5.2 Demanda de capital y demanda de inversión.

Demanda de capital: demanda de un *stock* de capital productivo
Demanda de inversión: demanda de un *flujo*, la cantidad en que se desea aumentar la cantidad de capital en un período determinado.
La inversión puede ser *bruta* o *neta*. La inversión bruta = inversión neta más la pérdida de capital por *depreciación*. La inversión bruta es necesariamente no negativa, mientras que la inversión neta puede ser positiva o negativa. La *depreciación* física del capital tiene su contrapartida contable en la *amortización*.

Dada una diferencia entre el capital productivo que la empresa desea y el stock de capital del que se dispone, la senda de ajuste al capital óptimo, que determina la demanda de inversión, estará determinada por factores económicos. Para obtener los determinantes de la senda óptima se introducirán en los modelos **costes de ajuste**.

5.2.a Demanda de capital óptimo

Empresa que decide sobre 2 períodos. El bien de capital y el producto final son homogéneos ⇒ tienen el mismo precio $=P_t$, t=0,1. La producción del bien en cada período es: $y_t=y(K_t, N_t)$, t=0,1. Al término del período 1, la empresa vende el capital.

La empresa maximiza el valor presente de su *cash-flow*:

$$\underset{\{N_0,N_1,K_1\}}{Max} \quad V=P_0 y(K_0,N_0)-P_0\omega_0 N_0-P_0(K_1-K_0)+\frac{P_1 y(K_1,N_1)-P_1\omega_1 N_1}{1+r}+\frac{(1-d)P_1 K_1}{1+r}$$

dado K_0 y donde ω_0, ω_1, son el salario real en t=0 y t=1, que están dados exógenamente. La empresa decide el empleo en ambos períodos, así como el stock de capital del que desea disponer en t=1.

Derivando respecto a las variables de decisión:

$$\frac{\partial V}{\partial N_0} = P_0(y_{N_0} - \omega_0) = 0$$
$$\frac{\partial V}{\partial N_1} = P_1(y_{N_1} - \omega_1) = 0$$

que son las conocidas condiciones óptimas de la demanda de empleo, y:

$$\frac{\partial V}{\partial K_1} = -P_0 + \frac{P_1 y_{K_1} + (1-d)P_1}{1+r} = 0$$

que implica:

$$y_{K_1} = \frac{1+r}{1+\pi} - 1 + d = (1+R) - 1 + d = R + d \qquad (2)$$

que es la condición óptima de la demanda del capital, en la que R+d representa el *coste de uso del capital*. Nótese que 1+π=P_1/P_0, y R es el tipo de interés real. En presencia de inflación, el *coste de uso del capital* es igual a la tasa de depreciación más el tipo de interés *real*, pues éste es el coste real de financiación.

La *empresa debe acumular capital productivo hasta el punto en que su productividad marginal es igual a su coste de uso*.

5.2.b. Demanda de inversión

La condición (2) *determina el stock de capital óptimo* (en condiciones de competencia perfecta) en el período, *pero no determina la senda de inversión*.

Puede haber dos fuentes de coste de ajuste: *a*) *Costes de ajuste internos:* alteraciones que se producen en la actividad de una empresa en el momento de poner en marcha un proceso de inversión, y *b*) *Costes de ajuste externos*: si una empresa quiere realizar un determinado proceso de inversión con gran celeridad, el precio que tiene que pagar por unidad de inversión será mayor.

Supongamos que los costes de ajuste pueden representarse por una función cuadrática,

$$c(K_1 - K_0)^2$$

La maximización del valor presente de la empresa, suponiendo P_0=P_1=1, será ahora:

$$Max \quad V = y(K_0,N_0) - \omega_0 N_0 - (K_1 - K_0) - c(K_1 - K_0)^2 + \frac{y(K_1,N_1) - \omega_1 N_1 + (1-d)K_1}{1+r}$$

la tercera condición de óptimo será:

$$\frac{\partial V}{\partial K_1} = -1 - 2c(K_1 - K_0) + \frac{y_{K_1} + (1-d)}{1+r} = 0$$

de donde se obtiene:

$$K_1 - K_0 = \frac{y_{K_1} - (r + d)}{2c(1 + r)} \tag{3}$$

Por tanto, la inversión óptima, $I_0 \equiv K_1 - K_0$, que es el ritmo de ajuste al capital óptimo, vendrá dada por (3) ⇒ la inversión depende de la diferencia entre las expectativas acerca de la productividad marginal futura del capital (que en este modelo es conocida con certeza), y el coste de uso del capital ⇒ acorde con el pensamiento keynesiano.

La inversión será menor:

a) Cuanto mayor sea el tipo de interés r, pues entonces será menor el capital óptimo deseado y mayor será el coste de financiación.

b) Cuanto mayor sea el coste de ajuste, representado por c.

5.3 Demanda de inversión y *q* de Tobin

Tobin (1969) y Hayashi (1982) propusieron una regla muy sencilla acerca de cuando los empresarios estarían dispuestos a emprender proyectos de inversión. Para ello presentaron un ratio, la *q de Tobin*, que es la relación entre el valor de mercado de la empresa y el coste de reposición de su capital actual: $q \equiv S/PK_0$.

