

DETERMINANTES DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO: CONVERGENCIA Y DISPERSIÓN DE LA RENTA PER CÁPITA

Jesús Ruiz

Bibliografía:

Barro, R.J. Y X. Sala-i-Martín (1995), Economic Growth, ed. the MIT press, Cambridge, Massachusetts.

Easterly, W. (2001), The Elusive Quest for Growth: Economists' Adventures and Misadventures in the Tropics, ed. The MIT Press, Massachusetts.

Novalés, A. Y C. Sebastián (1999), Análisis Macroeconómico II, ed. Marcial Pons.

1. ¿Por qué es importante el crecimiento?

Entre 1870 y 1990, el PIB/cápita en EEUU aumentó en un factor superior a 8, de \$ 2.244 a \$ 18.258, ambos en dólares de 1985, lo que equivale a una *tasa media de crecimiento real anual* de 1,75%.

Si $PIB_t(\text{per cápita}) \equiv y_t = (1 + \gamma)y_{t-1}$,

donde γ es la tasa de crecimiento, entonces

$$y_t = (1 + \gamma)^t y_0 \Rightarrow \gamma = \left(\frac{y_t}{y_0} \right)^{1/t} - 1 \approx \frac{1}{t} (\ln y_t - \ln y_0)$$

o, en tiempo continuo,

$$y_t = e^{\gamma t} y_0 \Rightarrow \gamma = \frac{1}{t} (\ln y_t - \ln y_0)$$

1. ¿Por qué es importante el crecimiento?

Hay que hacer notar que pequeñas diferencias en la tasa media de crecimiento, a través de períodos largos de tiempo, producen diferencias enormes:

- si EEUU hubiese crecido en el intervalo mencionado a una tasa media anual de 0,75%, un punto inferior a la real, su PIB/cápita habría sido en 1990 de \$ 5.519, sólo 2,5 veces superior a su valor inicial, y menos de una tercera parte del que efectivamente tuvo. Tal nivel sería aproximadamente, el de México o Hungría en 1990, e inferior en 1000\$/cápita al de Portugal o Grecia.
- si hubiera crecido un punto más en media, 2,75% por año, su PIB/cápita habría sido en 1990 de \$ 60.841, 27 veces su valor inicial, y más de 3 veces superior al que realmente obtuvo. Al ritmo que, efectivamente, está mostrando, de 1,75% de crecimiento anual, alcanzará dicha renta per cápita en el año 2059.

1. ¿Por qué es importante el crecimiento?

Estas cifras hipotéticas de crecimiento real medio anual que estamos manejando no son inusuales: Así, entre 1900 y 1987, India creció a un promedio de 0,64% anual, Pakistán a un 0,88%, y Filipinas a un 0,86%. Por el contrario, Japón creció a un ritmo promedio del 2,95%, y Taiwan lo hizo a un 2,75%. La comparación de niveles de PIB/cápita a lo largo de un siglo pueden llegar a implicar factores en torno a 20: Así, el PIB/cápita en Japón en 1990 era aproximadamente 20 veces su nivel en 1890.

La comparación de niveles de PIB/cápita para diversos países en un instante de tiempo produce múltiplos aún superiores:

1. ¿Por qué es importante el crecimiento?

- Una muestra de 118 países en 1960 mostraba una media de PIB per cápita de \$ 1.470 (en dólares 1985). El nivel más alto era el de EEUU, con \$ 9.774, 39 veces superior al más bajo, el de Etiopía, con \$ 249. La desviación típica del *logaritmo* del PIB per cápita, que es una medida de dispersión porcentual, era de 0,90. Ello produce un intervalo de una desviación típica muestral que comprende los países con rentas comprendidas entre un 0,4 de la renta media, y 2,5 veces la misma, por lo que la dispersión de rentas es bastante importante.
- Una muestra de 129 países en 1990 arrojaba un PIB per cápita medio de \$ 2.737, 1,9 veces su valor medio en 1960, siendo la mayor renta la de EEUU, con \$ 18.399, 65 veces superior a la menor, la de Etiopía, que era de \$ 285. La desviación típica del logaritmo del PIB per cápita había aumentado a 1,1, lo que producía un intervalo de una desviación típica de 0,33 veces la renta media, hasta 3,0 veces la misma.
- Creciendo a partir de 1990 a una tasa media anual de 1,75%, igual a la que había experimentado EEUU entre 1960 y 1990, Etiopía tardaría 239 años en alcanzar el nivel de PIB per cápita de EEUU de 1990.

1. ¿Por qué es importante el crecimiento?

En una muestra de 114 países analizados entre 1960 y 1990, la tasa media de crecimiento real del PIB per cápita fue de 1,8% anual (similar a la de largo plazo de EEUU), con una desviación típica asimismo igual a 1,8. El rango de tasas observadas oscila desde -2,1% de Iraq, a +6,7% de Corea del Sur. Diferencias en el crecimiento medio durante 30 años tienen drásticas consecuencias: Corea del Sur multiplicó su nivel de PIB per cápita por 7,4 en dichos años, pasando de ocupar el ránking 83 entre 118 países en 1960, a ser el 35 entre 129 en 1990. Iraq redujo su PIB per cápita en un factor de 0,5, pasando de ocupar el lugar 23 entre 118 países en 1960, a estar en el 82 entre 129 en 1990.

