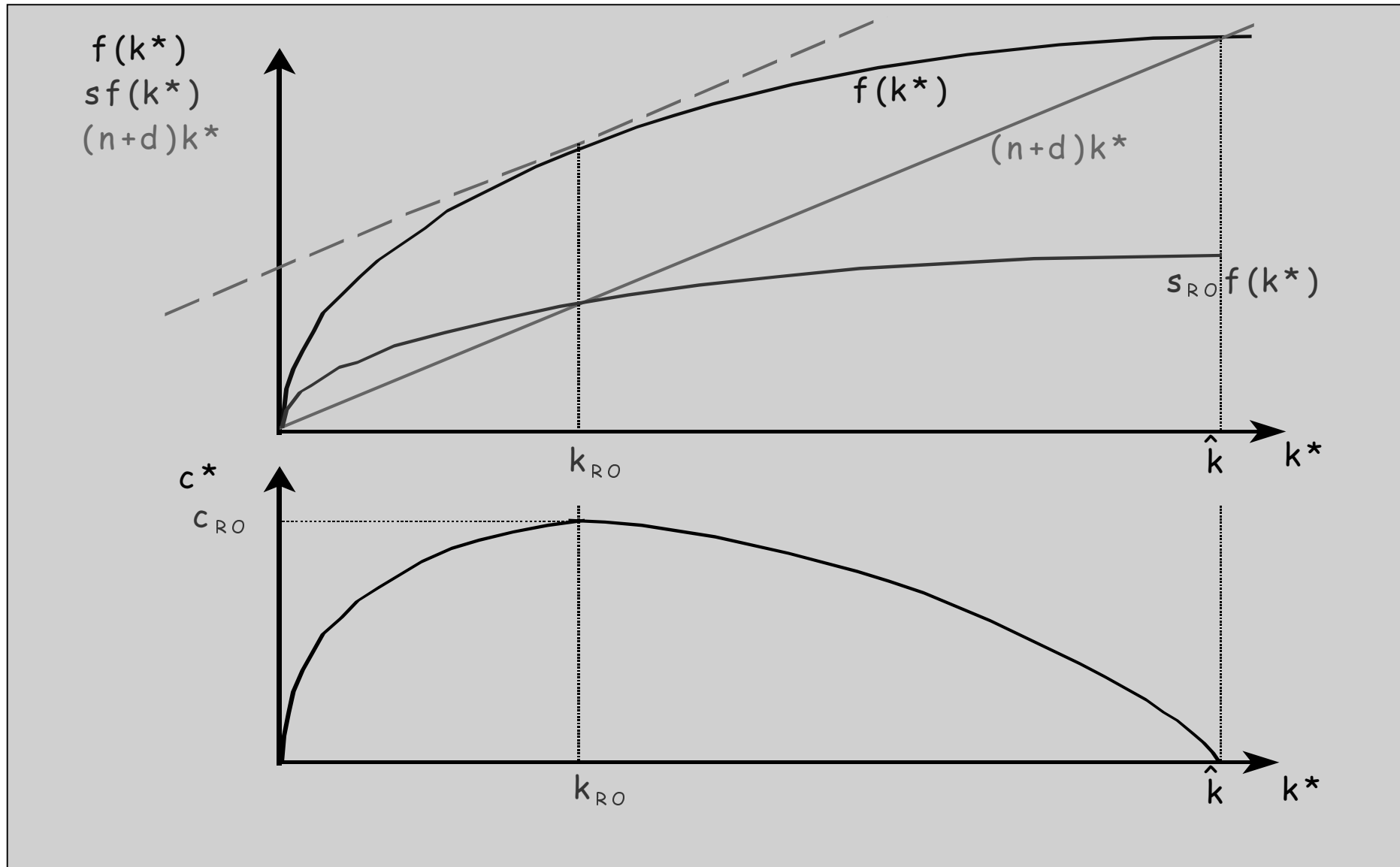
$$\text{CSO: } f''(k^*) < 0$$

El stock de capital físico k^* que resuelve la CPO (6), define la Regla de Oro del ahorro en esta economía.

k_{RO} (*capital de la regla de oro*),
 s_{RO} (*tasa de ahorro de la regla de oro*),
 c_{RO} (*consumo de la regla de oro*),
 y_{RO} (*renta de la regla de oro*).

