Examen de Introducción a la Econometría (LECO).

Departamento de Economía Cuantitativa. Universidad Complutense de Madrid.

23 de junio de 2010. Duración: **2 horas**.

Apellidos:	Nombre:	DNI:
Nombre del profesor:		Grupo:

No desgrape las hojas de este cuadernillo. El examen está compuesto por diez preguntas tipo test y diez cuestiones cortas. Responda a las preguntas tipo test en la plantilla de ésta página. Las cuestiones tipo test suman tres puntos si la respuesta es correcta, restan un punto si es incorrecta y cero puntos si se deja en blanco. Debe obtener doce puntos en las preguntas tipo test para que se corrijan las cuestiones.

Pregunta 1	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 2	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 3	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 4	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 5	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 6	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 7	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 8	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 9	A	B	C	D	En blanco
Pregunta 10	A	B	C	D	En blanco

Puntos test:	Correctas:	Incorrectas:	En blanco:
Calificación test	Puntos/6=		
Calificación cuestiones			
Calificación total			

Preguntas test

Enunciado para las tres preguntas siguientes. Sea un par de variables aleatorias con función de densidad conjunta $f_{XY}(x,y)$ en el soporte $0 \leq 1-x \leq y \leq 1$.

Pregunta 1. El soporte de la función de densidad viene dado por los vértices:

A) * (1,0), (0,1), (1,1). De donde se obtiene el soporte $\{0 \leq x \leq 1,\ 1-x \leq y \leq 1\}$ o bien $\{0 \leq y \leq 1, 1-y \leq x \leq 1\}$, que serán necesarios en las siguientes preguntas.

B) (0,0), (0,1), (1,0).

C) (0,0), (0,1), (1,1).

D) (0,0), (1,0), (1,1).

Pregunta 2. La esperanza de X es:

A) $E(X) = \int_0^1 \int_0^1 f_{XY}(x,y)\, dy\, dx$.

B) * $E(X) = \int_0^1 \int_{1-x}^1 x f_{XY}(x,y)\, dy\, dx$. La marginal de X es $f_X(x) = \int_{1-x}^1 f_{XY}(x,y)\, dy,\ 0 \leq x \leq 1$, y la esperanza pedida es: $E(X) = \int_0^1 x f_X(x)\, dx$. Sustituyendo la marginal en la esperanza se obtiene la expresión propuesta.

C) $E(X) = \int_0^1 \int_0^{1-x} x f_{XY}(x,y)\, dy\, dx$.

D) $E(X) = \int_0^1 \int_0^1 x f_{XY}(x,y)\, dy\, dx$.

Pregunta 3. La función de densidad marginal de Y es:

A) $f_Y(y) = \int_{1-y}^1 f_{XY}(x,y)\, dy$.

B) * $f_Y(y) = \int_{1-y}^1 f_{XY}(x,y)\, dx$. Aplicando la definición.

C) $f_Y(y) = \int_{1-x}^1 y f_{XY}(x,y)\, dy$.

D) $f_Y(y) = \int_{1-x}^1 f_{XY}(x,y)\, dx$.

Enunciado para las cuatro preguntas siguientes. Sean dos variables aleatorias (X, Y), discretas, que reflejan la siguiente información. Si $X = 1$ se produce un shock positivo de oferta en la economía (por ejemplo, el precio del petroleo se reduce a la mitad), $X = 0$ si la economía no sufre ningún shock (por ejemplo, el precio del petroleo se mantiene alrededor de su media de los últimos meses) y $X = -1$ si el shock es negativo (por ejemplo, el precio del petroleo se dobla). Por su parte, $Y = 1$ si el nivel de empleo aumenta, $Y = 0$ si se mantiene y $Y = -1$ si se reduce el empleo. La siguiente tabla muestra la función de cuantía conjunta:

	$Y=-1$	$Y=0$	$Y=1$	$P(X=x)$
$X=-1$	$5/24$	$3/24$	0	$8/24$
$X=0$	$2/24$	$6/24$	$2/24$	$10/24$
$X=1$	$1/24$	$2/24$	$3/24$	$6/24$
$P(Y=y)$	$8/24$	$11/24$	$5/24$	1

Pregunta 4. Sin tener información acerca del shock económico, ¿qué es más probable que ocurra con el empleo?

