7.6 SEÑOREAJE E HIPERINFLACIÓN

- Ecuaciones que componen el modelo:

a) Equilibrio en el mercado de dinero:

$$(1) \qquad \frac{M_t}{P_t} = \underbrace{c \cdot e^{-a\pi^e_{t+1}}}_{\left(\frac{M_t}{P_t}\right)^d}, \text{ donde } \pi^e_{t+1} \equiv {}_t\pi_{t+1}.$$

b) Expectativas adaptativas:

$$(2) \qquad \pi^e_{t+1} - \pi^e_t = b(\pi_t - \pi^e_t) \Leftrightarrow \pi^e_{t+1} = b\sum_{i=0}^{\infty}(1-b)^i \pi_{t-i} \; .$$

c) Crecimiento monetario:

$$(3) \qquad \frac{M_{t+1}}{M_t} = 1+\theta, \forall t, \Leftrightarrow M_t = (1+\theta)^t M_0$$

7.6 SEÑOREAJE E HIPERINFLACIÓN

- Solución:

De (1):

$$\frac{M_t / P_t}{M_{t-1} / P_{t-1}} = \frac{c \cdot e^{-a\pi^e_{t+1}}}{c \cdot e^{-a\pi^e_t}} \Rightarrow \text{(usando (3) y que } P_t / P_{t\text{-}1} = 1 + \pi_t\text{)}$$

$$\Rightarrow \frac{1+\theta}{1+\pi_t} = e^{-a(\pi^e_{t+1} - \pi^e_t)} \Rightarrow \text{(usando (2))}$$

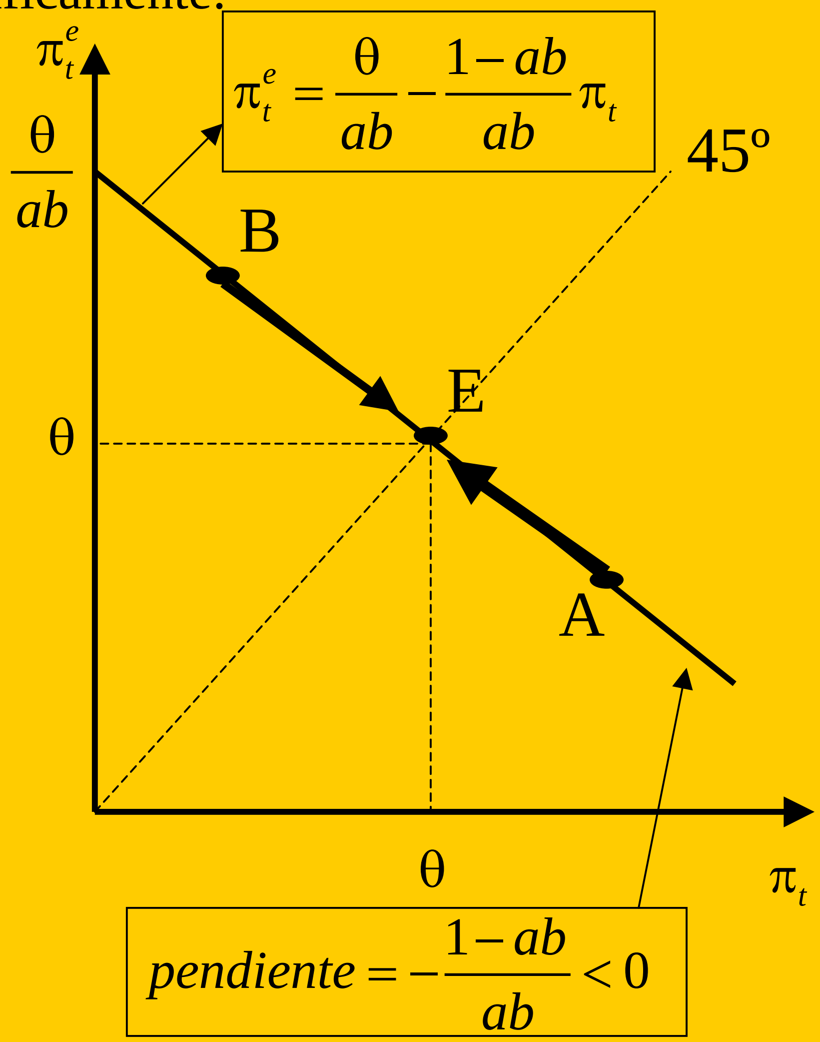
$$\Rightarrow \frac{1+\theta}{1+\pi_t} = e^{-ab(\pi_t - \pi^e_t)} \Rightarrow \text{(usando que } \ln(1+x) \simeq x\text{)}$$