En una muestra de 127 países en la que se recoge el producto per cápita (producto por ciudadano en activo) de cada país en 1988, los cinco países más ricos tenían un producto per cápita medio 32 veces mayor que el de los cinco países más pobres y los veinte países más ricos tenían un producto per cápita medio 23 veces mayor que el de los veinte países más pobres. En ese año el producto per cápita de Estados Unidos, el país con mayor producto per cápita, era 35 veces el producto per cápita de Níger, el país que ocupaba el último puesto en este ránking.

Véase hoja Excel: `tabla10_1.xls`

1. ¿Por qué es importante el crecimiento?

Para entender las razones por las que los países pueden diferir tan dramáticamente en su nivel de vida, hemos de comprender las razones por las que experimentan divergencias tan profundas en sus tasas de crecimiento. Si podemos identificar con claridad los factores que han determinado las diferencias en el crecimiento per cápita registrado en las últimas décadas y podemos entender las fuerzas que impulsan el desarrollo a largo plazo de las economías, podrán valorarse las distintas opciones que tienen los Gobiernos para diseñar políticas que contribuyan a mejorar el nivel de vida de sus ciudadanos.

El objetivo de los estudios sobre el crecimiento económico es el de identificar los determinantes del mismo. Existen dos maneras sobre cómo los países pobres pueden mejorar su situación: se puede redistribuir el ingreso o se puede, con el crecimiento económico, aumentar tanto el ingreso de los pobres como el de los ricos. Existen resultados que sugieren que se ha ayudado a los países pobres más con el crecimiento que con la redistribución.

1. ¿Por qué es importante el crecimiento?

Una pregunta que surge de forma natural cuando se observan los datos de renta per cápita entre países es si los países pobres tienden a acercarse a los países ricos en los niveles de vida o, por el contrario, las diferencias se amplían cada vez más. En términos de la teoría del crecimiento económico: ¿se observa convergencia entre países?

En sección cruzada, la tasa de crecimiento medio no parece variar con el nivel de renta per cápita.

Esta observación se conoce como ausencia de *σ -convergencia*: no existe una relación simple entre tasa de crecimiento y situación inicial de un país, en términos de nivel de renta per cápita.

Parece existir, sin embargo, *convergencia condicional*: si mantenemos fijos los niveles de ciertas variables (niveles iniciales de capital humano, medidas de ciertas políticas gubernamentales, propensiones a ahorrar, tasas de fertilidad), entonces se detecta tal relación, obteniéndose *tasas de convergencia* de aproximadamente un 2%, en el sentido de que serían precisos unos 35 años para que una economía eliminase la mitad de su brecha inicial respecto a su nivel de largo plazo de PIB per cápita.

1. ¿Por qué es importante el crecimiento?

Los estudios empíricos realizados, mediante análisis de regresión, sugieren que las tasas de crecimiento parecen depender:

- *positivamente* de: *a)* la cantidad inicial de capital humano, medido como el agregado de los niveles de educación y salud, *b)* el desarrollo institucional, que contribuye a estimular las iniciativas personales y empresariales, *c)* existe una correlación positiva con el ratio Inversión/PIB, aunque parece que es de realimentación; *d)* algo similar ocurre con la inversión en I+D.
- *negativamente* de: *a)* la relación Consumo público/PIB, *b)* indicadores de distorsión en mercados, *c)* inestabilidad política. Si bien es difícil evaluar con precisión el impacto de cada uno de estos efectos, es posible detectar que, conjuntamente, son claramente significativos.

1. ¿Por qué es importante el crecimiento?

Se detectan, además, con los datos de sección cruzada:

- Correlación positiva entre cada uno de los ratios Inversión/PIB y Ahorro/PIB, y el nivel de capital humano, sugiriendo que dichos ratios tienden a aumentar al desarrollarse una economía. Además, no parece que pueda suponerse que la tasa de ahorro sea constante, con independencia de los avances en la renta/cápita.
- Las tasas de fertilidad (y de crecimiento poblacional) disminuyen al aumentar el PIB per cápita, aunque puede haber un efecto positivo inicial en países de renta muy baja. El nivel de escolarización femenino está negativamente relacionado con la tasa de fertilidad, mientras que el nivel de escolarización masculino parece estar positivamente correlacionado con ella. En definitiva, no parece que la tasa de crecimiento poblacional sea constante en el tiempo.

2. Buscando determinantes del crecimiento económico. Una primera aproximación: El modelo de Solow-Swan (inversión en capital físico como determinante del crecimiento)

11

El modelo de Solow-Swan

- 1) **Tecnología**: Suponemos una tecnología de *rendimientos decrecientes en cada uno de los dos inputs*, capital físico y trabajo, aunque con *rendimientos constantes a escala en el agregado*: $Y_t = F(K_t, A_t N_t)$, con $F_K, F_N, F_{KN} > 0$, $F_{KK}, F_{NN} < 0$, y hessiano definido negativo, por lo que F es cóncava. Suponemos asimismo: $F(K, 0) = F(0, N) = 0$, es decir, que no puede producirse nada si no se utiliza cierta cantidad de ambos inputs. El progreso tecnológico, representado por A_t , es del tipo *ahorrador de trabajo* (lo que en la literatura del progreso técnico se conoce como *neutral en sentido de Harrod*), por lo que el segundo factor que aparece en la función de producción es lo que se conoce como *trabajo eficiente* o *unidades eficientes de trabajo*.