Si el mercado de capitales es perfecto, y el mercado de acciones es eficiente, el valor de mercado de una empresa, S, es igual al valor presente del flujo de dividendos esperado. De no ser así, los mantenedores de acciones venderían estas cuando las empresas valieran en el mercado menos que el valor presente de los dividendos esperados y comprarían acciones en el caso contrario. Por tanto, si $S > PK$, resultará atractivo invertir en la empresa, pues se espera que su capital produzca un flujo de beneficios cuyo valor presente es superior al coste de la inversión. Por tanto, procesos de inversión estarán asociados a situaciones en las que $q > 1$. Esta es la proposición conocida como la *q* de Tobin.

El valor de mercado de la empresa, en el caso de mercado de acciones eficiente, podría, pues, representarse por:

$$S = P\frac{y_0 - \omega_0 N_0 - dK_0}{1 + r} + P\frac{y_1 - \omega_1 N_1 - dK_1}{(1 + r)^2} + \ldots$$

Si la función de producción tiene rendimientos constantes a escala, entonces los ingresos se utilizan completamente para remunerar a los factores productivos, por lo que se tendrá:

$$y_0 = K_0 y_{K_0} + \omega_0 N_0 \qquad \text{que implica:} \qquad y_0 - \omega_0 N_0 = K_0 y_{K_0}$$

$$y_1 = K_1 y_{K_1} + \omega_1 N_1 \qquad \text{que implica:} \qquad y_1 - \omega_1 N_1 = K_1 y_{K_1}$$

$$y_2 = K_2 y_{K_2} + \omega_2 N_2 \qquad \text{que implica:} \qquad y_2 - \omega_2 N_2 = K_2 y_{K_2}$$

y así sucesivamente, luego:

$$S = P\frac{K_0 y_{K_0} - dK_0}{1+r} + P\frac{K_1 y_{K_1} - dK_1}{(1+r)^2} + \dots$$

En ausencia de información acerca del stock de capital futuro, supongamos que la valoración que hacen los inversores de los ingresos y pagos futuros se efectúa utilizando el *stock* de capital actualmente existente como referencia, es decir, suponiendo: $K_0 = K_1 = \dots$, con lo que tendríamos:

$$S = PK_0\left[\frac{y_{K_0} - d}{1+r} + \frac{y_{K_0} - d}{(1+r)^2} + \dots\right]$$

con lo que:

$$\frac{S}{PK_0} = \frac{y_{K_0} - d}{r} \qquad (5)$$

que expresa *la q de Tobin como cociente entre la productividad marginal del capital, neta de depreciación, y el tipo de interés de mercado*.

Según el criterio propuesto por Tobin, expuesto al comienzo de esta sección, si $q > 1$, se invertirá en la empresa. Pero, por (5), bajo los supuestos descritos, si $q > 1$, entonces: $y_K > r + d$. Es decir si $q > 1$, se da la condición de que la productividad de una unidad adicional de capital es superior a su coste, por lo que el *stock* de capital de la empresa es inferior al óptimo, y sería rentable aumentarlo. Por tanto, la intuición de Tobin acerca del uso de la ratio q como criterio de inversión es coherente con la condición de optimalidad del stock de capital que dedujimos en la Sección 5.2.

Pero, para que la q de Tobin sea capaz de explicar los procesos de inversión es necesario que el mercado de capitales sea perfecto, lo que supone, entre otras cosas, información igual para todos los agentes y ausencia de aversión al riesgo.

Más adelante veremos algunas consecuencias que la información asimétrica tiene sobre la conducta de las empresas, que pueden hacer difícil establecer una relación estable entre las señales del mercado de acciones y las decisiones de inversión de las empresas. Quizá por estas razones no se ha encontrado mucha evidencia empírica que confirme la idea de la q de Tobin.

5.4 El acelerador de la inversión.

En contra de lo que ocurre con la q de Tobin, la relación conocida como el *acelerador de la inversión* suele obtenerse en trabajos empíricos, tanto con dato macroeconómicos como con datos a nivel de empresa.

El acelerador es una expresión del tipo:

$$I_t = v_0 \Delta D_t + v_1 \Delta D_{t-1} + \dots \tag{6}$$

donde ΔD_t es el incremento de la demanda en t, de modo que la inversión depende, no del nivel de la demanda (o la renta), sino de su *variación*. Si la demanda se *acelera*, aumentará ΔD_t y, con ella, aumentará la inversión.

