



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS  
OFICIALES DE GRADO

Curso 2013-2014

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

**CALIFICACIÓN:** Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.

**TIEMPO:** 90 minutos.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

- Calcúlese  $B^{31}$ .
- Calcúlese el determinante de la matriz  $A^{-1} \cdot B$ .

**Ejercicio 2.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Una industria química elabora plásticos de dos calidades diferentes. Para ello tiene 2 máquinas,  $A$  y  $B$ . Es necesario que fabrique un mínimo de 20 toneladas de plástico superior y 13 de plástico medio. Cada hora que trabaja la máquina  $A$ , fabrica 7 toneladas de plástico superior y 2 de plástico medio, mientras que la máquina  $B$  produce 2 y 3 toneladas, respectivamente. Además, la máquina  $A$  no puede trabajar más de 9 horas, ni más de 10 horas la máquina  $B$ .

El coste de funcionamiento de las máquinas es de 800 euros/hora para  $A$  y de 600 euros/hora para  $B$ . Calcúlese cuántas horas debe funcionar cada máquina para que el coste total de funcionamiento sea mínimo y cuál es ese coste mínimo.

**Ejercicio 3.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real  $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x - 1} & \text{si } x < 1 \\ (x - 1)^3 + a & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- Determinese el valor de la constante  $a$  para que sea una función continua en todo su dominio.
- Para  $a = 0$ , calcúlese el valor de la integral  $\int_1^5 f(x) dx$ .

**Ejercicio 4.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos de un experimento aleatorio, tales que  $P(A) = P(A|B) = 0,25$  y  $P(B|A) = 0,5$ .

- Estúdiense si los sucesos son independientes.
- Calcúlese  $P(A \cup B)$ .

**Ejercicio 5.** (Calificación máxima: 2 puntos)

La capacidad vital forzada es una medida para calcular el volumen de los pulmones de las personas adultas que se puede aproximar por una variable aleatoria  $X$  con una distribución normal de media desconocida  $\mu$  y desviación típica 1 litro.

- Se tomó una muestra aleatoria simple de 144 personas adultas que dieron una media de capacidad vital forzada de 4 litros. Determinese un intervalo de confianza al 95 % para  $\mu$ .
- ¿Cuál es el error máximo cometido en la estimación de  $\mu$  por la media muestral obtenido a partir de una muestra de tamaño 81, con un nivel de confianza del 99 % ?

**OPCIÓN B**

**Ejercicio 1.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera el sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro  $a$

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - ay = 4 \end{cases}$$

- a) Discútase en función de los valores del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ .
- b) Resuélvase para  $a = 1$ .

**Ejercicio 2.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ , contéstese razonadamente a las preguntas:

- a) Calcúlense su dominio de definición, los puntos de corte con los ejes, y los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- b) Hállense las asíntotas, si las tuviere, y esbócese la gráfica de la función  $f$ .

**Ejercicio 3.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Sea la función real de variable real  $f(x) = x^3 - ax + 1$ .

- a) Determinése el valor de  $a$  para que la función tenga un máximo local en  $x = -2$  y un mínimo local en  $x = 2$ .
- b) Para el caso en el que  $a = 48$ , hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en  $x = 5$ .

**Ejercicio 4.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se ha cometido un delito. La probabilidad de que lo haya cometido un varón es el doble de la de que lo haya cometido una mujer. Por otra parte, la probabilidad de que al examinar un área determinada de la huella dactilar de un varón se encuentren 15 crestas es 0,26, mientras que en una mujer es 0,04.

- a) Calcúlese la probabilidad de que una huella encontrada en la escena del delito tenga 15 crestas en el recuento de dicha área.
- b) Se ha encontrado en la escena del delito una huella dactilar con 15 crestas en esa área determinada. ¿Cuál es la probabilidad de que dicha huella pertenezca a un varón?

**Ejercicio 5.** (Calificación máxima: 2 puntos)

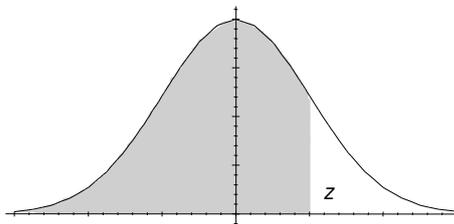
El peso en kilogramos de la cabeza humana en adultos se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media  $\mu$  desconocida y desviación típica 0,75 kilogramos.