Se ha añadido una fila y una columna a la tabla con las funciones de cuantía marginal que serán necesarias para responder las preguntas.

A) Que aumente. $P(Y=1)=5/24$.

B) Que disminuya. $P(Y=-1)=8/24$.

C) * Que se quede igual. $P(Y=0)=11/24$, la mayor de las tres.

D) No se puede afirmar nada.

Pregunta 5. Suponga que se aprecia un shock negativo ¿cuál es la probabilidad de que el empleo caiga?

A) * 5/8. La probabilidad pedida es $P(Y=-1|X=-1)=\frac{P(Y=-1,X=-1)}{P(X=-1)}=\frac{5/24}{8/24}=\frac{5}{8}$.

B) 2/10.

C) 1/6.

D) 5/24.

Pregunta 6. ¿Cuál es el valor esperado de la variación del empleo si el shock ha sido negativo?

A) 5/8.

B) 6/8.

C) $-6/8$.

D) * $-5/8$. $E(Y/X=-1)=\sum_{y=-1}^{1} yP(Y=y|X=-1)=-1\frac{5/24}{8/24}+0\frac{3/24}{8/24}+1\frac{0}{8/24}=-\frac{5}{8}$.

Pregunta 7. A la vista de los resultados anteriores ¿son independientes los shocks de oferta y el empleo?

A) * No son independientes, porque $P(Y=-1)=8/24\neq P(Y=-1|X=-1)=5/8=15/24$. Es decir, la probabilidad de que caiga el empleo aumenta si se ha producido un shock negativo de oferta.

B) Son independientes.

C) Aproximadamente, son independientes.

D) No se puede saber sin comprobarlo. Para demostrar independencia hay que comprobar la condición para todos los pares de valores $(x,\ y)$, pero basta un par que no lo cumpla para afirmar la no independencia.

Pregunta 8. Sea una población X que se distribuye $N(\mu, 1)$. Se desea contrastar $H_0 : \mu = 5$ frente a $H_1 : \mu > 5$. Se tiene una muestra aleatoria simple de tamaño 16, con $\bar{x} = 5{,}5$, calcule el p-valor del contraste.

El estadístico de contraste es $z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sqrt{\sigma^2/n}} \sim N(0, 1)$ y dada la hipótesis alternativa, la región crítica es $\{z \geq c^*\}$. El valor del estadístico de contraste resulta $\frac{5{,}5-5}{\sqrt{1/16}} = 2$. Así, el p-valor es:

A) * $\alpha^* = P[z \geq 2|z \sim N(0, 1)] = 1 - \Phi(2) = 0{,}0228$, donde $\Phi(\cdot)$ es la función de distribución de la $N(0, 1)$.

B) $\alpha^* = 0{,}0456$.

C) $\alpha^* = 0{,}0500$.

D) $\alpha^* = 0{,}0250$.

Enunciado para las dos preguntas siguientes. Sean X e Y los volúmenes de ventas de dos bienes producidos por una empresa, con distribución normal bivariante con vector de esperanzas $\mu = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \end{pmatrix}$ y matriz de varianzas-covarianzas $\Sigma = \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}$.

Pregunta 9. ¿Cuál es la probabilidad de que el volumen de ventas del primer producto supere el volumen de ventas del segundo?

A) $P(X > Y) = 0{,}1814$.

B) * $P(X > Y) = 0{,}0907$. Dado que X e Y son normales, $X - Y = Z \sim N(10 - 15; 9 + 9 - 2 \cdot 2) = N(-5, 14)$. La probabilidad pedida es $P(X > Y) = P(Z > 0) = P[(Z + 5)/\sqrt{14} > 5/\sqrt{14}] = 1 - \Phi(5/\sqrt{14}) = 1 - \Phi(1{,}34)$.