2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

Representación gráfica de la Regla de Oro



2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

- **Ejemplo:** Suponga que la tecnología viene caracterizada por la función de producción $Y = F(K, N) = A K^\alpha N^{1-\alpha}$. En términos per cápita:
 $y = f(k) = A k^\alpha$. La productividad marginal del capital es: $f'(k) = \alpha A k^{\alpha-1}$.
 Para esta función de producción, k^* y c^* resuelven las ecuaciones (2) y (4) respectivamente:

$$k^*(s) = \left(\frac{sA}{n+d} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, \quad c^*(s) = (1-s)A(k^*(s))^\alpha, \quad (7)$$

De todos los estados estacionarios, el denominado **Regla de Oro**, es aquel que resuelve la CPO dada en (6):

$$k_{RO} = \left(\frac{\alpha A}{n+d} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}; \quad c_{RO} = (1-\alpha)A k_{RO}^\alpha; \quad s_{RO} = \alpha, \quad (8)$$

2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

- **La Regla de Oro equivale a:**

- i) **Ahorrar toda la renta del capital**

$$\text{Ahorro : } s_{RO} f(k_{RO}) = (n+d)k_{RO} = f'(k_{RO})k_{RO}$$

$$\text{Renta de capital : } f'(k_{RO})k_{RO}$$

- ii) **Consumir toda la renta del trabajo**

$$\text{Consumo : } c_{RO} = f(k_{RO}) - s_{RO} f(k_{RO}) = f(k_{RO}) - (n+d)k_{RO} = f(k_{RO}) - f'(k_{RO})k_{RO}$$

$$\text{Renta del trabajo : } w_{RO} N_t (1/N_t) = w_{RO} = F_N^{RO}(K_t, N_t) = f(k_{RO}) - f'(k_{RO})k_{RO}$$

Este resultado implica que **en la Regla de Oro no hay transferencia de renta entre factor trabajo y el factor capital.**

2.4. *Regla de Oro* de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

- En conclusión, si la hipotética función de utilidad del consumidor no tiene puntos de saturación, el máximo consumo, es decir, el consumo de estado estacionario de la Regla de Oro, será el **óptimo**.

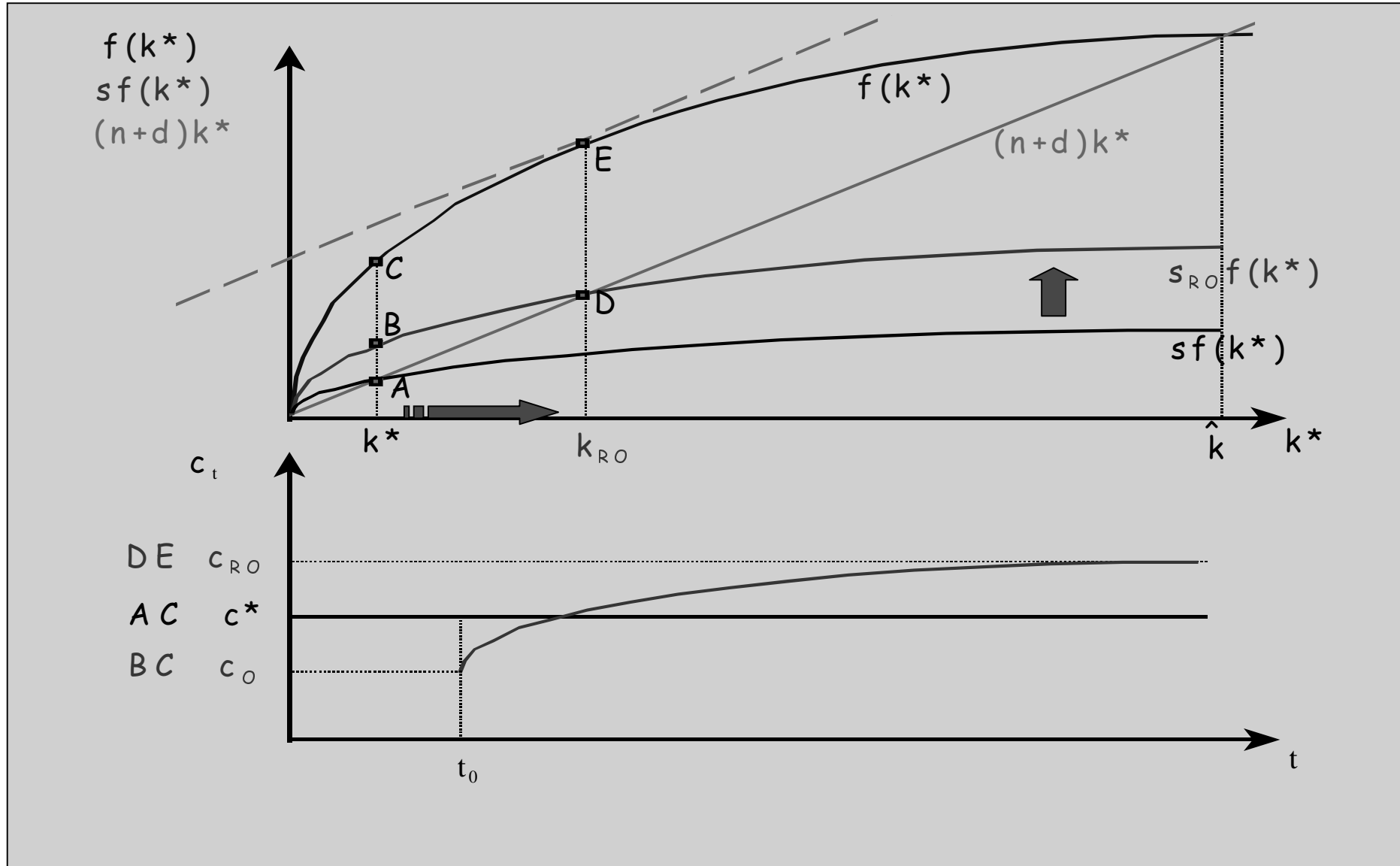
2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