2. Buscando determinantes del crecimiento económico. Una primera aproximación: El modelo de Solow-Swan (inversión en capital físico como determinante del crecimiento)¹²

El supuesto de rendimientos constantes permite escribir: $Y_t = F(K_t, N_t) = A_t N_t F(K_t/A_t N_t, 1) = A_t N_t f(k_t)$, por lo que la función de producción puede representarse:

$$y_t = f(k_t) ,$$

donde $k_t = K_t/A_t N_t$ denota el *ratio capital/trabajo eficiente*, es decir, el stock de capital por unidad de trabajo *medido en unidades de eficiencia*; nótese que, por nuestro supuesto de pleno empleo, junto con la abstracción acerca de la estructura de edades, población y número de trabajadores son equivalentes en este modelo.

El ratio capital/trabajo determina, por tanto, el output disponible por consumidor y, por tanto, su renta, por lo que cabe esperar, que también su nivel de consumo. Así, dicho ratio se revela como la variable clave del modelo.

2. Buscando determinantes del crecimiento económico. Una primera aproximación: El modelo de Solow-Swan (inversión en capital físico como determinante del crecimiento)

13

Las productividades marginales de cada input pueden relacionarse con las derivadas de la función $f(k_t)$. En primer lugar, derivando respecto de K_t :

$$F_{K_t} = \frac{\partial Y_t}{\partial k_t} \frac{\partial k_t}{\partial K_t} = [A_t N_t f'(k_t)] \frac{1}{A_t N_t} = f'(k_t)$$

y, por otro lado, derivando respecto de N_t , se tiene:

$$F_{N_t} = A_t f(k_t) + A_t N_t f'(k_t) \left(\frac{-A_t K_t}{(A_t N_t)^2} \right) = A_t [f(k_t) - k_t f'(k_t)]$$

2. Buscando determinantes del crecimiento económico. Una primera aproximación: El modelo de Solow-Swan (inversión en capital físico como determinante del crecimiento)¹⁴

2) **Formación de capital**: Existe una tasa de depreciación física del capital productivo, que suponemos que es independiente del stock de capital instalado. Ello significa que la erosión del capital productivo a causa de la depreciación es proporcional al stock de capital. Así, se tiene:

$$\text{Inversión neta} = K_{t+1} - K_t$$

$$\text{Depreciación} = \delta K_t$$

$$\text{Inversión bruta} = K_{t+1} - K_t + \delta K_t$$

3) **Comportamiento del ahorro**: Postulamos en este modelo que cada consumidor ahorra una proporción constante de su renta: $s_t = sy_t$. Como todos ellos son idénticos, multiplicando por la población del período, se tienen los niveles agregados: $S_t = sY_t$, es decir que, en el agregado, la economía ahorra en cada instante una proporción constante de la renta.

2. Buscando determinantes del crecimiento económico. Una primera aproximación: El modelo de Solow-Swan (inversión en capital físico como determinante del crecimiento)

4) **Crecimiento poblacional**: La población, L_t , crece en el tiempo a una tasa geométrica igual a n , es decir que, a partir de una población inicial L_0 , se tiene: $L_t = L_0 (1+n)^t$, que se supone que es idéntica a la oferta de trabajo, N_t^s , y también a la demanda de trabajo, N_t^d , por el supuesto de pleno empleo, luego: $N_t = L_t$. Tenemos, por tanto:

$$N_{t+1} = (1 + n)N_t$$

5) **Progreso técnico**: El progreso técnico es exógeno y crece a una tasa constante g . Por tanto:

$$A_{t+1} = (1 + g)A_t$$

2. Buscando determinantes del crecimiento económico. Una primera aproximación: El modelo de Solow-Swan (inversión en capital físico como determinante del crecimiento)

Dinámica de la economía.

Dado que esta economía es cerrada y sin sector público, tenemos que:

$$Y_t = C_t + I_t = C_t + K_{t+1} - (1 - \delta)K_t$$

es decir,

$$K_{t+1} = F(K_t, A_t N_t) - C_t + (1 - \delta)K_t$$

Dividiendo por las unidades eficientes de trabajo :

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1}N_{t+1}} \frac{A_{t+1}N_{t+1}}{A_t N_t} = f(k_t) + (1 - \delta)k_t - c_t, \text{ es decir,}$$

$$(1 + g)(1 + n)k_{t+1} = f(k_t) + (1 - \delta)k_t - c_t \quad (1)$$

2. Buscando determinantes del crecimiento económico. Una primera aproximación: El modelo de Solow-Swan (inversión en capital físico como determinante del crecimiento)¹⁷

Teniendo en cuenta que $I_t = S_t$, entonces

$$Y_t = C_t + S_t \Rightarrow (1 - s)Y_t = C_t \Leftrightarrow (1 - s)y_t = c_t,$$

por tanto,

$$(1 - s)f(k_t) = c_t \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1):

$$(1 + g)(1 + n)k_{t+1} = sf(k_t) + (1 - \delta)k_t \quad (3)$$

La expresión (3) recoge toda la dinámica de la economía. A partir de un stock de capital inicial, podemos obtener una secuencia temporal para el stock de capital en unidades eficientes de trabajo; una vez obtenida esta secuencia temporal, obtendremos una senda para el producto y, a partir de (2), obtendremos una secuencia para el consumo (todas estas variables en unidades eficientes).

