5.2 Demanda de capital y demanda de inversión.

Demanda de capital: demanda de un *stock* de capital productivo
Demanda de inversión: demanda de un *flujo*, la cantidad en que se desea aumentar la cantidad de capital en un período determinado.
La inversión puede ser *bruta* o *neta*. La inversión bruta = inversión neta más la pérdida de capital por *depreciación*. La inversión bruta es necesariamente no negativa, mientras que la inversión neta puede ser positiva o negativa. La *depreciación* física del capital tiene su contrapartida contable en la *amortización*.

Dada una diferencia entre el capital productivo que la empresa desea y el stock de capital del que se dispone, la senda de ajuste al capital óptimo, que determina la demanda de inversión, estará determinada por factores económicos. Para obtener los determinantes de la senda óptima se introducirán en los modelos **costes de ajuste**.

5.2.a Demanda de capital óptimo

Empresa que decide sobre 2 períodos. El bien de capital y el producto final son homogéneos ⇒ tienen el mismo precio $=P_t$, t=0,1. La producción del bien en cada período es: $y_t=y(K_t, N_t)$, t=0,1. Al término del período 1, la empresa vende el capital.

La empresa maximiza el valor presente de su *cash-flow*:

$$\underset{\{N_0,N_1,K_1\}}{Max} \quad V=P_0 y(K_0,N_0)-P_0\omega_0 N_0-P_0(K_1-K_0)+\frac{P_1 y(K_1,N_1)-P_1\omega_1 N_1}{1+r}+\frac{(1-d)P_1 K_1}{1+r}$$

dado K_0 y donde ω_0, ω_1, son el salario real en t=0 y t=1, que están dados exógenamente. La empresa decide el empleo en ambos períodos, así como el stock de capital del que desea disponer en t=1.

Derivando respecto a las variables de decisión:

$$\frac{\partial V}{\partial N_0} = P_0(y_{N_0} - \omega_0) = 0$$
$$\frac{\partial V}{\partial N_1} = P_1(y_{N_1} - \omega_1) = 0$$

que son las conocidas condiciones óptimas de la demanda de empleo, y:

$$\frac{\partial V}{\partial K_1} = -P_0 + \frac{P_1 y_{K_1} + (1-d)P_1}{1+r} = 0$$

que implica:

$$y_{K_1} = \frac{1+r}{1+\pi} - 1 + d = (1+R) - 1 + d = R + d \qquad (2)$$

que es la condición óptima de la demanda del capital, en la que R+d representa el *coste de uso del capital*. Nótese que $1+\pi=P_1/P_0$, y R es el tipo de interés real. En presencia de inflación, el *coste de uso del capital* es igual a la tasa de depreciación más el tipo de interés *real*, pues éste es el coste real de financiación.

La *empresa debe acumular capital productivo hasta el punto en que su productividad marginal es igual a su coste de uso*.

5.2.b. Demanda de inversión

La condición (2) *determina el stock de capital óptimo* (en condiciones de competencia perfecta) en el período, *pero no determina la senda de inversión*.

Puede haber dos fuentes de coste de ajuste: *a*) *Costes de ajuste internos:* alteraciones que se producen en la actividad de una empresa en el momento de poner en marcha un proceso de inversión, y *b*) *Costes de ajuste externos*: si una empresa quiere realizar un determinado proceso de inversión con gran celeridad, el precio que tiene que pagar por unidad de inversión será mayor.

Supongamos que los costes de ajuste pueden representarse por una función cuadrática,

$$c(K_1 - K_0)^2$$

La maximización del valor presente de la empresa, suponiendo $P_0 = P_1 = 1$, será ahora:

$$Max \quad V = y(K_0, N_0) - \omega_0 N_0 - (K_1 - K_0) - c(K_1 - K_0)^2 + \frac{y(K_1, N_1) - \omega_1 N_1 + (1-d)K_1}{1+r}$$

la tercera condición de óptimo será:

$$\frac{\partial V}{\partial K_1} = -1 - 2c(K_1 - K_0) + \frac{y_{K_1} + (1-d)}{1+r} = 0$$

de donde se obtiene:

$$K_1 - K_0 = \frac{y_{K_1} - (r+d)}{2c(1+r)} \tag{3}$$

Por tanto, la inversión óptima, $I_0 \equiv K_1 - K_0$, que es el ritmo de ajuste al capital óptimo, vendrá dada por (3) ⇒ la inversión depende de la diferencia entre las expectativas acerca de la productividad marginal futura del capital (que en este modelo es conocida con certeza), y el coste de uso del capital ⇒ acorde con el pensamiento keynesiano.