Hay varias formas, no excluyentes, de racionalizar este mecanismo:

1) En (4) se ha obtenido que la inversión, I, es una *proporción* de la diferencia entre *stock* de capital óptimo y *stock* de capital existente. La extensión natural a más de 2 períodos es que I_t corresponde, con una cierta proporción, a la diferencia entre capital óptimo y capital existente en el período t, pero también a diferencias en períodos anteriores. Por simplicidad, supongamos que la inversión responde al desajuste de este período y el anterior, con coeficientes de respuesta λ_0 , λ_1. Si el stock de capital óptimo respondiese a

una relación del tipo: $K_t^* = \alpha D_t$, tendríamos un acelerador[1]. La comprobación es sencilla. Si suponemos que en el período t-2 el capital existente era el óptimo, $K_{t-2} = K_{t-2}^*$, tendremos:

$$I_t = \lambda_0(K_t^* - K_{t-1}) + \lambda_1(K_{t-1}^* - K_{t-2}^*),$$

Pero, como en t-2 el stock de capital era óptimo,

$$K_{t-1} = K_{t-2}^* + \lambda_0(K_{t-1}^* - K_{t-2}^*) \quad ,$$

por lo que, recordando que $K_t^* = \alpha D_t$:

$$I_t = \alpha\lambda_0 D_t + \alpha(\lambda_1 - \lambda_0^2)D_{t-1} - \alpha(\lambda_0(1-\lambda_0) + \lambda_1)D_{t-2} \ .$$

que puede escribirse en la forma[2]:

$$I_t = v_0 \Delta D_t + v_1 \Delta D_{t-1}$$

con: $\quad \nu_0 = \alpha\lambda_0 \ , \ \nu_1 = \alpha(\lambda_1 + \lambda_0(1-\lambda_0)) \ .$

2) Si hay, o puede haber, racionamiento en el mercado de bienes, tanto el capital deseado como el ritmo de ajuste dependerán de las expectativas de los empresarios sobre cómo va a variar la demanda. En la medida en que estas expectativas se basen en la variación de la demanda en el pasado reciente, aparecerá una relación del tipo del acelerador.

---

[1] Como ocurre, por ejemplo, si la función de producción es una Cobb-Douglas, $Y = K^\beta N^\alpha$, en cuyo caso: $K^* = \beta Y/(R+d)$, donde Y puede asociarse a la demanda agregada.

[2] Para ello, basta con sumar y restar del lado derecho de la expresión anterior: $\lambda_0 \alpha D_{t-1}$ y $\alpha[\lambda_1 + \lambda_0(1-\lambda_0)]D_{t2}$.

5.6 Decisiones de la empresa en un contexto de incertidumbre con información asimétrica en el mercado de capitales.

DOS elementos nuevos en el análisis del comportamiento de la empresa: 1) en presencia de incertidumbre acerca de los resultados futuros de la empresa, sus gestores pueden tener aversión al riesgo, 2) los mercados de capitales imperfectos, debido a problemas de información asimétrica entre oferentes y demandantes.

Consideremos una empresa que sólo utiliza el factor trabajo. **Al comienzo del período**, la empresa tiene que plantearse la financiación del coste de los factores que va a utilizar en la producción de un bien que venderá al final del período, a un precio que no conoce con certeza. **Al final del período**, la empresa devuelve el crédito que haya pedido para financiar su circulante.

Si no hubiera racionamiento en los mercados de capitales, la empresa dispondría como recursos financieros: *a*) *de su capital inicial*, o de su valor líquido, más *b*) la posibilidad de *apelar al mercado de acciones*, más *c*) la posibilidad de *endeudarse* en el mercado de créditos.

En el *mercado de acciones* la información asimétrica será la causante de un *efecto dilución* cada vez que se anuncia una apelación al mercado, pues envía una señal negativa a accionistas e inversores, que desconocen si el nuevo esfuerzo financiero va a generar el mismo rendimiento (el mismo beneficio por acción) que el existente anteriormente.

Caso 1: *Neutralidad frente al riesgo y ausencia de racionamiento de créditos*:

Se supone que la producción no es instantánea ⇒ la empresa tendrá que adelantar el coste laboral (su capital circulante). Suponemos que la empresa no está racionada por la demanda en el mercado de bienes, y tiene ciertas expectativas sobre el precio p al que podrá vender su producto. Alternativamente, podríamos suponer incertidumbre sobre las ventas.

Suponemos costes de ajuste del empleo nulos, y la producción:

$$y = y(N, \bar{K}) \tag{17}$$

con los supuestos habituales. El stock de capital inicial $\bar{K}$ está dado.

La empresa tiene que financiar su capital circulante, wN, y lo hace endeudándose al tipo de interés de mercado. El endeudamiento, B, al principio del período será,

$$B = wN - A_0 \tag{18}$$

donde A_0 representa el valor patrimonial líquido inicial de la empresa.

Accionistas neutrales al riesgo ⇒ maximizan el valor esperado de la empresa al final del período de actividad,

$$A_1 = py - (1+r)(wN - A_0)$$

que será una variable aleatoria, al serlo p. Suponemos que p puede tomar dos valores, *alto*, p_a, y *bajo*, p_b, con probabilidades α y 1-α:

$$\underset{\{N\}}{\text{Max}} \quad E(A_1) = \left(\alpha p_a + (1-\alpha)p_b\right)y - (1+r)\left(wN - A_0\right)$$

que tiene como condición de optimalidad asociada:

$$\left[\alpha p_a + (1-\alpha) p_b\right] \frac{\partial y}{\partial N} = (1+r) w$$

es decir: $$E[p] y_{N_0} = (1+r) w_0 \qquad (19)$$

que es una función de demanda de empleo similar a la habitual, aunque con dos modificaciones: a) valor esperado de los precios, b) incluye el tipo de interés, debido a la necesidad de financiar el circulante ⇒ *el empleo disminuya respecto al caso en que la empresa no tuviese necesidad de financiar sus costes laborales*.

