Tipo de interés real (*R*) y crecimiento del PIB (*n*), países europeos, 1961-1995

	1961-1970		1971-1980		1981-1990		1990-1995		Deuda/PIB
	R	*n*	*R*	*n*	*R*	*n*	*R*	*n*	*1994*
Alemania	4,2	4,4	2,9	2,8	5,0	2,1	4,2	1,7	51
Austria	4,2	4,8	2,3	3,7	4,6	2,0	n.d	n.d	n.d.
Bélgica	3,4	4,9	1,3	3,2	5,9	2,0	5,7	1,0	140
Dinamarca	1,8	4,4	3,6	2,3	7,5	1,8	6,4	2,2	78
España	2,9	7,4	-2,6	3,6	5,0	3,0	5,7	1,4	63
Francia	1,8	5,7	-0,3	3,7	5,1	2,3	5,6	1,1	50
Holanda	1,6	5,6	1,1	2,9	5,9	1,6	4,6	1,9	79
Italia	3,0	5,7	-2,5	3,8	4,1	2,4	6,8	1,2	123
Irlanda	2,3	4,3	-0,6	4,6	4,8	2,9	n.d.	n.d.	89
Reino Unido	2,9	2,9	-1,4	2,0	4,3	2,8	5,2	1,9	50
Suecia	2,0	4,6	-0,3	2,0	4,6	2,1	6,1	0,0	85
Media	2,7	5,0	0,3	3,1	5,1	2,3	5,6	1,3	
Desviación típica	0,9	1,1	2,0	0,8	0,9	0,4	0,8	0,6	

Tabla 7.1

7.1. La dinámica del endeudamiento

Restricción presupuestaria del Gobierno:

$$P_t G_t + r_t B_{t-1} \;=\; T_t + (M_t - M_{t-1}) + (B_t - B_{t-1})$$

r_t : rentabilidad de la deuda, anunciado en t-1, y pagado en t $\Rightarrow$ $r_t B_{t-1}$: *servicio en t de la deuda* viva en t-1.

$P_t D_t \;\equiv\; P_t G_t - T_t$: déficit antes de intereses, o *déficit primario*:

$$P_t D_t \;=\; (M_t - M_{t-1}) + (B_t - (1 + r_t) B_{t-1}) \qquad \textbf{(1)}$$

y dividimos esta expresión por la renta nominal, $P_t Y_t$, tenemos:

$$d_t \;=\; m_t - \frac{M_{t-1}}{P_t Y_t} + b_t - (1 + r_t)\frac{B_{t-1}}{P_t Y_t}$$

donde $d_t \;\equiv\; \dfrac{P_t D_t}{P_t Y_t}$ $\qquad m_t \;\equiv\; \dfrac{M_t}{P_t Y_t}$ $\qquad b_t \;\equiv\; \dfrac{B_t}{P_t Y_t}$ son el déficit primario, la cantidad de dinero y la deuda, todos ellos como porcentaje del PIB nominal.

$$d_t \;=\; m_t - \frac{M_{t-1}}{P_{t-1} Y_{t-1}} \frac{P_{t-1} Y_{t-1}}{P_t Y_t} + b_t - (1 + r_t)\frac{B_{t-1}}{P_{t-1} Y_{t-1}} \frac{P_{t-1} Y_{t-1}}{P_t Y_t}$$

$$d_t \;=\; m_t - m_{t-1}\frac{1}{(1 + n)(1 + \pi_t)} + b_t - (1 + r_t) b_{t-1}\frac{1}{(1 + n)(1 + \pi_t)}$$

n : tasa de crecimiento del producto Y, $\;n = \dfrac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}}$, que suponemos exógena y constante, y por π_t a la tasa de crecimiento *ex-post* de P_t, es decir, la tasa de inflación realizada: $1 + \pi_t = \dfrac{P_t}{P_{t-1}}$.

Supongamos:

1. m, inversa de la velocidad de circulación del dinero, es exógena y relativamente estable, y que
2. *la política monetaria se instrumenta* mediante el crecimiento monetario θ preciso para mantener una tasa de inflación π constante. Con velocidad de circulación constante, dicho crecimiento monetario es:

$$\text{Si m es constante} \Rightarrow \frac{m_t}{m_{t-1}} = 1 \Rightarrow \frac{M_t/(P_t Y_t)}{M_{t-1}/(P_{t-1} Y_{t-1})} \equiv \frac{(1+\theta)}{(1+\pi)(1+n)} = 1$$

es decir, $1+\theta = (1+\pi)(1+n)$

3. tipo de interés real R_t, $1 + R_t = \dfrac{1+r_t}{1+\pi_t}$, es exógeno y constante, R.

4. Representemos *la instrumentación de una política fiscal* como un objetivo de déficit primario: $d_t = \bar{d}$.

Con todo esto:

$$\bar{d} = m\left[1 - \frac{1}{(1+\pi)(1+n)}\right] + b_t - \frac{1+R}{1+n} b_{t-1}$$

$$b_t = \bar{d} - m\frac{\theta}{1+\theta} + \frac{1+R}{1+n} b_{t-1} \qquad \textbf{(2)}$$

ecuación que representa la dinámica del endeudamiento asociada a una política fiscal, $\bar{d}$, y a una política monetaria basada en un crecimiento constante θ de la cantidad de dinero, con el objeto de lograr una inflación constante e igual a π.

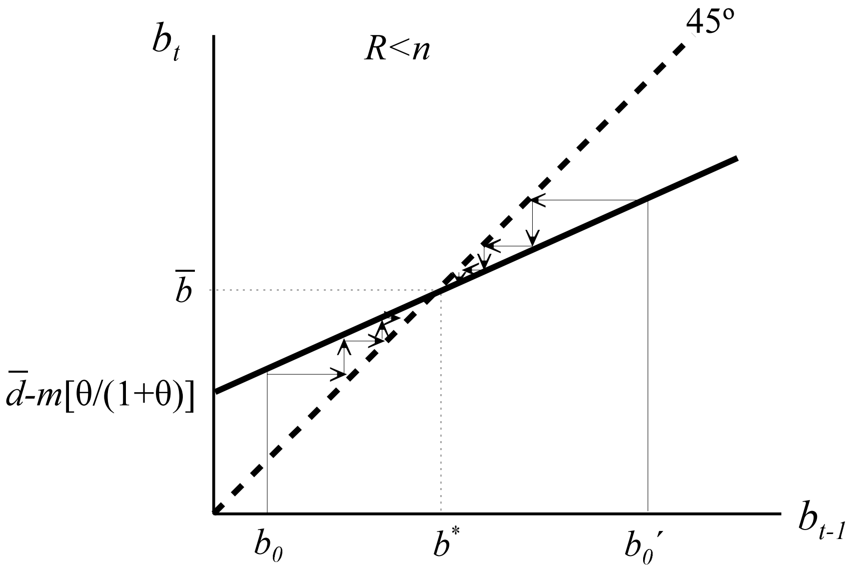
En esta ecuación existe un nivel b^* de equilibrio a largo plazo del endeudamiento. Este es el nivel tal que, una vez alcanzado, el endeudamiento, como proporción del PIB, nunca aumentará o disminuirá. Para hallarlo, basta hacer $b_t = b_{t-1} = b^*$ en la ecuación anterior, resultando:

$$b^* = \frac{\bar{d} - m\dfrac{\theta}{1+\theta}}{1 - \dfrac{1+R}{1+n}} \quad ; \qquad b^* = f(\underset{(+)}{\bar{d}}, \underset{(-)}{m}, \underset{(-)}{\theta}, \underset{(+)}{R}, \underset{(-)}{n})$$