$$\Rightarrow \theta - \pi_t = -ab(\pi_t - \pi^e_t) \Leftrightarrow \theta - \pi_t = -a(\pi^e_{t+1} - \pi^e_t) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\pi^e_t = \frac{\theta}{ab} - \frac{1-ab}{ab}\pi_t .}$$

7.6 SEÑOREAJE E HIPERINFLACIÓN

Gráficamente:



$ab<1$

Equilibrio de estado estacionario $\Rightarrow$

$$\pi_t^e = \pi_t \Rightarrow \pi_t = \frac{\theta}{ab} - \frac{1-ab}{ab}\pi_t \Rightarrow$$

$$\pi_t = \theta = \pi_t^e.$$

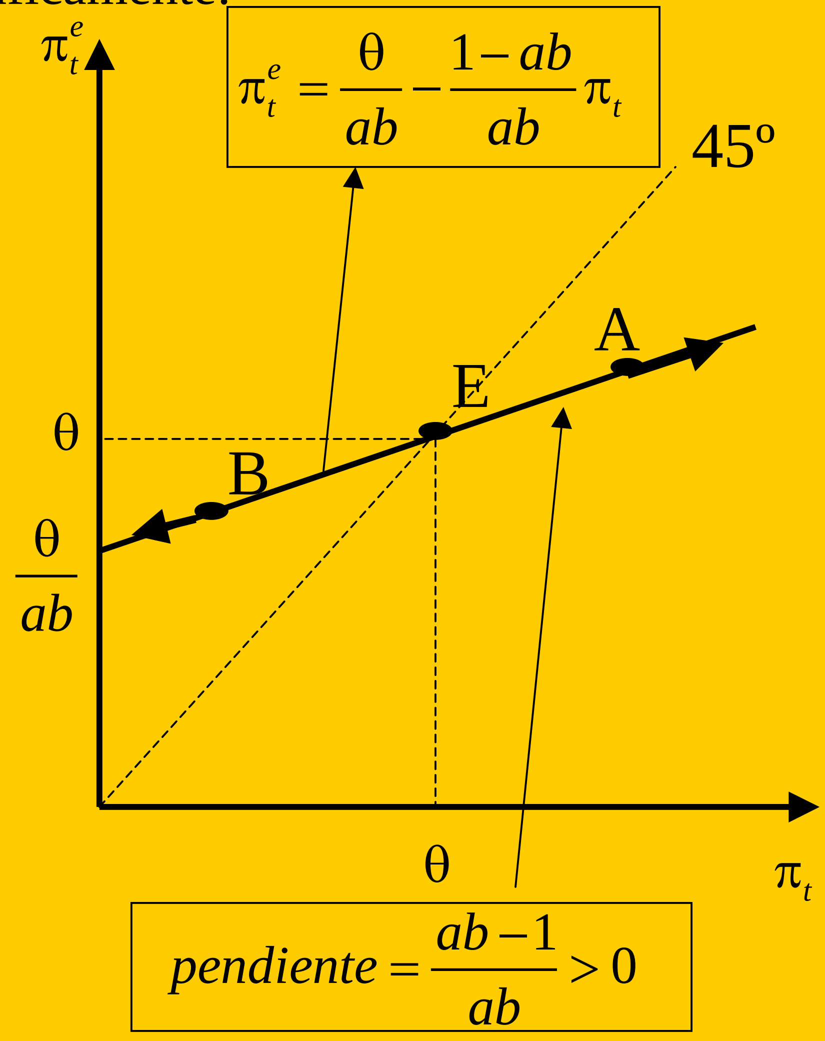
Si la economía se encuentra en A $\Rightarrow$

$$\left\{\pi_t > \theta, \pi_t^e < \theta\right\} \Rightarrow \pi_t^e < \pi_t \underset{\text{por (2)}}{\Rightarrow} \pi_{t+1}^e > \pi_t^e$$

$\Rightarrow$ La economía tiende hacia E $\Rightarrow$ el punto E es estable (lo mismo ocurrirá desde el punto B).