Caso 2: *Neutralidad frente al riesgo, racionamiento de crédito*: cota máxima B^* al endeudamiento en que puede incurrir la empresa: $B<B^*$ ⇒

$$\underset{N}{Max} \quad E[A_1]$$

$$sujeto \ a: \quad wN - A_0 \leq B^*$$

dados w y B^*. Las condiciones de máximo son:

$$E(p) y_N - (1+r) w - \lambda w = 0$$

$$\lambda (B^* - wN + A_0) = 0$$

donde $\lambda \geq 0$ es el multiplicador de Kuhn-Tucker. Si la restricción de créditos no es efectiva, $\lambda=0$ ⇒ condición de óptimo (19). Si la restricción de créditos es efectiva, el empleo: $N = \dfrac{A_0 + B^*}{w}$ determinado exógenamente, por el endeudamiento disponible ⇒si hay racionamiento efectivo, la capacidad de autofinanciación de la empresa afecta al empleo (ver Figuras 5.4 y 5.5) ⇒ una relajación del crédito, que permitiese a la empresa aumentar su endeudamiento, aumentaría el empleo.

Caso 3: *Aversión al riesgo, ausencia de racionamiento*:

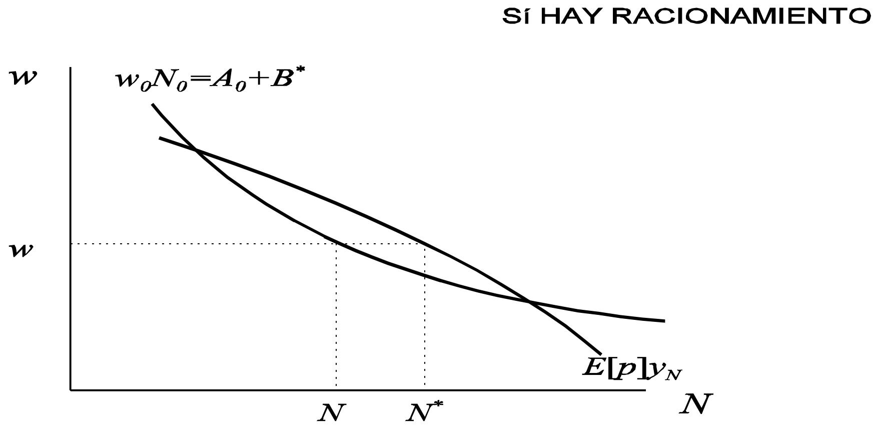

Figura 5.5

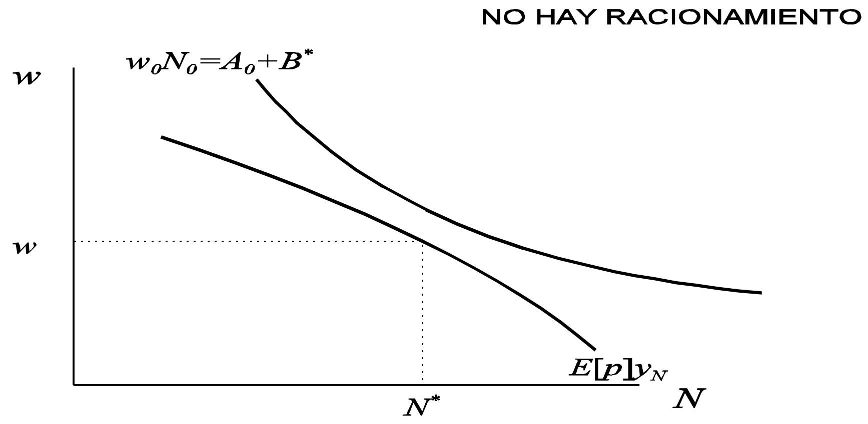

Figura 5.4

Los directivos de la empresa maximizan el valor esperado de su función de utilidad del beneficio, que será cóncava:

$$Max \quad E[V(A_1)] \tag{20}$$

donde V''<0, es decir:

$$\underset{\{N\}}{\text{Max}} \;\; \alpha V_a + (1-\alpha) V_b = \alpha V[p_a y - (1+r)(wN - A_0)] + (1-\alpha) V[p_b y - (1+r)(wN - A_0)]$$

nuevamente con el empleo como única variable de decisión:

$$\alpha \frac{\partial V}{\partial A_1}|_a \left(p_a \frac{\partial y}{\partial N} - (1+r)w \right) + (1-\alpha) \frac{\partial V}{\partial A_1}|_b \left(p_b \frac{\partial y}{\partial N} - (1+r)w \right) = 0$$

es decir:

$$\left(\alpha \frac{\partial V}{\partial A_1}|_a p_a + (1-\alpha) \frac{\partial V}{\partial A_1}|_b p_b \right) \frac{\partial y}{\partial N} = (1+r)w \left(\alpha \frac{\partial V}{\partial A_1}|_a + (1-\alpha) \frac{\partial V}{\partial A_1}|_b \right)$$

o, lo que es lo mismo:

$$E\left(\frac{\partial V}{\partial A_1} p \right) \frac{\partial y}{\partial N} = (1+r) w E\left(\frac{\partial V}{\partial A_1} \right) \tag{21}$$

