Examen de Introducción a la Econometría (LECO).

Departamento de Economía Cuantitativa. Universidad Complutense de Madrid.

5 de septiembre de 2011. Duración: **2 horas y media**.

Apellidos:	Nombre:	DNI:
Nombre del profesor:		Grupo:

No desgrape las hojas de este cuadernillo. El examen está compuesto por diez preguntas tipo test y diez cuestiones cortas. Responda a las preguntas tipo test en la plantilla de esta página. Las cuestiones tipo test suman tres puntos si la respuesta es correcta, restan un punto si es incorrecta y cero puntos si se deja en blanco. Debe obtener, al menos, 1,5 puntos sobre 5 en cada parte para poder obtener el aprobado.

Pregunta 1	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 2	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 3	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 4	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 5	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 6	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 7	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 8	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 9	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 10	A	B	C	D	En blanco

Puntos test:	Correctas:	Incorrectas:	En blanco:
Calificación test	Puntos/6=		
Calificación cuestiones			
Calificación total			

Preguntas test

Enunciado para las cuatro preguntas siguientes. Para una muestra aleatoria simple de tamaño $n = 100$ se han calculado los siguientes estadísticos: $\bar{x} = -0{,}1065$, $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = 102{,}9882$, $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3 = -10{,}6117$ y $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^4 = 390{,}4633$.

Pregunta 1. Los coeficientes de asimetría y curtosis son:

A) $g_3 = -0{,}1061$, $g_4 = 3{,}9046$.

B) $g_3 = -0{,}1015$ y $g_4 = 3{,}6813$.

C) $g_3 = -10{,}6117$, $g_4 = 390{,}4633$.

D) No se pueden calcular con la información disponible.

Pregunta 2. El estadístico de Jarque-Bera resulta:

A) 56,6393.

B) 3,5972.

C) 2,7324.

D) 2,1060.

Pregunta 3. Con las tablas disponibles, el p-valor es, **aproximadamente**:

A) $< 0{,}001$.

B) 0,15.

C) 0,25.

D) 0,35.

Pregunta 4. La conclusión, a los niveles de significación habituales, es:

A) Se rechaza la hipótesis de que la muestra procede de una variable aleatoria normal.

B) Se rechaza la hipótesis de que la muestra procede de una variable aleatoria simétrica.

C) No se puede rechazar la hipótesis de que la muestra procede de una variable aleatoria normal.

D) No se puede rechazar la hipótesis de que la muestra procede de una variable aleatoria simétrica.

Enunciado para las cuatro preguntas siguientes. Sea la función de densidad continua, $f_{XY}(x,y) = k$, en el soporte $0 < x < 6$, $0 < y < \frac{x}{2}$.

Pregunta 5. El soporte de la función de densidad es el triángulo de vértices:

A) (0,0), (0,6), (6,3).

B) (0,0), (3,0), (6,0).

C) (0,0), (6,0), (6,3).

D) (0,0), (0,3), (6,0).

Pregunta 6. ¿Cómo calcularía la función de densidad marginal de Y, $f_2(y)$?

A) $\int_{2y}^{6} f_{XY}(x,y)\, dx$.

B) $\int_{2y}^{3} f_{XY}(x,y)\, dx$.

C) $\int_{0}^{2y} f_{XY}(x,y)\, dx$.

D) $\int_{x/2}^{3} f_{XY}(x,y)\, dy$.

Pregunta 7. ¿Cómo calcularía $P(X + Y \leq 2)$?

A) $\int_{0}^{4/3} \int_{2-y}^{2y} f_{XY}(x,y)\, dy\, dx$.

B) $\int_{0}^{4/3} \int_{0}^{x/2} f_{XY}(x,y)\, dy\, dx$.

C) $\int_{0}^{2/3} \int_{0}^{2-y} f_{XY}(x,y)\, dx\, dy$.

D) $\int_{0}^{2/3} \int_{2y}^{2-y} f_{XY}(x,y)\, dx\, dy$.

Pregunta 8. ¿Cómo calcularía $P(Y > 1 | X = 4)$?

A) $\int_{0}^{2} f(y|X = 4)\, dx$.

B) $\int_{0}^{1} f(y|X = 4)\, dy$.

C) $\int_{1}^{2} f(y|X = 4)\, dy$.

D) $\int_{1}^{3} f(y|X = 4)\, dy$.

Enunciado para las dos preguntas siguientes. La siguiente tabla recoge la evolución de los precios de tres bienes (A, B y C) desde 2003 hasta 2006.

	A	B	C
2003	800	9	55
2004	850	10	50
2005	1200	18	65
2006	1400	24	75

Pregunta 9. El valor del **índice simple** de precios del bien A con base en 2006 para el año 2005 es:

A) 150,00 %.

B) 85,71 %.

C) 60,71 %.

D) $57,14$ %.

Pregunta 10. La tasa de variación interanual del precio del bien A en 2004 es:

A) $57,14$ %.