7.6 SEÑOREAJE E HIPERINFLACIÓN

Gráficamente:



$\boxed{ab > 1}$

Equilibrio de estado estacionario $\Rightarrow$

$$\pi_t^e = \pi_t \Rightarrow \pi_t = \frac{\theta}{ab} - \frac{1-ab}{ab}\pi_t \Rightarrow$$

$$\pi_t = \theta = \pi_t^e.$$

Si la economía se encuentra en A $\Rightarrow$

$$\left\{\pi_t > \theta,\ \pi_t^e > \theta\right\} \Rightarrow \pi_t^e < \pi_t \underset{\text{por (2)}}{\Rightarrow} \pi_{t+1}^e > \pi_t^e$$

$\Rightarrow$ La economía diverge de E $\Rightarrow$

el punto E es inestable $\Rightarrow$

Hiperinflación.

(Si la economía está en B, la inflación tiende a cero).

7.6 SEÑOREAJE E HIPERINFLACIÓN

MÁXIMO SEÑOREAJE POSIBLE:

$$\text{Señoreaje} \equiv SE = \frac{M_t - M_{t-1}}{P_t} = \frac{M_t - M_{t-1}}{M_{t-1}} \frac{M_{t-1}}{M_t} \frac{M_t}{P_t} = \frac{\theta}{1+\theta} \frac{M_t}{P_t} \Rightarrow$$

$SE = \dfrac{\theta}{1+\theta} c \cdot e^{-a\pi_{t+1}^e}$, donde hemos utilizado que se cumple el equilibrio en el mercado de dinero (demanda de dinero=oferta de dinero).

En el estado estacionario ($\pi_{t+1}^e = \pi_t^e = \pi_t = \theta$) el nivel de señoreaje es:

$$SE_{ee} = \frac{\theta}{1+\theta} c \cdot e^{-a\theta}.$$

Por tanto, el máximo señoreaje de estado estacionario se calcula como sigue:

$$\left\{ \underset{\theta}{Max} \;\; SE_{ee} \right\} \Rightarrow \frac{\partial SE_{ee}}{\partial \theta} = 0 \Rightarrow \left[\frac{1}{(1+\theta)^2} \right] c \cdot e^{-a\theta} - a \frac{\theta}{1+\theta} c \cdot e^{-a\theta} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{c \cdot e^{-a\theta}}{1+\theta} \left[\frac{1}{1+\theta} - a\theta \right] = 0 \Rightarrow \frac{1}{1+\theta} - a\theta = 0 \Rightarrow \theta^2 + \theta - \frac{1}{a} = 0 \Rightarrow$$

7.6 SEÑOREAJE E HIPERINFLACIÓN

MÁXIMO SEÑOREAJE POSIBLE:

$\Rightarrow \theta = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+4/a}}{2}$; como sólo la raíz positiva da un valor de θ positivo:

$$\theta^* = \frac{-1+\sqrt{1+4/a}}{2} \quad .$$

Condición de segundo orden: $\dfrac{\partial^2 SE_{ee}^*}{\partial\theta^2} < 0 \Rightarrow$

$$\frac{\partial^2 SE_{ee}^*}{\partial\theta^2} = \frac{-(1+\theta)a\cdot c\cdot e^{-a\theta} - c\cdot e^{-a\theta}}{(1+\theta)^2}\left[\frac{1}{1+\theta} - a\theta\right] + \frac{c\cdot e^{-a\theta}}{1+\theta}\left[-\frac{1}{(1+\theta)^2} - a\right] \underset{\theta=\theta^*}{=}$$

$$= -\frac{c\cdot e^{-a\theta^*}}{1+\theta^*}\left[\frac{1}{(1+\theta^*)^2} + a\right] < 0$$