2. Buscando determinantes del crecimiento económico. Una primera aproximación: El modelo de Solow-Swan (inversión en capital físico como determinante del crecimiento)

18

Dadas las secuencias de capital, producto y consumo en unidades eficientes, podemos calcular las variables asociadas per cápita y los niveles agregados de dichas variables:

$$\tilde{k}_t = \frac{K_t}{N_t} = A_t k_t = (1+g)^t A_0 k_t$$

$$\tilde{y}_t = \frac{Y_t}{N_t} = A_t y_t = (1+g)^t A_0 f(k_t)$$

$$\tilde{c}_t = \frac{C_t}{N_t} = A_t c_t = (1+g)^t A_0 (1-s) f(k_t)$$

$$K_t = N_t A_t k_t = (1+n)^t (1+g)^t N_0 A_0 k_t$$

$$Y_t = N_t A_t y_t = (1+n)^t (1+g)^t N_0 A_0 f(k_t)$$

$$C_t = N_t A_t c_t = (1+n)^t (1+g)^t N_0 A_0 (1-s) f(k_t)$$

2. Buscando determinantes del crecimiento económico. Una primera aproximación: El modelo de Solow-Swan (inversión en capital físico como determinante del crecimiento)

Estado estacionario: es un vector de valores numéricos para las tasas de crecimiento de las variables en unidades eficientes

$$(\gamma_{k_t}, \gamma_{y_t}, \gamma_{c_t}) = (\gamma_k^*, \gamma_y^*, \gamma_c^*)$$

$$\text{donde } \gamma_{x_t} = \frac{x_{t+1} - x_t}{x_t}, \text{ para } x = k, y, c$$

tal que una vez alcanzados, se mantendrán indefinidamente.

Es fácil demostrar que las únicas tasas de crecimiento compatibles con un estado estacionario son unas tasas nulas; esto implica que, en el estado estacionario, (i) las variables en unidades eficientes no crecen, (ii) las variables per cápita crecen a la tasa exógena del progreso tecnológico y (iii) las variables en niveles crecen a la tasa de crecimiento poblacional + la tasa de crecimiento de la tecnología.

2. Buscando determinantes del crecimiento económico. Una primera aproximación: El modelo de Solow-Swan (inversión en capital físico como determinante del crecimiento)

20

De (3):

$$(1+n)(1+g)\frac{k_{t+1}}{k_t} = s\frac{f(k_t)}{k_t} + (1-\delta)$$

Bajo el estado estacionario, $\frac{k_{t+1}}{k_t}$ es constante; por

tanto:

$$\left[(1+n)(1+g)(1+\gamma_k) - (1-\delta)\right]\frac{1}{s} = \frac{f(k_t)}{k_t}$$

Nótese que el lado izquierdo de la expresión anterior es constante; por tanto, el lado derecho ha de ser constante; el lado derecho es una función del stock de capital; por tanto, el stock de capital debe ser constante. Si el stock de capital en unidades eficientes es constante, también lo serán el producto y el consumo.

2. Buscando determinantes del crecimiento económico. Una primera aproximación: El modelo de Solow-Swan (inversión en capital físico como determinante del crecimiento)²¹

Por tanto, $(\gamma_k, \gamma_y, \gamma_c) = (0, 0, 0)$,

$$(\gamma_{\tilde{k}}, \gamma_{\tilde{y}}, \gamma_{\tilde{c}}) = (g, g, g),$$

$$(\gamma_K, \gamma_Y, \gamma_C) \simeq (g + n, g + n, g + n),$$

De (3) y bajo el estado estacionario ($k_{t+1} = k_t = k^*$) se obtiene:

$$(1 + g)(1 + n)k^* = sf(k^*) + (1 - \delta)k^*, \text{ es decir,}$$

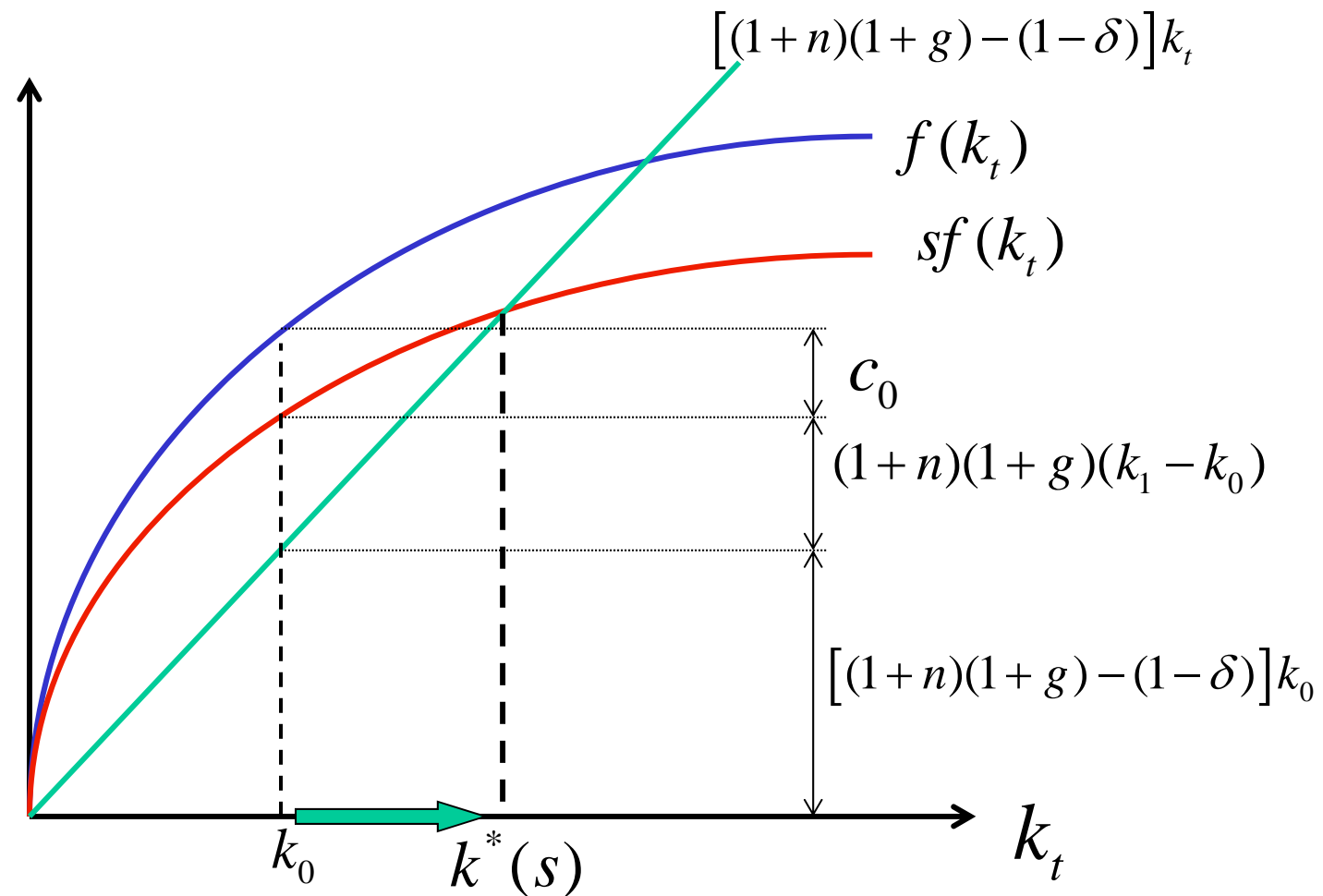
el stock de capital en unidades eficientes se obtiene de resolver la ecuación:

$$[(1 + g)(1 + n) - (1 - \delta)]k^* = sf(k^*)$$

Gráficamente:

2. Buscando determinantes del crecimiento económico. Una primera aproximación: El modelo de Solow-Swan (inversión en capital físico como determinante del crecimiento)

22



3. Convergencia en el modelo de Solow-Swan

Decimos que dos economías *convergen en términos absolutos* si, partiendo de una situación inicial diferente, la diferencia entre ambas tiende a disminuir con el paso del tiempo. Por distinta situación inicial entendemos que sus stocks de capital k_0 y k_0' sean diferentes, por lo que sus niveles iniciales de renta per cápita también serán distintos.

Consideremos dos economías que comparten los mismos valores de sus parámetros estructurales: s , δ , n , g , teniendo, por consiguiente, el mismo equilibrio a largo plazo o estado estacionario. Por tanto, los niveles de capital físico, consumo y renta compatibles con dicho estado estacionario serán asimismo iguales para ambas economías. Supongamos que una de ellas, la *pobre*, tiene un stock de capital inicial inferior al de la economía *rica*. El gráfico siguiente muestra claramente que la tasa de crecimiento de la economía pobre será superior a la de la economía rica, por lo que los stocks de capital de ambas y, con ello, sus rentas per cápita, irán haciéndose más similares con el paso del tiempo. En consecuencia, el modelo neoclásico implica la *convergencia absoluta* entre países.

3. Convergencia en el modelo de Solow-Swan

Esta conclusión sugiere que una regresión del tipo:

$$\gamma_{k_t,i} = \beta_0 + \beta_1 \ln k_{t,i} + u_{t,i}, \quad i = \text{países}, \quad t = \text{tiempo}$$

que explica la tasa de crecimiento de una economía como función de la situación por la que atraviesa en cada momento, sería una adecuada representación de las series temporales en una economía neoclásica. Para estimarla, bastaría con disponer de series temporales del stock de capital y empleo de un país.