➔ Política económica: el caso de la tasa de ahorro

- Considere una economía situada en estado estacionario. Como ya vimos en la clase anterior, un cambio permanente en la tasa de ahorro (s), genera un proceso de transición en consumo y en capital hasta la convergencia al nuevo estado estacionario. El efecto sobre la utilidad de este proceso no es trivial.
- Suponga una economía en un estado estacionario diferente del de la Regla de Oro. Esto implica que el nivel consumo per cápita actual es inferior al que obtendría el consumidor si la economía estuviera en el estado estacionario de la Regla de Oro.
- ¿Interesa legislar una tasa de ahorro $s=s_{RO}$? ¿Debería ponerse en marcha una política que variara el valor de s actual a s_{RO} ?

2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

Dinámica de transición del consumo cuando la tasa de ahorro aumenta de s a s_{RO} ($s < s_{RO}$).

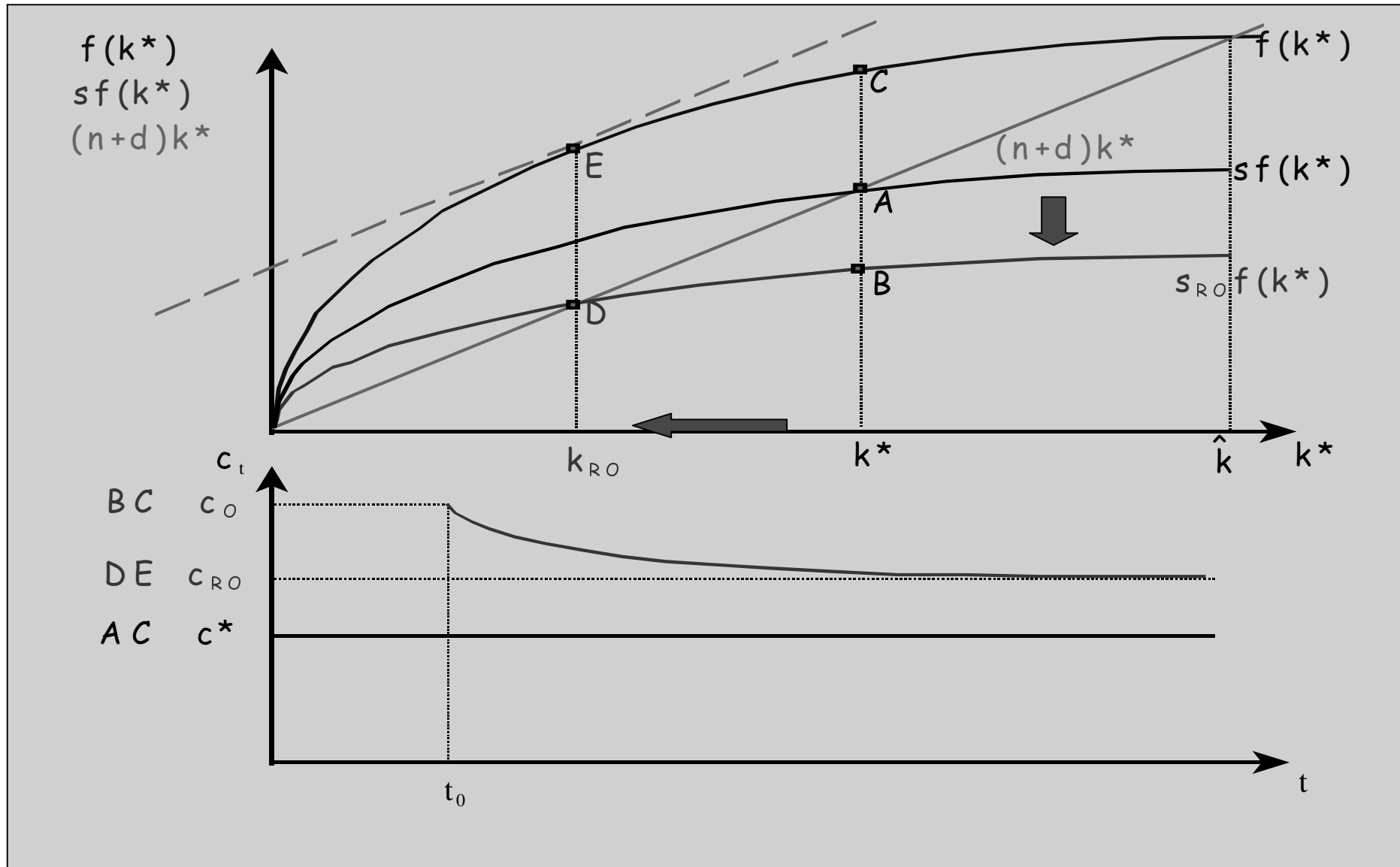


2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

- En resumen, conducir a la economía hacia el estado estacionario de la Regla de Oro, iniciará un proceso de transición hacia k_{RO} , y en este proceso la economía asumirá ciertos sacrificios a corto plazo, en términos de consumo ($s < s_{RO}$).
- El gobierno evaluará si es conveniente adoptar la Regla de Oro. Para ello comparará la utilidad agregada de la trayectoria de convergencia hacia la Regla de Oro $\sum_{t=t^*}^{\infty} \beta^{t-t^*} U(c_t)$ con la utilidad agregada de mantenerse en la situación inicial $\sum_{t=t^*}^{\infty} \beta^{t-t^*} U(c^*) = U(c^*)/(1-\beta)$. La conveniencia de adoptar la Regla de Oro dependerá de:
 - a) magnitud de los sacrificios a corto plazo,
 - b) diferencias en el consumo en la Regla de Oro y en el estado estacionario actual
 - c) el grado en que se descuenta la utilidad futura,
 - d) el tiempo que tarde la economía en situarse en la proximidad de la Regla de Oro (**velocidad de convergencia**).
- Pero, ¿qué ocurre si la economía se encuentra en un estado estacionario donde $s > s_{RO}$?

2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

Dinámica de transición del consumo cuando la tasa de ahorro aumenta de s a s_{RO} ($s > s_{RO}$).