Teniendo en cuenta que:

$$E\left(\frac{\partial V}{\partial A_1} p \right) = E\left(\frac{\partial V}{\partial A_1} \right) E(p) + \text{Cov}\left(\frac{\partial V}{\partial A_1}, p \right)$$

normalizando unidades, de forma que $E(V')$=1, y denotando $E(p) = \mu_p$, tenemos:

$$y_N \left[\mu_p + \text{Cov}(V', p) \right] = w(1+r) \tag{22}$$

Como V se caracteriza por aversión al riesgo, $Cov\ (V',p)$<0. Ello se debe a que, por la concavidad de *V*, *V'* es decreciente con el valor de la empresa ⇒ cuando el precio es alto, el valor de la empresa también es alto y ⇒ *V'* es bajo.

Comparando (22) con (19), puede apreciarse que, *en presencia de incertidumbre, la demanda de empleo será menor cuando hay aversión al riesgo que cuando el empresario es neutral frente al riesgo*, y será tanto menor cuanto mayor sea, en valor absoluto, la *Cov* (V',p).

Una mayor capacidad de autofinanciación de la empresa, es decir, un mayor A_0, *afectará positivamente al nivel de producción y de empleo*.

Por tanto, la demanda de empleo de la empresa racionada en el mercado de acciones, pero no racionada en el mercado de créditos, con aversión al riesgo del empresario, viene representada por:

$$N^d = N(\omega, a_0, r, \sigma_p) \qquad N_1<0 \ , \ N_2>0 \ , \ N_3<0 \ , \ N_4<0 \tag{23}$$

donde ω será el salario real, es decir, el cociente $\omega = w/\mu_p$ y $a_0 = A_0/\mu_p$.

Luego *a*) la capacidad de autofinanciación, además de *b*) la percepción de la incertidumbre, afecta a la demanda de empleo (ver Figura 5.6).

Dado que la capacidad de autofinanciación tiene un carácter eminentemente pro-cíclico y parece razonable que la incertidumbre de los empresarios sobre sus ingresos futuros es anti-cíclica ⇒ la demanda de empleo y, con ella, la oferta de bienes y servicios de las empresas, se desplazará hacia la derecha en las fases de recuperación y auge, y se desplazará hacia la izquierda en las fases de recesión ⇒ la demanda de empleo experimente fuertes oscilaciones en los ciclos, incluso cuando el salario real permanece relativamente constante.

Caso 4: *Aversión al riesgo de los accionistas, racionamiento en el mercado de crédito*: Nuevamente, $B<B^*$. Podemos reflejar esta restricción sobre los valores de N, introduciendo B^* en la función (23), obteniendo:

$$N^d = N(\omega, a_0, \sigma_p, r, B^*) \qquad N_1<0 \ , \ N_2>0 \ , \ N_3<0 \ , \ N_4<0 \ , \ N_5>0 \tag{24}$$

Un análisis de las causas del racionamiento del crédito nos permitiría determinar los factores que afectan a B^*, algunos de los cuales reflejan condiciones de las propias empresas prestatarias. Pero esto supone formular un modelo de comportamiento de los prestamistas (los bancos), tarea que no corresponde aquí.