- a) Una muestra aleatoria simple de 16 individuos a los que se les ha realizado una densitometría, prueba diagnóstica que permite medir el peso de la cabeza, proporcionó una media muestral de 5,137 kilogramos. Determinése un intervalo de confianza al 98% para  $\mu$ .
- b) ¿Cuántas densitometrías como mínimo deben realizarse para que el error máximo cometido en la estimación de  $\mu$  por la media muestral sea menor que 100 gramos, con el mismo nivel de confianza del 98%?

## Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

### ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de  $z$ .



<b>z</b>	<b>,00</b>	<b>,01</b>	<b>,02</b>	<b>,03</b>	<b>,04</b>	<b>,05</b>	<b>,06</b>	<b>,07</b>	<b>,08</b>	<b>,09</b>
<b>0,0</b>	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
<b>0,1</b>	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
<b>0,2</b>	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
<b>0,3</b>	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
<b>0,4</b>	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
<b>0,5</b>	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
<b>0,6</b>	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
<b>0,7</b>	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
<b>0,8</b>	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
<b>0,9</b>	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
<b>1,0</b>	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
<b>1,1</b>	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
<b>1,2</b>	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
<b>1,3</b>	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
<b>1,4</b>	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
<b>1,5</b>	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
<b>1,6</b>	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
<b>1,7</b>	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
<b>1,8</b>	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
<b>1,9</b>	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
<b>2,0</b>	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
<b>2,1</b>	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
<b>2,2</b>	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
<b>2,3</b>	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
<b>2,4</b>	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
<b>2,5</b>	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
<b>2,6</b>	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
<b>2,7</b>	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
<b>2,8</b>	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
<b>2,9</b>	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
<b>3,0</b>	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN**  
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II  
**ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos**

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Determinación correcta de la matriz..... 1,00 punto.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto del determinante de M..... 1,00 punto.

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Obtención correcta de la función objetivo..... 0,25 puntos.

Obtención de las restricciones..... 0,75 puntos.

Cálculo correcto de las coordenadas de los vértices..... 0,50 puntos.

Obtención de los valores pedidos..... 0,50 puntos.

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la condición de continuidad..... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la constante a..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de la primitiva..... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la integral definida..... 0,50 puntos.

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la condición de independencia..... 0,50 puntos.

Comprobación correcta..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto..... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

**Ejercicio 5.** (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de  $z_{\alpha/2}$ ..... 0,25 puntos.

Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza..... 0,25 puntos.

Obtención correcta del intervalo de confianza..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Expresión correcta de la fórmula del error..... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de  $z_{\alpha/2}$ ..... 0,25 puntos.

Cálculo correcto del error..... 0,50 puntos.

**NOTA: La resolución de ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.**

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Discusión correcta.....1,00 punto.

Apartado (b): 1 punto.

Solución correcta del sistema.....1,00 punto.

### Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Dominio de  $f$ .....0,25 puntos.

Obtención correcta de los puntos de corte.....0,25 puntos.

Obtención correcta de la derivada de  $f$ .....0,25 puntos.

Estudio del decrecimiento.....0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo de la asíntota vertical de  $f$ .....0,25 puntos.

Cálculo de la asíntota horizontal de  $f$ .....0,25 puntos.

Esbozo de la gráfica de  $f$ .....0,50 puntos.

### Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la constante  $a$ .....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Fórmula correcta de la ecuación de la recta tangente.....0,25 puntos.

Cálculo correcto de la pendiente de la recta tangente.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la ordenada en el origen de la recta tangente.....0,25 puntos.

### Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

### Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de  $z_{\alpha/2}$ .....0,25 puntos.

Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza.....0,25 puntos.

Obtención correcta del intervalo de confianza.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Expresión correcta de la fórmula del tamaño.....0,50 puntos.

Cálculo correcto del tamaño de la muestra.....0,50 puntos.

**NOTA: La resolución de ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.**