C) $P(X > Y) = 0{,}0454$.

D) $P(X > Y) \simeq 0$.

Pregunta 10. ¿Cuál es la predicción de ventas del producto Y si se sabe que las ventas del otro producto han sido $X = 8$?

A) $E(Y/X = 8) = 15{,}44$.

B) * $E(Y/X = 8) = 14{,}56 = E(Y) - \frac{cov(X,Y)}{V(X)}E(X) + \frac{cov(X,Y)}{V(X)}8 = 15 - \frac{2}{9}10 + \frac{2}{9}8$. La expresión de la aproximación lineal a la esperanza condicionada, que en el caso de normales es exacta, aparece en el *formulario*.

C) $E(Y/X = 8) = 11{,}00$.

D) $E(Y/X = 8) = 8{,}44$.

Cuestiones cortas

Cuestión 1. (0.5 pt) Discuta la veracidad de la siguiente afirmación: "Si la hipótesis nula no es rechazada, entonces es cierta".

Es falso. No rechazar la nula significa que en la muestra no se encuentra suficiente evidencia en contra. **Si la nula es o no cierta es desconocido siempre**, por eso se buscan en la muestra "argumentos" en contra de la hipótesis nula formulada (para rechazarla) y si no encuentran dichas evidencias, no se puede rechazar.

Enunciado para las tres cuestiones siguientes. Sea X una variable aleatoria con distribución simétrica alrededor de su esperanza nula ($\mu = 0$ y $\mu_3 = 0$).

Cuestión 2. (0.5 pt) Relacione el momento de tercer orden respecto a la esperanza de X con los momentos respecto al origen de orden 3 ó inferior; esto es, obtenga la función $g(\cdot)$ tal que $E[(X-\alpha_1)^3] = \mu_3 = g(\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1)$. [Sugerencia: utilice la expansión del binomio $(a-b)^3$].

$$\begin{aligned} E[(X-\alpha_1)^3] &= E(X^3 - 3X^2\alpha_1 + 3X\alpha_1^2 - \alpha_1^3) = E(X^3) - 3E(X^2)\alpha_1 + 3E(X)\alpha_1^2 - \alpha_1^3 \\ &= \alpha_3 - 3\alpha_2\alpha_1 + 2\alpha_1^3. \end{aligned}$$

Puesto que para la variable X nos dicen que $\mu = \alpha_1 = 0$ y que $\mu_3 = E[(X-\alpha_1)^3] = 0$ (simetría alrededor de la esperanza), resulta que $\mu_3 = \alpha_3 = 0$.

Cuestión 3. (0.5 pt) Si se define $Y = X^2$, demuestre que $cov(X, Y) = 0$. ¿Son X e Y independientes?

$$cov(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = E(XX^2) - E(X)E(X^2) = E(X^3) - 0 \cdot E(X^2) = 0,$$

puesto que $\alpha_3 = E(X^3) = 0$, como se ha visto en la cuestión previa.

Las variables, obviamente, no son independientes puesto que Y es una función determinista de X. Dado un valor de X se conoce el valor que tomará la variable Y sin incertidumbre.

Cuestión 4. (0.5 pt) Si $X \sim N(0,1)$ ¿Cómo se distribuye Y? Calcule $P(Y > 4)$.

Por definición, si $X \sim N(0,1)$, entonces $X^2 = Y \sim \chi_1^2$. La probabilidad pedida es:

$$\begin{aligned} P(Y>4) &= P(X^2 > 4) = 1 - P(X^2 \leq 4) = 1 - P(-2 \leq X \leq 2) = \\ &= 1 - [\Phi(2) - \Phi(-2)] = 1 - \Phi(2) + (1 - \Phi(2)) = 2(1 - \Phi(2)) = 0{,}0456, \end{aligned}$$

donde $\Phi(\cdot)$ denota la función de distribución de la normal estándar.