3. Convergencia en el modelo de Solow-Swan

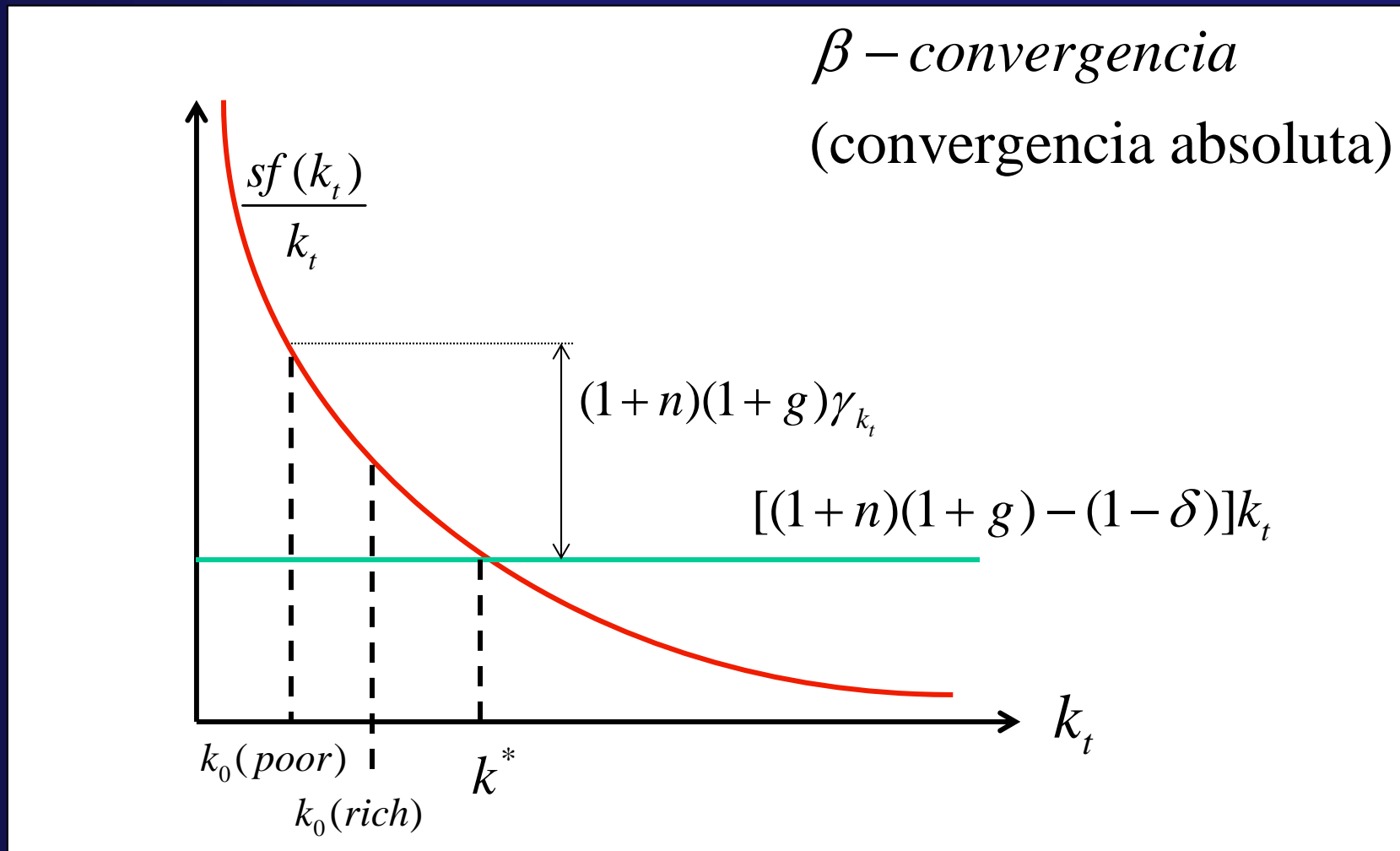
En realidad, hemos visto que el modelo neoclásico no predice que la tasa de crecimiento dependa de la situación de renta (o stock de capital) per cápita de un país, sino de su posición *relativa* a su estado estacionario. Por ello, podría ser más adecuado el modelo:

$$\gamma_{k_t,i} = \beta_0 + \beta_1 (\ln k_{t,i} - \ln k^*) + u_{t,i}, \quad i = \text{países}, \quad t = \text{tiempo}$$

en la que $\ln(k^*)$ sería una constante a sustraer de la serie temporal k_t . El nivel de estado estacionario k^* se obtendría a partir de la expresión que antes vimos para él, una vez que especificásemos una determinada tecnología. Precisamente este modelo es el que surgiría de llevar a cabo una aproximación lineal a la ecuación (3).