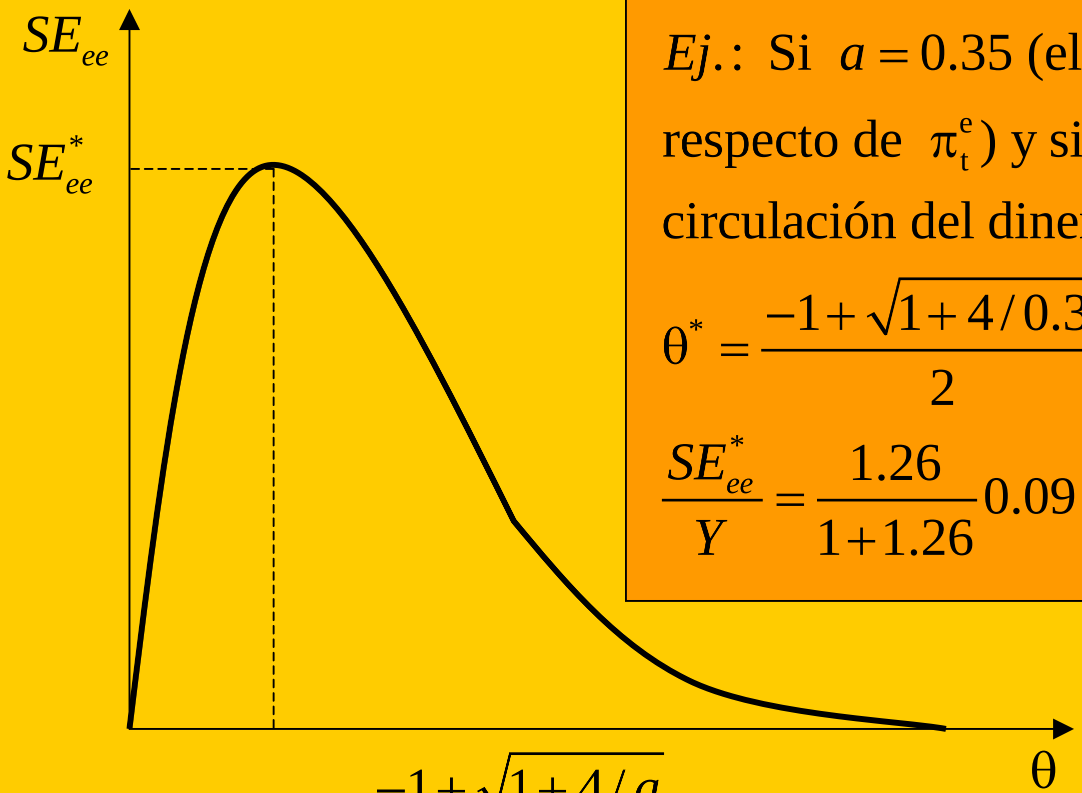
Por tanto, el máximo señoreaje posible de estado estacionario es:

$$SE_{ee}^* = \frac{\theta^*}{1+\theta^*} c\cdot e^{-a\theta^*}$$

7.6 SEÑOREAJE E HIPERINFLACIÓN

MÁXIMO SEÑOREAJE POSIBLE:

Gráficamente:



$$\theta^{*} = \frac{-1+\sqrt{1+4/a}}{2}$$

Ej.: Si $a = 0.35$ (elasticidad de la demanda de dinero respecto de π_t^e) y si c/y (inversa de la velocidad de circulación del dinero) es 0.09, entonces:

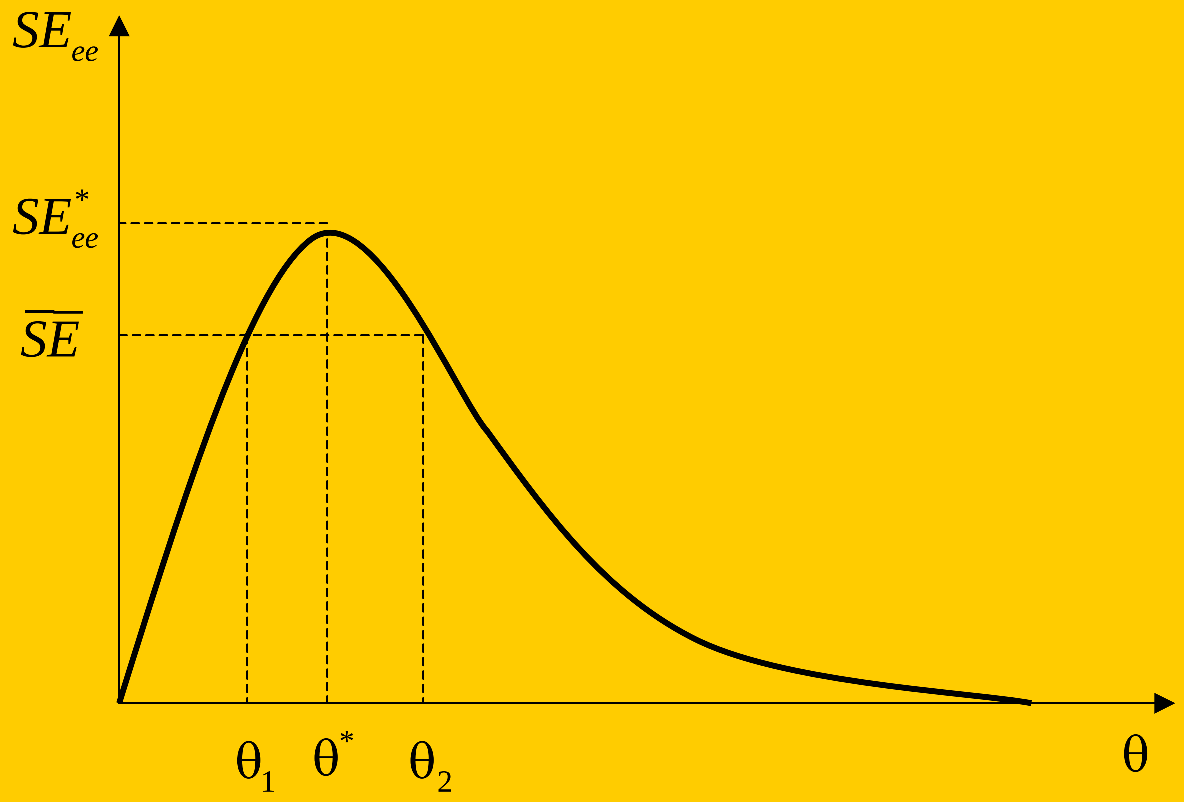
$$\theta^{*} = \frac{-1+\sqrt{1+4/0.35}}{2} = 1.26 \Leftrightarrow 126\%$$

$$\frac{SE_{ee}^{*}}{Y} = \frac{1.26}{1+1.26} 0.09 \cdot e^{-0.35 \cdot 1.26} = 0.0323 \Leftrightarrow 3.23\%$$

7.6 SEÑOREAJE E HIPERINFLACIÓN

POSIBILIDAD DE RECAUDAR UN SEÑOREAJE FIJADO EXÓGENAMENTE

Sea $\overline{SE} < SE^{*}_{ee}$, ¿cuál es el nivel de inflación que debe generarse para recaudar ese nivel?



7.6 SEÑOREAJE E HIPERINFLACIÓN

POSIBILIDAD DE RECAUDAR UN SEÑOREAJE FIJADO EXÓGENAMENTE

Fuera del estado estacionario, la relación entre la inflación y el valor de θ que genera un nivel de señoreaje ($\overline{SE}$) es:

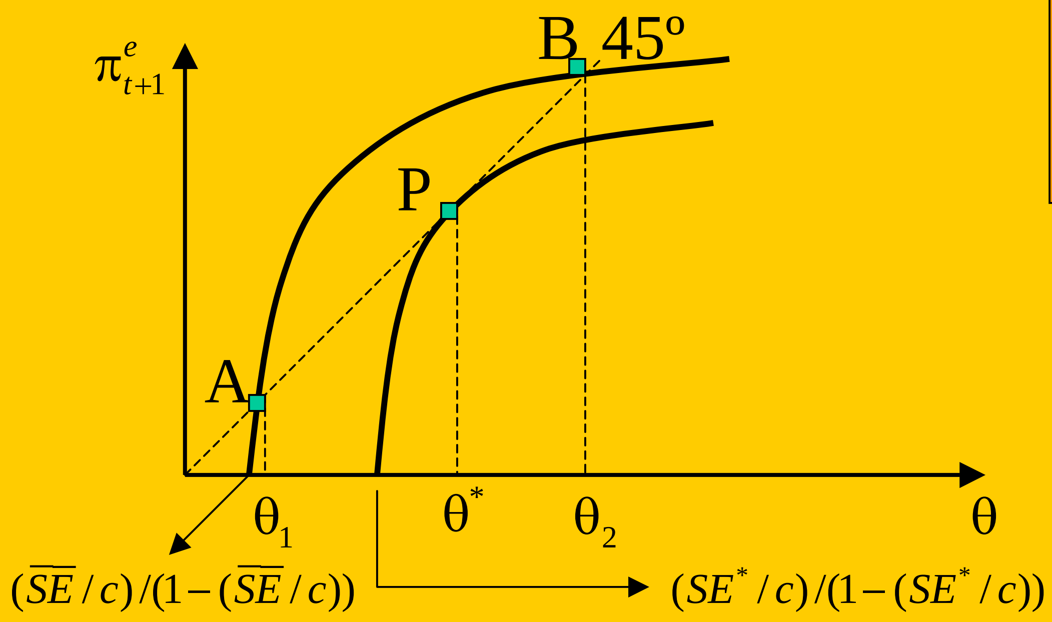
$$\overline{SE} = \frac{\theta}{1+\theta} c \cdot e^{-a\pi^e_{t+1}} \Rightarrow$$

$$\boxed{\pi^{e}_{t+1} = \frac{1}{a}\left[\ln\left(\frac{\theta}{1+\theta}\right) + \ln\left(\frac{c}{\overline{SE}}\right)\right].} \longrightarrow$$

función creciente y cóncava:

$$\frac{\partial \pi^e_{t+1}}{\partial \theta} = \frac{1}{a}\frac{1}{\theta(1+\theta)} > 0$$

$$\frac{\partial^2 \pi^e_{t+1}}{\partial \theta^2} = \frac{1}{a}\left(-\frac{1+2\theta}{\left[\theta(1+\theta)\right]^2}\right) < 0$$



7.6 SEÑOREAJE E HIPERINFLACIÓN

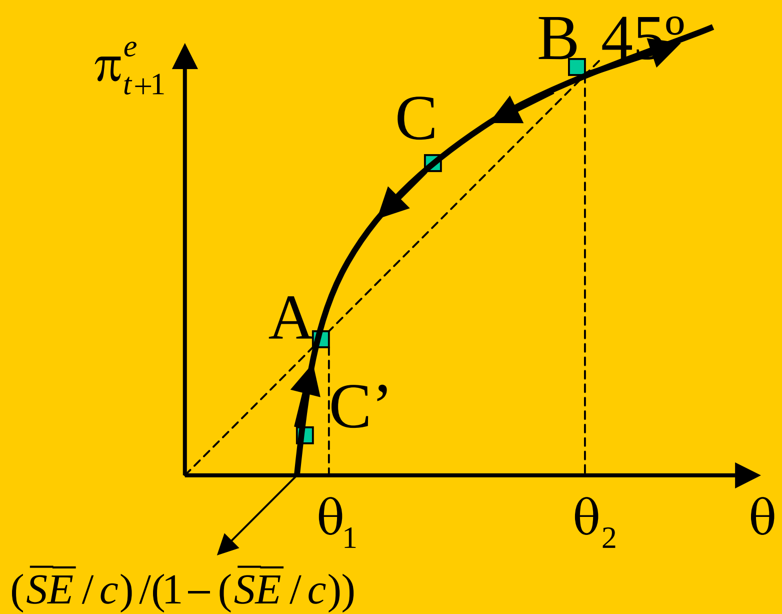
POSIBILIDAD DE RECAUDAR UN SEÑOREAJE FIJADO EXÓGENAMENTE