La ecuación **(2)** denota una recta en el plano (b_t, b_{t-1}) con ordenada en el origen igual a $\bar{d} - m\dfrac{\theta}{1+\theta}$, y pendiente $\dfrac{1+R}{1+n}$, por lo que si $\bar{d} > m\dfrac{\theta}{1+\theta}$,

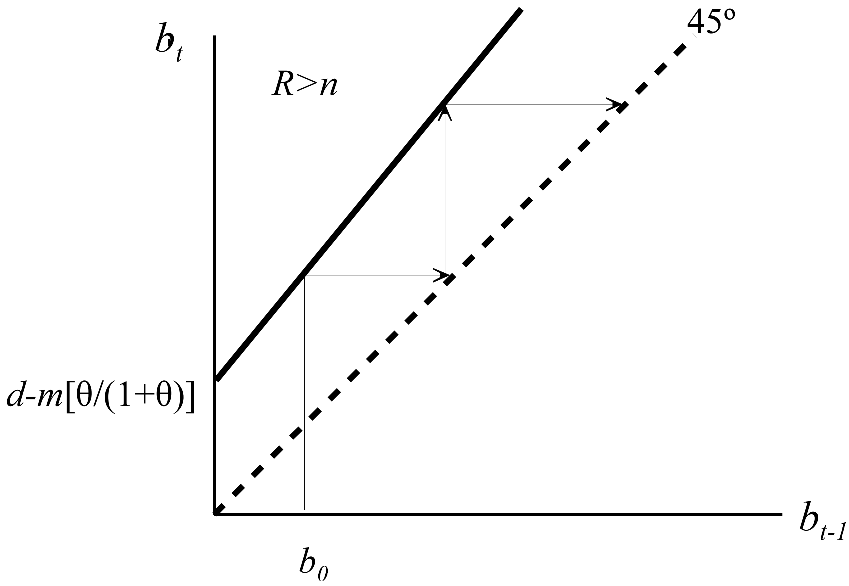
podemos representarla como se ve en las figuras 7.1.a y 7.1.b, dependiendo de que el tipo de interés real, R, sea inferior o superior a la tasa de crecimiento de la economía, n.

- si $R < n \Rightarrow$ pendiente menor que la unidad y el endeudamiento converge hacia su nivel de estado estacionario. Si $b_0 < b^*$, entonces el endeudamiento aumenta hasta b^*, mientras que si $b_0 > b^*$, éste se reduce hasta $b^* \Rightarrow$ *senda de endeudamiento sostenible* a largo plazo.
- si $R > n \Rightarrow$ no existe un nivel de endeudamiento de equilibrio a largo plazo. El ratio de endeudamiento b es *explosivo* y se dice que las políticas fiscal y monetaria, es decir, los objetivos de déficit primario y tasa de inflación, son *incompatibles*.



b converge al punto de equilibrio

Figura 7.1.a



b es explosivo

Figura 7.1.b

Si relajamos algunos de los supuestos:

1) R no exógeno y $R = R(b)$ con $R' > 0 \Rightarrow$ aumenta el grado de incompatibilidad: sistemática elevación del tipo de interés real en los países europeos en los últimos 25 años (ver Tabla 7.1) que conduce a $\Rightarrow R > n$.

2) tasa de crecimiento n no exógena y: $n = n(R)$ $n' < 0$, y además, 1), $\Rightarrow$ aumenta aún más el grado de incompatibilidad: mayor endeudamiento eleva R y reduce n, y ambos efectos se refuerzan.

3) velocidad de circulación del dinero (o su inverso) m no es exógena, sino que aumenta con r, y, además, 1) $\Rightarrow$ un mayor endeudamiento eleva el tipo de interés real y, dada una tasa de inflación, eleva también el tipo de interés nominal $\Rightarrow$ mayor ordenada en el origen y mayor pendiente $\Rightarrow$ aumenta el nivel de endeudamiento en el estado estacionario, o incluso puede dificultar la existencia del mismo.

Cuando $\bar{d} - m\dfrac{\theta}{1+\theta} < 0$, la recta tiene ordenada en el origen negativa $\Rightarrow$

situación favorable: un país tiene déficit primario muy pequeño o incluso superávit que permitiría amortizar deuda en cada período $\Rightarrow$

i) si $R < n$, el país amortiza toda la deuda al cabo de un número muy reducido de períodos, con independencia de que el endeudamiento inicial pueda ser elevado.

ii) Por el contrario, $R > n \Rightarrow$ el país amortiza toda su deuda si el nivel inicial es inferior al de equilibrio a largo plazo, pero tiene dinámica de endeudamiento explosiva si el nivel de endeudamiento inicial excede del de equilibrio a largo plazo.

Por último, si el Tesoro no se puede financiar con el Banco central, como ocurre en los países de la *UE*, la restricción presupuestaria del Gobierno será:

$$P_t D_t = B_t - (1 + r_t) B_{t-1}$$

$$b_t = \bar{d} + \frac{1 + R}{1 + n} b_{t-1}$$

produciéndose una situación generalmente peor que la de antes, pues dado un déficit primario, la ordenada en el origen será ahora mayor. La razón es que ahora no existe el alivio que el crecimiento monetario impone sobre la necesidad de endeudamiento.

7.2. Dinámica del déficit y ahorro.

En una economía cerrada, la capacidad de absorción está determinada por la *capacidad neta de ahorro* o *capacidad de financiación* del sector privado: ahorro privado en exceso de los recursos precisos para financiar los proyectos de inversión.

Aunque este problema desaparece con mercados de capitales abiertos al exterior, consideremos inicialmente una economía cerrada, en la cual el ahorro privado, S_t se canaliza hacia el mercado de dinero, el mercado de deuda, así como hacia la financiación de los proyectos de inversión del sector privado:

$$S_t = M_t - M_{t-1} + B_t - B_{t-1} + I_t$$

donde I_t denota la inversión en activos físicos. Dividiendo por la renta nominal $P_t Y_t$,

$$s_t = \frac{M_t - M_{t-1}}{P_t Y_t} + \frac{B_t - B_{t-1}}{P_t Y_t} + i_t$$

donde s_t e i_t son la *tasa de ahorro privado* y la *cuota de inversión* (Inversión/*PIB*), respectivamente. Multiplicando y dividiendo por determinados factores se tiene:

$$s_t = \frac{M_t - M_{t-1}}{M_t}\frac{M_t}{P_t Y_t} + \frac{B_t}{P_t Y_t} - \frac{B_{t-1}}{P_{t-1}Y_{t-1}}\frac{P_{t-1}Y_{t-1}}{P_t Y_t}Y_t + i_t$$

es decir:

$$s_t = \frac{\theta}{1+\theta}m + b_t - b_{t-1}\frac{1}{(1+\pi)(1+n)} + i_t$$

que genera la dinámica de endeudamiento que sería compatible con la restricción de ahorro privado:

$$b_t = s_t - i_t - \frac{\theta}{1+\theta}m + \frac{1}{1+\theta}b_{t-1}$$

donde la diferencia s_t-i_t es la *capacidad de financiación* del sector privado.