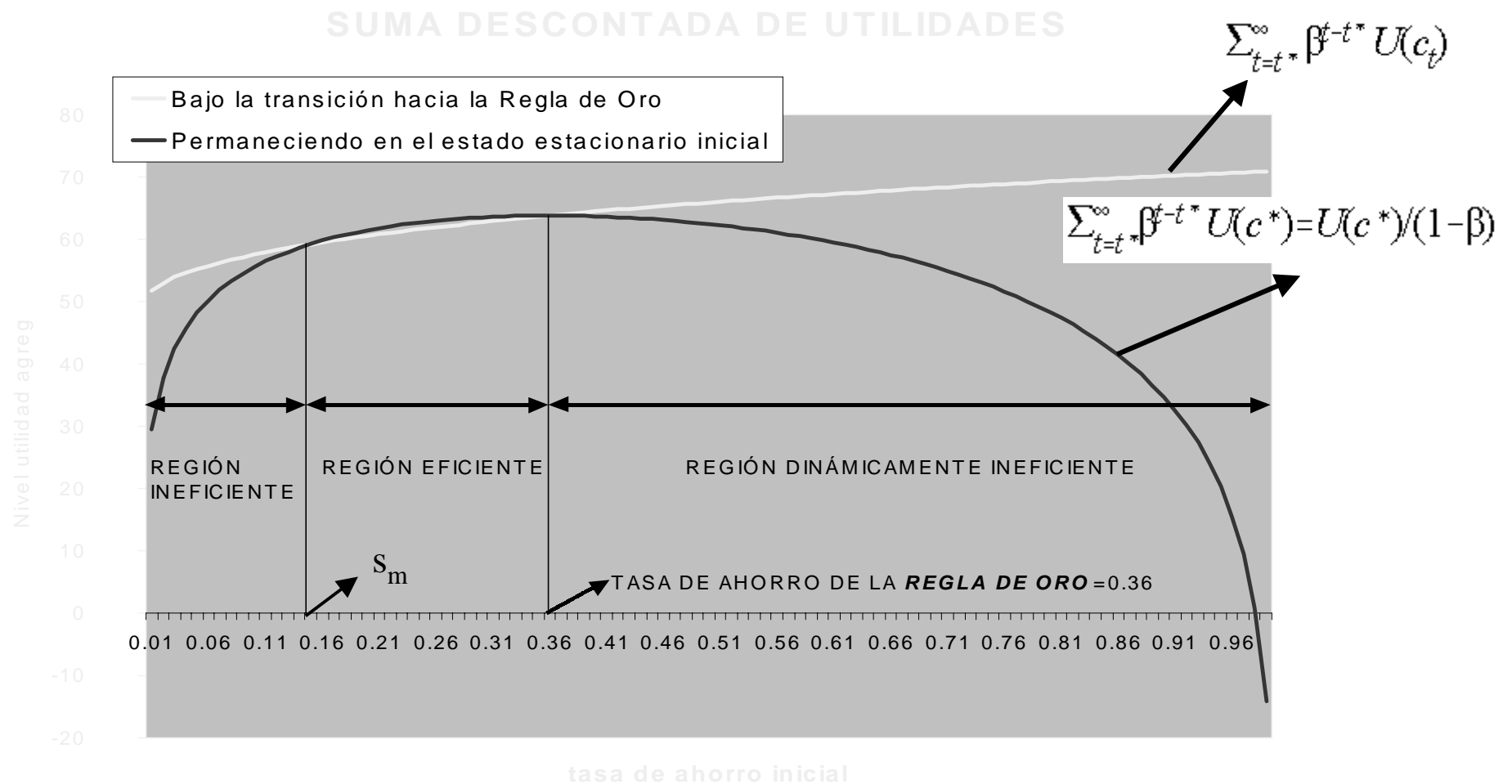


2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

- Por tanto, aquellas economías que están en un estado estacionario en el que $k^* > k_{RO}$, si se legisla disminuir la tasa de ahorro inicial hasta el valor s_{RO} , a lo largo de la transición hacia la Regla de Oro, el consumo es superior al del estado estacionario inicial en todo instante t . Por esto se dice que dichos **Estados estacionarios son dinámicamente ineficientes**. Desde el punto de vista normativo conviene disminuir la tasa de ahorro.

2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

- **Ejemplo (aplicación práctica con datos del Reino Unido)**