La inversión será menor:

a) Cuanto mayor sea el tipo de interés r, pues entonces será menor el capital óptimo deseado y mayor será el coste de financiación.

b) Cuanto mayor sea el coste de ajuste, representado por c.

5.3 Demanda de inversión y *q* de Tobin

Tobin (1969) y Hayashi (1982) propusieron una regla muy sencilla acerca de cuando los empresarios estarían dispuestos a emprender proyectos de inversión. Para ello presentaron un ratio, la *q de Tobin*, que es la relación entre el valor de mercado de la empresa y el coste de reposición de su capital actual: $q \equiv S/PK_0$.

Si el mercado de capitales es perfecto, y el mercado de acciones es eficiente, el valor de mercado de una empresa, S, es igual al valor presente del flujo de dividendos esperado. De no ser así, los mantenedores de acciones venderían estas cuando las empresas valieran en el mercado menos que el valor presente de los dividendos esperados y comprarían acciones en el caso contrario. Por tanto, si $S > PK$, resultará atractivo invertir en la empresa, pues se espera que su capital produzca un flujo de beneficios cuyo valor presente es superior al coste de la inversión. Por tanto, procesos de inversión estarán asociados a situaciones en las que $q > 1$. Esta es la proposición conocida como la *q* de Tobin.

El valor de mercado de la empresa, en el caso de mercado de acciones eficiente, podría, pues, representarse por:

$$S = P\frac{y_0 - \omega_0 N_0 - dK_0}{1+r} + P\frac{y_1 - \omega_1 N_1 - dK_1}{(1+r)^2} + \ldots$$

Si la función de producción tiene rendimientos constantes a escala, entonces los ingresos se utilizan completamente para remunerar a los factores productivos, por lo que se tendrá:

$$y_0 = K_0 y_{K_0} + \omega_0 N_0 \quad \text{que implica:} \quad y_0 - \omega_0 N_0 = K_0 y_{K_0}$$
$$y_1 = K_1 y_{K_1} + \omega_1 N_1 \quad \text{que implica:} \quad y_1 - \omega_1 N_1 = K_1 y_{K_1}$$
$$y_2 = K_2 y_{K_2} + \omega_2 N_2 \quad \text{que implica:} \quad y_2 - \omega_2 N_2 = K_2 y_{K_2}$$

y así sucesivamente, luego:

$$S = P\frac{K_0 y_{K_0} - dK_0}{1+r} + P\frac{K_1 y_{K_1} - dK_1}{(1+r)^2} + \ldots$$

En ausencia de información acerca del stock de capital futuro, supongamos que la valoración que hacen los inversores de los ingresos y pagos futuros se efectúa utilizando el *stock* de capital actualmente existente como referencia, es decir, suponiendo: $K_0 = K_1 = \ldots$, con lo que tendríamos:

$$S = PK_0\left[\frac{y_{K_0} - d}{1+r} + \frac{y_{K_0} - d}{(1+r)^2} + \ldots\right]$$

con lo que:

$$\frac{S}{PK_0} = \frac{y_{K_0} - d}{r} \tag{5}$$

que expresa *la q de Tobin como cociente entre la productividad marginal del capital, neta de depreciación, y el tipo de interés de mercado*.

Según el criterio propuesto por Tobin, expuesto al comienzo de esta sección, si $q > 1$, se invertirá en la empresa. Pero, por (5), bajo los supuestos descritos, si $q > 1$, entonces: $y_K > r + d$. Es decir si $q > 1$, se da la condición de que la productividad de una unidad adicional de capital es superior a su coste, por lo que el *stock* de capital de la empresa es inferior al óptimo, y sería rentable aumentarlo. Por tanto, la intuición de Tobin acerca del uso de la ratio q como criterio de inversión es coherente con la condición de optimalidad del stock de capital que dedujimos en la Sección 5.2.