La restricción de la capacidad financiera del sector privado desaparece si el mercado financiero nacional está integrado en el mercado financiero mundial. Pero en tal caso, el tipo de interés nominal será:

$$r = r^{*} + \textit{prima de riesgo}$$

donde r^{*} es el tipo de interés internacional, exógeno.

La *prima de riesgo-país* = el *riesgo del emisor* + el *riesgo de cambio*.

Primer componente: posibilidad de que la conducta del emisor pueda hacer incurrir al ahorrador en una pérdida de capital al mantener sus títulos, o posibilidad de quiebra, cuando ésta no es despreciable.
Segundo componente: posibilidad de que el mantenedor incurra en una pérdida de capital por depreciación de la moneda en la que ha sido emitida el título.

La observación de datos procedentes de los mercados financieros internacional abiertos al exterior sugiere las siguientes relaciones, ilustradas por las figuras que se presentan a continuación:

a) una dependencia creciente del tipo de interés real (*R*) respecto del déficit estructural (Gráfico 7.1)

b) una relación creciente del tipo de interés real (*R*) con la historia reciente de la inflación (Gráfico 7.2).

c) una relación decreciente entre el tipo de interés real (*R*) y el saldo de la balanza por cuenta corriente (Gráfico 7.3).

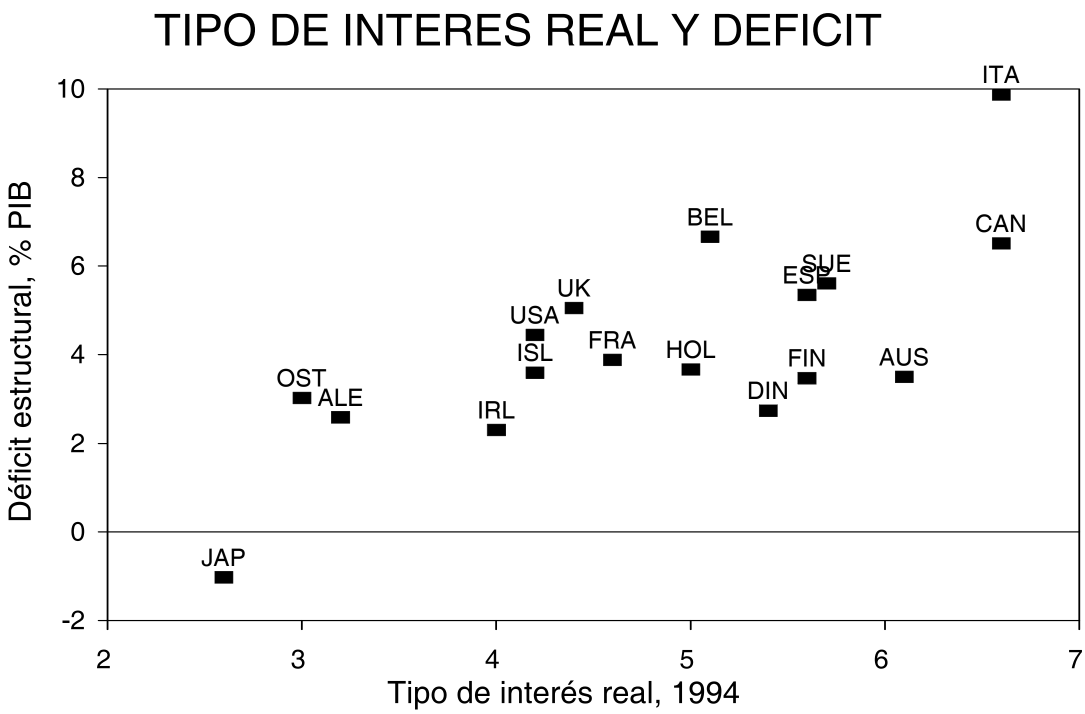


Gráfico 7.1

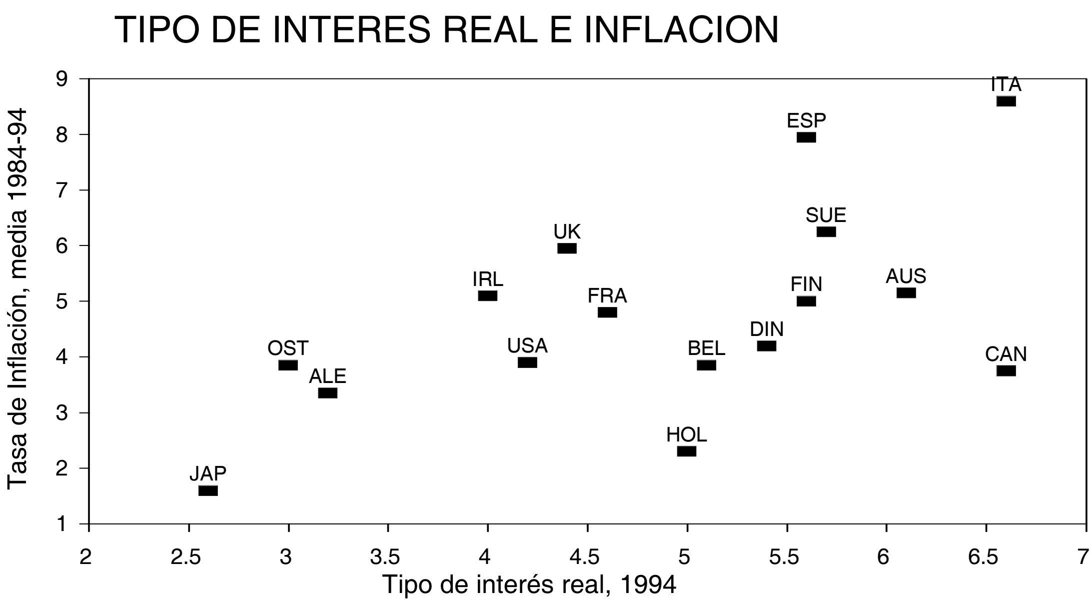


Gráfico 7.2

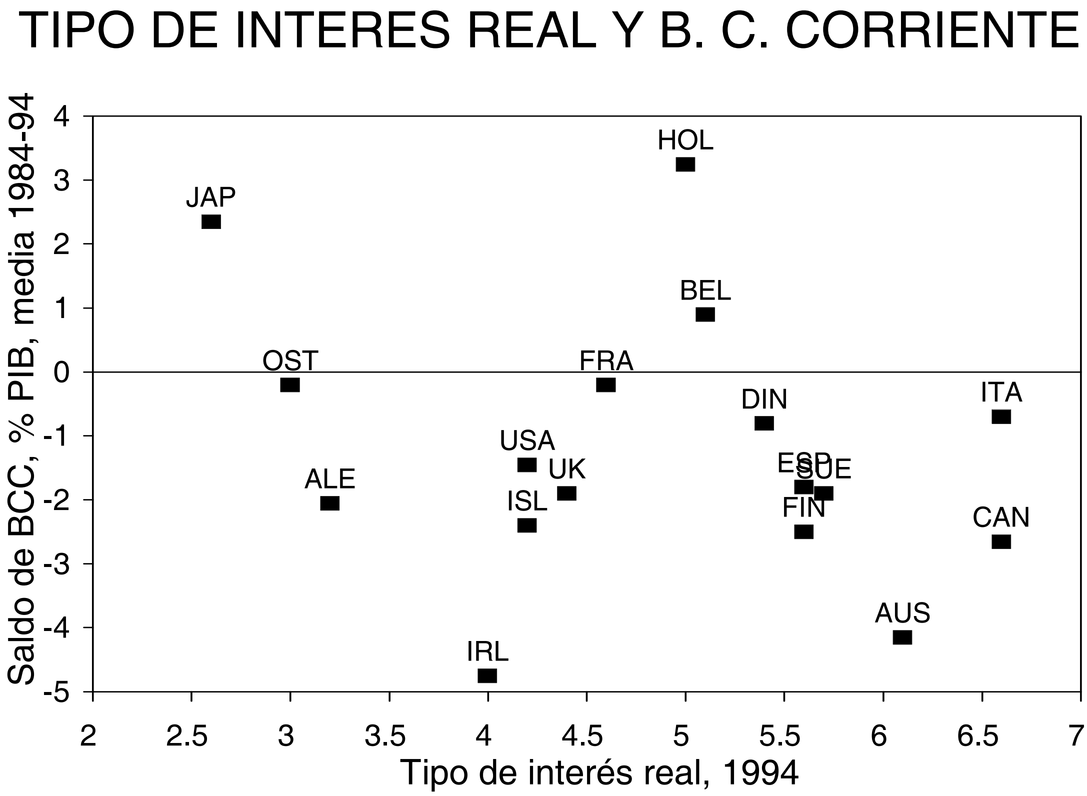


Gráfico 7.3

i) La relación creciente entre el tipo de interés real y el déficit estructural (es decir, el déficit corregido de su componente cíclico) puede ser interpretada como la existencia de una prima de riesgo por la menor credibilidad de los países con desequilibrio en sus cuentas públicas. Un mayor déficit conducirá, generalmente, a un mayor endeudamiento y ello a un tipo de interés real más elevado.

ii) La relación creciente entre el tipo de interés real y la historia reciente de inflación puede ser interpretada como la prima de riesgo que pagan los países con mal registro histórico de inflación, tanto: *a*) por el consiguiente deterioro de su balanza comercial que generará un mayor riesgo de cambio, ante la posibilidad de que para recuperar competitividad haya que devaluar la divisa, como *b*) por la posibilidad de que tales países impongan programas monetarios bruscos, de control de la inflación, que eleven los tipos de interés.

iii) La relación decreciente entre tipo de interés real y saldo de la balanza por cuenta corriente refleja el riesgo de cambio que tienen los países con déficits por cuenta corriente crónicos.

La apertura internacional de los mercados de capitales permite acceder a un fondo practicamente ilimitado de ahorro que puede canalizarse hacia la deuda emitida por un gobierno, pero ello elevará, inevitablemente, la remuneración ofrecida, y tanto más en función de la magnitud de los dos componentes la prima de riesgo-país. Se habrá eliminado así la restricción impuesta por la capacidad de financiación del sector privado nacional, pero se mantendrá la posibilidad de entrar en una dinámica de endeudamiento explosiva.

Dos cuestiones abiertas: 1) ¿en presencia de un déficit persistente, un Gobierno puede recurrir indefinidamente a la monetización?; y 2) ¿qué dificultades puede generar la monetización, cuando es factible, en términos de los procesos inflacionistas que induce? A continuación resolveremos estas cuestiones:

7.3. Monetización del déficit público: tipo de cambio fijo.

Bajo tipos de cambio fijos, la suma de déficit primario y carga *neta* de intereses debe ser igual a la emisión de deuda, más la variación *neta* de la cantidad de dinero:

$$P_t D_t + r_t B_{t-1} - e_t(r_t^* R_{t-1}^*) \;=\; B_t - B_{t-1} + M_t - M_{t-1} - e_t(R_t^* - R_{t-1}^*)$$

donde R^* son las *reservas de activos internacionales*, medidas en divisas, e es el tipo de cambio y $P_t D_t$ es el *déficit primario* en términos nominales.

No toda variación monetaria tendrá como destino la financiación del Tesoro. Dos contrapartidas de la cantidad de dinero: 1) la financiación del Tesoro público, y 2) las variaciones en la reserva de divisas, $e_t(R_t^* - R_{t-1}^*)$.

El *déficit global* es $P_t(DEF_t) \equiv P_t D_t + r_t B_{t-1} - e_t(r_t^* R_{t-1}^*)$. Supongamos que el gobierno *monetiza* completamente el déficit, es decir, financia todo el déficit con creación de dinero, sin emitir deuda:

$$P_t(DEF_t) = M_t - M_{t-1} - e_t(R_t^* - R_{t-1}^*)$$

Sea una economía de tipo clásico, con tipos de cambio fijos, $e_t = e$, en la que la oferta de bienes $\bar{Y}$ está dada, independientemente de la cantidad de dinero. País pequeño y perfecta movilidad de capitales ⇒ tipo de interés doméstico igual a tipo de interés internacional r^*, que podemos suponer exógeno y estable en el tiempo, de modo que: $r_t = r^*$.

Mercado de dinero en equilibrio: $\dfrac{M_t}{P_t} = \left(\dfrac{M}{P}\right)_t^d = m(r_t)\,Y_t$

$$\Rightarrow \qquad M_{t-1} = m(r^{*})P_{t-1}\overline{Y} \qquad \textbf{(3)}$$

$$M_t = m(r^{*})P_t\overline{Y}$$

Caso A): Todos los bienes son comercializables

a) todos los bienes producidos internamente son comercializables, y
b) el nivel de precios internacional es exógeno P^*.

$$P_t = eP^*$$

En consecuencia, en estas condiciones, de las relaciones **(3)** tenemos:

$$M_t = m(r^*)eP^*\overline{Y} = M_{t-1}$$

$\Rightarrow M_t\text{-}M_{t\text{-}1} = 0$, por lo que la financiación del déficit está determinada por:

$$P_t(DEF_t) = -e(R_t^* - R_{t-1}^*)$$

que ilustra cómo la monetización del déficit se traduce íntegramente en una pérdida de reservas. La expansión monetaria produce una salida de capitales, porque tiende a deprimir el tipo de interés interno respecto del internacional ⇒*Crisis de Balanza de Pagos*, que se resuelve generalmente con una importante devaluación, acompañada de medidas restrictivas sobre el nivel de actividad.

Caso B): Junto a los bienes comercializables, que representan un β por ciento del total, existen bienes no comercializables.

El índice de precios interior es un promedio de los precios de ambos tipos de bienes:

$$P = P_T^{\beta} P_N^{1-\beta} \qquad \forall t$$

Al igual que en el caso anterior, el precio de los bienes comercializables vendrá determinado por el nivel de precios externo, que suponemos constante:

$$P_{T_t} = eP^*$$

La evolución de la cantidad de dinero viene caracterizada por:

$$M_t = m(r^*)(eP^*)^{\beta} P_{N_t}^{1-\beta} \overline{Y}$$

$$M_{t-1} = m(r^*)(eP^*)^{\beta} P_{N_{t-1}}^{1-\beta} \overline{Y}$$

de donde se obtiene:

$$\frac{M_t}{M_{t-1}} = \frac{P_{N_t}^{1-\beta}}{P_{N_{t-1}}^{1-\beta}} = (1 + \pi_N)^{1-\beta}$$

donde π_N es la tasa de inflación de los bienes no comercializables $\Rightarrow$ la monetización del déficit en este caso tiene dos consecuencias: a) la pérdida de divisas, es decir, el recurso al endeudamiento externo, y b) la inflación doméstica, a través de los precios de los bienes no comercializables:

$$P_t(DEF_t) = -e[R_t^* - R_{t-1}^*] + [(1 + \pi_N)^{1-\beta} - 1]M_{t-1}$$

Esta posibilidad de financiar el déficit a través de inflación se denomina *impuesto inflacionario*, y será objeto de detenido análisis.