- Supuesto: $U(c_t) = \ln(c_t)$, $F(K_t, N_t) = A K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}$.
- Datos calibrados: $\alpha=0.36$, $\beta=1/(1+r)=1/1.0483$, $A=5$, $n=0.16\%$, $d=7.5\%$



2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

• APLICACIÓN PRÁCTICA

¿qué implicaciones sugiere la teoría sobre la realidad económica de algunos países?

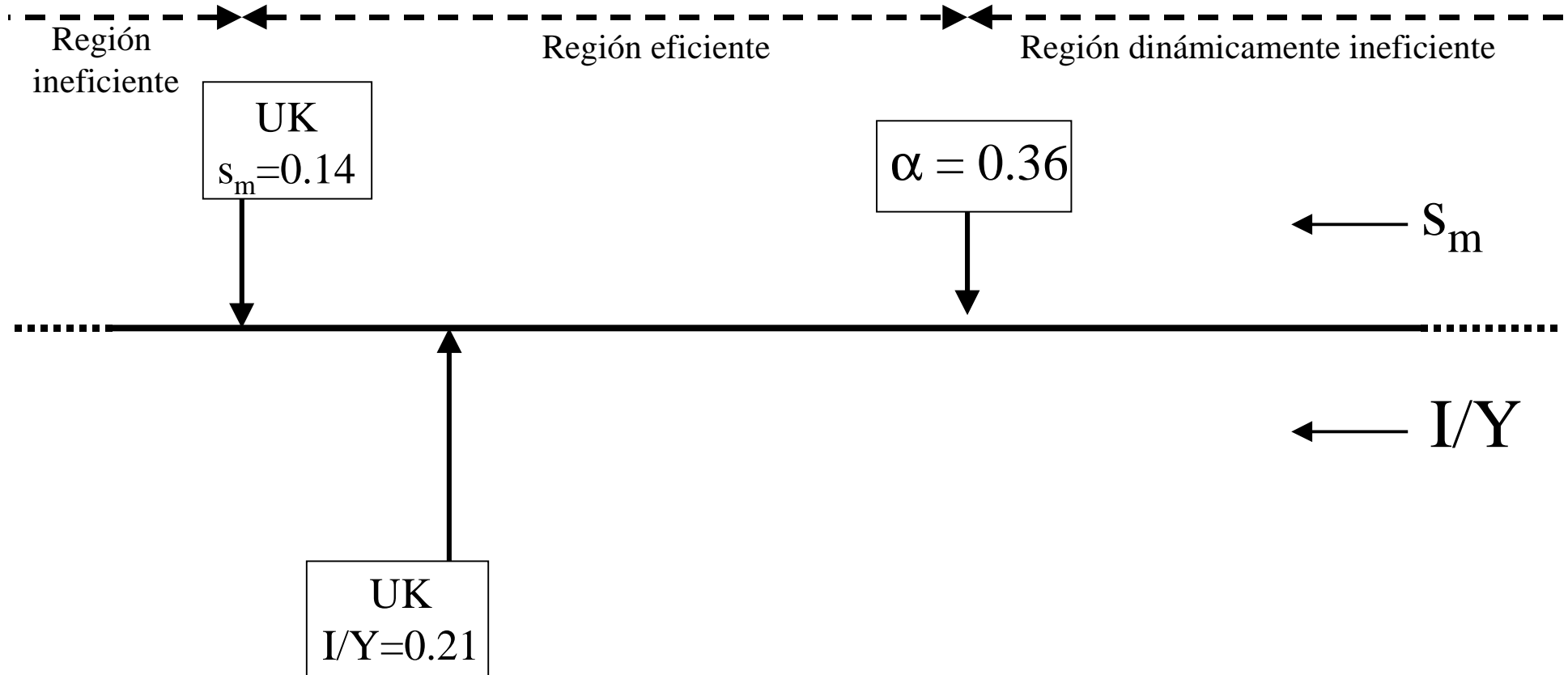
	tipos a corto plazo (letras a 1 año) 1990	tipos a largo plazo (letras a 10 años) 1990	crecimiento poblacional (n) 1970-1990	ratio inversión sobre output 1990
ALEMANIA	6.78%	6.47%	0.21%	0.31
ESPAÑA	7.76%	6.74%	0.90%	0.28
FRANCIA	6.92%	6.47%	0.53%	0.30
ITALIA	7.25%	7.30%	0.36%	0.31
JAPÓN	4.34%	2.48%	0.84%	0.37
REINO UNIDO	4.83%	1.86%	0.16%	0.21
USA	2.18%	2.67%	1.02%	0.24