Enunciado para las tres cuestiones siguientes. Sean X e Y variables aleatorias **independientes** con función generatriz de momentos $(1-t^2)^{-1}$ (distribución de Laplace) y con **esperanza nula**.

Cuestión 5. (0.5 pt) Sea $U = X + Y$. Demuestre que la función generatriz de momentos de U es $(1-t^2)^{-2}$ y que la de $V = X - Y$ es idéntica a la de U.

En este grupo de cuestiones se utiliza el siguiente resultado: si $X_i,\ i = 1, \ldots, n$, son variables aleatorias independientes con funciones generatriz $M_{X_i}(t)$, y se define la combinación lineal $Y = \sum_{i=1}^n a_i X_i$, siendo a_i constantes, la función generatriz de Y es $M_Y(t) = \prod_{i=1}^n M_{X_i}(a_i t)$. Así, las generatrices pedidas son:

$$\begin{aligned} M_U(t) &= M_X(t)M_Y(t) = (1-t^2)^{-1}(1-t^2)^{-1} = (1-t^2)^{-2}, \\ M_V(t) &= M_X(t)M_Y(-t) = (1-t^2)^{-1}[1-(-t)^2]^{-1} = (1-t^2)^{-2}. \end{aligned}$$

Por lo tanto, U y V son variables aleatorias idénticas (teorema de unicidad).

Cuestión 6. (0.5 pt) Encuentre la función generatriz conjunta de U y V.

$$\begin{aligned} M_{UV}(t,s) &= E(e^{tU+sV}) = E(e^{t(X+Y)+s(X-Y)}) = E(e^{(t+s)X}e^{(t-s)Y}) = E(e^{(t+s)X})E(e^{(t-s)Y}) \\ &= M_X(t+s)M_Y(t-s) = [1-(t+s)^2]^{-1}[1-(t-s)^2]^{-1}, \end{aligned}$$

donde se ha utilizado que, al ser X e Y independientes, $E[g(X)h(Y)] = E[g(X)]E[h(Y)]$.

Es inmediato comprobrar que el resultado es una función generatriz, puesto que cumple $M_{UV}(0,0) = 1$ y se puede definir un intervalo para t y otro para s que incluyan el cero donde la función existe, basta con evitar las discontinuidades que se producen en $|t+s| = 1$ y $|t-s| = 1$, por ejemplo $t \in (-0{,}5; 0{,}5)$ y $s \in (-0{,}2; 0,2)$.

Cuestión 7. (0.5 pt) Compruebe que U y V no son independientes.

Una forma de comprobar la no independencia es demostrar que $M_{UV}(t,s) \neq M_U(t)M_V(s)$, lo que se obtiene de las respuestas anteriores:

$$M_{UV}(t,s) = [1-(t+s)^2]^{-1}[1-(t-s)^2]^{-1} \neq (1-t^2)^{-2}(1-s^2)^{-2} = M_U(t)M_V(s).$$

Otra posibilidad es demostrar que $cov(U,V) \neq 0$, pero se puede comprobar que, en este caso, la covarianza resulta nula a pesar de que las variables no son independientes. En general, no es buena idea usar la covarianza para descartar independencia excepto en el caso de normales.

Cuestión 8. (0.5 pt) Un canal de televisión realiza una encuesta a 500 menores de 30 años y la siguiente tabla de contingencia resume la información acerca del gusto por las películas de Van Damme y el sexo del entrevistado:

	Gusta	No gusta
Chico	35	312
Chica	8	142

Obtenga el p-valor del estadístico Chi-cuadrado para contrastar la hipótesis nula de independencia entre el sexo del entrevistado y el gusto por las películas de Van Damme.