Si existen bienes no comercializables, la pérdida de reservas es menor que el déficit. Pero, además, introduce distorsiones en los precios relativos que acaban perjudicando al sector de bienes comercializables por dos vías:

a) porque estos se producen mediante trabajo y bienes no comercializables;

b) como la cesta de consumo de los trabajadores contendrá bienes no comercializables, el encarecimiento de los mismos eleve (vía demandas salariales) los costes del sector de bienes comercializables, cuyos precios se mantendrán, sin embargo, al nivel establecido por los mercados mundiales ⇒ pérdida de competitividad que, junto a la pérdida de reservas, no podrá mantenerse indefinidamente.

⇒ en cualquier caso, la monetización del déficit produce una *Crisis de Balanza de Pagos* que conduce a la devaluación y a las medidas complementarias. Además, generalmente, el proceso que hemos descrito se ve acelerado, porque los ahorradores nacionales, al observar pérdidas de reservas, y temer una devaluación, convierten sus saldos a divisa extranjera, con lo que se acelera la pérdida de reservas.

7.4. Monetización del déficit con tipos de cambio flexibles.

Un país que, operando bajo un régimen de tipo de cambio flexible, se plantea monetizar un déficit continuado. Con tipos de cambio flexibles no se producirán variaciones de reservas, es decir:

$$R_t^* - R_{t-1}^* = 0$$

En consecuencia, si se monetiza el déficit en este contexto, se tiene:

$$DEF_t = \frac{M_t - M_{t-1}}{P_t} = \frac{M_t - M_{t-1}}{M_t} \frac{M_t}{P_t}$$

Señoriage: el gobierno es capaz de hacer frente a un déficit igual a DEF_t, en términos reales, gracias a su capacidad de crear dinero. El *señoriage* está determinado por una función del crecimiento monetario, multiplicada por el volumen de saldos reales existente en la economía. Más concretamente:

$$DEF_t = \frac{M_t - M_{t-1}}{M_{t-1}} \frac{M_{t-1}}{M_t} \frac{M_t}{P_t} = \frac{\theta}{1+\theta} \frac{M_t}{P_t}$$

siendo θ la tasa de crecimiento monetario a lo largo de un período.

Si suponemos, por el momento, *a*) que la velocidad de circulación del dinero es constante, y mantenemos, además, *b*) la independencia de la renta respecto de la cantidad de dinero (como ocurre, por ejemplo, en el modelo clásico con curva de oferta vertical), tendremos:

$$\frac{M_t}{P_t} = m\bar{Y} \quad \forall t$$

por lo que el stock de saldos reales será constante, y se tendrá, en consecuencia:

$\frac{M_t - M_{t-1}}{M_t} = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_t}$, lo que permite escribir:

$$DEF_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_t} \frac{M_t}{P_t} = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \frac{P_{t-1}}{P_t} \frac{M_t}{P_t} = \frac{\pi_t}{1+\pi_t} \frac{M_t}{P_t}$$

⇒ bajo los supuestos anteriores, la financiación del déficit puede entenderse como si operase a través de un impuesto, cuya base fuese el stock de saldos reales, y cuyo tipo impositivo fuese $\pi_t/(1+\pi_t)$, que es numéricamente similar a la tasa de inflación π_t, al menos cuando ésta es reducida. Se denomina a este efecto recaudatorio *impuesto inflacionario*, y consiste en la erosión que genera la inflación sobre la capacidad adquisitiva de los saldos monetarios en manos del sector privado.

7.5. Impuesto inflacionario y *señoriage*.

El *señoriage* es la cantidad de recursos reales que el Gobierno capta emitiendo dinero: siempre que se genera *señoriage* se genera inflación, por lo que aparece un *impuesto inflacionario*. Ambas magnitudes no coincidirán, salvo si los saldos reales permanecen constantes a lo largo del tiempo.

El *señoriage* no es un fenómeno exclusivo de los contextos de tipos de cambio flexibles, sino que puede producirse asimismo bajo tipo de cambio fijo. Cuando hay un determinado porcentaje de bienes no comercializables, habrá *señoriage* bajo tipo de cambio fijo, y también impuesto inflacionario, aunque de menor cuantía que con tipo de cambio variable.

Con la monetización del déficit, el aumento en la cantidad de dinero generará inflación, que reducirá la demanda de saldos reales, aumentándose el exceso de oferta de los mismos; al competir por una cantidad dada de bienes, este exceso de dinero generará más inflación, produciéndose una reducción adicional en la demanda de saldos reales, y así sucesivamente, produciéndose un proceso de inflación creciente. Es, por tanto, importante caracterizar las condiciones bajo las que este proceso inflacionista tiende a converger o, por el contrario, es explosivo, conduciendo a una situación de *hiperinflación*.

7.6. Dinámica hiperinflacionista y *señoriage*.

- ¿ puede producir hiperinflación el proceso de *señoriage* que acompaña a la monetización continuada de un déficit?
- ¿cuál es el volumen máximo de *señoriage* que un gobierno puede generar?

7.6.1. Señoriage e hiperinflación

En un contexto inflacionista, ante la erosión del valor de los saldos monetarios, la demanda de saldos reales disminuirá con las expectativas de inflación:

$$\text{T.Continuo: } \left(\frac{M^d}{P}\right)_t = c e^{-a\pi_t^e} \text{; T. Discreto: } \left(\frac{M^d}{P}\right)_t = c e^{-a\pi_{t+1}^e} \text{ ; } ({}_t\pi_{t+1} = \pi_{t+1}^e) \qquad \textbf{(4)}$$

Función de demanda de dinero, propuesta por Cagan (1956):

a) la renta es independiente de la cantidad de dinero, por lo que su efecto está incluido en la constante c, y

b) el tipo de interés real es, asimismo, independiente de la cantidad de dinero, y que su efecto está también incluido en la constante c ⇒ aparecen las expectativas de inflación, y no los tipos de interés nominales en la función de demanda de dinero,

c) equilibrio en el mercado de dinero,

Supongamos *expectativas adaptativas*:

$$\text{T. Continuo: } \frac{d\pi_t^e}{dt} = b(\pi_t - \pi_t^e) \text{ ; T. Discreto } \pi_{t+1}^e - \pi_t^e = b(\pi_t - \pi_t^e) \qquad \textbf{(5)}$$

donde b es la velocidad a la que se revisan las expectativas:

$$\text{T. Continuo: } \pi_t^e = b\int_{-\infty}^{t} \pi_s e^{b(s-t)} ds \text{ ; T. Discreto: } \pi_{t+1}^e = b\sum_{i=0}^{\infty} (1-b)^i \pi_{t-i}$$

A lo largo de la bisectriz: $\pi_t = \pi_t^e$ $\Rightarrow$ en dichos puntos, las expectativas de inflación no cambian. Por debajo de la bisectriz: $\pi_t > \pi_t^e$, y las expectativas de inflación aumentan, reduciéndose en cualquier punto por encima de la bisectriz.