3. Convergencia en el modelo de Solow-Swan

Un gráfico equivalente que nos da una visión acerca de la convergencia que predice este modelo es el siguiente:

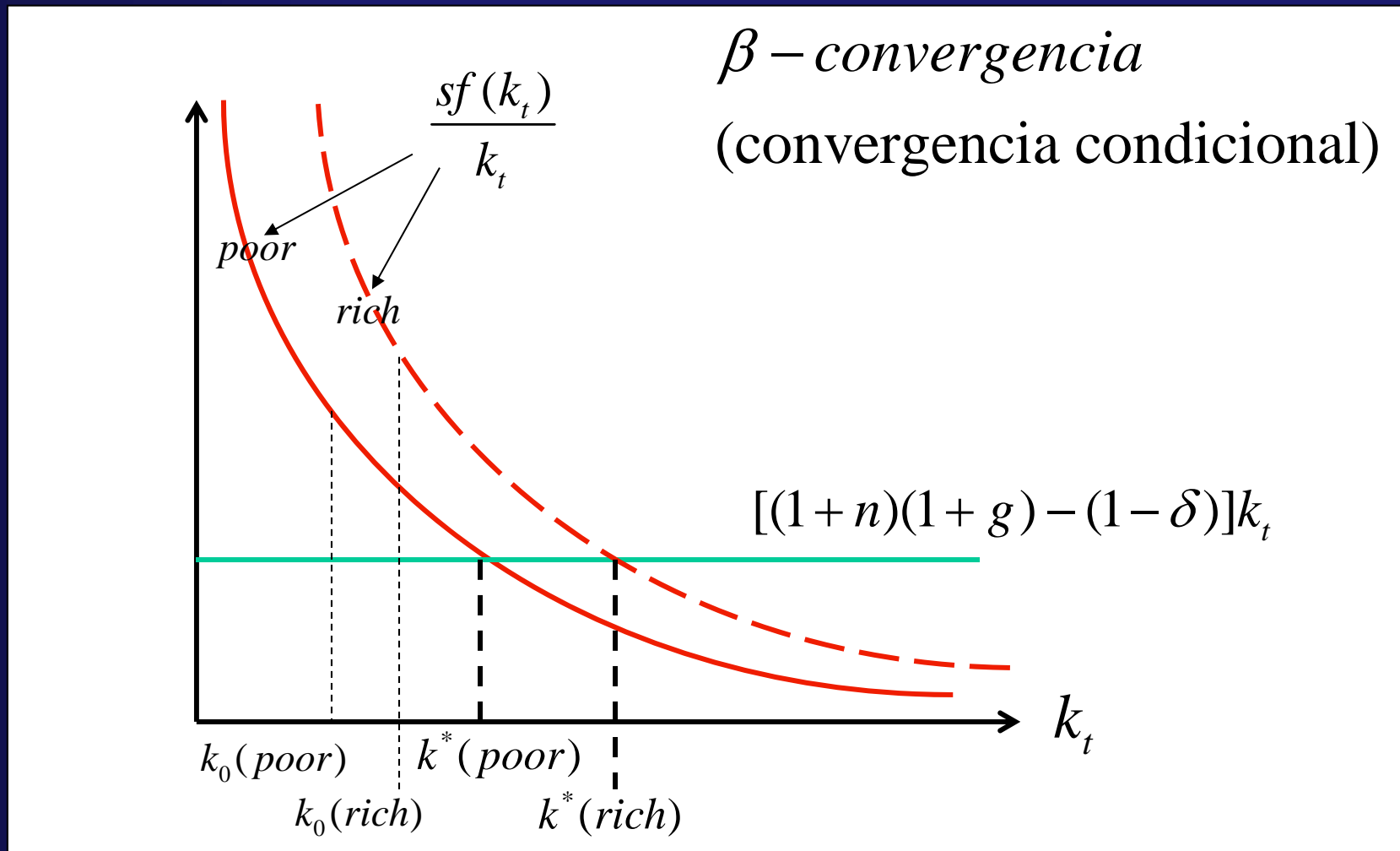


3. Convergencia en el modelo de Solow-Swan

La experiencia empírica realizada muestra que, si bien existe evidencia acerca de la convergencia en grupos de economías que son similares por razones naturales, como los estados de EEUU, los países de la OCDE, o las comunidades autónomas de un país, este tipo de convergencia absoluta no se observa. Una razón evidente puede producir este resultado negativo: imaginemos que dos economías difieren en el valor de uno de sus parámetros estructurales, por ejemplo, la tasa de ahorro s . En el gráfico siguiente denotamos como país *pobre* a aquél con menor tasa de ahorro, lo cual equivale, como sabemos, a menor stock de capital en el equilibrio a largo plazo. Como se aprecia en dicha figura, es perfectamente posible que el país rico crezca más deprisa que el país pobre, para lo cual basta con que el primero se halle *relativamente más lejos* de su estado estacionario que el país pobre.

3. Convergencia en el modelo de Solow-Swan

El modelo neoclásico **no** predice que la tasa de crecimiento dependa de la situación de renta (o de stock de capital) inicial, sino de su posición **relativa a su estado estacionario**.