B) 41,18 %.

C) 16,67 %.

D) 6,25 %.

Cuestiones cortas

Enunciado para las tres cuestiones siguientes. El tiempo en minutos que tarda determinado alumno en llegar a la Facultad sigue una distribución normal. Las últimas 16 veces que ha venido ha tardado en promedio 20 minutos, con una **cuasidesviación típica** de 2 minutos.

Cuestión 1. (0.5 pt) Calcule un intervalo de confianza al 95 % para el tiempo medio.

Cuestión 2. (0.5 pt) Aburrido de ese camino, el alumno sigue una ruta alternativa durante otros 16 días. Por este nuevo camino, el tiempo medio invertido es de 19 minutos, y la **cuasidesviación típica** muestral es también 2 minutos. Con un nivel de significación del 5 %, ¿supone este camino una mejora significativa en el tiempo medio? Indique la hipótesis nula, la alternativa y realice el contraste.

Cuestión 3. (0.5 pt) Dibuje y calcule el p-valor del contraste anterior.

Cuestión 4. (0.5 pt) El p-valor de un determinado contraste es 0,12. ¿Qué nos dice esta información?

Cuestión 5. (0.5 pt) Discuta la veracidad de la siguiente afirmación: "El coeficiente de correlación mide el grado de asociación entre dos variables aleatorias. Si la correlación es 0, entonces no están relacionadas".

Enunciado para las dos cuestiones siguientes. A partir de las estadísticas de la enseñanza universitaria 2009-10 recientemente publicadas por el INE, se construye la siguiente tabla de contingencia por estudios y sexo de una muestra representativa de los matriculados (se han excluído las dobles licenciaturas y los grados):

	Arquitectura e ingenierías técnicas	Diplomaturas	Licenciaturas	Arquitectura e ingenierías
Varones	130	98	231	96
Mujeres	39	217	340	43

Cuestión 6. (0.5 pt) Calcule el estadístico chi-cuadrado para contrastar la independencia entre sexo y estudios.

Cuestión 7. (0.5 pt) Obtenga el p-valor y deje clara su conclusión.

Cuestión 8. (0.5 pt) Sea (X, Y) un par aleatorio normal bivariante que representa la demanda de dos bienes **sustitutivos**. Se sabe que $E(X) = 5$ y $E(Y) = 10$. Si se produce una demanda de tres unidades de X, ¿esperaría que la demanda de Y fuese mayor que 10 o menor que 10? ¿Por qué?

Cuestión 9. (0.5 pt) La función generatriz de momentos de una v.a. chi-cuadrado de r grados de libertad es $M(t) = (1-2t)^{-r/2}$. Demuestre que si se tienen n variables aleatorias independientes $X_i \sim \chi^2_{r_i}$, $i = 1, \ldots, n$, entonces $\sum_{i=1}^n X_i \sim \chi^2_{\sum r_i}$.

Cuestión 10. (0.5 pt) Si una variable aleatoria sigue una distribución exponencial con parámetro θ, $X \sim f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{1}{\theta}x}$, $x \geq 0$, obtenga su función generatriz de momentos.

Fórmulas de posible utilidad

Transformación de variables. Sea $X \sim f_X(x)$ y se define $Y = h(X)$. Entoces $f_Y(y) = f_X\left(h^{-1}(y)\right)\left|\frac{dh^{-1}(y)}{dy}\right|$ donde $h^{-1}(\cdot)$ es la *función inversa* de $h(\cdot)$.

Aproximación lineal a la esperanza condicional.

$$E^*(Y/X = x) = E(Y) - \frac{Cov(X,Y)}{V(X)} \cdot E(X) + \frac{Cov(X,Y)}{V(X)} \cdot x$$

Varianza condicional de la normal bivariante. $V(Y/X = x) = V(Y)(1 - \rho^2_{XY})$.

Modelo de regresión lineal. Sea $E(Y_i/X_i = x_i) = a + bx_i$ (o también $Y_i = a + bx_i + \varepsilon_i$, $\varepsilon_i \underset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2_\varepsilon)$). Si $\hat{a}$ y $\hat{b}$ son los estimadores por el método de los momentos (o de mínimos cuadrados) de a y b, y $\hat{\varepsilon}_i$ los residuos del modelo, entonces:

$$\frac{\hat{a}-a}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2 \sum x_i^2}{T\sum(x_i-\bar{x})^2}}} \sim t_{n-2}, \qquad \frac{\hat{b}-b}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}}} \sim t_{n-2}; \qquad \text{donde} \qquad \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}\hat{\varepsilon}_i^2.$$

Distribuciones de funciones de variables aleatorias. Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ y $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ e independientes y se dispone de muestras de tamaños n, n_1 y n_2 respectivamente:

$$\frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} \sim N(0,1); \qquad \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{s^2/n}} \sim t_{n-1}; \qquad \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}; \qquad \frac{s_1^2/\sigma_1^2}{s_2^2/\sigma_2^2} \sim F_{n_1-1,n_2-1}$$

$$\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1); \qquad \frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}} \sim t_{n+m-2},$$

donde s^2 denota la *cuasivarianza* muestral.