Consideremos ahora una tasa constante de crecimiento de la oferta monetaria: $\theta = \frac{\dot{M}_t}{M_t}$ $\forall\ t$, es decir: $M_t = M_0 e^{\theta t}$ (en tiempo Continuo). $1+\theta = \frac{M_{t+1}}{M_t}$ $\forall\ t$, es decir: $M_t = M_0(1+\theta)^t$ (en tiempo discreto).

$\Rightarrow$ evolución dinámica de la tasa de inflación. Derivando respecto al tiempo en **(4)**, en tiempo continuo:

$$\theta - \pi_t = -a\frac{\mathrm{d}\pi_t^e}{\mathrm{d}t} \qquad \textbf{(6)}$$

y teniendo en cuenta **(5)**:

$$\theta - \pi_t = -ab(\pi_t - \pi_t^e)$$

por lo que se tiene la relación entre inflación realizada y expectativas de inflación:

$$\pi_t^e = \frac{\theta + \pi_t(ab-1)}{ab} = -\frac{1-ab}{ab}\pi_t + \frac{\theta}{ab}$$

una línea recta cuya pendiente puede ser positiva o negativa, según que el producto *ab* sea superior o inferior a la unidad [Figuras 7.3.a y 7.3.b].

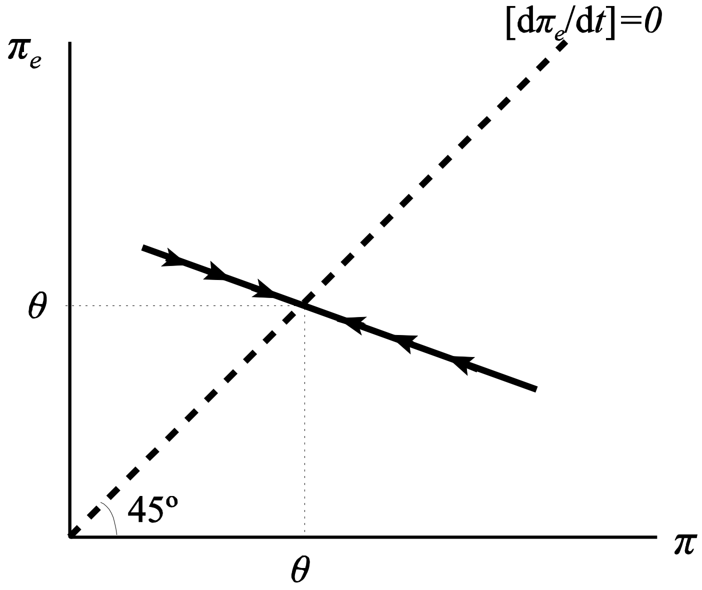
En tiempo discreto sería: de la expresión **(4):**

$$\frac{M_t/P_t}{M_{t-1}/P_{t-1}} = \frac{ce^{-a\pi_{t+1}^e}}{ce^{-a\pi_t^e}} \Rightarrow \frac{1+\theta}{1+\pi_t} = e^{-a(\pi_{t+1}^e - \pi_t^e)}$$

Suponiendo que $\ln(1+\theta) \simeq \theta$, $\ln(1+\pi_t) \simeq \pi_t$, llegamos a :

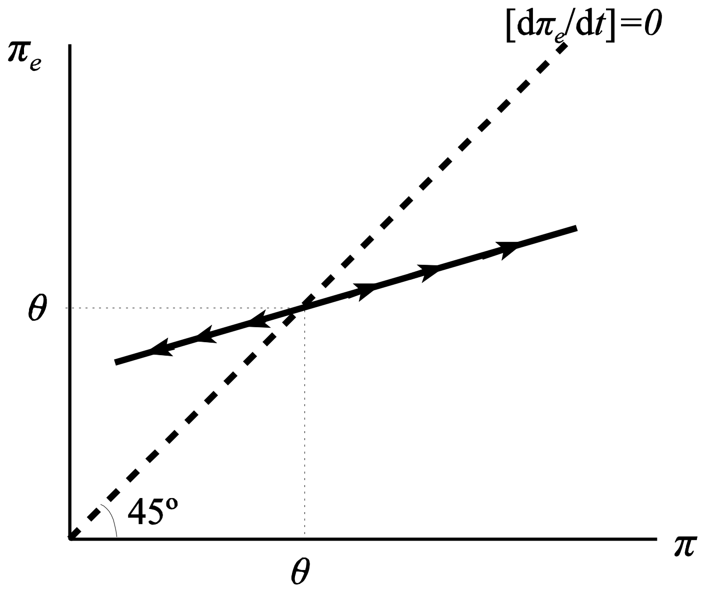
$$\theta - \pi_t = -ab(\pi_t - \pi_t^e) \Rightarrow \pi_t^e = \frac{\theta}{ab} - \frac{1-ab}{ab}\pi_t$$

Equilibrio (o *estado estacionario*): punto en que las expectativas de inflación no varían ⇒ igualdad entre expectativas de inflación e inflación realizada ⇒ **(6):** sólo se puede producir cuando: $\pi = \pi^e = \theta$ ⇒ el estado estacionario está caracterizado por la intersección de la recta anterior con la bisectriz ⇒ es único.



ab<1 ⇒ equilibrio estable

Figura 7.3.a



ab>1 ⇒ equilibrio inestable

Figura 7.3.b

Cuando $ab < 1$, la recta tiene pendiente negativa, y el equilibrio es estable, debido a la dinámica de las expectativas de inflación, que antes caracterizamos. En el caso $ab > 1$, el equilibrio es inestable.

En economías caracterizadas por $ab < 1$, la inflación converge a su nivel de equilibrio a largo plazo, θ $\Rightarrow$*los procesos de hiperinflación sólo se explican por una creación monetaria excesiva*, en relación con el déficit que se necesita financiar.

Si $ab > 1$ $\Rightarrow$ podría producirse un proceso inflacionista explosivo sin necesidad de que la cantidad de dinero crezca continuamente: un salto en la inflación hace que, por ser b elevado, se revise rápidamente al alza la expectativa π^e $\Rightarrow$ disminuye bastante la demanda de dinero (por ser la elasticidad a alta) $\Rightarrow$ importante desequilibrio entre oferta y demanda de dinero $\Rightarrow$ el exceso de oferta de saldos reales conduce a una mayor inflación.

7.6.2. Máximo señoriage posible

El *señoriage* es función de la tasa de expansión monetaria, pero también del stock de saldos reales, y éste variará, en general, como respuesta al aumento de la inflación ⇒ Un gobierno no puede determinar exactamente el nivel de *señoriage* que va a generar simplemente fijando una tasa de crecimiento monetario θ .

En tiempo continuo el *señoriage*, *SE*, es el valor real del incremento en la cantidad nominal de dinero:

$$\mathrm{T.C.:}\ SE \equiv \frac{\mathrm{d}M/\mathrm{d}t}{P} = \frac{\mathrm{d}M/\mathrm{d}t}{M}\frac{M}{P} = \theta h\ ,\ \mathrm{T.D.:}\ SE \equiv \frac{M_{t+1}-M_t}{P_t} = \frac{M_{t+1}-M_t}{M_t}\frac{M_t}{P_t} = \theta h$$

donde h denota ahora los saldos reales ⇒ más claramente que en tiempo discreto, el *señoriage* = producto de la tasa de crecimiento monetario por el nivel de saldos reales. Este, a través de la demanda de dinero del sector privado, dependerá a su vez, negativamente, de θ. Con ello, la dependencia del *señoriage* respecto de la tasa de crecimiento monetario es de la forma:

$$SE(\theta) = \theta h(\theta) \qquad \textbf{(7)}$$

⇒ para conocer la relación entre crecimiento monetario y señoriage, es necesario conocer con precisión el modo en que la demanda de dinero, que es una demanda de saldos reales, depende del ritmo de crecimiento de la cantidad de dinero.