SIN RACIONAMIENTO

CON RACIONAMIENTO

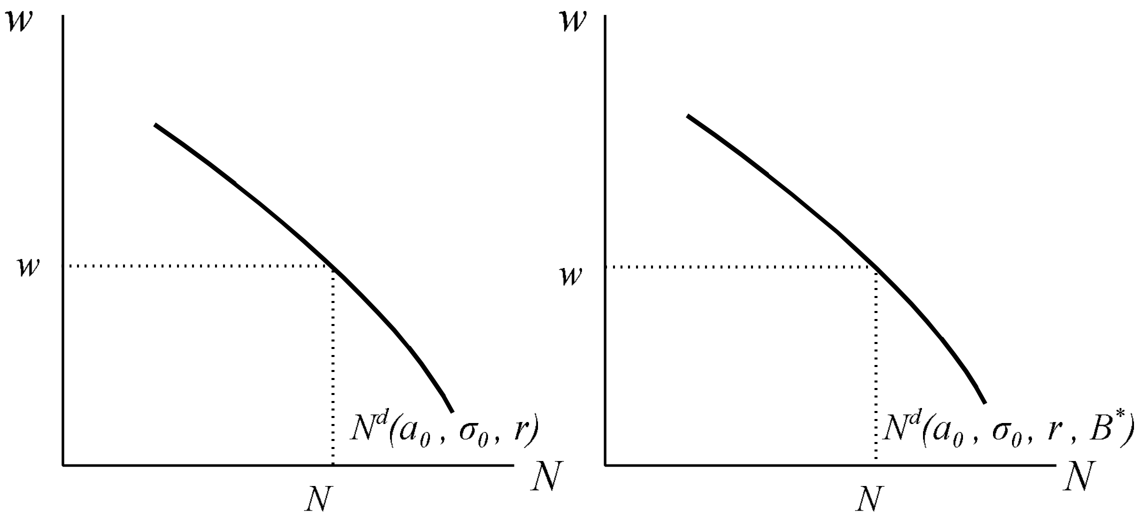

Figura 5.6

Mecanismo:

El mercado de créditos es un mercado con información asimétrica: los prestamistas tienen relativamente poca información sobre los prestatarios, lo que les hace que sea casi imposible distinguir entre ellos. No son capaces de reflejar, mediante tipos de interés diferentes, las distintas probabilidades de suspensión de pagos que tienen los prestatarios. Para ello deberían disponer de la misma información que la que tienen los directivos de cada empresa.

En un mercado de este tipo con información asimétrica, se presentan situaciones de selección adversa, y los prestamistas son conscientes de ello: a) una elevación de los tipos de interés empeora la calidad del riesgo de los prestatarios potenciales, por lo que el riesgo aumenta monótonamente con los tipos de interés, b) la rentabilidad esperada, por su parte, aumenta menos que proporcionalmente, debido a que el aumento del riesgo de impago compensa parcialmente la elevación del tipo de interés contractual, c) la varianza de la rentabilidad de los créditos, el riesgo, crece monótonamente con el tipo de interés fijado, debido al empeoramiento de la calidad del riesgo como consecuencia de la selección adversa.

Todo ello lleva a los bancos a mantener relativamente rígido el tipo de interés que cargan a los créditos y fijar simultáneamente este tipo y la oferta de créditos, en función: **1)** del volumen de su pasivo, **2)** de su percepción del riesgo global de los prestatarios, **3)** de la rentabilidad de los activos alternativos a los créditos y **4)** de su grado de aversión al riesgo.

El hecho de que los bancos fijen simultáneamente el tipo de créditos y la cantidad ofrecida de los mismos, implica que pueden presentarse fácilmente situaciones de racionamiento de créditos, en la medida en que al tipo de interés determinado por los bancos, la demanda de crédito de las empresas puede ser mayor que la oferta que fijan los propios bancos.

En resumen, la consecuencia más importante del análisis de los distintos casos que acabamos de presentar es que la curva de demanda de empleo (y la curva de oferta de los productos) puede sufrir desplazamientos como consecuencia de: **1)** cambios en la percepción de incertidumbre por parte de los agentes (cambios en σ_p) y **2)** cambios en la condiciones financieras internas de las empresas (ver Figura 5.6). Si las empresas están racionadas en el mercado de créditos, también **3)** cambios en el grado de racionamiento de las empresas producirá desplazamientos en las citadas curvas. Esto tiene varias implicaciones macroeconómicas relevantes:

a) Un *shock* positivo que mejore la generación de recursos por parte de las empresas conducirá a un aumento de la producción y del empleo (y de la inversión), lo que, de nuevo, podría mejorar la situación financiera interna de las empresas y volver a tener un impacto positivo sobre la disposición de las empresas a aumentar su producción y su inversión.

b) La política monetaria opera, además de a través de los tipos de interés, a través de la oferta de créditos, siendo más potente cuando agrava o alivia situaciones de racionamiento de créditos. Ello supone que la política monetaria será más potente cuando opere restrictivamente en un contexto de demanda expansiva (de productos y de créditos), que cuando opere expansivamente en un contexto de demanda deprimida, porque en el primer caso puede generar restricciones de crédito.

APÉNDICE 5.2. DECISIONES DE LA EMPRESA CON AVERSIÓN AL RIESGO, SOMETIDA A IMPERFECCIONES EN EL MERCADO DE CAPITALES

Analicemos de nuevo el caso 3 de la sección 5.6, pero suponiendo una forma concreta de la función de utilidad del beneficio de los empresarios con aversión al riesgo:

$$V(A_1) = \frac{A_1^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}, \qquad \gamma > 0$$

que es cóncava y con derivadas:

$$V' = A_1^{-\gamma} > 0, \qquad V'' = -\gamma A_1^{-\gamma-1} < 0$$

Esta función presenta aversión absoluta al riesgo decreciente, pues:

$$-\frac{V''}{V'} = \frac{\gamma}{A_1}$$

que es, efectivamente, decreciente en A_1.