La tabla no suma 500 observaciones, como se indica en el enunciado, pero eso es irrelevante para realizar el contraste. Utilizando el programa R (`http://www.r-project.org`) la solución del problema es:

```
obs <- matrix( c(35, 312, 8, 142), nrow=2, byrow=TRUE)
dimnames(obs) <- list(Sexo=c("Chico", "Chica"), VanDamme=c("Gusta", "No Gusta"))
print(obs)
Q   <- chisq.test(obs, correct=FALSE)
print(Q$expected)
print(Q)
```

Las frecuencias esperadas se extraen de `Q$expected` y resultan:

E_{ij}	Gusta	No Gusta
Chico	30.02	316.98
Chica	12.98	137.02

El valor del estadístico, que bajo la hipótesis nula se distribuye aproximadamente χ^2_1, es $Q = 2{,}9937$. La significación marginal se almacena en `Q$p.value`, y resulta $\alpha^* = P(\chi^2_1 \geq 2{,}9937) = 0{,}0836$. Para usar la tabla de la normal incluida en el examen recuerde que $\chi^2_1 = [N(0,1)]^2$.

Enunciado para las dos cuestiones siguientes. Considere una variable aleatoria $X \sim U(a,1)$. Se desea contrastar $H_0 : a = -1$ frente a la alternativa $H_1 : a > -1$, para lo que se dispone de X_1, una muestra de tamaño $n = 1$.

Cuestión 9. (0.5 pt) Si la región crítica del contraste es $\{X_1 \geq k\}$, halle k para una significación del $\alpha = 0{,}05$.

El único elemento de la muestra se distribuye como la población: $X_1 \sim U(a,1)$, cuya función de densidad es $f_{X_1}(x) = \frac{1}{1-a}$, $a \leq x \leq 1$. Para encontrar k se formula directamente la significación del contraste:

$$\alpha = P[X_1 \geq k | X_1 \sim U(-1,1)] = \int_k^1 \frac{1}{2}\, dx = \frac{1-k}{2}, \quad k \in [-1,1].$$

Para un nivel de significación $\alpha = 0{,}05$, $k = 1 - 2\alpha = 0{,}9$ y la región crítica con la significación pedida es $\{X_1 \geq 0{,}9\}$. Cabe mencionar que, en este problema, la región crítica no se puede obtener a partir del teorema de Neyman-Pearson.

Cuestión 10. (0.5 pt) Considere las regiones críticas del tipo $\{X_1 \geq k\}$. Calcule el nivel de significación como una función de k y la función de potencia del contraste.

La primera parte de la cuestión se ha resuelto antes, $\alpha = (1-k)/2$. La función de potencia, que depende del valor desconocido del parámetro en la alternativa a^* y de la significación elegida α (o del valor crítico k), resulta:

$$W(a^*, \alpha) = P[X_1 \geq k | X_1 \sim U(a^*,1)] = \int_k^1 \frac{1}{1-a^*}\, dx = \frac{1-k}{1-a^*} = \frac{1-(1-2\alpha)}{1-a^*} = \frac{2\alpha}{1-a^*}, \quad a^* < k.$$

A partir de la expresión anterior, es trivial comprobar que la potencia aumenta (menor error de tipo II) cuanto mayor sea la significación elegida (mayor error de tipo I) y que también aumenta la potencia cuanto más alejado se encuentre el valor del parámetro a^* de la hipótesis nula ($a^* >> -1$) a igual significación. Por último, se puede apreciar que el contraste es ingesgado $W(-1,\alpha) = \alpha$.

Fórmulas de posible utilidad

Transformación de variables. Sea $X \sim f_X(x)$ y se define $Y = h(X)$. Entoces $f_Y(y) = f_X\left(h^{-1}(y)\right)\left|\frac{dh^{-1}(y)}{dy}\right|$ donde $h^{-1}(\cdot)$ es la *función inversa* de $h(\cdot)$.

Aproximación lineal a la esperanza condicional.

$$E^*(Y/X=x) = E(Y) - \frac{Cov(X,Y)}{V(X)} \cdot E(X) + \frac{Cov(X,Y)}{V(X)} \cdot x$$

Varianza condicional de la normal bivariante. $V(Y/X=x) = V(Y)(1-\rho^2_{XY})$.