Proporciones. $\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \to N(0,1)$. Con dos poblaciones y muestras de tamaños n_1 y n_2:

$$\frac{(\hat{p_1}-\hat{p_2})-(p_1-p_2)}{\sqrt{\left(\frac{n_1+n_2}{n_1\cdot n_2}\right)\hat{p_T}(1-\hat{p_T})}} \to N(0,1),$$

donde $\hat{p_T} = \frac{n_1\hat{p_1}+n_2\hat{p_2}}{n_1+n_2}$.

Contraste de Jarque-Bera. $JB = n\left[\frac{AS^2}{6}+\frac{(K-3)^2}{24}\right] \to \chi_2^2$.

Contraste Chi cuadrado. $\sum_{i=1}^{k}\frac{(T_i-O_i)^2}{T_i} \sim \chi^2$ donde T_i y O_i son, respectivamente las i-ésimas frecuencias absolutas esperadas y observadas.

Contrastes de Kolmogorov-Smirnov. Para una muestra $D_n = \sup|F_n^*(x)-F(x)|$. Para dos muestras $D_{n,m} = \sup|F_n^*(x)-G_m^*(x)|$. $F_n^*(x)$ y $G_m^*(x)$ son funciones de distribución empíricas (o muestrales) y $F(x)$ es una función de distribución teórica.

Contraste de Wilcoxon. El estadístico $T = T^+ - T^-$, bajo H_0 cumple $E(T) = 0$ y $V(T) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Contraste de Mann-Whitney. $U = \min(U_1, U_2)$, donde $U_1 = n_1n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1$ y $U_2 = n_1n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - R_2$. Bajo H_0 se cumple $E(U) = \frac{n_1n_2}{2}$ y $V(U) = \frac{n_1n_2(n_1+n_2+1)}{12}$.

Aproximación a los valores críticos en los contrastes de Kolmogorov-Smirnov. Para el contraste de una muestra, el valor crítico c^* con un nivel de significación α se aproxima mediante $c_\alpha^* = k_\alpha\sqrt{1/n}$, donde k_α es 1.07, 1.22, 1.36, 1.52 y 1.63 para niveles de significación del 20 %, 10 %, 5 %, 2 % y 1 %, respectivamente.

Para el contraste de dos muestras, el valor crítico aproximado se calcula:

$$c_\alpha^* = k_\alpha\sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_1\cdot n_2}},$$

donde k_α es 1.07, 1.22 y 1.52 para niveles de significación α del 10 %, 5 % y 1 %, respectivamente.

Tablas estadísticas

	x.x0	x.x1	x.x2	x.x3	x.x4	x.x5	x.x6	x.x7	x.x8	x.x9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993

Cuadro 1: Función de distribución de la $N(0,1)$

r	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99	0.999
1	0.0642	0.1485	0.2750	0.4549	0.7083	1.0742	1.6424	2.7055	3.8415	5.0239	6.6349	10.8276
2	0.4463	0.7133	1.0217	1.3863	1.8326	2.4079	3.2189	4.6052	5.9915	7.3778	9.2103	13.8155
3	1.0052	1.4237	1.8692	2.3660	2.9462	3.6649	4.6416	6.2514	7.8147	9.3484	11.3449	16.2662
4	1.6488	2.1947	2.7528	3.3567	4.0446	4.8784	5.9886	7.7794	9.4877	11.1433	13.2767	18.4668
5	2.3425	2.9999	3.6555	4.3515	5.1319	6.0644	7.2893	9.2364	11.0705	12.8325	15.0863	20.5150
6	3.0701	3.8276	4.5702	5.3481	6.2108	7.2311	8.5581	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	22.4577
7	3.8223	4.6713	5.4932	6.3458	7.2832	8.3834	9.8032	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	24.3219
8	4.5936	5.5274	6.4226	7.3441	8.3505	9.5245	11.0301	13.3616	15.5073	17.5345	20.0902	26.1245

Cuadro 2: Función de distribución de la χ^2_r.

r	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99	0.999
10	0.2602	0.5415	0.8791	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	4.1437
11	0.2596	0.5399	0.8755	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	4.0247
12	0.2590	0.5386	0.8726	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.9296
13	0.2586	0.5375	0.8702	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.8520
14	0.2582	0.5366	0.8681	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	3.7874
15	0.2579	0.5357	0.8662	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	3.7328
16	0.2576	0.5350	0.8647	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	3.6862
17	0.2573	0.5344	0.8633	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	3.6458
18	0.2571	0.5338	0.8620	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	3.6105
19	0.2569	0.5333	0.8610	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	3.5794
20	0.2567	0.5329	0.8600	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	3.5518

Cuadro 3: Función de distribución de la t_r.

Operaciones