Con esta función, la covarianza que aparece en la condición [22] del texto, toma la forma:

$$Cov(V', p) = Cov\left(\frac{1}{[py-(1+r)(wN-A_0)]^{\gamma}}, p\right)$$

Pero, obsérvese que V' es de la forma:

$$f(p) = \frac{1}{(ap-b)^{\gamma}}, \quad \text{donde} \quad a = y, \quad b = (1+r)(wN-A_0)$$

y su aproximación lineal por desarrollo de Taylor alrededor del precio esperado μ_p, teniendo en cuenta que:

$$f'(p) = -\frac{\gamma a}{(ap-b)^{\gamma+1}}$$

es:

$$f(p) \simeq \frac{1}{(a\mu_p - b)^{\gamma}} - \frac{\gamma a}{(a\mu_p - b)^{\gamma+1}}(p-\mu_p)$$

Por tanto:

$$Cov(V', p) \simeq Cov\left[\frac{1}{(a\mu_p - b)^{\gamma}}, p\right] - Cov\left[\frac{\gamma a}{(a\mu_p - b)^{\gamma+1}}(p-\mu_p), p\right] = 0 - \frac{\gamma a}{(a\mu_p - b)^{\gamma+1}}\sigma_p^2$$

que se convierte, finalmente, en:

$$Cov(V', p) = -\frac{\gamma y}{[\mu_p y - (1+r)(wN - A_0)]^{\gamma+1}}\sigma_p^2$$

Luego:

a) se confirma que $Cov\,(V', p) < 0$

b) el valor absoluto de la covarianza aumenta con σ_p^2, con el salario w, con el tipo de interés r, y con el grado de aversión al riesgo, γ, todo lo cual hace disminuir el empleo,

c) el valor absoluto de la covarianza decrece al aumentar A_0 o los factores que permiten aumentar y, lo que hace aumentar el empleo, resultados que adelantábamos al discutir el caso 3 de la sección 5.6.

Extendemos ahora el análisis, considerando una empresa que utiliza capital, junto al trabajo, que sólo puede ser alterado mediante un proceso de inversión que toma tiempo (un período). La empresa decide en un horizonte de dos períodos.

Suponemos asimismo que el mercado de bienes tiene precios flexibles, por lo que la empresa no está racionada por la demanda en ese mercado. La empresa tendrá ciertas expectativas sobre los precios de sus productos en los períodos 1 y 2, que representamos por las variables aleatorias p_0 y p_1. Como mencionamos en el modelo de la sección 5.5, podríamos suponer, alternativamente, que la incertidumbre se refiere a los ingresos totales, debido a que la empresa no tenga la certeza de conseguir colocar todo el producto que deseé a los precios de mercado.

Suponemos que en el primer período las decisiones de producción se limitan a elegir la relación óptima trabajo/producto, pues el capital sólo puede ser alterado mediante la inversión. En el segundo período, en cambio, la intensidad de ambos factores será decidida por el modelo, y con ello el nivel de inversión en el período 1. Suponemos que la empresa puede variar, sin costes de ajuste, el nivel de empleo.

Por tanto, los niveles de producción están determinados por:

$$y_0 = \phi^0(K_0, N_0), \text{ donde } K_0 \text{ está dado,}$$

$$y_1 = \phi^1(K_0 + I_0, N_1),$$

donde N_0 y N_1 son, respectivamente, el empleo al principio del período 1 y al principio del período 2; I_0 es la inversión en el primer período, que se utilizará como medio de producción durante el segundo período y, finalmente, y_0 e y_1 son el producto en cada uno de los períodos.

Se realizan los supuestos neoclásicos sobre las funciones de producción: ϕ^0 y ϕ^1 son crecientes y cóncavas. Se supone, sin embargo, que la producción no es instantánea, por lo que la empresa tendrá que adelantar el coste laboral (su capital circulante). Así, la empresa tendrá que financiar, en el primer período, el capital circulante y el coste de la inversión que realiza en ese período. Suponemos que la empresa no emite nuevas acciones para esas necesidades de financiación, pero, por el momento, suponemos que puede endeudarse al tipo de interés de mercado. El endeudamiento, B_0, al principio del primer período será,

$$B_0 = w_0 N_0 + q_0 I_0 - A_0, \qquad [5.A2.1]$$

donde w_0 es el salario en el primer período, y q_0 es el precio de los bienes de capital. A_0 representa el valor patrimonial líquido de la empresa al comienzo del período 1.

La necesidad de endeudamiento durante el segundo período será igual a:

$$B_1 = w_1 N_1 - p_0 y_0 + B_0(1+r), \qquad [5.A2.2]$$

De nuevo, si la empresa pudiera emitir acciones, podría no tener que endeudarse, o hacerlo en una medida menor que la implícita en [5.A2.1] y [5.A2.2]. Suponemos que al final del segundo período la empresa tiene que cancelar su deuda.

Suponemos que los directivos de la empresa tienen aversión al riesgo, y que maximizan la utilidad esperada del valor de la empresa al final del segundo período,

$$A_2 = p_1 y_1 - (1+r)\left[w_1 N_1 - p_0 y_0 + (1+r)(w_0 N_0 + q_0 I_0 - A_0)\right] \qquad [5.A2.3]$$

que será una variable aleatoria, al serlo los precios p_0, p_1.