Sustituyendo **(4)** en **(7)**, tenemos: $SE = \theta c e^{-a\pi^e}$ y, puesto que en *estado estacionario* las expectativas de inflación coinciden con la tasa de crecimiento monetario ⇒

$$SE = \theta c e^{-a\pi^e} = \theta c e^{-a\theta} \qquad \textbf{(8)}$$

Relación del tipo **(7)**, que permite conocer el volumen de *señoriage* que puede generar un Gobierno una vez que la economía se sitúe en estado estacionario, como función de la tasa de crecimiento monetario. En particular, para calcular el máximo *señoriage* que es sostenible de manera indefinida:

$$\frac{\partial SE}{\partial \theta} = 0 = ce^{-a\theta} - \theta cae^{-a\theta} = e^{-a\theta}c[1 - \theta a]$$

que implica un crecimiento monetario óptimo, de acuerdo con el criterio de maximizar el *señoriage*, igual a: $\theta^* = 1/a$, y un nivel máximo[1] de *señoriage* igual a:

$$SE^*_{MAX} = \frac{c}{ae}$$

Como la elasticidad de la demanda de dinero respecto de la tasa de inflación es igual a $-a\theta$, se tiene que el *señoriage* es máximo cuando la elasticidad de la base impositiva h respecto del tipo impositivo, θ, es igual a -1, resultado conocido en la teoría de la imposición óptima[2].

Si se supone una elasticidad de la demanda de dinero respecto de las expectativas de inflación de: $a = 0{,}35$, como sugieren algunas estimaciones, y dado un valor plausible, 0,09, para la relación c/Y (la velocidad de circulación del dinero

---

[1] La derivada segunda es: $\frac{\partial^2 SE}{\partial \theta^2} = -cae^{-a\theta}(2 - \theta a)$, que será generalmente negativa.

[2] Efectivamente, $h = ce^{-a\theta}$, por lo que se tiene la elasticidad:

$$\frac{\partial h}{\partial \theta}\frac{\theta}{h} = -cae^{-a\theta}\frac{\theta}{ce^{-a\theta}} = -a\theta$$, que, para $\theta^* = 1/a$, es igual a -1.

en ausencia de inflación[3]), se obtiene un volumen máximo de *señoriage* en el entorno del 10% del PIB: $\frac{SE^*_{MAX}}{Y} = \frac{c}{Yae} = \frac{0{,}09}{(0{,}35)(2{,}717)} = 0{,}095$, a la vez que conduciría a una tasa de inflación a largo plazo de: $1/a$ = 1/(0,35) = 285% [ver Ejercicio 7.3]. Esto sugiere que cuando en experiencias reales de algunos países se han observado tasas de inflación incluso superiores a los valores máximos que acabamos de calcular, debe a ser debido a intentos de obtener un *señoriage* superior al máximo posible, como veremos más adelante.

7.6.3. Posibilidad de recaudar un señoriage fijado exógenamente

Consideremos un nivel de señoriage $\overline{SE}$ $(\overline{SE} < SE^*_{MAX})$, exógenamente fijado por el gobierno: ¿cuál será la tasa de inflación que debe generar de modo que sea consistente con dicho nivel de recaudación?

En tanto en cuanto $\overline{SE} < SE^*_{MAX}$, existen dos tasas de inflación monetaria compatibles con ese nivel de señoriage, θ_1 y θ_2. Pero θ_2 es una solución inestable. Véase Figura 7.4.

[3] Cuando la inflación esperada es cero, tenemos, de **(4)**: $M/P = c$, de modo que: $c/Y = M/(PY)$, la inversa de la velocidad de circulación.

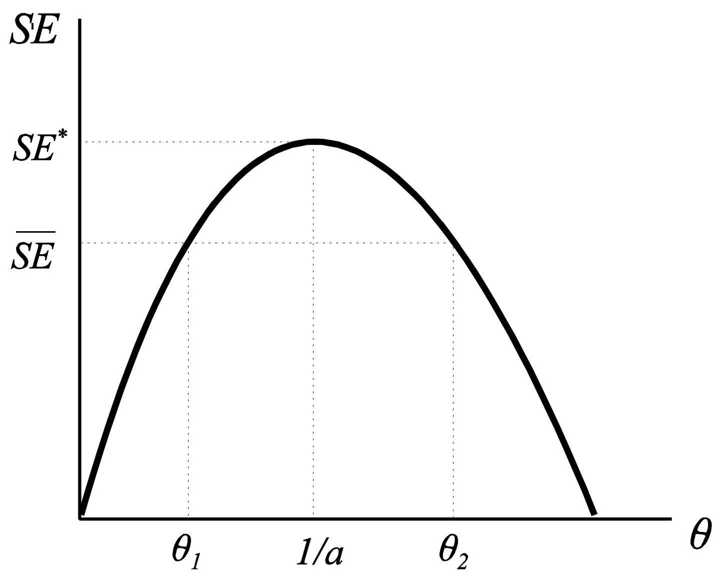


Figura 7.4

Para demostrar este último punto, comencemos notando que las combinaciones de inflación esperada y crecimiento monetario compatibles con un determinado nivel de *señoriage* pueden expresarse:

$$\overline{SE} = \theta c e^{-a\pi^e} \qquad \textbf{(9)}$$

que es una curva que puede representarse en el plano (π^e,θ) [Figura 7.5]. Fijado un nivel de señoriage, diferenciamos **(9)**, obteniendo:

$$d(\overline{SE}) = 0 \quad \Rightarrow \quad c e^{-a\pi^e} d\theta - \theta c a e^{-a\pi^e} d\pi^e = 0$$

por lo que si interpretamos **(9)** como una relación entre la inflación esperada y la tasa de crecimiento monetario para un *señoriage* dado, la pendiente de dicha función es: $\dfrac{d\pi^e}{d\theta} = \dfrac{1}{a\theta}$, que es positiva ⇒ un mayor crecimiento monetario vendrá asociado a una mayor inflación. Además, fijado $\overline{SE}$, la derivada segunda: $\dfrac{d^2\pi^e}{d\theta^2} = -\dfrac{1}{a\theta^2} < 0$, por lo que la curva es cóncava.