Utilizando la relación $\pi_t^e = \frac{\theta}{ab} - \frac{1-ab}{ab}\pi_t$, junto con la relación

$\theta - \pi_t = -a(\pi_{t+1}^e - \pi_t^e)$, obtenemos:

$$\boxed{\pi_{t+1}^e - \pi_t^e = \frac{b}{1-ab}(\theta - \pi_t^e)} \qquad (\#1)$$

Dinámica de la inflación. Supongamos primero que *ab*<1.



Si la economía se sitúa en C $\Rightarrow$

$\pi_{t+1}^e > \theta \underset{\text{por (\#1)}}{\Rightarrow} \pi_{t+2}^e - \pi_{t+1}^e < 0 \Rightarrow$

La inflación esperada disminuirá $\Rightarrow$

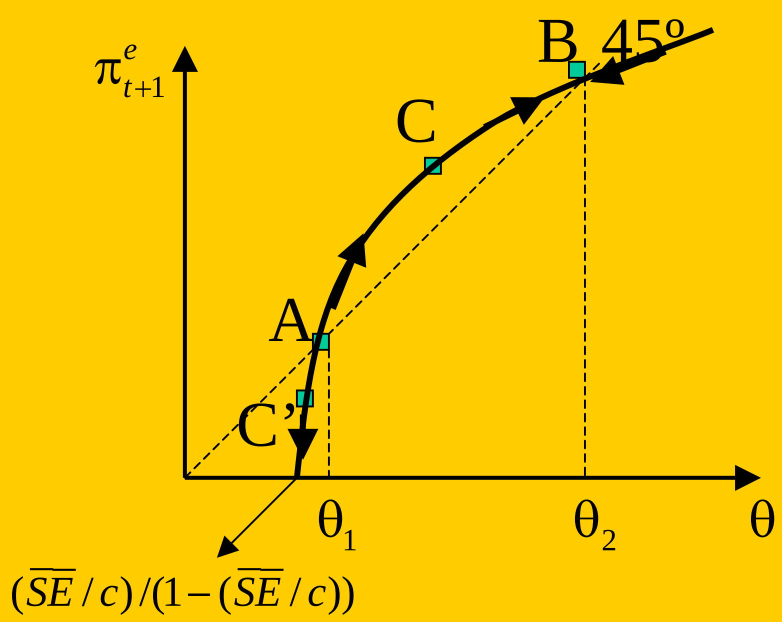
A es un punto estable.

Por las mismas razones B será inestable.

7.6 SEÑOREAJE E HIPERINFLACIÓN

POSIBILIDAD DE RECAUDAR UN SEÑOREAJE FIJADO EXÓGENAMENTE

Dinámica de la inflación. Supongamos ahora que *ab*>1.



Si la economía se sitúa en C $\Rightarrow$

$$\pi^e_{t+1} > \theta \underset{\text{por (\#1)}}{\Rightarrow} \pi^e_{t+2} - \pi^e_{t+1} > 0 \Rightarrow$$

La inflación esperada aumentará $\Rightarrow$

B es un punto estable.