Luego, formalmente, el problema de decisión de la empresa es:

$$\underset{\{N_0, I_0, N_1\}}{Max} E\left[V(A_2)\right]$$

donde V, la utilidad del resultado de la empresa para el accionista, es cóncava.

Derivando [5.A2.3] respecto a N_0, I_0 y N_1, las condiciones de primer orden son:

$$E\left[V'(1+r)\phi_N^0 p_0\right] = (1+r)^2 w_0 E(V') \qquad [5.A2.4]$$

$$E\left[V'\left[p_1\phi_K^1 - (1+r)^2 q_0\right]\right] = 0 \qquad [5.A2.5]$$

$$E\left[V'\left(p_1\phi_N^1\right)\right] = (1+r)w_1 \qquad [5.A2.6]$$

que, teniendo en cuenta que:

$$E(V'\,x) = E(V')E(x) + Cov(V', x), \quad \text{para } x = p_0, p_1,$$

normalizando, de forma que $E(V') = 1$, y llamando $E(p) = \mu_p$, conduce a:

$$\phi_N^0\left[\mu_{p_0} + Cov(V', p_0)\right] = w_0(1+r) \qquad [5.A2.7]$$

$$\phi_K^1\left[\mu_{p_1} + Cov(V', p_1)\right] = (1+r)^2 q_0 \qquad [5.A2.8]$$

$$\phi_N^1\left[\mu_{p_1} + Cov(V', p_1)\right] = (1+r)w_1 \qquad [5.A2.9]$$

Las condiciones de segundo orden están garantizadas por los supuestos sobre las funciones de producción y sobre la función de utilidad. De nuevo, como V es cóncava, se tiene $Cov(V',x) < 0$, para $x = p_0, p_1$. Luego la demanda de empleo y la inversión serán menores cuanto mayores sean, en valor absoluto, las $Cov\ (V', x)$. Si V se caracteriza, además, por aversión absoluta al riesgo decreciente, el valor absoluto de la covarianza, y con él la demanda de empleo y la demanda de inversión, disminuirán con un aumento en la incertidumbre sobre los precios esperados, y con una disminución de la capacidad de autofinanciación [28].

Por tanto, las decisiones de la empresa racionada en el mercado de acciones, pero no racionada en el mercado de créditos, en el primer período vienen representadas por las siguientes funciones:

$$N_0^d = N(\omega_0, a_0, r, \sigma_p), \qquad N_1 < 0, N_2 > 0, N_3 < 0, N_4 < 0 \qquad [5.A2.10]$$

$$I_0^d = I(\omega_0, a_0, r, \sigma_p), \qquad I_1 < 0, I_2 > 0, I_3 < 0, I_4 < 0 \qquad [5.A2.11]$$

[28] La demostración de estos resultados suponiendo que

$$V(A_2) = \frac{A_2^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}$$

es similar a la que acabamos de realizar para el modelo más sencillo, y se encuentra desarrollada en el capítulo 2 de Sebastián (1997).

donde $\omega = w/\mu_p$ será el salario real y $a_0 = A_0/\mu_p$.

Igualmente podría derivarse la función de oferta y_0:

$$y_0 = F(\omega_0, a_0, r, \sigma_p, K_0), \qquad F_1 < 0,\ F_2 > 0,\ F_3 < 0,\ F_4 < 0,\ F_5 > 0 \qquad [5.A2.12]$$

Supongamos ahora que la empresa está racionada en el mercado de créditos, es decir, que no siempre puede obtener todo el crédito que está dispuesta a demandar al tipo de interés que le fija el prestamista. Podemos suponer, por el momento, que $B_0 < B^*$. Entonces, de [5.A2.1]:

$$w_0 N_0 + q_0 I_0 < B^* + A_0 \qquad [5.A2.13]$$

Podríamos reflejar esta restricción sobre los valores de N_0, I_0, y_0, introduciendo $B*$ en las funciones [5.A2.10]-[5.A2.12], para obtener:

$$N_0^d = N(\omega_0, a_0, \sigma_p, r, B^*), \qquad N_5 > 0, \qquad [5.A2.14]$$

$$I_0^d = I(\omega_0, a_0, \sigma_p, r, B^*), \qquad I_5 > 0, \qquad [5.A2.15]$$

$$y_0 = F(\omega_0, a_0, r, \sigma_p, K_0, B^*), \qquad F_6 > 0, \qquad [5.A2.16]$$

Este modelo, como teoría de la inversión, explica la importancia de las variables financieras en las decisiones de inversión de las empresas, variables que juegan un importante papel en los trabajos empíricos sobre inversión empresarial. Por otra parte, en la medida en que la capacidad de autofinanciación sea una variable importante en las decisiones de inversión, se explica por qué en los trabajos empíricos suele aparecer una relación similar al acelerador, ya que la capacidad de autofinanciación dependerá en gran medida de los recursos generados en períodos anteriores.