3. Convergencia en el modelo de Solow-Swan

La necesidad de tener en cuenta la diferencia entre los niveles de equilibrio a largo plazo invalida el ejercicio econométrico que antes propusimos. Será preciso añadir un vector z_t de variables explicativas correspondientes a los determinantes de k^* :

$$\gamma_{k_t,i} = \beta_0 + \beta_0 \ln k_{t,i} + \phi' \ln z_{t,i} + u_{t,i}$$

En un modelo neoclásico como el que hemos analizado, z_t tendrá por componentes variables como la tasa de ahorro, el nivel educativo de la población, el gasto en educación, el gasto en infraestructuras, etc., y \mathbf{x}_t será un vector de dimensión igual a la de z_t . La evidencia empírica muestra que no hay convergencia absoluta pero sí puede haber convergencia condicional. (Véase archivo [tabla10_4.xls](#))

3. Convergencia en el modelo de Solow-Swan

Velocidad de Convergencia:

Si aproximamos linealmente la ecuación (3) obtenemos:

$$\begin{aligned}
 \tilde{k}_{t+1} &= \frac{sf'(k^*) + 1 - \delta}{(1+g)(1+n)} \tilde{k}_t \\
 &= \left\{ \left[1 - \frac{1-\delta}{(1+g)(1+n)} \right] \underbrace{\frac{k^* f'(k^*)}{f(k^*)}}_{\alpha_k} + \frac{1-\delta}{(1+g)(1+n)} \right\} \tilde{k}_t \\
 &= \left[1 - (1-\alpha_k) \left(\frac{(1+g)(1+n) - (1-\delta)}{(1+g)(1+n)} \right) \right] \tilde{k}_t
 \end{aligned}$$

donde $\tilde{k}_t = k_t - k^*$

3. Convergencia en el modelo de Solow-Swan

Velocidad de Convergencia:

Resolviendo la ecuación en diferencias anterior se tiene que:

$$k_{t+1} = k^* + \underbrace{\left[1 - (1 - \alpha_k) \left(\frac{(1 + g)(1 + n) - (1 - \delta)}{(1 + g)(1 + n)} \right) \right]^t}_{1 - \text{Velocidad de convergencia} \equiv 1 - \beta \in (0,1)} (k_0 - k^*)$$

Si $\alpha = 1/3$; $n = 1\%$; $\delta = 2.5\%$; $g = 2.5\%$, entonces, la velocidad de convergencia es 0.04, es decir, en cada instante se cubre un 4% la distancia entre el stock de capital actual y su estado estacionario.

3. Convergencia en el modelo de Solow-Swan

σ -convergencia:

De acuerdo con la β -convergencia, nosotros deberíamos tener un coeficiente positivo β , $0 < \beta < 1$, en la ecuación:

$$\ln y_{i,t} - \ln y_{i,t-1} = \alpha - \beta \ln y_{i,t-1} + u_{i,t}$$

donde el término de perturbación se supone con esperanza cero, igual varianza entre países y siendo independiente a lo largo de tiempo y entre países.

De la expresión anterior se tiene que:

$$\ln y_{i,t} = \alpha + (1 - \beta) \ln y_{i,t-1} + u_{i,t},$$

de modo que:

$$\sigma_t^2 = (1 - \beta)^2 \sigma_{t-1}^2 + \sigma_u^2. \quad (4)$$

3. Convergencia en el modelo de Solow-Swan

σ -convergencia:

La ecuación en diferencias de primer orden (4) es estable sólo si $0 < \beta < 1$. Si no hay β -convergencia no puede haber σ -convergencia. Si resolvemos esta ecuación en diferencias tenemos que:

$$\sigma_t^2 = (\sigma^2)^* + \left[\sigma_0^2 - (\sigma^2)^* \right] (1 - \beta)^{2t}$$

donde el valor de estado estacionario de la varianza de la renta es:

$$(\sigma^2)^* = \frac{\sigma_u^2}{1 - (1 - \beta)^2}$$

La senda que sigue la varianza de la renta puede ser creciente o decreciente, dependiendo de la varianza inicial. **Por tanto, la β -convergencia es una condición necesaria para que se dé la σ -convergencia, pero no suficiente.**

4. Hacia la búsqueda de los factores que determinan el crecimiento

La evidencia empírica parece rechazar las predicciones teóricas del modelo de Solow-Swan sobre convergencia y, sobre todo, los determinantes del crecimiento. La experiencia de los países más pobres ha demostrado que las ayudas a la inversión, a la educación (inversión en capital humano), estabilidad macroeconómica, etc., no garantizan un crecimiento sostenido, por lo que no son suficientes para explicar el crecimiento económico. En la búsqueda los determinantes del crecimiento los investigadores han desarrollado modelos tanto teóricos como empíricos donde dan relevancia a las siguientes variables como factores que explicarían un crecimiento sostenido, además del nivel inicial de renta del que parte cada país:

4. Hacia la búsqueda de los factores que determinan el crecimiento

- i) Inversión en capital humano
- ii) %Gasto público en educación sobre el PIB
- iii) Esperanza de vida, tasa de fertilidad y crecimiento poblacional
- iv) Ratio Inversión/PIB
- v) Prima del mercado negro sobre el tipo de cambio
- vi) Inestabilidad Política
- vii) Los términos del comercio (índice de precios de las exportaciones/índice de precios de las importaciones)
- viii) Grado de desarrollo de la democracia
- ix) Calidad de las instituciones políticas