$I/Y \approx$ tasa de ahorro (s) ; Regla de Oro $\rightarrow s_{RO} = \alpha$; tipos de interés $\approx f'(k) - d$; $\alpha = 0.36$, $d = 7.5\%$ anual

Fuente: Datos recogidos de la Dirección General de Previsión y Coyuntura del Ministerio de Economía y de la OCDE.

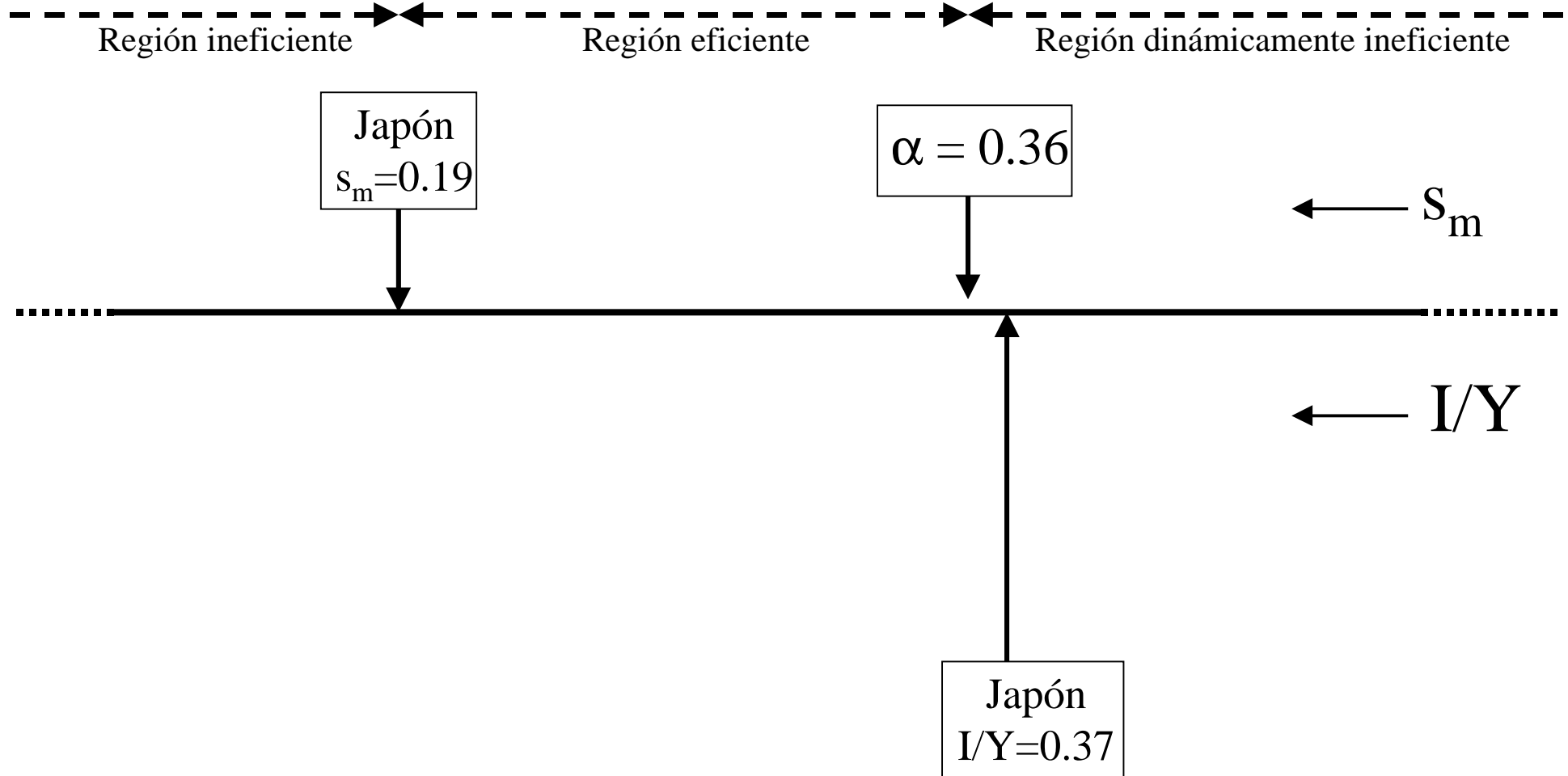
2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