Modelo de regresión lineal. Sea $E(Y_i/X_i = x_i) = a + bx_i$ (o también $Y_i = a + bx_i + \varepsilon_i$, $\varepsilon_i \underset{iid}{\sim} N(0, \sigma_\varepsilon^2)$). Si $\hat{a}$ y $\hat{b}$ son los estimadores por el método de los momentos (o de mínimos cuadrados) de a y b, y $\hat{\varepsilon_i}$ los residuos del modelo, entonces:

$$\frac{\hat{a} - a}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2 \sum x_i^2}{T \sum (x_i - \bar{x})^2}}} \sim t_{n-2}, \qquad \frac{\hat{b} - b}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}} \sim t_{n-2}; \qquad \text{donde} \qquad \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^{n} \hat{\varepsilon}_i^2.$$

Distribuciones de funciones de variables aleatorias. Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ y $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ e independientes y se dispone de muestras de tamaños n, n_1 y n_2 respectivamente:

$$\frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} \sim N(0,1); \qquad \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{s^2/n}} \sim t_{n-1}; \qquad \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2; \qquad \frac{s_1^2/\sigma_1^2}{s_2^2/\sigma_2^2} \sim F_{n_1-1, n_2-1}$$

$$\frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1); \qquad \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}} \sim t_{n+m-2},$$

donde s^2 denota la *cuasivarianza* muestral.

Proporciones. $\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \to N(0,1)$. Con dos poblaciones y muestras de tamaños n_1 y n_2:

$$\frac{(\hat{p_1} - \hat{p_2}) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\left(\frac{n_1+n_2}{n_1 \cdot n_2}\right) \hat{p_T}(1 - \hat{p_T})}} \to N(0,1),$$

donde $\hat{p_T} = \frac{n_1 \hat{p_1} + n_2 \hat{p_2}}{n_1 + n_2}$.

Contraste de Jarque-Bera. $JB = n \left[\frac{AS^2}{6} + \frac{(K-3)^2}{24}\right] \to \chi_2^2$.

Contraste Chi cuadrado. $\sum_{i=1}^{k} \frac{(T_i - O_i)^2}{T_i} \sim \chi^2$ donde T_i y O_i son, respectivamente las i-ésimas frecuencias absolutas esperadas y observadas.

Contrastes de Kolmogorov-Smirnov. Para una muestra $D_n = \sup |F_n^*(x) - F(x)|$. Para dos muestras $D_{n,m} = \sup |F_n^*(x) - G_m^*(x)|$. $F_n^*(x)$ y $G_m^*(x)$ son funciones de distribución empíricas (o muestrales) y $F(x)$ es una función de distribución teórica.

Contraste de Wilcoxon. El estadístico $T = T^+ - T^-$, bajo H_0 cumple $E(T) = 0$ y $V(T) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Contraste de Mann-Whitney. $U = \text{mín}(U_1, U_2)$, donde $U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1$ y $U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - R_2$. Bajo H_0 se cumple $E(U) = \frac{n_1 n_2}{2}$ y $V(U) = \frac{n_1 n_2 (n_1+n_2+1)}{12}$.

Aproximación a los valores críticos en los contrastes de Kolmogorov-Smirnov. Para el contraste de una muestra, el valor crítico c^* con un nivel de significación α se aproxima mediante $c_\alpha^* = k_\alpha \sqrt{1/n}$, donde k_α es 1.07, 1.22, 1.36, 1.52 y 1.63 para niveles de significación del 20 %, 10 %, 5 %, 2 % y 1 %, respectivamente.

Para el contraste de dos muestras, el valor crítico aproximado se calcula:

$$c_\alpha^* = k_\alpha \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}},$$

donde k_α es 1.07, 1.22 y 1.52 para niveles de significación α del 10 %, 5 % y 1 %, respectivamente.

Tablas estadísticas

	x.xx	x.x1	x.x2	x.x3	x.x4	x.x5	x.x6	x.x7	x.x8	x.x9
0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993

Cuadro 1: Función de distribución de la $N(0,1)$