Cada una de estas curvas tiene una intersección con el eje de abscisas igual a $\theta = \overline{SE}/c$, pues éste es el crecimiento monetario correspondiente a $\pi^e = 0$ y compatible con un señoriage igual a $\overline{SE}$. El punto *P* en la Figura 7.5 es el de

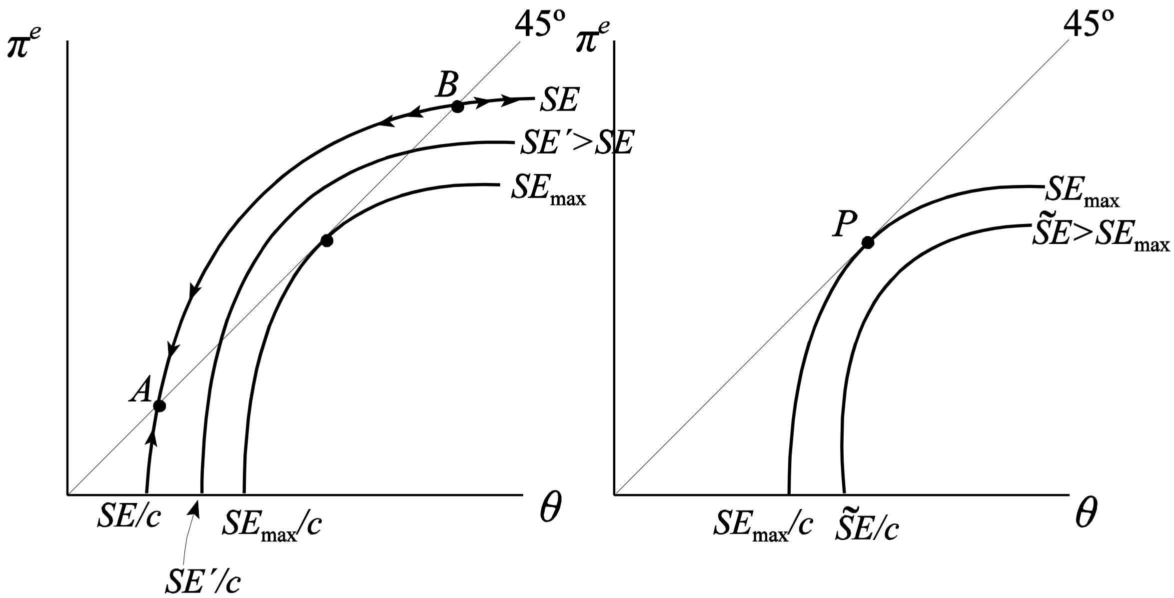


Figura 7.5

máximo *señoriage*, con $\pi^e = \theta$. En él, la pendiente de la curva de señoriage es igual a 1, ya que es tangente a la bisectriz, por lo que se tiene: $\frac{d\pi^e}{d\theta} = \frac{1}{a\theta} = 1$ o, lo que es lo mismo, $\theta = 1/a$, por lo que se recauda el máximo *señoriage* posible, SE^*_{MAX} . Estas posibilidades aparecen asimismo en la Figura 7.4.

En *estado estacionario* ⇒ tasa de inflación esperada coincide con la realizada, y ambas son iguales a la tasa de crecimiento monetario, θ ⇒ los estados estacionarios se producen en la intersección de la curva de igual *señoriage*, con la bisectriz. Dependiendo del nivel de señoriage que se fije exógenamente, puede haber: *a*) dos estados estacionarios, como *A* y *B*, si el señoriage fijado es inferior al máximo sostenible, *b*) un sólo estado estacionario, *P*, cuando el señoriage fijado coincide con el máximo sostenible, y *c*) ninguno, cuando el señoriage fijado excede del máximo posible.

Bajo expectativas adaptativas, la dinámica de inflación es la misma que en el modelo de Cagan (teniendo en cuenta **(6)** y que: $\pi_t^e = (1/(ab))(\theta - (1 - ab)\pi_t)$):

$$\frac{d\pi_t^e}{dt} = \frac{b}{1 - ab}(\theta - \pi_t^e)$$

⇒ en el equilibrio estacionario, $\pi_t^e = \theta$. Si antes de llegar al equilibrio estacionario, una economía con $ab < 1$ se halla en una situación con $\theta > \pi_t^e$, (por debajo de la bisectriz en la Figura 7.5) ⇒ la inflación esperada aumentará, mientras que lo contrario ocurrirá si $\theta < \pi_t^e$, (por encima de la bisectriz) ⇒ *A* es estable mientras que *B* es inestable.

Si estamos en una economía con $ab > 1$, el estado estacionario con bajo crecimiento monetario e inflación, *A*, es inestable, mientras que el estado estacionario con crecimiento monetario e inflación altas, *B*, es estable.

⇒ el nivel al que converge la tasa de inflación de una economía que genera un determinado *señoriage* depende de: *a*) cuál sea la tasa de inflación con la que comience, y *b*) si la elasticidad respecto de la inflación esperada de la demanda de dinero es alta, y las expectativas se ajustan rápidamente, o si se tiene el caso contrario. Por ejemplo, en el caso $ab < 1$, si la economía comienza a la izquierda de *A* se tendrá finalmente una tasa de inflación superior a la inicial, si comienza a la derecha de *A* pero a la izquierda de *B* se tendrá una tasa de inflación finita, inferior a la inicial, y, por último, si comienza a la derecha de *B* se tendrá hiperinflación.

Si estando en un estado estacionario como *A*, el gobierno desea incrementar el *señoriage*, se producirá un aumento instantáneo en la tasa de crecimiento monetario [Figura 7.6]; posteriormente, las expectativas de inflación irán aumentando rápidamente, hasta que se converge al nuevo estado estacionario *A´*.

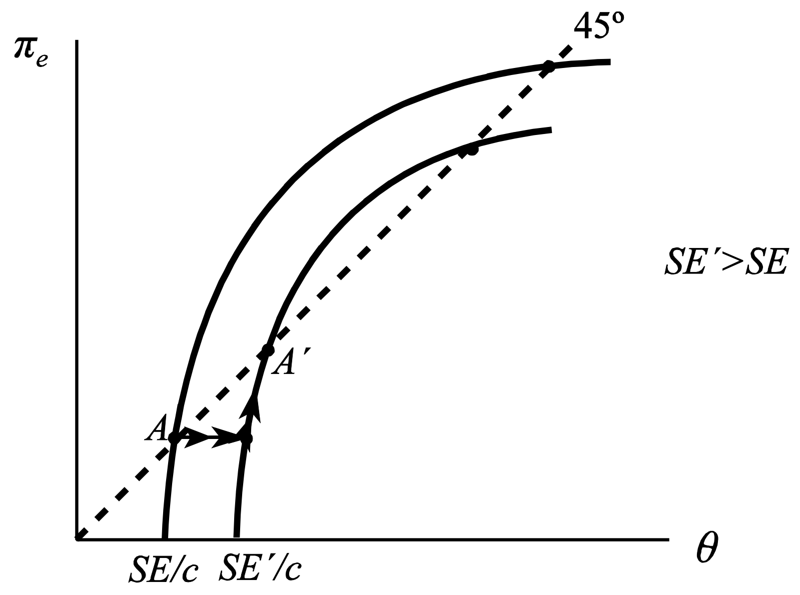


Figura 7.6

Por último, si el gobierno desea recaudar un señoriage $\tilde{SE}$ superior a SE^*_{MAX} [Figura 7.5], no existe en tal caso un estado estacionario, es decir, una situación con una tasa de inflación constante. Es posible recaudar tal nivel de *señoriage*, pero sólo a costa de generar una tasa de inflación continuamente creciente. Las experiencias históricas de *hiperinflación* (como las de Alemania y Austria en el período entre las dos Guerras Mundiales, estudiadas por Cagan, y las de algunos países latinoamericanos en períodos más recientes) pueden explicarse por Gobiernos que han querido obtener un volumen de *señoriage* superior al máximo, es decir han pretendido un $\tilde{SE} > SE^*_{MAX}$. Esta estéril pretensión les ha llevado a instrumentar tasas crecientes de crecimiento monetario, causando hiperinflación.