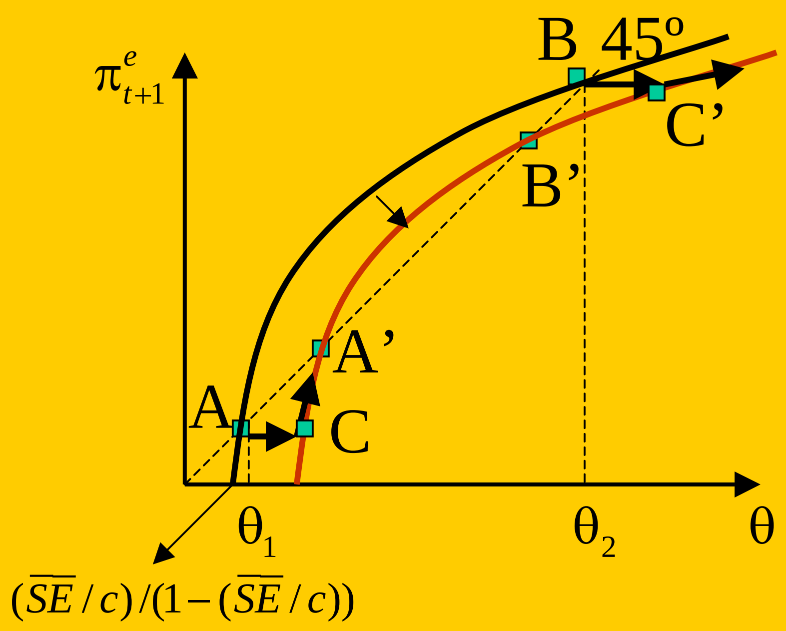
Por las mismas razones A será inestable.

7.6 SEÑOREAJE E HIPERINFLACIÓN

POSIBILIDAD DE RECAUDAR UN SEÑOREAJE FIJADO EXÓGENAMENTE

Dinámica de la inflación después de **un incremento en el señoreaje**.

Supongamos primero que $ab<1$.

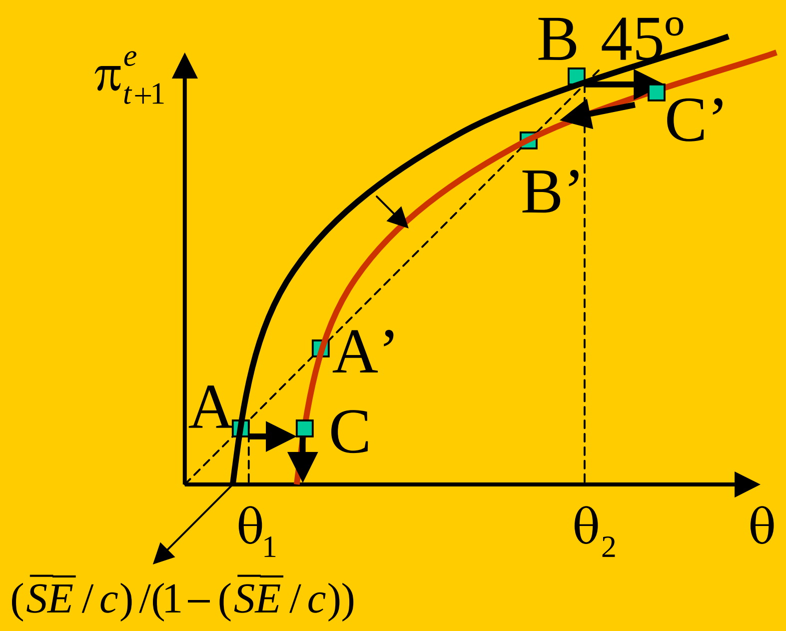


Si la economía se sitúa en A, después de un aumento en el nivel de señoreaje, la economía pasará a situarse en C; como $ab<1$, esto implica que A' es estable, por lo que la inflación esperada y la tasa de crecimiento del dinero aumentarán hasta converger a A'.
Si la economía se encuentra en B, después del aumento en el nivel de señoreaje, la economía se situará en C'; dado que B' es inestable, la inflación iniciará un proceso hiperinflacionista divergiendo de B'.

7.6 SEÑOREAJE E HIPERINFLACIÓN

POSIBILIDAD DE RECAUDAR UN SEÑOREAJE FIJADO EXÓGENAMENTE

Dinámica de la inflación después de **un incremento en el señoreaje**.
Supongamos ahora que $ab>1$.



Si la economía se sitúa en A, después de un aumento en el nivel de señoreaje, la economía pasará a situarse en C; como $ab>1$, esto implica que A' es inestable, por lo que la inflación esperada y la tasa de crecimiento del dinero Disminuirán divergiendo de A'.
Si la economía se encuentra en B, después del aumento en el nivel de señoreaje, la economía se situará en C'; dado que B' es estable, la inflación disminuirá convergiendo a B'.