- Situando a los países en cada región



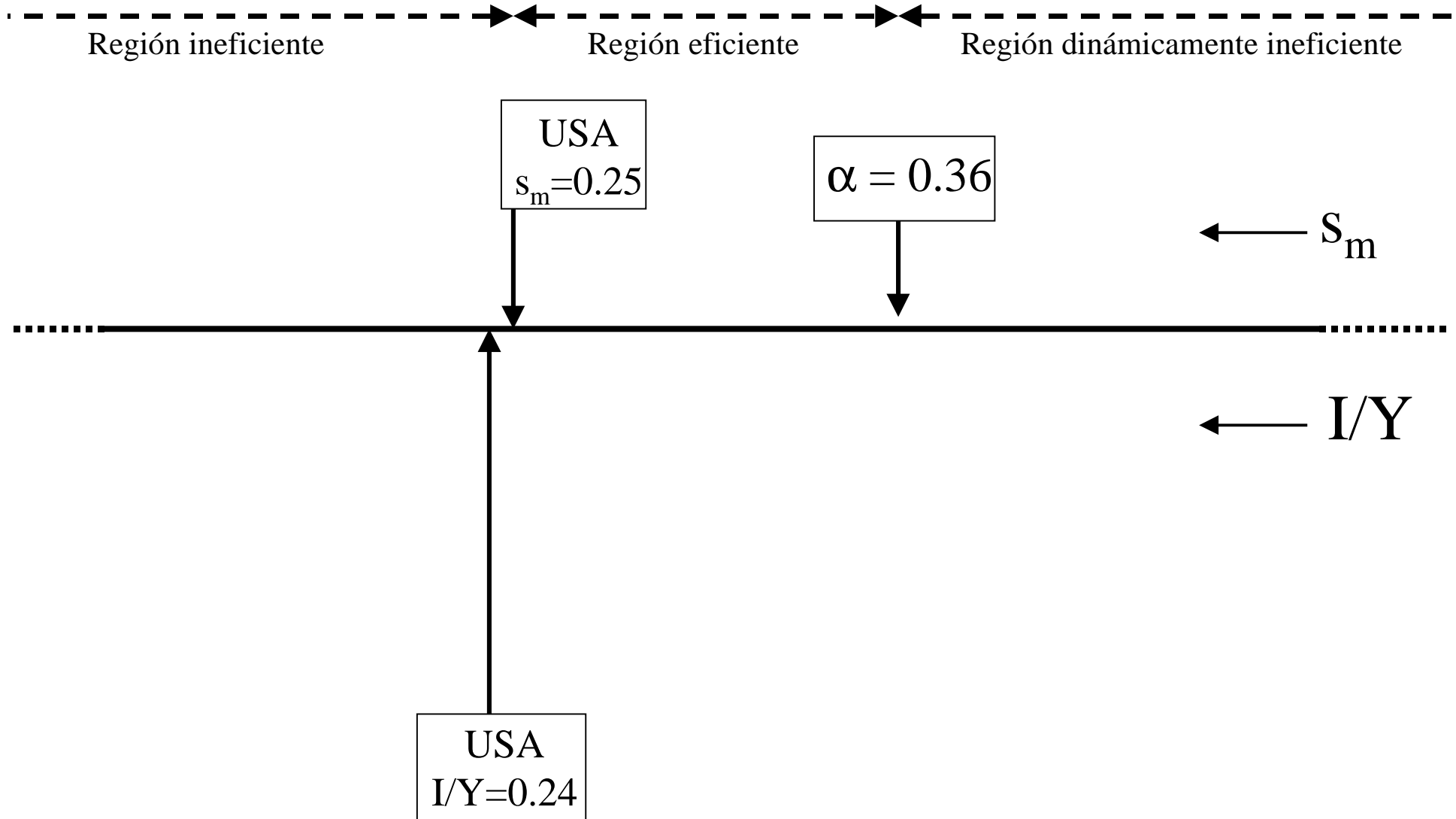
2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