Pero, para que la q de Tobin sea capaz de explicar los procesos de inversión es necesario que el mercado de capitales sea perfecto, lo que supone, entre otras cosas, información igual para todos los agentes y ausencia de aversión al riesgo.

Más adelante veremos algunas consecuencias que la información asimétrica tiene sobre la conducta de las empresas, que pueden hacer difícil establecer una relación estable entre las señales del mercado de acciones y las decisiones de inversión de las empresas. Quizá por estas razones no se ha encontrado mucha evidencia empírica que confirme la idea de la *q* de Tobin.

5.4 El acelerador de la inversión.

En contra de lo que ocurre con la *q* de Tobin, la relación conocida como el *acelerador de la inversión* suele obtenerse en trabajos empíricos, tanto con dato macroeconómicos como con datos a nivel de empresa.

El acelerador es una expresión del tipo:

$$I_t = v_0 \Delta D_t + v_1 \Delta D_{t-1} + \dots \qquad (6)$$

donde ΔD_t es el incremento de la demanda en t, de modo que la inversión depende, no del nivel de la demanda (o la renta), sino de su *variación*. Si la demanda se *acelera*, aumentará ΔD_t y, con ella, aumentará la inversión.

Hay varias formas, no excluyentes, de racionalizar este mecanismo:

1) En (4) se ha obtenido que la inversión, I, es una *proporción* de la diferencia entre *stock* de capital óptimo y *stock* de capital existente. La extensión natural a más de 2 períodos es que I_t corresponde, con una cierta proporción, a la diferencia entre capital óptimo y capital existente en el período t, pero también a diferencias en períodos anteriores. Por simplicidad, supongamos que la inversión responde al desajuste de este período y el anterior, con coeficientes de respuesta λ_0 , λ_1. Si el stock de capital óptimo respondiese a

una relación del tipo: $K_t^* = \alpha D_t$, tendríamos un acelerador[1]. La comprobación es sencilla. Si suponemos que en el período t-2 el capital existente era el óptimo, $K_{t-2} = K_{t-2}^*$, tendremos:

$$I_t = \lambda_0(K_t^* - K_{t-1}) + \lambda_1(K_{t-1}^* - K_{t-2}^*),$$

Pero, como en t-2 el stock de capital era óptimo,

$$K_{t-1} = K_{t-2}^* + \lambda_0(K_{t-1}^* - K_{t-2}^*) \ ,$$

por lo que, recordando que $K_t^* = \alpha D_t$:

$$I_t = \alpha\lambda_0 D_t + \alpha(\lambda_1 - \lambda_0^2)D_{t-1} - \alpha(\lambda_0(1-\lambda_0) + \lambda_1)D_{t-2} \ .$$

que puede escribirse en la forma[2]:

$$I_t = v_0 \Delta D_t + v_1 \Delta D_{t-1}$$

con: $\nu_0 = \alpha\lambda_0$, $\nu_1 = \alpha(\lambda_1 + \lambda_0(1-\lambda_0))$.

2) Si hay, o puede haber, racionamiento en el mercado de bienes, tanto el capital deseado como el ritmo de ajuste dependerán de las expectativas de los empresarios sobre cómo va a variar la demanda. En la medida en que estas expectativas se basen en la variación de la demanda en el pasado reciente, aparecerá una relación del tipo del acelerador.

---

[1] Como ocurre, por ejemplo, si la función de producción es una Cobb-Douglas, $Y = K^\beta N^\alpha$, en cuyo caso: $K^* = \beta Y/(R+d)$, donde Y puede asociarse a la demanda agregada.

[2] Para ello, basta con sumar y restar del lado derecho de la expresión anterior: $\lambda_0 \alpha D_{t-1}$ y $\alpha[\lambda_1 + \lambda_0(1-\lambda_0)]D_{t2}$.