- Situando a los países en cada región



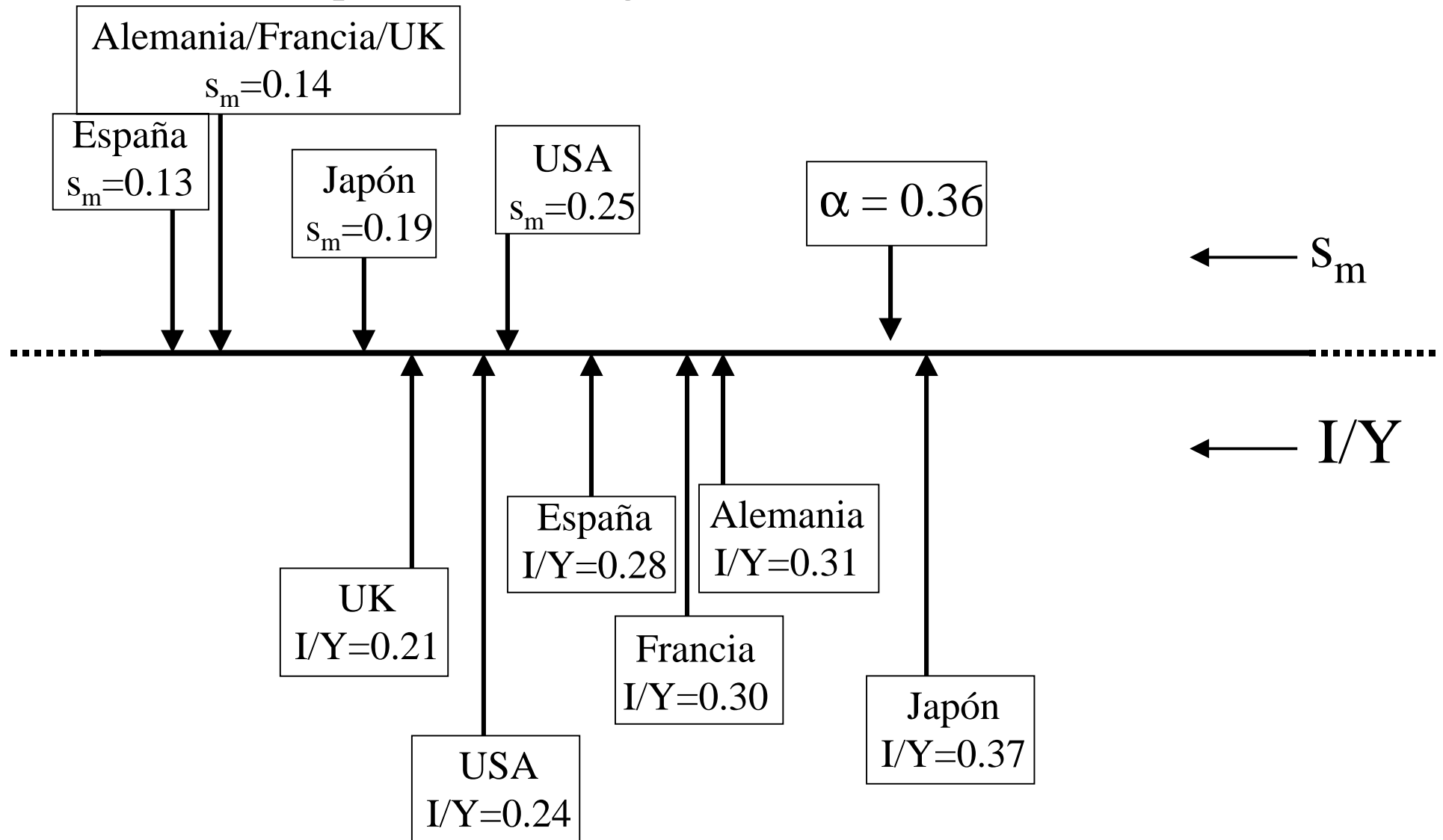
2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

- Situando a los países en cada región



2.4. Regla de Oro de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

- Situando a los países en cada región



2.4. *Regla de Oro* de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

- **Ejercicio:** Utilizando los datos, deben estimar los valores de los parámetros de la función de producción para cada uno de los seis países, así como de la tasa de depreciación para cada país, y con estos datos repetir el ejercicio que acabo de presentar. Comente si la teoría explica la evolución de la participación de la inversión en el output en cada uno de estos países, en la década de los 90.

2.4. *Regla de Oro* de la acumulación del capital. El concepto de *ineficiencia dinámica*

- **RESUMEN**

- En el modelo de Solow-Swan, hemos caracterizado el estado estacionario óptimo, al que hemos denominado **Regla de Oro**.
- Hemos analizado cuándo las economías que están en un estado estacionario diferente al de la Regla de Oro tendrán incentivos para "moverse" hacia la RO.
- Hemos probado que los estados estacionarios con una tasa de ahorro “demasiado alta” son *dinámicamente ineficientes*: la economía podría permitirse un nivel de consumo permanentemente más alto.
- Por último, hemos utilizado datos de economías reales para discutir si su tasa de ahorro es adecuada en el marco de esta teoría.